

Текущее домашнее задание (ТДЗ) 2. «Временной ряд: введение»

Григоращенко Екатерина

Ксенофонтова Юлия

Описание показателя:

Показатель: коэффициент смертности на 1000 человек в странах Арабского мира в 1960-1969 годах

Общим коэффициентом смертности называется число смертей на протяжении определенного периода, деленное на количество человеко-лет, прожитых населением за этот период.

Задача 1

Подробные расчеты:

(см файл Excel)

t	Yt	Yt-1	Yt-2	Yt-3	Прирост	Темп прироста	Логарифмическая разность
1960	19,85420232						
1961	19,38455509	19,85420232			-0,46964723	-2,37%	-0,0239390689
1962	18,92055816	19,38455509	19,85420232		-0,46399693	-2,39%	-0,0242275536
1963	18,45733697	18,92055816	19,38455509	19,85420232	-0,46322119	-2,45%	-0,02478710506
1964	17,99254595	18,45733697	18,92055816	19,38455509	-0,46479102	-2,52%	-0,02550440095
1965	17,52828935	17,99254595	18,45733697	18,92055816	-0,4642566	-2,58%	-0,02614144821
1966	17,0709579	17,52828935	17,99254595	18,45733697	-0,45733145	-2,61%	-0,02643745881
1967	16,62630993	17,0709579	17,52828935	17,99254595	-0,44464797	-2,60%	-0,026392275
1968	16,19612855	16,62630993	17,0709579	17,52828935	-0,43018138	-2,59%	-0,02621414094
1969	15,77857748	16,19612855	16,62630993	17,0709579	-0,41755107	-2,58%	-0,02611907095

Возьмем период времени данного показателя с 1960 по 1969 год. Заметим, что для данного периода прирост для каждого промежутка времени имел отрицательные значения, а значит в каждый период прирост сокращался. Так для 1969 года прирост составил -0,41755107, что значит прирост уменьшился на 0,41755107 по отношению к 1968 году. Коэффициент смертности в целом снижался в каждом году.

Темп прироста снижался в процентном соотношении на всем промежутке рассматриваемого времени, так как имел отрицательные значения. В 1969 количество смертей на 1000 человек снизилось на 2,58% по сравнению с 1968 в странах Арабского мира.

Формулы для расчета показателей:

Разность (прирост)	$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$
Темп прироста	$T_t = \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}} \cdot 100\%$
Логарифмическая разность	$\Delta \ln Y_t = \ln Y_t - \ln Y_{t-1},$ $T_t \approx 100 \cdot \Delta \ln Y_t$

Задача 2

Подробные расчеты:

(см файл Excel)

t	Y _t	Y _{t-1}	Y _{t-2}	Y _{t-3}	Прирост	Темп прироста	Логарифмическая разность	у-сред	у-1 - средн	произвед	у-2 - средн	произвед	у-3 - средн	произвед
1960	19,85420232													
1961	19,38455509	19,85420232			-0,46964723	-2,37%	-0,0239390689	1,60360892	2,07325615	3,324692056				
1962	18,92055816	19,38455509	19,85420232		-0,46399693	-2,39%	-0,02422755536	1,13961199	1,60360892	1,827491953	2,07325615	2,362707567		
1963	18,45733697	18,92055816	19,38455509	19,85420232	-0,46322119	-2,45%	-0,02478710506	0,6763908	1,13961199	0,7708230656	1,60360892	1,08466632	2,07325615	1,402331386
1964	17,99254595	18,45733697	18,92055816	19,38455509	-0,46479102	-2,52%	-0,02550440095	0,21159978	0,6763908	0,1431241445	1,13961199	0,2411418464	1,60360892	0,3393232947
1965	17,52828935	17,99254595	18,45733697	18,92055816	-0,4642566	-2,58%	-0,02614144821	-0,25265682	0,21159978	-0,05346212753	0,6763908	-0,1708947486	1,13961199	-0,2879307414
1966	17,0709579	17,52828935	17,99254595	18,45733697	-0,45733145	-2,61%	-0,02643745881	-0,70998827	-0,25265682	0,1793833785	0,21159978	-0,1502333617	0,6763908	-0,4802295339
1967	16,62630993	17,0709579	17,52828935	17,99254595	-0,44464797	-2,60%	-0,026392275	-1,15463624	-0,70998827	0,8197781865	-0,25265682	0,2917267207	0,21159978	-0,2443207744
1968	16,19612855	16,62630993	17,0709579	17,52828935	-0,43018138	-2,59%	-0,02621414094	-1,58481762	-1,15463624	1,829887858	-0,70998827	1,12520192	-0,25265682	0,4004149801
1969	15,77857748	16,19612855	16,62630993	17,0709579	-0,41755107	-2,58%	-0,02611907095	-2,00236869	-1,58481762	3,173389182	-1,15463624	2,312007455	-0,70998827	1,421658282
									сумма:	12,0151077		7,096323519		2,551246893
среднее	17,78094617													
дисперсия	1,709317802													

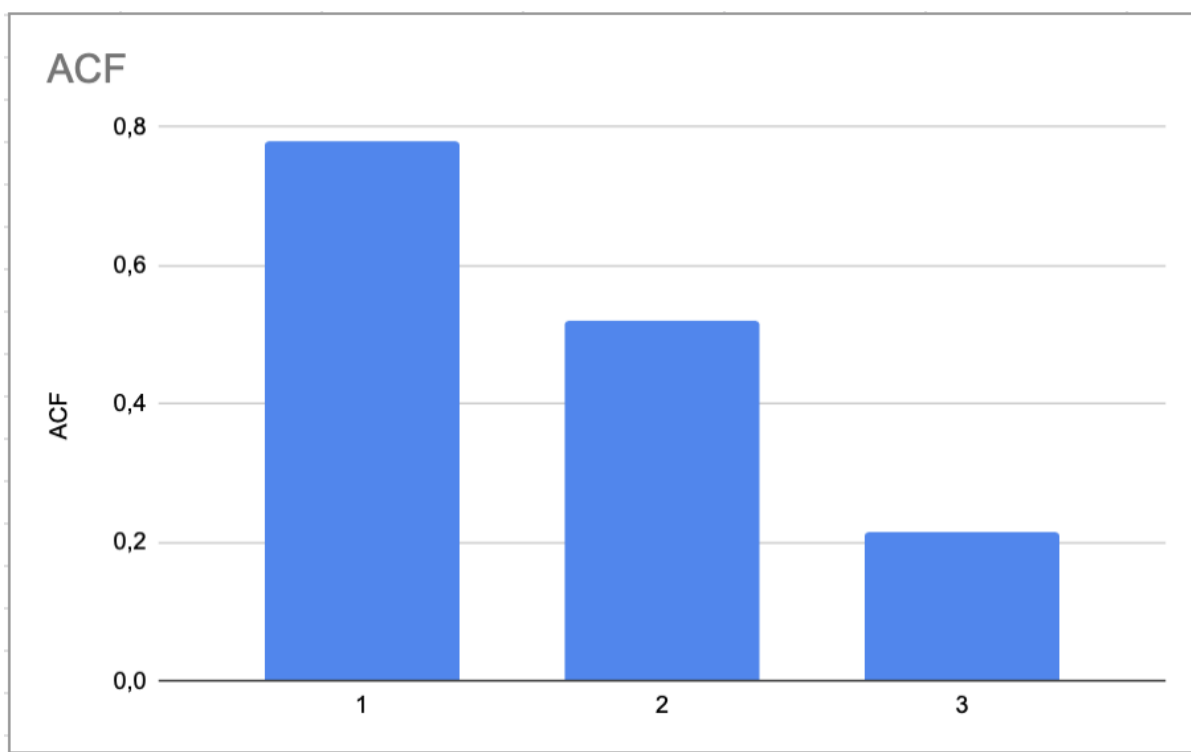
ACF:

ACF	лаг	1	2	3
	rk	0,7810203373	0,5189441302	0,2132218137

Сложности возникли для маленькой выборки:

Для выборки нельзя сделать точный вывод о том какой имеется процесс, так как нет более большого числа показателей ACF для определения стационарного или нестационарного процесса, а также для определения сезонности и тренда.

График ACF:



Формула для расчета:

Формулы: ACF - автокорреляционная функция

$$\hat{\rho}_1 = \text{cor}(y_t, y_{t-1});$$

$$\hat{\rho}(1) = \hat{\rho}_1 = \frac{\frac{1}{T-1} \sum_{t=2}^T (y_t - \bar{y}_t)(y_{t-1} - \bar{y}_{t-1})}{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y}_t)^2} \quad \hat{\rho}(\tau) = \frac{\frac{1}{T-\tau} \sum_{t=\tau+1}^T (y_t - \bar{y}_t)(y_{t-\tau} - \bar{y}_{t-\tau})}{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y}_t)^2}$$

Описание поведения ACF:

Построенная на основе полученных данных коррелограмма постепенно убывает. При первом лаге уровень линейной связи между значениями, отстоящими друг от друга на 1 интервал (год), является высоким положительным, так как показатель равен ~0,78. При втором лаге уровень линейной связи между значениями, отстоящими друг от друга на 2 интервала, является средним положительным (показатель ACF составляет 0,51). При третьем лаге уровень линейной связи между значениями, отстоящими друг от друга на 3 интервала, является слабым положительным (показатель ACF составляет 0,21).

Задача 3

Подробные расчеты:

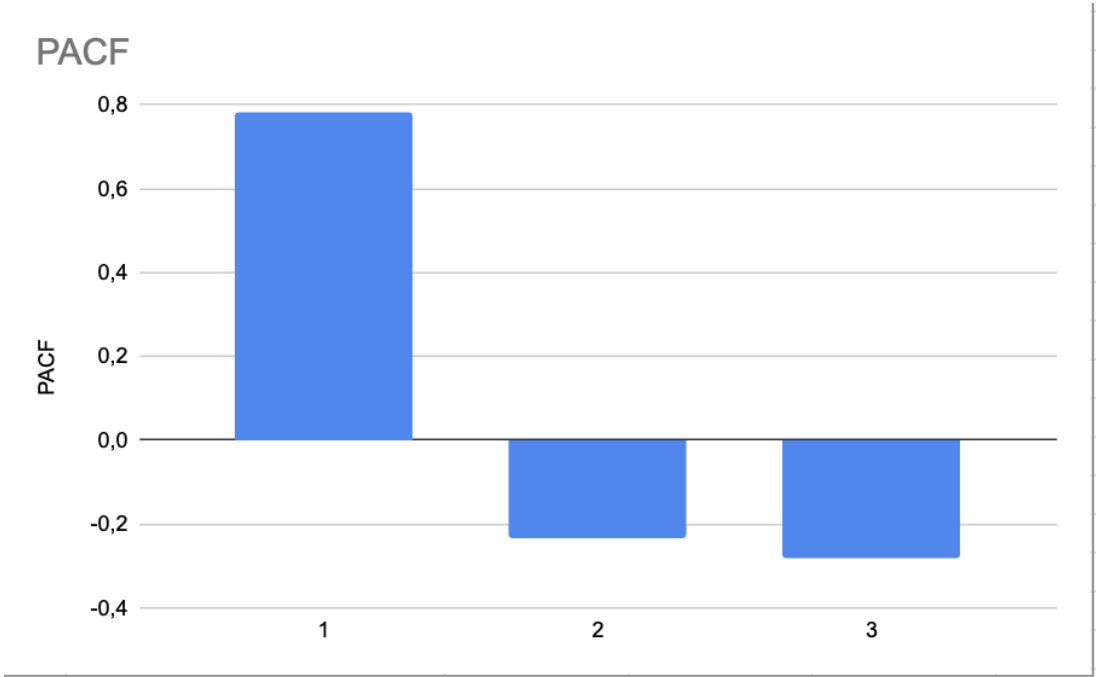
(см файл Excel)

t	Yt	Yt-1	Yt-2	Yt-3	Прирост	Темп прироста	Логарифмическая разность	усред	yt-1 - средн	произвед	yt-2 - средн	произвед	yt-3 - средн	произвед
1960	19,85420232													
1961	19,38455509	19,85420232			-0,46964723	-2,37%	-0,0239390689	1,60360892	2,07325615	3,324692056				
1962	18,92055816	19,38455509	19,85420232		-0,46399693	-2,39%	-0,02422755536	1,13961199	1,60360892	1,827491953	2,07325615	2,362707567		
1963	18,45733697	18,92055816	19,38455509	19,85420232	-0,46322119	-2,45%	-0,02478710506	0,6763908	1,13961199	0,7708230656	1,60360892	1,08466632	2,07325615	1,402231386
1964	17,99254595	18,45733697	18,92055816	19,38455509	-0,46479102	-2,52%	-0,02550440095	0,21159978	0,6763908	0,1431241445	1,13961199	0,2411416464	1,60360892	0,3393232947
1965	17,52828935	17,99254595	18,45733697	18,92055816	-0,4642566	-2,58%	-0,02614144821	-0,25265682	0,21159978	-0,05346212753	0,6763908	-0,1708947486	1,13961199	-0,2879307414
1966	17,0709579	17,52828935	17,99254595	18,45733697	-0,45733145	-2,61%	-0,02643745881	-0,70998827	-0,25265682	0,1793833785	0,21159978	-0,1502333617	0,6763908	-0,4802295339
1967	16,62630993	17,0709579	17,52828935	17,99254595	-0,44464797	-2,60%	-0,026392275	-1,15463624	-0,70998827	0,8197781865	-0,25265682	0,2917267207	0,21159978	-0,2443207744
1968	16,19612855	16,62630993	17,0709579	17,52828935	-0,43018138	-2,59%	-0,02621414094	-1,58481762	-1,15463624	1,829887858	-0,70998827	1,12520192	-0,25265682	0,4004149801
1969	15,77857748	16,19612855	16,62630993	17,0709579	-0,41755107	-2,58%	-0,02611907095	-2,00236869	-1,58481762	3,173389182	-1,15463624	2,312007455	-0,70998827	1,421656282
									сумма:	12,0151077		7,096323519		2,551246893
среднее	17,78094617													
дисперсия	1,709317802													

PACF:

PACF	лаг	1	2	3
	rk	0,7810203373	-0,2334537141	-0,2830419784

График PACF:



Формулы для расчета:

PACF – Частная автокорреляционная функция

$$\varphi_1 = \rho_{\text{част}}(1) = \rho_1^{\text{част}} \text{Cor}(Y_t, Y_{t-1}) = \rho_1$$

$$\varphi_2 = \text{Cor}(Y_t, Y_{t+2} | Y_{t+1} = \mu) = \frac{\rho_2 - \rho_1^2}{1 - \rho_1^2}$$

$$\hat{\varphi}(3) = \frac{\hat{\rho}^3(1) + \hat{\rho}(1)\hat{\rho}^2(2) + \hat{\rho}(3) - \hat{\rho}^2(1)\hat{\rho}(3) - 2\hat{\rho}(1)\hat{\rho}(2)}{1 + 2\hat{\rho}^2(1)\hat{\rho}(2) - \hat{\rho}^2(2) - 2\hat{\rho}^2(1)}$$

Вывод формулы для третьего порядка :

$$\rho_3^{\text{расм}} = \varphi_3 = \text{cor}(y_t, y_{t-3} | \underbrace{y_{t-1}, y_{t-2}}_{\text{фикс}}) = \text{cor}(y_1, y_4 | y_2, y_3)$$

$$\rho_{ij}^{\text{расм}} = \frac{-R_{ij}}{(R_{ii} R_{jj})^{1/2}}$$

$$R = \begin{pmatrix} \overset{y_1}{1} & \overset{y_2}{\rho_1} & \overset{y_3}{\rho_2} & \overset{y_4}{\rho_3} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_3 & \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{matrix}$$

$$\varphi_3 = \frac{-R_{14}}{(R_{11} R_{44})^{1/2}}$$

$$R_{14} = (-1)^{1+4} * \begin{vmatrix} \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 \\ \rho_3 & \rho_2 & \rho_1 \end{vmatrix} =$$

$$= -(\rho_1^3 + \rho_3 + \rho_2^2 \rho_1 - \rho_1^2 \rho_3 - \rho_1 \rho_2 - \rho_1 \rho_2)$$

$$R_{11} = (-1)^{1+1} * \begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{vmatrix} = 1 + \rho_1^2 \rho_2 + \rho_1^2 \rho_2 - \rho_2^2 - \rho_1^2 - \rho_1^2$$

$$R_{44} = (-1)^{4+4} * \begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{vmatrix} = 1 + \rho_1^2 \rho_2 + \rho_1^2 \rho_2 - \rho_2^2 - \rho_1^2 - \rho_1^2$$

1)

$$\varphi_3 = \frac{-(-(\rho_1^3 + \rho_3 + \rho_2^2 \rho_1 - \rho_1^2 \rho_3 - \rho_1 \rho_2 - \rho_1 \rho_2))}{(1 + \rho_1^2 \rho_2 + \rho_1^2 \rho_2 - \rho_2^2 - \rho_1^2 - \rho_1^2)^{1/2}}$$

$$= \frac{\rho_1^3 + \rho_1 \rho_2^2 + \rho_3 - \rho_1^2 \rho_3 - 2\rho_1 \rho_2}{1 + 2\rho_1^2 \rho_2 - \rho_2^2 - 2\rho_1^2}$$

Описание поведения PACF:

Построенная на основе полученных данных коррелограмма резко в начале убывает, а затем убывает постепенно.

Так как частный коэффициент автокорреляции измеряет связь между текущим значением ряда y_t и его предыдущими значениями $y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-\tau}$, когда влияние всех промежуточных лагов устранено, то поэтому значения коэффициентов автокорреляции и частной автокорреляции при первом лаге совпадают. При втором лаге уровень линейной связи между значениями (с устранением влияния промежуточного лага), отстоящими друг от друга на 2 интервала, является слабым отрицательным (показатель PACF составляет -0,23). При третьем лаге уровень линейной связи между значениями (с устранением влияния промежуточных лагов), отстоящими друг от друга на 3 интервала, является слабым положительным (показатель PACF составляет -0,28).