

Задания к зачёту.

Задание 1.1

Вычислить сумму, произведение, предел.
Представить ответ в максимально упрощённом виде.

$$\sum_{k=1}^n \frac{k^2+k-1}{(k+2)!} ; \quad 2^{n-1} \prod_{k=0}^{n-1} \sin \left(x + \frac{k\pi}{n} \right) ; \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{x-a}{\ln (x-a+1)}$$

Задание 1.2

Вычислить сумму, произведение, предел.
Представить ответ в максимально упрощённом виде.

$$\sum_{k=1}^{n-1} \sin \left(\frac{\pi k}{n} \right) ; \quad \prod_{k=0}^{\infty} \left(1 - \frac{4 x^2}{(2 k+1)^2 \pi^2} \right) ; \quad \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1-e^{-a t}}{\ln (1-t)}$$

Задание 1.3

Вычислить сумму, произведение, предел.
Представить ответ в максимально упрощённом виде.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k x^k} ; \quad \prod_{k=0}^{\infty} \left(1 + x^{2^k} \right) ; \quad \lim_{n \rightarrow 0} \frac{1-a^n}{a n}$$

Задание 2.1

Изобразить **в одних координатных осях** графики следующих функций:
первый график - зелёным цветом;
второй и третий графики - чёрным цветом;
координатные оси убрать .
1) $r(\varphi) = (1 + \sin(9\varphi))(1 + \sin(\varphi))(1 + 0.03 \sin(9 \times 5\varphi))(1 + 0.04 \sin(9 \times 33\varphi))$;
2) $y1(x) = x$; $y2(x) = -x$;

Задание 2.2

Изобразить **в одних координатных осях** графики следующих функций:
первый график - красным цветом;
второй график- синим цветом;
координатные оси убрать .
1) $x(t) = 16 \sin(t)^3$; $y(t) = 13 \cos(t) - 5 \cos(2t) - 2 \cos(3t) - \cos(4t)$;
2) $r(\varphi) = 5 \sin(13\varphi)$;

Задание 2.3

Изобразить **в одних координатных осях** графики следующих функций.
Графики функций $y1(x)$ и $y2(x)$ изобразить красным цветом,
а графики функций $y3(x)$ и $y4(x)$ - чёрным цветом.
Координатные оси убрать .

$$y1(x) = \begin{cases} -\frac{1}{8}(x+8)^2+6 & \text{при } x \in [-12, -4] \\ -\frac{1}{8}x^2+6 & \text{при } x \in [-4, 4] \\ -\frac{1}{8}(x-8)^2+6 & \text{при } x \in [4, 12] \end{cases} ;$$

$$y2(x) = -\frac{1}{18}x^2+12 \text{ при } x \in [-12, 12];$$

$$y3(x) = 2(x+3)^2-9 \text{ при } x \in [-4, -0.3];$$

$$y4(x) = 1.5(x+3)^2-10; \text{ при } x \in [-4, -0.2];$$

Задание 3.1

Найти решение системы уравнений:
 $\sin(x1) + 3.5 \sin(x2) - 1 = 0$;
 $2 \sin(3x1) + 3 \sin(2x2) - 0.4 = 0$;

Задание 3.2

Найти решение системы уравнений:
 $x1^2 \sin(x2) + x2^2 \sin(x1) + 1 = 0$;
 $2x1 + e^{(x1+x2)} - 4 = 0$;

Задание 3.3

Найти решение системы уравнений:
 $\operatorname{tg}(x1 - x2) - 4x1 = 0$;
 $x1^2 + 3x2^3 - 4 = 0$;

Задание 4.1

1) Вычислить частные производные первого и второго порядков от следующей функции:
 $u(x, y, z) = \left(\frac{x}{y}\right)^z$
2) Вычислить неопределённый интеграл (первообразную) для функции
 $f(x) = \frac{1}{\sin(x) \sqrt{1+\cos(x)}}$

Задание 4.2

1) Вычислить частные производные первого и второго порядков от следующей функции:
 $u(x, y, z) = x^{\frac{y}{z}}$
2) Вычислить определённый интеграл для функции $f(x) = \frac{\lg(\sin(x))}{\sqrt{x}}$
в пределах от 0 до $\frac{\pi}{2}$.

Задание 4.3

1)Вычислить частные производные первого и второго порядков от следующей функции:
 $u(x, y, z) = x^{y^z}$
2) Вычислить определённый интеграл для функции $f(x) = x^p \operatorname{Log}\left[\frac{1}{x}\right]^q$
в пределах от 0 до 1 при условии, что $p > -1$ и $q > -1$

Задание 5.1

Решить систему дифференциальных уравнений:
 $y' = \frac{z}{x}$
 $z' = \frac{z(y+2z-1)}{x(y-1)}$
дополнив систему начальными условиями: $y(1) = \frac{3}{2}$, $z(1) = -\frac{1}{4}$.
Построить графики полученных решений на интервале $x \in [-4, 2]$.
Изобразить первую линию черным пунктиром, вторую - красной сплошной линией с относительной толщиной 0.006.
Подписать оси. Нанести разметку. Установить размер шрифта - 14.

Задание 5.2

Решить систему дифференциальных уравнений:
 $y' = \frac{x}{z}$
 $z' = -\frac{x}{y}$
дополнив систему начальными условиями: $y(0) = 1$, $z(0) = 1$.
Построить графики полученных решений на интервале $x \in [-2, 2]$.
Изобразить первую линию фиолетовым штрихпунктиром, вторую - зелёной сплошной толстой линией .
Подписать оси. Нанести разметку. Установить размер шрифта - 14.

Задание 5.3

Решить систему дифференциальных уравнений:
 $y' = \frac{y^2}{z-x}$
 $z' = y + 1$
Дополнив систему начальными условиями: $y(0) = 1$, $z(0) = -1$, построить графики полученных решений на интервале $x \in [-2, 2]$.
Изобразить первый график первую коричневой линией с абсолютной толщиной в 2 пикселя., второй - синей пунктирной линией .
Подписать оси. Нанести разметку. Установить размер шрифта - 14.