

Домашнее задание по алгебре к 13 октября
181 группа

1. Дорешайте упражнения, оставшиеся с занятия.

2. Вычислите $(98, 5^{83} - 3)$.

3. Решите уравнения в целых числах:

(a) $x^2 + y^2 = 2000003$;

(b) $6x^2 - 5y^2 = 74$.

4. Найдите остаток деления $17^{26^{39}}$ на 330.

5. Найдите последнюю цифру десятичной записи числа $7^{8^{9^{10}}}$.

6. Решите системы сравнений:

(a)
$$\begin{cases} 6x + 5y \equiv 4 \pmod{19}, \\ 7x + 8y \equiv 3 \pmod{19}; \end{cases}$$

(b)
$$\begin{cases} x \equiv 1 \pmod{5}, \\ x \equiv 2 \pmod{7}, \\ x \equiv 9 \pmod{11}; \end{cases}$$

(c)
$$\begin{cases} x \equiv 3 \pmod{35}, \\ x \equiv 18 \pmod{55}, \\ x \equiv 24 \pmod{91}. \end{cases}$$

7. Пусть $p = 4k + 3$ — простое число. Докажите, что сравнение $x^2 \equiv -1 \pmod{p}$ не имеет решений.

8. Покажите, что среди чисел вида $4k + 1$ бесконечно много простых.