

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ»

КАФЕДРА № 2

ОЦЕНКА

28

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

канд. физ.-мат. наук, доцент
должность, уч. степень, звание

Яков

13/11/2024

подпись, дата

С. И. Яковлев

инициалы, фамилия

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

КОНТРОЛЬНО РАСЧЁТНОЕ ЗАДАНИЕ №1

по дисциплине:

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

РАБОТУ ВЫПОЛНИЛ

СТУДЕНТ гр. №

4326

подпись, дата

Г. С. Томчук

инициалы, фамилия

Санкт-Петербург 2024

Задача 1

В меню имеются 8 обедов. Два человека заказывают по одному обеду. Какова вероятность того, что они заказали один и тот же обед?

Пусть Ω_0 — событие "заказ обедов", A — событие "оба человека выбрали один и тот же обед", Ω — множество всех событий, O — мн-во благоприятных событий, $\omega_{i,j}$ — пара чисел, $P(A)$ — вероятность события A . Тогда $\neq \Omega_0$.

○ $O \in \Omega$

$$\omega_{i,j} = (i; j), \text{ где}$$

i — номер обеда, выбранного 1-м человеком,

j — номер обеда, выбранного 2-м человеком.

$$\Rightarrow \Omega = \{ \omega_{i,j} = (i; j) : i, j = \overline{1, 8} \}$$

$$|\Omega| = ?$$

$$\omega_{i,j} = \begin{pmatrix} i & j \\ 1 & 1 \\ 8 & 8 \end{pmatrix} \Rightarrow 8 \cdot 8 = 64 = |\Omega| \text{ (по КЛП).}$$

$$A \leftarrow (1; 1), (2; 2), (3; 3), (4; 4), \dots, (8; 8) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |A| = 8.$$

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{8}{64} = \frac{1}{8} \text{ (по опр. вероятности).}$$

Ответ: $\frac{1}{8}$.

Задача 2

8 человек, среди которых находятся брат и сестра, разбиваются на 4 пары. Какова вероятность, что брат и сестра окажутся в одной паре?

Пусть Ω_n — событие "разделение 8 человек на 4 пары",

A — событие "брат и сестра оказались в одной паре",

Ω — мн-во всех событий, O — множество благоприят. событий,
 ω_i — пара человек, $P(A)$ — вероятность события A . Тогда $\neq \Omega_n$

о $O \geq \Omega$

$\omega_1 = \{ \text{неуп. пара из 8 человек} \} = C_8^2$,

$\omega_2 = \{ \text{неуп. пара из оставшихся 6 чел.} \} = C_6^2$,

$\omega_3 = \{ \text{неуп. пара из оставшихся 4 чел.} \} = C_4^2$,

$\omega_4 = \{ \text{неуп. пара из оставшихся 2 чел.} \} = C_2^2$.

$\Rightarrow \Omega = \{ \omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4 \}$; $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

$$|\Omega| = \frac{C_8^2 \cdot C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2}{\frac{8!}{2! \cdot 6!} \cdot \frac{6!}{2! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!}} = \frac{8!}{2! \cdot 6!} \cdot \frac{6!}{2! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 105 \quad (\text{по КТЛП})$$

$$|A| = (\text{кол-во исходов, при которых верно } A) = \frac{C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2}{3!} =$$

$$= \frac{6!}{2! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} \cdot \frac{1}{3!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6}{8} = 15 \quad (\text{по КТЛП}).$$

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{15}{105} = \frac{1}{7}.$$

Ответ: $\frac{1}{7}$.

Задача 3

55 лотерейных билетов, среди которых 3 выигрышных продаются по одному. Какова вероятность, что выигрышные билеты будут проданы подряд, т.е. один за другим.

Пусть Ω — событие „продажа трёх лотерейных билетов“;

A — событие „все 3 проданных билета — выигрышные“

Ω — мн-во всех событий, O — мн-во благоприят. событий,

$P(A)$ — вероятность события A .

Тогда $\neq \Omega$

○ 0.3и

$$\Omega = (\text{все способы продажи 3-х билетов}); \quad C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$|\Omega| = C_{35}^3 = \frac{35!}{3!(35-3)!} = \frac{13 \cdot 14 \cdot 15}{2 \cdot 3} = 455.$$

✗ ситуацию, когда внутренние билеты идут подряд.

Поскольку внутренняя последовательность может начинаться с любого из первых 13 мест (чтобы в начале конца с 13-го места оставалось еще 2 внутренних билета).

$$\Rightarrow |A| = 13.$$

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{13}{455} = \frac{1}{35}.$$

Ответ: $\frac{1}{35}.$