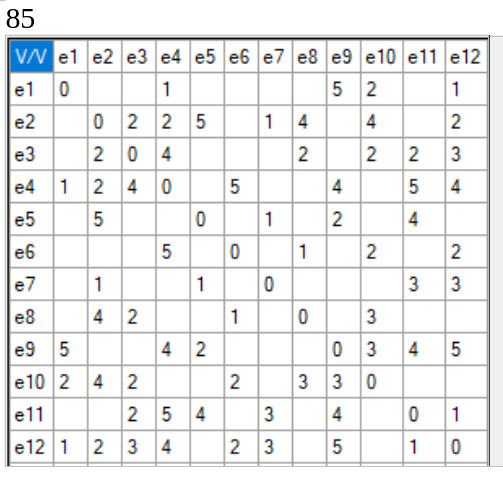
**Домашняя работа по дискретной математике №2**

**Вариант 85**

**Работу выполнил:** Воронов Григорий, P3116

Исходный граф:



|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **V/V** | **e1** | **e2** | **e3** | **e4** | **e5** | **e6** | **e7** | **e8** | **e9** | **e10** | **e11** | **e12** |
| **e1** | *0* |  |  | 1 |  |  |  |  | 5 | 2 |  | 1 |
| **e2** |  | *0* | 2 | 2 | 5 |  | 1 | 4 |  | 4 |  | 2 |
| **e3** |  | 2 | *0* | 4 |  |  |  | 2 |  | 2 | 2 | 3 |
| **e4** | 1 | 2 | 4 | *0* |  | 5 |  |  | 4 |  | 5 | 4 |
| **e5** |  | 5 |  |  | *0* |  | 1 |  | 2 |  |  |  |
| **e6** |  |  |  | 5 |  | *0* |  | 1 |  | 2 |  | 2 |
| **e7** |  | 1 |  |  | 1 |  | *0* |  |  |  | 3 | 3 |
| **e8** |  | 4 | 2 |  |  | 1 |  | *0* |  | 3 |  |  |
| **e9** | 5 |  |  | 4 | 2 |  |  |  | *0* | 3 | 4 | 5 |
| **e10** | 2 | 4 | 2 |  |  | 2 |  | 3 | 3 | *0* |  |  |
| **e11** |  |  | 2 | 5 | 4 |  | 3 |  | 4 |  | *0* | 1 |
| **e12** | 1 | 2 | 3 | 4 |  | 2 | 3 |  | 5 |  | 1 | *0* |

Найти кратчайшие пути от начальной вершины e1 ко всем остальным вершинам

Воспользуемся алгоритмом Дейкстры

1. l(e1) = 0+; l(ei) = ∞, для всех i ≠1, p = e1

Результаты итерации запишем в таблицу

|  |  |
| --- | --- |
|  | 1 |
| e1 | 0+ |
| e2 | ∞ |
| e3 | ∞ |
| e4 | ∞ |
| e5 | ∞ |
| e6 | ∞ |
| e7 | ∞ |
| e8 | ∞ |
| e9 | ∞ |
| e10 | ∞ |
| e11 | ∞ |
| e12 | ∞ |

2. Гe1 = {e4, e9, e10, e12} - все пометки временные, уточним их:

l(e4) = min[∞, 0++1] = 1;

l(e9) = min[∞, 0++5] = 5;

l(e10) = min[∞, 0++2] = 2;

l(e12) = min[∞, 0++1] = 1.

3. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e4) = 1;

4. Вершина e4 получает постоянную пометку l(e12) = 1+, p = e4

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 |
| e1 | 0+ |  |
| e2 | ∞ | ∞ |
| e3 | ∞ | ∞ |
| e4 | ∞ | 1+ |
| e5 | ∞ | ∞ |
| e6 | ∞ | ∞ |
| e7 | ∞ | ∞ |
| e8 | ∞ | ∞ |
| e9 | ∞ | 5 |
| e10 | ∞ | 2 |
| e11 | ∞ | ∞ |
| e12 | ∞ | 1 |

5. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe4 = {e1, e2, e3, e6, e9, e11, e12}

Временные пометки имеют вершины e2, e3, e6, e9, e11, e12 – уточняем их:

l(e2) = min[∞, 1++2] = 3;

l(e3) = min[∞, 1++4] = 5;

l(e6) = min[∞, 1++5] = 6;

l(e9) = min[5, 1++4] = 5;

l(e11) = min[∞, 1++5] = 6;

l(e12) = min[1, 1++4] = 1.

6. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e12) = 1;

7. Вершина e12 получает постоянную пометку l(e12) = 1+, p = e12

8.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 |
| e1 | 0+ |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | 3 |
| e3 | ∞ | ∞ | 5 |
| e4 | ∞ | 1+ |  |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ |
| e6 | ∞ | ∞ | 6 |
| e7 | ∞ | ∞ | ∞ |
| e8 | ∞ | ∞ | ∞ |
| e9 | ∞ | 5 | 5 |
| e10 | ∞ | 2 | 2 |
| e11 | ∞ | ∞ | 6 |
| e12 | ∞ | 1 | 1+ |

9. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe12 = {e1, e2, e3, e4, e6, e7, e9, e11}

Временные пометки имеют вершины e2, e3, e6, e7, e9, e11– уточняем их:

l(e2) = min[3, 1++2] = 3;

l(e3) = min[5, 1++3] = 4;

l(e6) = min[6, 1++2] = 3;

l(e7) = min[∞, 1++3] = 4;

l(e9) = min[5, 1++5] = 5;

l(e11) = min[6, 1++1] = 2;

10. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e11) = 2;

11. Вершина e10 получает постоянную пометку l(e10) = 2+, p = e10

12.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 |
| e1 | 0+ |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | 3 | 3 |
| e3 | ∞ | ∞ | 5 | 4 |
| e4 | ∞ | 1+ |  |  |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ |
| e6 | ∞ | ∞ | 6 | 3 |
| e7 | ∞ | ∞ | ∞ | 4 |
| e8 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ |
| e9 | ∞ | 5 | 5 | 5 |
| e10 | ∞ | 2 | 2 | 2+ |
| e11 | ∞ | ∞ | 6 | 2 |
| e12 | ∞ | 1 | 1+ |  |

13. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe10 = {e1, e2, e3, e6, e8, e9}

Временные пометки имеют вершины e2, e3, e6, e8, e9 – уточняем их:

l(e2) = min[3, 2++4] = 3;

l(e3) = min[4, 2++2] = 4;

l(e6) = min[3, 2++2] = 3;

l(e8) = min[∞, 2++3] = 5;

l(e9) = min[5, 2++3] = 5;

14. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e11) = 2;

15.Вершина e11 получает постоянную пометку l(e11) = 2+, p = e11

16.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | 3 | 3 | 3 |
| e3 | ∞ | ∞ | 5 | 4 | 4 |
| e4 | ∞ | 1+ |  |  |  |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ |
| e6 | ∞ | ∞ | 6 | 3 | 3 |
| e7 | ∞ | ∞ | ∞ | 4 | 4 |
| e8 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 5 |
| e9 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 |
| e10 | ∞ | 2 | 2 | 2+ |  |
| e11 | ∞ | ∞ | 6 | 2 | 2+ |
| e12 | ∞ | 1 | 1+ |  |  |

17. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe11 = {e3, e4, e5, e7, e9, e12}

Временные пометки имеют вершины e3, e4, e5, e7, e9, e12 – уточняем их:

l(e3) = min[4, 2++2] = 4;

l(e5) = min[∞, 2++4] = 6;

l(e7) = min[4, 2++3] = 4;

l(e9) = min[5, 2++4] = 5;

18. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e2) = 3;

19. Вершина e2 получает постоянную пометку l(e2) = 3+, p = e2

20.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3+ |
| e3 | ∞ | ∞ | 5 | 4 | 4 | 4 |
| e4 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 6 |
| e6 | ∞ | ∞ | 6 | 3 | 3 | 3 |
| e7 | ∞ | ∞ | ∞ | 4 | 4 | 4 |
| e8 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 5 | 5 |
| e9 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| e10 | ∞ | 2 | 2 | 2+ |  |  |
| e11 | ∞ | ∞ | 6 | 2 | 2+ |  |
| e12 | ∞ | 1 | 1+ |  |  |  |

21. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe2 = {e3, e4, e5, e7, e8, e10, e12}

Временные пометки имеют вершины e3, e5, e7, e8, – уточняем их:

l(e3) = min[4, 3++2] = 4;

l(e5) = min[6, 3++5] = 6;

l(e7) = min[4, 3++1] = 4;

l(e8) = min[5, 3++4] = 5;

22. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e6) = 3;

23. Вершина e6 получает постоянную пометку l(e6) = 3+, p = e6

24.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3+ |  |
| e3 | ∞ | ∞ | 5 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| e4 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |  |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 |
| e6 | ∞ | ∞ | 6 | 3 | 3 | 3 | 3+ |
| e7 | ∞ | ∞ | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 |
| e8 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 5 | 5 | 5 |
| e9 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| e10 | ∞ | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |
| e11 | ∞ | ∞ | 6 | 2 | 2+ |  |  |
| e12 | ∞ | 1 | 1+ |  |  |  |  |

25. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe6 = {e4, e8, e10, e12}

Временные пометки имеют вершины e8– уточняем их:

l(e8) = min[5, 3++1] = 4;

26. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e3) = 4;

27. Вершина eполучает постоянную пометку l(e3) = 4+, p = e3

28.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3+ |  |  |
| e3 | ∞ | ∞ | 5 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |
| e4 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |  |  |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 |
| e6 | ∞ | ∞ | 6 | 3 | 3 | 3 | 3+ |  |
| e7 | ∞ | ∞ | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| e8 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 5 | 5 | 5 | 4 |
| e9 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| e10 | ∞ | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |  |
| e11 | ∞ | ∞ | 6 | 2 | 2+ |  |  |  |
| e12 | ∞ | 1 | 1+ |  |  |  |  |  |

29. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe3 = {e2, e4, e8, e10, e11, e12}

Временные пометки имеют вершины e8,– уточняем их:

l(e8) = min[4, 4++2] = 4;

30. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e7) = 4;

31. Вершина eполучает постоянную пометку l(e7) = 4+, p = e7

32.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |
| e3 | ∞ | ∞ | 5 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |  |
| e4 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |  |  |  |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 6 |
| e6 | ∞ | ∞ | 6 | 3 | 3 | 3 | 3+ |  |  |
| e7 | ∞ | ∞ | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |
| e8 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 5 | 5 | 5 | 4 | 4 |
| e9 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| e10 | ∞ | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |
| e11 | ∞ | ∞ | 6 | 2 | 2+ |  |  |  |  |
| e12 | ∞ | 1 | 1+ |  |  |  |  |  |  |

33. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe7 = {e2, e5, e11, e12}

Временные пометки имеют вершины e5 – уточняем их:

l(e5) = min[6, 4++1] = 5;

34. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e8) = 4;

35. Вершина eполучает постоянную пометку l(e8) = 4+, p = e8

36.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |  |
| e3 | ∞ | ∞ | 5 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |  |  |
| e4 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 6 | 5 |
| e6 | ∞ | ∞ | 6 | 3 | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |
| e7 | ∞ | ∞ | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |  |
| e8 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 5 | 5 | 5 | 4 | 4 | 4+ |
| e9 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| e10 | ∞ | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |  |
| e11 | ∞ | ∞ | 6 | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |
| e12 | ∞ | 1 | 1+ |  |  |  |  |  |  |  |

37. Все вершины имеют постоянные пометки,

Гe8 = {e2, e3, e6, e10}

38. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e5) = 5;

39. Вершина eполучает постоянную пометку l(e5) = 5+, p = e5

40.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |  |  |
| e3 | ∞ | ∞ | 5 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |  |  |  |
| e4 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 6 | 5 | 5+ |
| e6 | ∞ | ∞ | 6 | 3 | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |  |
| e7 | ∞ | ∞ | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |  |  |
| e8 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 5 | 5 | 5 | 4 | 4 | 4+ |  |
| e9 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| e10 | ∞ | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |  |  |
| e11 | ∞ | ∞ | 6 | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |  |
| e12 | ∞ | 1 | 1+ |  |  |  |  |  |  |  |  |

41. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe5 = {e7, e9}

Временные пометки имеют вершины e9 – уточняем их:

l(e9) = min[5, 5++2] = 5;

42. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e9) = 5;

43. Вершина eполучает постоянную пометку l(e9) = 5+, p = e9

44.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |  |  |  |
| e3 | ∞ | ∞ | 5 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |  |  |  |  |
| e4 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 6 | 5 | 5+ |  |
| e6 | ∞ | ∞ | 6 | 3 | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |  |  |
| e7 | ∞ | ∞ | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |  |  |  |
| e8 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 5 | 5 | 5 | 4 | 4 | 4+ |  |  |
| e9 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5+ |
| e10 | ∞ | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e11 | ∞ | ∞ | 6 | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |  |  |
| e12 | ∞ | 1 | 1+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

45. Все вершины имеют постоянные пометки,

Гe9 = {e1, e4, e5, e10, e11, e12}

Минимальные пути к вершинам равны их постоянным меткам.