**Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого**

**Институт компьютерных наук и технологий**

**Высшая школа программной инженерии**

Лабораторная работа №3

Выполнил

студент гр.13534/21 Г.А. Кулик

Преподаватель С. П. Воскобойников

«\_\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 202\_\_ г.

Санкт-Петербург

2020

## 1. Вариант №9. Постановка задачи

* 1. Решить систему дифференциальных уравнений.
  2. , ,

следующими способами с одним и тем же шагом печати :

1) по программе RKF45 с EPS=0.0001;

2) методом Рунге-Кутты 4-й степени точности

;

;

;

;

с двумя постоянными шагами интегрирования:

а) =0.1

б) любой другой, позволяющий получить качественно верное решение.

Сравнить результаты.

## **2. Тексты программ**

## 2.1. Текст программы для решения системы дифференциальных уравнений с помощью RKF45

* 1. ***//solve the system using RKF45***

***subroutine orbit(t,y,yp)***

* 1. ***real t,y(2),yp(2)***
  2. ***yp(1)=-52\*y(1)-100\*y(2)+exp(-t)***
  3. ***yp(2)=y(1)+sin(t)***
  4. ***return***
  5. ***end***
  6. ***external orbit***
  7. ***real t,y(2),tout,relerr,abserr, tfinal,tprint,ecc,work(27)***
  8. ***integer iwork(5),iflag,neqn***
  9. ***neqn=2***
  10. ***t=0.0***
  11. ***y(1)=1.0***
  12. ***y(2)=0.0***
  13. ***relerr=1e-04***
  14. ***abserr=0.0***
  15. ***tfinal=2.0***
  16. ***tprint=0.1***
  17. ***iflag=1***
  18. ***tout=t***
  19. ***10 call rkf45(orbit,neqn,y,t,tout,relerr,abserr, iflag,work,iwork)***
  20. ***print 11,t,y(1),y(2)***
  21. ***go to (80,20,30,40,50,60,70,80),iflag***
  22. ***20 tout=tprint+t***
  23. ***if(t.lt.tfinal) go to 10***
  24. ***stop***
  25. ***30 print 31,relerr,abserr***
  26. ***go to 10***
  27. ***40 print 41***
  28. ***go to 10***
  29. ***50 abserr=0.1e-07***
  30. ***print 31,relerr,abserr***
  31. ***go to 10***
  32. ***60 relerr=relerr\*10.0***
  33. ***print 31,relerr,abserr***
  34. ***iflag=2***
  35. ***go to 10***
  36. ***70 print 71***
  37. ***iflag=2***
  38. ***go to 10***
  39. ***80 print 81***
  40. ***stop***
  41. ***11 format(' t=',f5.1,2x,'y1=',f10.6,2x,'y2=',f10.6)***
  42. ***31 format(' ГPAHИЦЫ ПOГPEШHOCTEЙ ИЗMEHEHЫ '/' RELERR=',E10.3,2X,'ABSERR=',E10.3)***
  43. ***41 format(' MHOГO ШAГOB ')***
  44. ***71 format(' MHOГO BЫXOДOB ')***
  45. ***81 format(' HEПPABИЛЬHЫЙ BЫЗOB ')***
  46. ***end***
  47. 2.2.1. Текст программы для решения системы дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутта с шагом интегрирования 0.1.
      + - 1. ***subroutine orbit(t,y,yp)***
  48. ***real t,y(2),yp(2)***
  49. ***yp(1)=-52\*y(1)-100\*y(2)+exp(-t)***
  50. ***yp(2)=y(1)+sin(t)***
  51. ***return***
  52. ***end***
  53. ***subroutine runge(t, h, y)***
  54. ***external orbit***
  55. ***real y(2), yp(2), k1(2), h, temp(2), k2(2)***
  56. ***real k3(2), k4(2)***
  57. ***call orbit(t, y, yp)***
  58. ***k1=h\*yp***
  59. ***temp=y+k1/2.0***
  60. ***call orbit (t+h/2, temp, yp)***
  61. ***k2=h\*yp***
  62. ***temp=y+k2/2.0***
  63. ***call orbit (t+h/2, temp, yp)***
  64. ***k3=h\*yp***
  65. ***temp=y+k3***
  66. ***call orbit(t+h, temp, yp)***
  67. ***k4=h\*yp***
  68. ***y=y+(k1+2\*k2+2\*k3+k4)/6***
  69. ***print \*, y***
  70. ***end subroutine runge***
  71. ***external orbit***
  72. ***real t,y(2), tfinal***
  73. ***t=0.0***
  74. ***y(1)=1.0***
  75. ***y(2)=0.0***
  76. ***tfinal=2.0***
  77. ***h=0.1***
  78. ***10 call runge(t, h, y)***
  79. ***t=h+t***
  80. ***if(t.lt.tfinal) go to 10***
  81. ***stop***
  82. ***end***
  83. 2.2.2. Текст программы для решения системы дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутта с шагом интегрирования 0.001.

***subroutine orbit(t,y,yp)***

***real t,y(2),yp(2)***

***yp(1)=-52\*y(1)-100\*y(2)+exp(-t)***

***yp(2)=y(1)+sin(t)***

***return***

***end***

***subroutine runge(t, h, y, i)***

***external orbit***

***real y(2), yp(2), k1(2), h, temp(2), k2(2)***

***real k3(2), k4(2), results(20, 2)***

***integer i***

***call orbit(t, y, yp)***

***k1=h\*yp***

***temp=y+k1/2.0***

***call orbit (t+h/2, temp, yp)***

***k2=h\*yp***

***temp=y+k2/2.0***

***call orbit (t+h/2, temp, yp)***

***k3=h\*yp***

***temp=y+k3***

***call orbit(t+h, temp, yp)***

***k4=h\*yp***

***y=y+(k1+2\*k2+2\*k3+k4)/6***

***if (mod(i, 100)==0) then***

***results(i/100,:)=y***

***print \*, results(i/100,:)***

***end if***

***end subroutine runge***

***external orbit***

***real t,y(2), tfinal,tprint***

***integer i***

***i=1***

***t=0.0***

***y(1)=1.0***

***y(2)=0.0***

***tfinal=2.0***

***tprint=0.001***

***h=0.001***

***10 call runge(t, h, y, i)***

***t=tprint+t***

***i=i+1***

***if(t.lt.tfinal) go to 10***

***stop***

***end***

## **3. Результаты**

* 1. 3.1. Результаты решения системы уравнений с помощью RKF45.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| t |  |  |
| 0.0 | 1.000000 | 0.000000 |
| 0.1 | -0.018004 | 0.023136 |
| 0.2 | -0.045701 | 0.034807 |
| 0.3 | -0.080487 | 0.053329 |
| 0.4 | -0.126188 | 0.077351 |
| 0.5 | -0.180282 | 0.105566 |
| 0.6 | -0.240513 | 0.136815 |
| 0.7 | -0.304852 | 0.170067 |
| 0.8 | -0.371497 | 0.204397 |
| 0.9 | -0.438831 | 0.238977 |
| 1.0 | -0.505399 | 0.273061 |
| 1.1 | -0.569893 | 0.305980 |
| 1.2 | -0.631144 | 0.337134 |
| 1.3 | -0.688105 | 0.365991 |
| 1.4 | -0.739855 | 0.392078 |
| 1.5 | -0.785582 | 0.414982 |
| 1.6 | -0.824591 | 0.434352 |
| 1.7 | -0.856294 | 0.449889 |
| 1.8 | -0.880213 | 0.461354 |
| 1.9 | -0.895976 | 0.468563 |
| 2.0 | -0.903315 | 0.471384 |

* 1. 3.2.1. Результаты решения системы дифференциальных уравнений с помощью метода Рунге-Кутты с шагом интегрирования 0.1.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| t |  |  |
| 0.0 | 1.000000 | 0.000000 |
| 0.1 | 13.9748955 | -0.256721884 |
| 0.2 | 191.868149 | -3.80346918 |
| 0.3 | 2630.73950 | -52.5630798 |
| 0.4 | 36064.0391 | -721.205933 |
| 0.5 | 494379.438 | -9887.48828 |
| 0.6 | 6777122.00 | -135542.297 |
| 0.7 | 92903048.0 | -1858060.88 |
| 0.8 | 1.27354611E+09 | -25470922.0 |
| 0.9 | 1.74581944E+10 | -349163904. |
| 1.0 | 2.39322743E+11 | -4.78645555E+09 |
| 1.1 | 3.28071669E+12 | -6.56143319E+10 |
| 1.2 | 4.49731604E+13 | -8.99463184E+11 |
| 1.3 | 6.16507189E+14 | -1.23301444E+13 |
| 1.4 | 8.45128607E+15 | -1.69025754E+14 |
| 1.5 | 1.15853032E+17 | -2.31706077E+15 |
| 1.6 | 1.58815232E+18 | -3.17630484E+16 |
| 1.7 | 2.17709262E+19 | -4.35418493E+17 |
| 1.8 | 2.98443168E+20 | -5.96886325E+18 |
| 1.9 | 4.09115857E+21 | -8.18231748E+19 |
| 2.0 | 5.60829659E+22 | -1.12165935E+21 |

3.2.2. Результаты решения системы дифференциальных уравнений с помощью метода Рунге-Кутты с шагом интегрирования 0.001.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| t |  |  |
| 0.000 | 1.000000 | 0.000000 |
| 0.100 | -1.80030242E-02 | 2.31354907E-02 |
| 0.200 | -4.57009748E-02 | 3.48070636E-02 |
| 0.300 | -8.04873407E-02 | 5.33292480E-02 |
| 0.400 | -0.126188114 | 7.73510262E-02 |
| 0.500 | -0.180285722 | 0.105565719 |
| 0.600 | -0.240512714 | 0.136814788 |
| 0.700 | -0.304851055 | 0.170066059 |
| 0.800 | -0.371496260 | 0.204395875 |
| 0.900 | -0.438829809 | 0.238975212 |
| 1.000 | -0.505397201 | 0.273059040 |
| 1.100 | -0.569891810 | 0.305978209 |
| 1.200 | -0.631142676 | 0.337133139 |
| 1.300 | -0.688105047 | 0.365989923 |
| 1.400 | -0.739854753 | 0.392076850 |
| 1.500 | -0.785582721 | 0.414981872 |
| 1.600 | -0.824591815 | 0.434351206 |
| 1.700 | -0.856295645 | 0.449888736 |
| 1.800 | -0.880214453 | 0.461353809 |
| 1.900 | -0.895975947 | 0.468561709 |
| 2.000 | -0.903312981 | 0.471382231 |

Сравнение результатов, полученных с помощью RKF45 и метода Рунге-Кутта с шагом интегрирования 0.001:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| RKF45 | | Метод Рунге-Кутты | | Погрешности | |
|  |  |  |  | Погр. 1 | Погр. 2 |
| 1.000000 | 0.000000 | 1.000000 | 0.000000 | 0 | 0 |
| -0.018004 | 0.023136 | -1.80030242E-02 | 2.31354907E-02 | 9.75800000000554E-07 | -5.09299999999768E-07 |
| -0.045701 | 0.034807 | -4.57009748E-02 | 3.48070636E-02 | 2.51999999964503E-08 | 6.3600000002606E-08 |
| -0.080487 | 0.053329 | -8.04873407E-02 | 5.33292480E-02 | -3.40700000003857E-07 | 2.48000000001303E-07 |
| -0.126188 | 0.077351 | -0.126188114 | 7.73510262E-02 | -1.14000000023262E-07 | 2.62000000028628E-08 |
| -0.180282 | 0.105566 | -0.180285722 | 0.105565719 | -3.72200000001155E-06 | -2.80999999990872E-07 |
| -0.240513 | 0.136815 | -0.240512714 | 0.136814788 | 2.85999999960485E-07 | -2.11999999971679E-07 |
| -0.304852 | 0.170067 | -0.304851055 | 0.170066059 | 9.44999999974439E-07 | -9.40999999976544E-07 |
| -0.371497 | 0.204397 | -0.371496260 | 0.204395875 | 7.39999999943564E-07 | -1.12499999999072E-06 |
| -0.438831 | 0.238977 | -0.438829809 | 0.238975212 | 1.19099999995598E-06 | -1.78799999997481E-06 |
| -0.505399 | 0.273061 | -0.505397201 | 0.273059040 | 1.798999999858E-06 | -1.95999999996754E-06 |
| -0.569893 | 0.305980 | -0.569891810 | 0.305978209 | 1.18999999998426E-06 | -1.79099999997323E-06 |
| -0.631144 | 0.337134 | -0.631142676 | 0.337133139 | 1.32399999985822E-06 | -8.60999999963141E-07 |
| -0.688105 | 0.365991 | -0.688105047 | 0.365989923 | -4.70000001140392E-08 | -1.07699999996047E-06 |
| -0.739855 | 0.392078 | -0.739854753 | 0.392076850 | 2.46999999897746E-07 | -1.1499999999498E-06 |
| -0.785582 | 0.414982 | -0.785582721 | 0.414981872 | -7.21000000036831E-07 | -1.27999999932626E-07 |
| -0.824591 | 0.434352 | -0.824591815 | 0.434351206 | -8.15000000042865E-07 | -7.9399999991514E-07 |
| -0.856294 | 0.449889 | -0.856295645 | 0.449888736 | -1.64500000010559E-06 | -2.63999999972064E-07 |
| -0.880213 | 0.461354 | -0.880214453 | 0.461353809 | -1.45300000009563E-06 | -1.90999999982733E-07 |
| -0.895976 | 0.468563 | -0.895975947 | 0.468561709 | 5.29999999443476E-08 | -1.29099999990334E-06 |
| -0.903315 | 0.471384 | -0.903312981 | 0.471382231 | 2.01899999996424E-06 | -1.7689999999293E-06 |

## **4. Вывод**

## Сравнивая две таблицы, приходим к выводу, что метод Рунге-Кутты позволяет добиться точности вычисления порядка при шаге интегрирования 0.001.