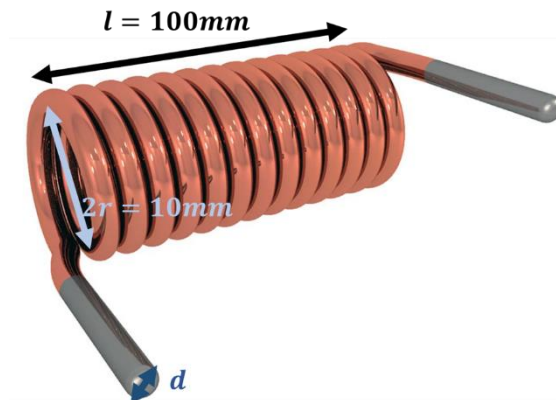


Θέμα: Σχεδίαση Πηνίων

Άσκηση 2.1

Καλούμαστε να σχεδιάσουμε ένα ευθύγραμμο πηνίο μήκους $100mm$ και ακτίνας $5mm$ (εικόνα 1) έτσι ώστε στο εσωτερικό του το πεδίο να είναι ίσο με $10kA/m$.



Εικόνα 1: Ζητούμενο πηνίο

Ως υλικό του πηνίου επιλέγουμε χαλκό ως ένα σύνηθες υλικό κατασκευής πηνίων.

$$H = n \cdot I = \frac{N}{l} \cdot I, \text{ όπου:}$$

H : το πεδίο,

n : αριθμός σπειρών ανά μέτρο,

I : εφαρμοζόμενο ρεύμα,

N : αριθμός σπειρών και

l : μήκος πηνίου.

$$H = n \cdot I = \frac{N}{l} \cdot I \Rightarrow 10 \cdot 10^3 = \frac{N}{100 \cdot 10^{-3}} \cdot I \Rightarrow N \cdot I = 1000$$

Για να πετύχουμε $N \cdot I = 1000$ πρέπει να λάβουμε υπόψιν ποιο είναι το μέγιστο ρεύμα που μπορεί να διέλθει από ένα καλώδιο χαλκού συγκεκριμένης διατομής και πόσες σπείρες αυτού του καλωδίου χωράνε σε $100mm$.

Για να δούμε πόσο ρεύμα αντέχει κάθε καλώδιο συμβουλευόμαστε την κλίμακα AWG (American Wire Gauge) από το [engineeringtoolbox](https://www.engineeringtoolbox.com/awg-cable-size-selection-d_129.html). Ενδεικτικά κάποια στοιχεία φαίνονται στον πίνακα 1.

AWG	Diameter (mm)	Typical Max. Current Load Ratings (Single Core)
⋮		
24	5.1	3.5
22	6.4	5.0
20	8.1	6.0
18	1.0	9.5
16	1.3	1.5
14	1.6	2.4
⋮		

Πίνακας 1: AWG πίνακας για καλώδιο χαλκού για θερμοκρασίες μέχρι 30°C.

Αξίζει να σημειωθεί πως οι παραπάνω τιμές εξαρτώνται από την θερμοκρασία. Εμείς κάναμε όλους του υπολογισμούς για θερμοκρασίες μέχρι 30°C.

Κάνοντας διάφορους πειραματισμούς καταλήγουμε σε 3 σχεδιασμούς οι οποίοι αναλύονται παρακάτω.

Σχεδιασμός 1: Καλώδιο Gauge 18

Όπως βλέπουμε στον πίνακα 1 το καλώδιο χαλκού Gauge 18 έχει διάμετρο 1mm και αντέχει μέχρι ρεύμα έντασης 9.5A.

$$N = \frac{l}{d} = \frac{100mm}{1mm} = 100 \text{ σπείρες}$$

$$H_{max} = n \cdot I_{max} = \frac{N}{l} \cdot I_{max} = \frac{100}{100 \cdot 10^{-3}} \cdot 9.5 = 9.5kA/m$$

Το δημιουργούμενο πεδίο δεν είναι αρκετό οπότε αποφασίζουμε να βάλουμε δύο στρώσεις καλωδίου χαλκού στο πηνίο. Συγκεκριμένα για να έρθουμε όσο πιο κοντά στα 10kA/m χρησιμοποιούμε συνολικά 106 σπείρες, 53 σε κάθε στρώση, και εφαρμόζουμε το μέγιστο ρεύμα που αντέχει το καλώδιο δηλαδή 9.5A.

$$H = n \cdot I = \frac{N}{l} \cdot I = \frac{106}{100 \cdot 10^{-3}} \cdot 9.5 = 10.07kA/m$$

Η αναμενόμενη ωμική αντίσταση του πηνίου δίνεται από τον τύπο:

$$R = \rho \cdot \frac{l_{Cu}}{S}, \text{ όπου:}$$

ρ : η ειδική αντίσταση του χαλκού ($1.68 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$ στους 20°C¹),

l_{Cu} : το μήκος του καλωδίου χαλκού και

S : η επιφάνεια της διατομής του καλωδίου χαλκού.

¹ <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/Tables/rstiv.html>

Για να υπολογίσουμε το μήκος του καλωδίου χαλκού υπολογίζουμε πόσο καλώδιο χρειάζεται η μία σπείρα και μετά πολλαπλασιάζουμε με τον αριθμό των σπειρών.

$$l_{\sigma\pi\epsilon\iota\rho\alpha\varsigma} = \pi \cdot (2r) = 3.14 \cdot 10 = 31.4mm$$

$$l_{Cu} = N \cdot l_{\sigma\pi\epsilon\iota\rho\alpha\varsigma} = 106 \cdot 31.4 = 3328.4mm$$

$$S = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 = 3.14 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 0.785mm^2$$

$$R = \rho \cdot \frac{l_{Cu}}{S} = 1.68 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m \cdot \frac{3328.4mm}{0.785mm^2} = 7123.2 \cdot 10^{-5} \Omega \Rightarrow$$

$$R = 71.232m\Omega$$

Η αυτεπαγωγή του πηνίου δίνεται από τον τύπο

$$L = \mu_0 \frac{(N^2 \cdot A)}{l}, \text{ όπου:}$$

μ_0 : η μαγνητική διαπερατότητα του κενού ($4\pi \cdot 10^{-7} H/m$),

N : αριθμός σπειρών,

A : η επιφάνεια του εσωτερικού πυρήνα και

l : μήκος πηνίου.

$$A = \pi \cdot r^2 = 3.14 \cdot 5^2 = 78.5mm^2$$

$$L = \mu_0 \frac{(N^2 \cdot A)}{l} = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{106^2 \cdot 78.5 \cdot 10^{-6}}{100 \cdot 10^{-3}} = 11.08\mu H$$

Σχεδιασμός 2: Καλώδιο Gauge 16 (67 σπείρες)

Όπως βλέπουμε στον πίνακα 1 το καλώδιο χαλκού Gauge 18 έχει διάμετρο 1.3mm και αντέχει μέχρι ρεύμα έντασης 15A.

$$N = \frac{l}{d} = \left\lfloor \frac{100mm}{1.3mm} \right\rfloor = 76 \text{ σπείρες}$$

$$H_{max} = n \cdot I_{max} = \frac{N}{l} \cdot I_{max} = \frac{76}{100 \cdot 10^{-3}} \cdot 15 = 11.4kA/m$$

Το μέγιστο πεδίο που μπορεί να δημιουργηθεί με τη χρήση αυτού του καλωδίου ξεπερνά τα 10kA/m και για αυτό στη συγκεκριμένη σχεδίαση αποφασίζουμε να μειώσουμε τον αριθμό των σπειρών. Στη σχεδίαση 3 μειώνουμε την ένταση του ρεύματος.

$$H = 10kA/m \Rightarrow \frac{N}{l} \cdot I = 10kA/m \Rightarrow \frac{N}{100 \cdot 10^{-3}} \cdot 15 = 10 \cdot 10^3 \Rightarrow N \cong 67$$

για 67 σπείρες παράγεται πεδίο $H = \frac{N}{l} \cdot I = \frac{67}{100 \cdot 10^{-3}} \cdot 15 = 10.05kA/m$.

Υπολογισμός ωμικής αντίστασης:

$$l_{Cu} = N \cdot l_{σπείρας} = 67 \cdot 31.4 = 2103.8mm$$

$$S = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 = 3.14 \cdot \left(\frac{1.3}{2}\right)^2 = 1.327mm^2$$

$$R = \rho \cdot \frac{l_{Cu}}{S} = 1.68 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m \cdot \frac{2103.8mm}{1.327mm^2} = 2663.44 \cdot 10^{-5} \Omega \Rightarrow$$

$$R = 26.6344m\Omega$$

Υπολογισμός αυτεπαγωγής:

$$L = \mu_0 \frac{(N^2 \cdot A)}{l} = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{67^2 \cdot 78.5 \cdot 10^{-6}}{100 \cdot 10^{-3}} = 4.426\mu H$$

Σχεδιασμός 3: Καλώδιο Gauge 16 (76 σπείρες)

Στον 3^ο σχεδιασμό χρησιμοποιήθηκε και πάλι καλώδιο Gauge 16 αλλά τώρα αντί να μειώσουμε τον αριθμό των σπειρών, μειώνουμε το ρεύμα.

Χρησιμοποιούμε το μέγιστο αριθμό σπειρών (76 σπείρες) και ψάχνουμε πόσο ρεύμα χρειάζεται για πεδίο 10kA/m:

$$H = 10kA/m \Rightarrow \frac{N}{l} \cdot I = 10kA/m \Rightarrow \frac{76}{100 \cdot 10^{-3}} \cdot I = 10 \cdot 10^3 \Rightarrow I \cong 13.16A$$

Υπολογισμός ωμικής αντίστασης:

$$l_{Cu} = N \cdot l_{σπείρας} = 76 \cdot 31.4 = 2386.4mm$$

$$S = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 = 3.14 \cdot \left(\frac{1.3}{2}\right)^2 = 1.327mm^2$$

$$R = \rho \cdot \frac{l_{Cu}}{S} = 1.68 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m \cdot \frac{2386.4mm}{1.327mm^2} = 3021.21 \cdot 10^{-5} \Omega \Rightarrow$$

$$R = 30.2121m\Omega$$

Υπολογισμός αυτεπαγωγής:

$$L = \mu_0 \frac{(N^2 \cdot A)}{l} = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{76^2 \cdot 78.5 \cdot 10^{-6}}{100 \cdot 10^{-3}} = 5.698\mu H$$

Σχολιασμός

Τα στοιχεία και οι υπολογισμοί για τους 3 σχεδιασμούς συγκεντρώνονται στον πίνακα 2.

Σχεδιασμός	Αριθμός σπειρών N	Ένταση ρεύματος I (A)	Αριθμός στρώσεων	Ωμική αντίσταση R (mΩ)	Αυτεπαγωγή L (μH)
1	106	9.5	2	71.232	11.08
2	67	15	1	26.6344	4.426
3	76	13.16	1	30.2121	5.698

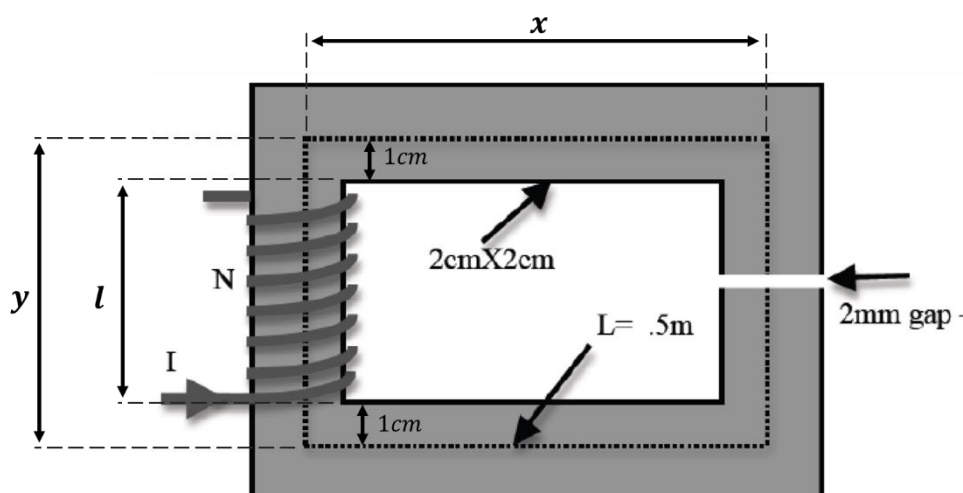
Πίνακας 2: Συγκεντρωτικά στοιχεία για τον 3 σχεδιασμό της άσκησης 2.1

Σχόλια:

- Η ανάλυση του πρώτου σχεδιασμού έγινε προσεγγιστικά αφού υποθέσαμε πως ο υπολογισμός του πεδίου που δημιουργεί ένα πηνίο δύο στρώσεων γίνεται με τον ίδιο τρόπο όπως ο υπολογισμός του πεδίου που δημιουργεί ένα ιδανικό πηνίο άπειρου μήκους και μίας στρώσης.
- Μεταξύ των σχεδιασμών 2 και 3 προτιμάται ο σχεδιασμός 3 αφού απαιτεί εφαρμογή ρεύματος μικρότερης έντασης για τη δημιουργία πεδίου ίδιας έντασης.
- Μεταξύ και των τριών σχεδιασμών παραβλέποντας τις προσεγγίσεις στους υπολογισμούς του πρώτου σχεδιασμού επιλέγουμε τον πρώτο αφού χρειάζεται ρεύμα μικρότερης έντασης.

Άσκηση 2.2

Στη συγκεκριμένη άσκηση μας ζητείται να σχεδιάσουμε ένα πηνίο ώστε να δημιουργείται στην διάταξη της εικόνας 2 $H_{gap} = 10kA/m$.



Εικόνα 2: Διάταξη άσκησης 2.2

Για τη διάταξη μας δίνεται πως ο πυρήνας έχει μαγνητική διαπερατότητα $\mu = 2000 \cdot \mu_0$ και ακόμα υποθέτουμε για τις διαστάσεις της διάταξης πως $x = 1.5 \cdot y$, όπου x, y τα μεγέθη που φαίνονται στην εικόνα 2.

Μας δίνεται πως:

$$H_{gap} = \frac{N \cdot I}{l_{\alpha} + l_c \cdot \mu_0 / \mu}, \text{ όπου:}$$

N : ο αριθμός των σπειρών,

I : η ένταση του επιβαλλόμενου ρεύματος,

l_{α} : το μήκος του κενού ($2mm$),

l_c : το μήκος του πυρήνα ($500mm - 2mm = 498mm$),

μ_0 : η μαγνητική διαπερατότητα του κενού ($4\pi \cdot 10^{-7} H/m$),

μ : η μαγνητική διαπερατότητα του πυρήνα ($2000 \cdot \mu_0$).

Οπότε εφαρμόζοντας τον παραπάνω τύπο έχουμε:

$$H_{gap} = \frac{N \cdot I}{l_{\alpha} + l_c \cdot \mu_0 / \mu} \Rightarrow 10 \cdot 10^3 = \frac{N \cdot I}{2 \cdot 10^{-3} + 498 \cdot 10^{-3} \cdot \mu_0 / 2000 \cdot \mu_0} \Rightarrow$$

$$N \cdot I = 22.49 \text{ σπείρες} \cdot A$$

Υπολογισμός διαθέσιμου χώρου για πηνίο (l):

$$L = 0.5m \Rightarrow 2 \cdot y + 2 \cdot x = 0.5 \xrightarrow{x=1.5 \cdot y} 2 \cdot y + 3 \cdot y = 0.5 \Rightarrow 5 \cdot y = 0.5 \Rightarrow$$

$$y = 0.1m$$

$$l = y - 1cm - 1cm = 0.08m = 80mm$$

Οπότε θέλουμε να σχεδιάσουμε ένα πηνίο μήκους $l = 80mm$ και διατομής $2cm \times 2cm$ ικανό για $N \cdot I = 22.49$.

Από τον πίνακα 1 επιλέγουμε καλώδιο Gauge 24 το οποίο έχει διάμετρο $0.51mm$ και αντέχει μέχρι $3.5A$.

Χωράνε $N = \left\lfloor \frac{80}{0.51} \right\rfloor = 156$ σπείρες οπότε:

$$N \cdot I|_{max} = 156 \cdot 3.5 = 546$$

Περισσότερο από αρκετό, οπότε επιλέγουμε ρεύμα $1A$ και χρειαζόμαστε:

$$N \cdot I = 22.49 \Rightarrow N = \left\lfloor \frac{22.49}{1} \right\rfloor = 22 \text{ σπείρες.}$$