***Método Jacobi-Richardson***

Sistema Linear

$4x_0 + 2x_1 + x_2 = 7$
$x_0 + 3x_1 + x_2 = -8$
$2x_0 + 3x_1 + 6x_2 = 6$

Matriz A / Vet B

| | | | |
|---|---|---|---|
| ***4*** | 2 | 1 | 7 |
| 1 | ***3*** | 1 | -8 |
| 2 | 3 | ***6*** | 6 |

Matriz A* / Vet B*

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0 | 0,5 | 0,25 | 1,75 |
| 0,33333 | 0 | 0,3333 | -2,667 |
| 0,33333 | 0,5 | 0 | 1 |

A* e B* tem seus valores divididos pelo respectivo elemento da diagonal principal de A. Diagonal de A* é nula

i=0
$A_{00}.X_0 + A_{01}.X_1 + A_{02}.X_2 = B_0$
$-A_{00}.X_0 = A_{01}.X_1 + A_{02}.X_2 – B_0$
$-X_0 = 1/A_{00} . (– B_0 + A_{01}.X_1 + A_{02}.X_2)$
$X_0 = 1/A_{00} . ( B_0 - A_{01}.X_1 – A_{02}.X_2)$ Substitui $x_1^{(k)}$ e $x_2^{(k)}$ para encontrar $x_0^{(k+1)}$.
$\mathbf{X_0^{k+1} = 0.X_0 - (A_{01}/A_{00}).X_1 – (A_{02}/A_{00}).X_2 + B_0/A_{00}}$

i=1
$A_{10}.X_0 + A_{11}.X_1 + A_{12}.X_2 = B_1$
$-A_{11}.X_1 = A_{10}.X_0 + A_{12}.X_2 – B_1$
$-X_1 = 1/A_{11} . (– B_1 + A_{10}.X_0 + A_{12}.X_2)$
$X_1 = 1/A_{11} . ( B_1 - A_{10}.X_0 – A_{12}.X_2)$ Substitui $x_0^{(k)}$ e $x_2^{(k)}$ para encontrar $x_1^{(k+1)}$.
$\mathbf{X_1^{k+1} = - (A_{10}/A_{11}).X_0 - 0.X_1 – (A_{12}/A_{11}).X_2 + B_1/A_{11}}$

i=2
$A_{20}.X_0 + A_{21}.X_1 + A_{22}.X_2 = B_2$
$-A_{22}.X_2 = A_{20}.X_0 + A_{21}.X_1 – B_2$
$-X_2 = 1/A_{22} . (– B_2 + A_{20}.X_0 + A_{21}.X_1)$
$X_2 = 1/A_{22} . ( B_2 - A_{20}.X_0 – A_{21}.X_1)$ Substitui $x_0^{(k)}$ e $x_1^{(k)}$ para encontrar $x_2^{(k+1)}$.
$\mathbf{X_2^{k+1} = - (A_{20}/A_{22}).X_0 – (A_{21}/A_{22}).X_1 – 0.X_2 + B_2/A_{22}}$

Converge? Se max < 1
0,75 =>Soma dos absolutos da linha A*[0]
0,66667 =>Soma dos absolutos da linha A*[1]
0,83333 =>Soma dos absolutos da linha A*[3]

Qual é o critério de parada? Enquanto $mr^{k+1} > 0,001$
$Dif[i]^{k+1} = Abs(x[i]^{k+1} – x[i]^k)$, para $0 >= i < n$
$Mr^{k+1} = Max(Dif[0]^{k+1} ; ...; Dif[n-1]^{k+1} ) / Max(Abs(x[0]^{k+1} ; ...; x[n-1]^{k+1}))$

Vetor $x[i]^{k+1} = B^*[i] – (A^*[i\ j].x[j]^k)$, para i <> j e 0 >= j < n

| Iterações k | x[0] | x[1] | x[2] | Somat de (A*[i j].x[j]k) | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $x^0$ | 1,750 | -2,667 | 1,000 | | | |
| $x^1$ | 2,833 | -3,583 | 1,750 | 1,083 | -0,917 | 0,750 |
| $x^2$ | 3,104 | -4,194 | 1,847 | 1,354 | -1,528 | 0,847 |
| $x^3$ | 3,385 | -4,317 | 2,063 | 1,635 | -1,650 | 1,063 |
| $x^4$ | 3,393 | -4,483 | 2,030 | 1,643 | -1,816 | 1,030 |
| $x^5$ | 3,484 | -4,474 | 2,110 | 1,734 | -1,808 | 1,110 |
| $x^6$ | 3,460 | -4,531 | 2,076 | 1,710 | -1,865 | 1,076 |
| $x^7$ | 3,497 | -4,512 | 2,112 | 1,747 | -1,845 | 1,112 |
| $x^8$ | 3,478 | -4,536 | 2,090 | 1,728 | -1,870 | 1,090 |
| $x^9$ | 3,496 | -4,523 | 2,109 | 1,746 | -1,856 | 1,109 |
| $x^{10}$ | 3,484 | -4,535 | 2,096 | 1,734 | -1,868 | 1,096 |
| $x^{11}$ | 3,493 | -4,527 | 2,106 | 1,743 | -1,860 | 1,106 |
| $x^{12}$ | 3,487 | -4,533 | 2,099 | 1,737 | -1,866 | 1,099 |
| $x^{13}$ | 3,492 | -4,529 | 2,104 | 1,742 | -1,862 | 1,104 |

| $Dif.[0..n-1]^{k+1}$ | | | $Mr^{k+1}$ | |
|---|---|---|---|---|
| Dif[0] | Dif[1] | Dif[2] | | |
| 1,083 | 0,917 | 0,750 | 0,302 | |
| 0,271 | 0,611 | 0,097 | 0,146 | |
| 0,281 | 0,123 | 0,215 | 0,065 | |
| 0,008 | 0,166 | 0,032 | 0,037 | |
| 0,091 | 0,008 | 0,080 | 0,020 | |
| 0,024 | 0,057 | 0,034 | 0,013 | |
| 0,037 | 0,020 | 0,037 | 0,008 | |
| 0,019 | 0,025 | 0,022 | 0,005 | |
| 0,018 | 0,014 | 0,019 | 0,004 | |
| 0,011 | 0,012 | 0,013 | 0,003 | |
| 0,009 | 0,008 | 0,010 | 0,002 | |
| 0,007 | 0,006 | 0,007 | 0,002 | |
| 0,005 | 0,005 | 0,005 | 0,001 | <== critério de parada Mr <= 0,001 |

(comparando o resultado com B)
7,01
-7,99
6,02

O resultado final encontra-se na última iteração de x ($x^{13}$={3,492; -4,529; 2,104})
Substituindo-se $x^{13}[0]$, $x^{13}[1]$ e $x^{13}[2]$ no sistema tem-se, aproximadamente, 7, -8 e 6