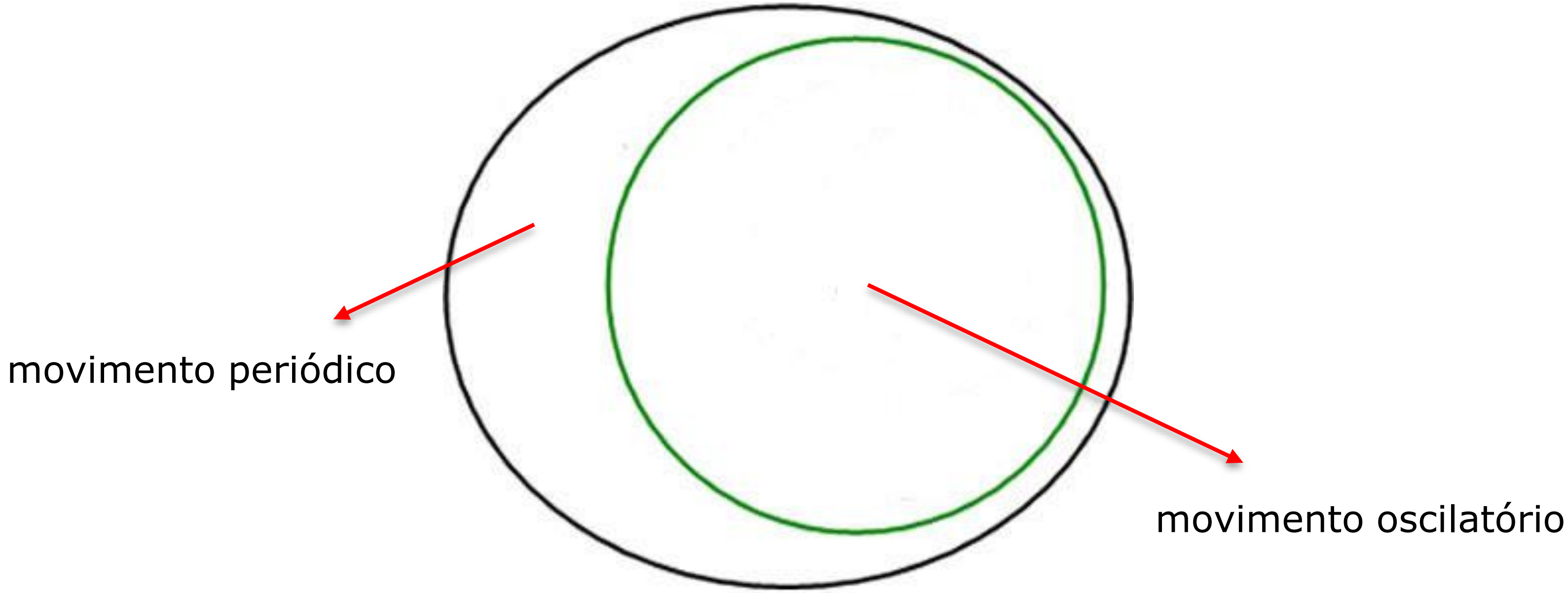
Movimento harmônico simples (MHS)

- **Movimento periódico:** movimento que se repete em intervalos de tempo sucessivos e iguais. Ex.: movimento circular uniforme (MCU).

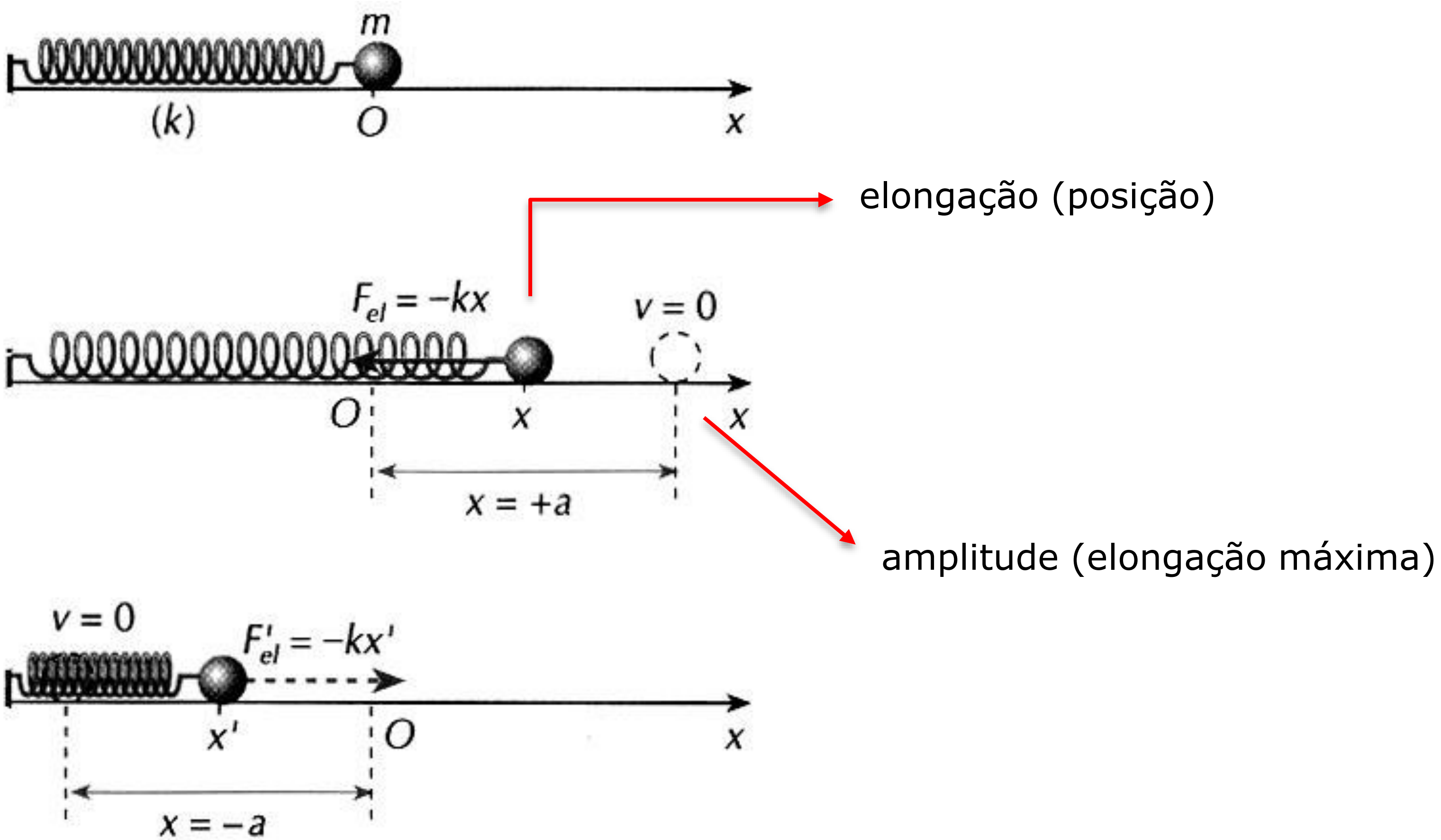
  → **Período (T):** menor intervalo de tempo para uma repetição

- **Movimento oscilatório:** todo movimento periódico cujo sentido é regularmente invertido. Ex.: o movimento dos ramos de um diapasão.



✓ *Movimento harmônico simples linear*

Considere uma partícula *P*, realizando um *movimento oscilatório e retilíneo* em torno de um ponto de equilíbrio *O*. Sejam *A* e *A′* os pontos de inversão do movimento.



O movimento do ponto *P* é um *movimento harmônico simples linear* (*MHS*) se a **força resultante**, que age sobre ele, tem *valor algébrico* ***diretamente proporcional à abscissa x*** *e de sinal contrário*:

$$F_R = F_{el} \Rightarrow \boxed{F_R = -kx}$$

constante elástica

- Obs.: forças que atuam em corpos que oscilam tendem sempre a trazê-los para a posição de equilíbrio. Elas são chamadas **forças restauradoras**.

devido à presença de forças dissipativas, as oscilações são gradativamente **amortecidas**

Energia no MHS

- **Energia potencial:** da Mecânica temos

$$\boxed{E_P = \frac{kx^2}{2}}$$

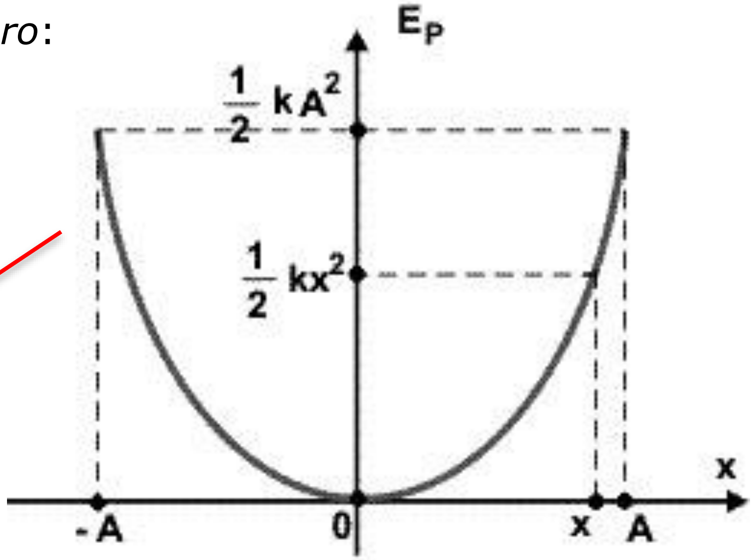
Nas posições de inversão do movimento *a energia potencial é máxima*:

$$x = \pm a \Rightarrow E_P = \frac{ka^2}{2}$$

Na posição de equilíbrio, *a energia potencial é igual a zero*:

$$x = 0 \Rightarrow \boxed{E_P = 0}$$

gráfico da energia potencial versus a posição



✓ **Energia cinética:** da Mecânica temos

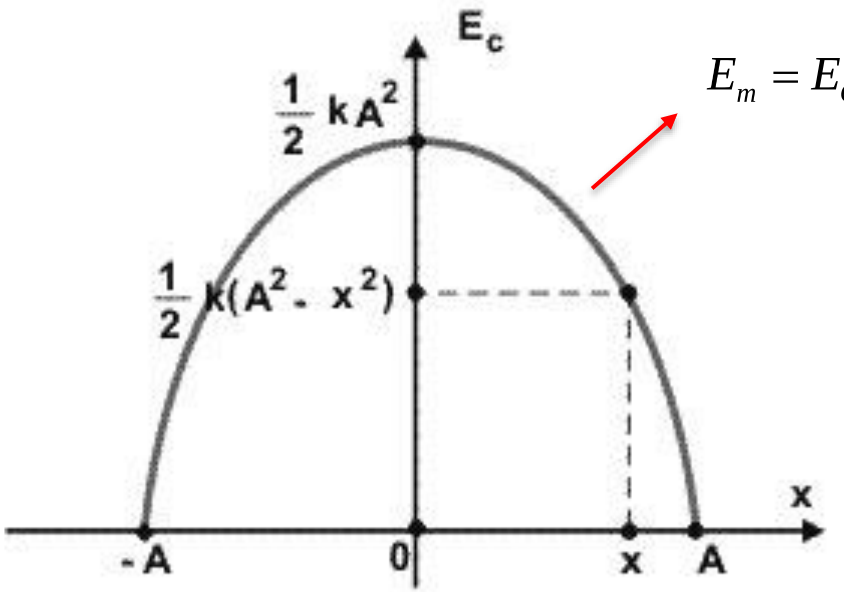
$$\boxed{E_C = \frac{mv^2}{2}}$$

Nas posições de inversão do movimento *a energia cinética é nula*:

$$x = \pm a \Rightarrow v = 0 \Rightarrow E_C = 0$$

Na posição de *equilíbrio* a energia cinética é *máxima*.

Graficamente temos:



$$E_m = E_C + E_P \Rightarrow cte = E_C + \frac{kx^2}{2} \Rightarrow \boxed{E_C = -\frac{kx^2}{2} + cte}$$

✓ **Energia mecânica:** por definição temos

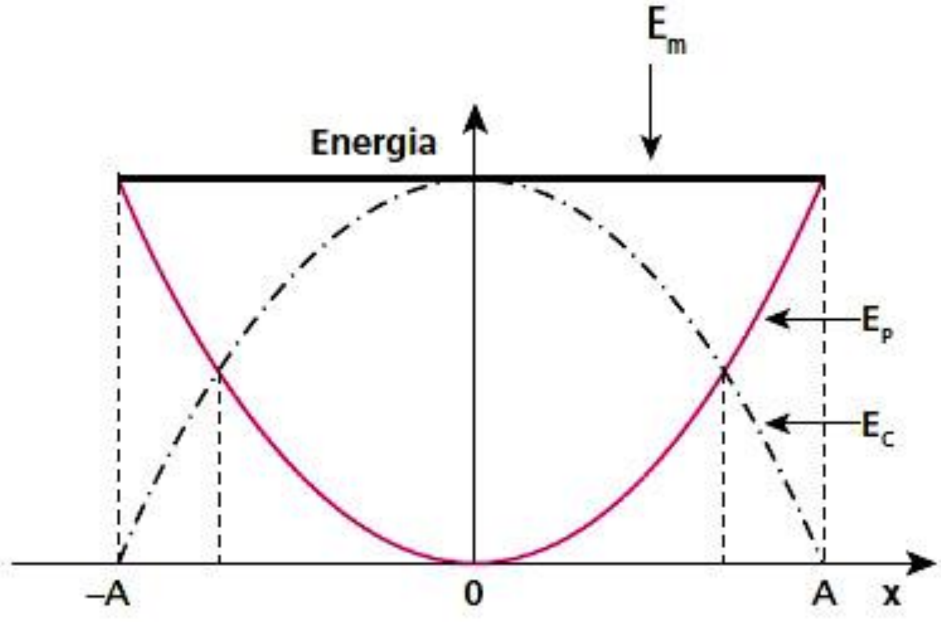
$$\boxed{E_m = E_C + E_P}$$

Para $x = a$ temos:

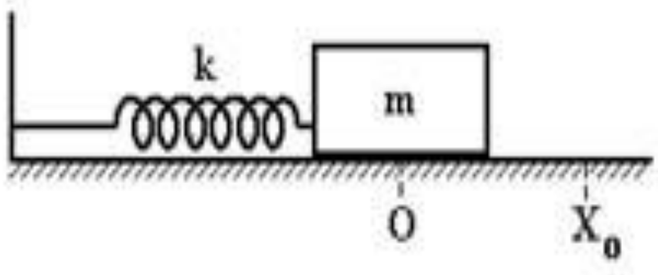
$$E_m = E_P + E_C \Rightarrow E_m = \frac{ka^2}{2} + 0 \Rightarrow \boxed{E_m = \frac{ka^2}{2}}$$

para qualquer posição é válida a relação

Graficamente:



(UNESP) Num sistema massa-mola, conforme a figura (superfície horizontal sem atrito) onde ***k*** é a constante elástica da mola, a massa é deslocada de uma distância $\boldsymbol{x_0}$, passando a oscilar.



a) Em que ponto, ou pontos, a energia cinética da massa é igual a 7/9 da energia potencial do sistema?
b) A energia cinética pode ser superior à potencial em algum ponto? Explique sua resposta.

RESOLUÇÃO

a) Sendo o sistema conservativo, temos:

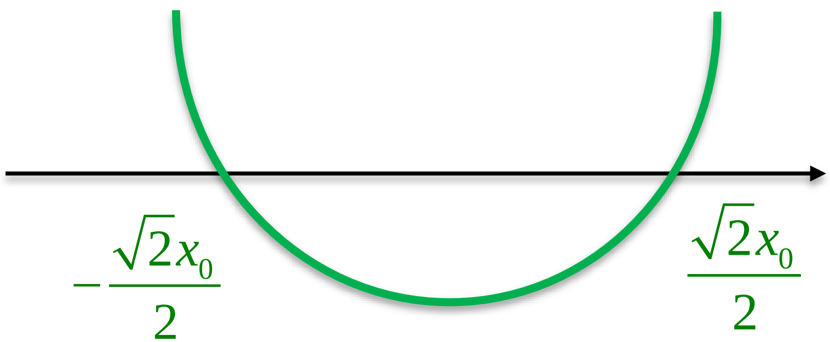
$$E_m = E_C + E_P \Rightarrow \frac{ka^2}{2} = \frac{7}{9}E_P + E_P \Rightarrow \frac{kx_0^2}{2} = \frac{16}{9}\frac{kx^2}{2} \Rightarrow \boxed{x = \pm\frac{3}{4}x_0}$$

b) Sendo a energia cinética maior que a potencial, temos:

$$\boxed{E_C > E_P} \Rightarrow E_m - E_P > E_P \Rightarrow E_m > 2E_P \Rightarrow \frac{kx_0^2}{2} > 2\frac{kx^2}{2} \Rightarrow \boxed{2x^2 - x_0^2 < 0}$$

Resolvendo a inequação polinomial de 2^0 grau, temos:

- **<u>determinação das raízes da equação</u>** $2x^2 - x_0^2 = 0 \Rightarrow 2x^2 = x_0^2 \Rightarrow x = \pm\frac{x_0}{\sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{x = \pm\frac{\sqrt{2}x_0}{2}}$



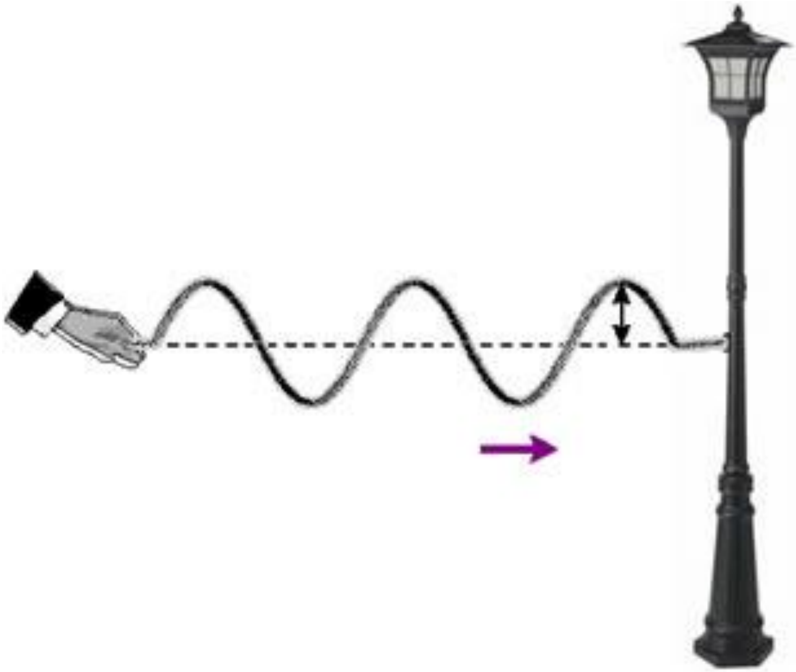
A solução da inequação será:

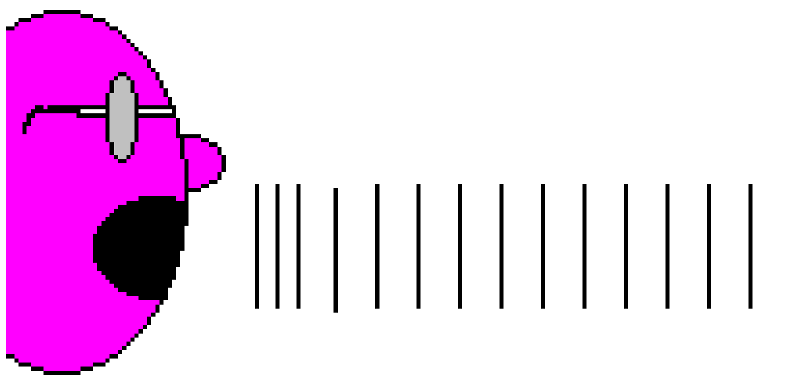
$$S = \left\{ x \in \mathbb{R} \,/ -\frac{\sqrt{2}x_0}{2} < x < \frac{\sqrt{2}x_0}{2} \right\}$$

Ondas

De acordo com a sua natureza, as ondas podem ser classificadas em:

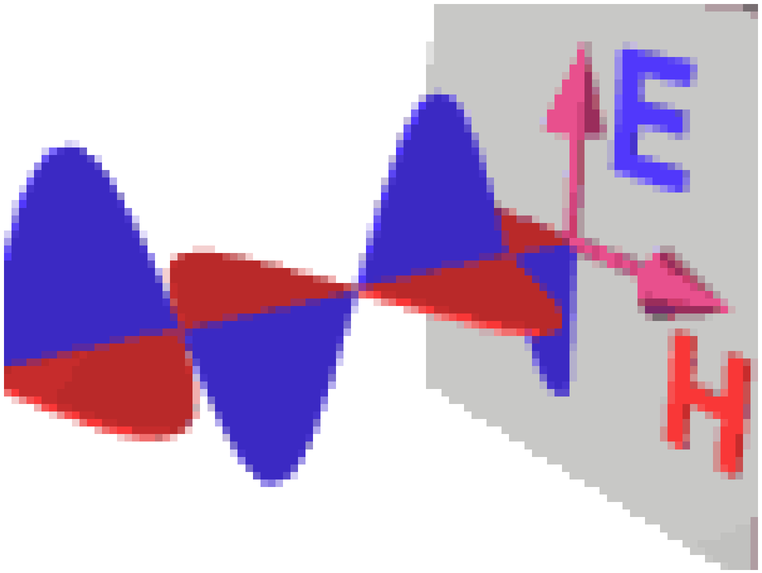
- ✓ **Mecânicas:** perturbação de um meio material elástico, a qual se propaga, através desse meio, transportando energia e quantidade de movimento. Uma onda mecânica nunca se propaga no vácuo. Ex.: som.

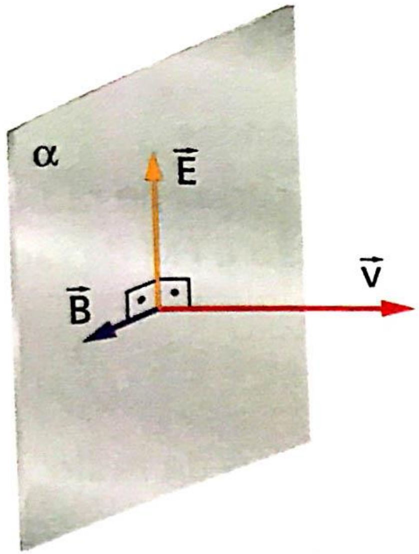




- **ELETROMAGNÉTICAS:** são constituídas de campos elétricos e magnéticos oscilantes e se propagam com velocidade constante ***c*** no vácuo (***c*** = 3 **.** 10^8 m/s). De acordo com James Maxwell, em 1864, "***um campo elétrico variável produz um campo magnético variável***".

Elas são produzidas por cargas elétricas aceleradas. Ondas eletromagnéticas se propagam no vácuo e em alguns casos também em meios materiais.



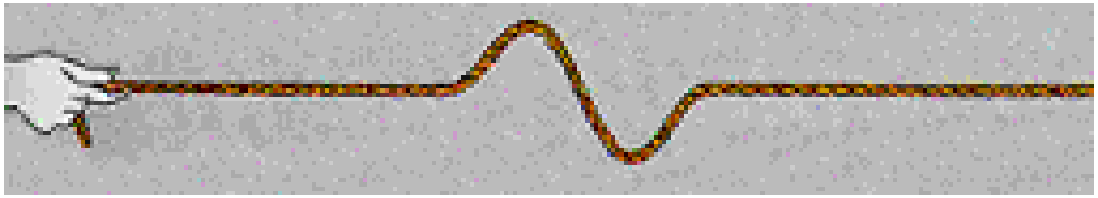


Cada perturbação do meio material é chamada de **pulso**. Se, no caso de uma corda esticada, movimentarmos as mãos várias vezes, obteremos vários pulsos, o chamado ***trem de ondas***. Quando as perturbações são produzidas periodicamente, temos um trem de ondas periódicas, ou ***onda periódica***. O caso mais importante de ondas periódicas é o das ***ondas harmônicas***, quando as partículas do meio vibram em *MHS*.

✓ Classificação das ondas mecânicas

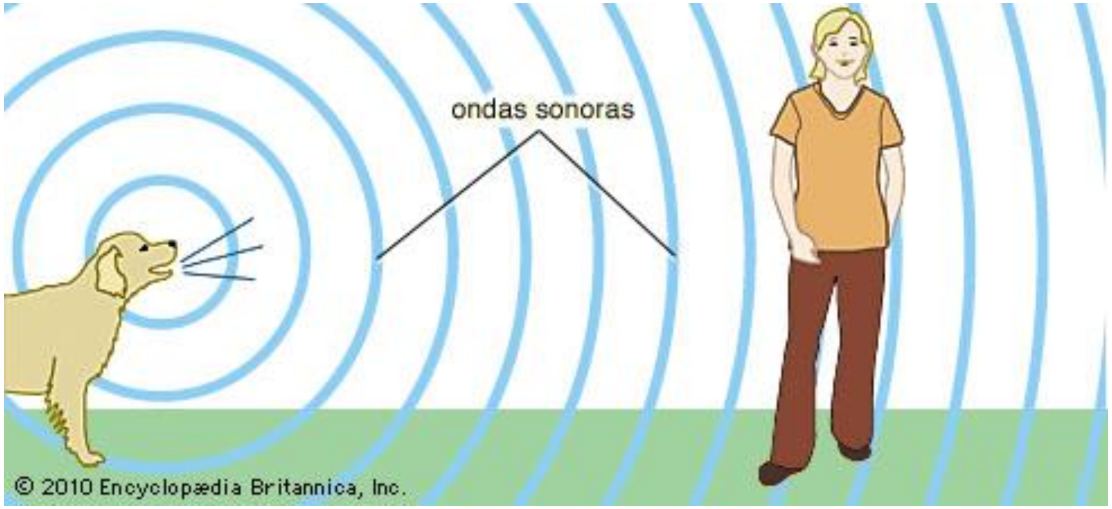
As ondas podem ser classificadas em função do número de dimensões em que se propaga a energia. Podem ser:

- ✓ ***unidimensionais*****:** são aquelas que se propagam em uma única dimensão. Ex.: ondas em uma corda.



- ✓ ***bidimensionais*****:** propagam-se em duas dimensões. Ex.: ondas na superfície de um lago.

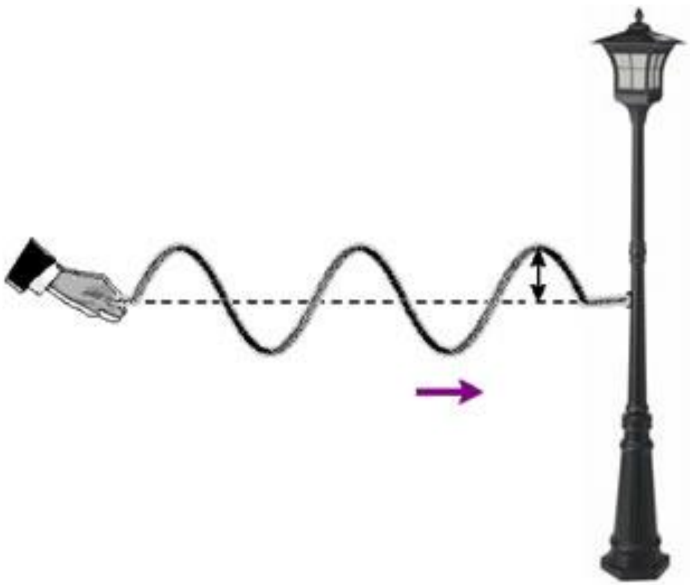
✓ ***tridimensionais*****:** propagam-se em três dimensões. Ex.: ondas sonoras no ar.

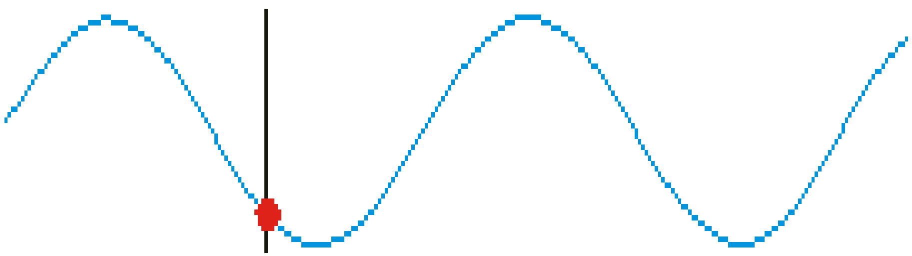


Quanto à direção de vibração as ondas podem ser classificadas em:

✓ **longitudinais:** quando as partículas do meio vibram na mesma direção em que se dá a propagação. Ex.: som.

- **transversais:** quando as partículas do meio vibram numa direção perpendicular à direção de propagação da onda. Ex.: onda em uma corda esticada.



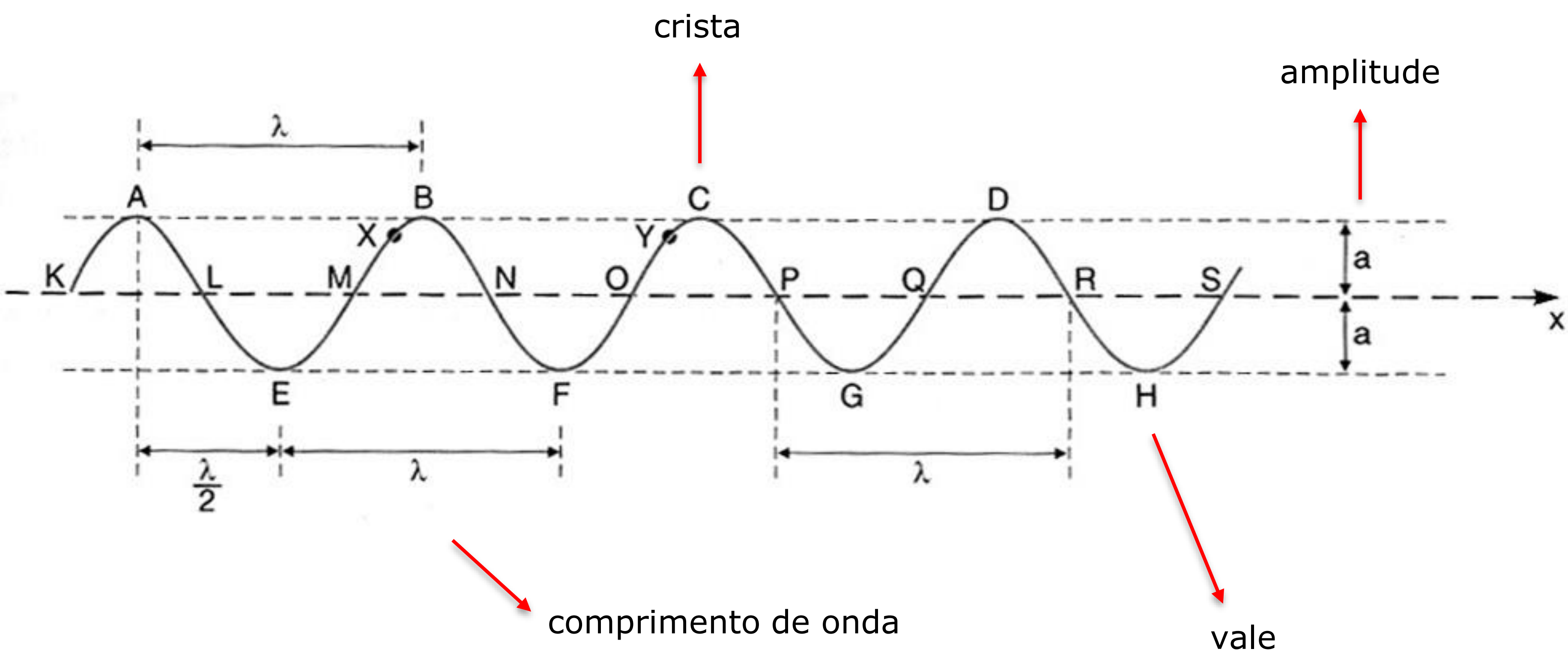


- Obs.: todas as **ondas eletromagnéticas** são **transversais**.

- Obs.: as ondas sísmicas são formadas por ondas longitudinais e transversais que se propagam em velocidades diferentes.

✓ Ondas periódicas unidimensionais

Considere uma fonte de perturbação gerando uma onda propagando-se em uma corda, de modo que todos os pontos atingidos pela onda vibram em *MHS* de mesma frequência *f* e período *T*.



- Obs.: cada concavidade corresponde a **meio comprimento de onda**

Pontos que oscilam juntos estão **em fase** ou em **concordância de fase**. A menor distância entre dois pontos que oscilam em fase é λ.

$$\boxed{d = n.\lambda}$$

Pontos que oscilam contrários (enquanto um atinge o ponto mais alto o outro atinge o ponto mais baixo) estão em **oposição de fase**. A menor distância entre dois pontos em oposição de fase é λ/2.

$$\boxed{d = i.\frac{\lambda}{2}}$$

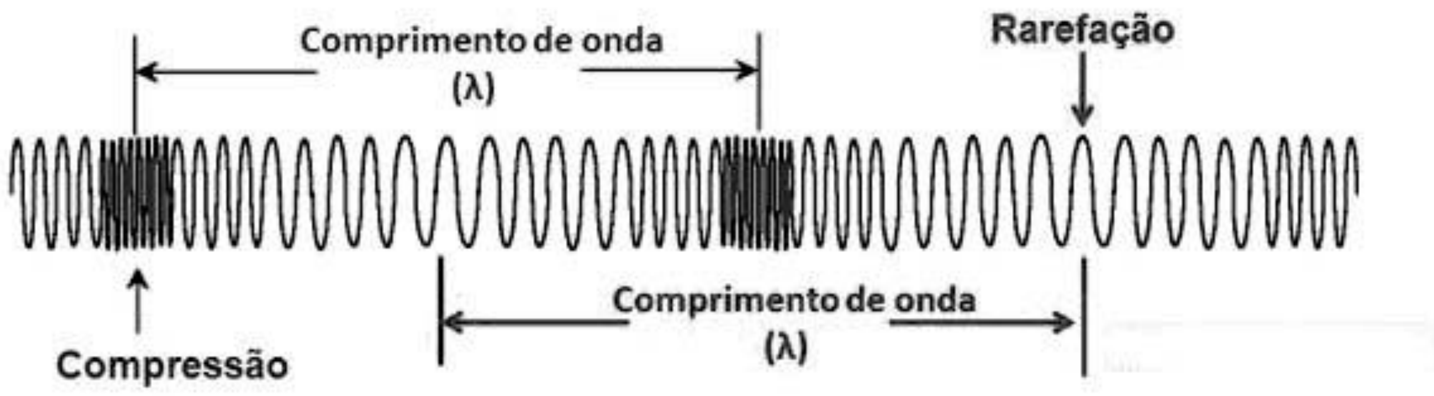
"i" ímpar

Assim temos que a velocidade da onda será dada por:

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \boxed{v = \lambda . f}$$

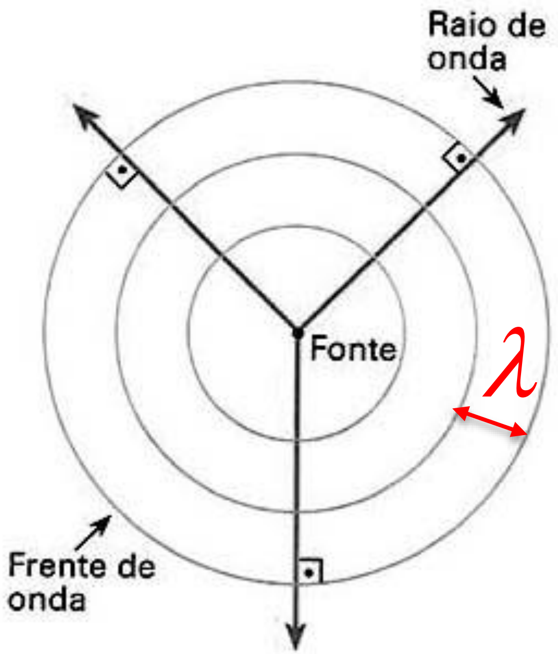
essa relação também vale para as "bi" e "tridimensionais"

No caso de uma onda longitudinal temos:

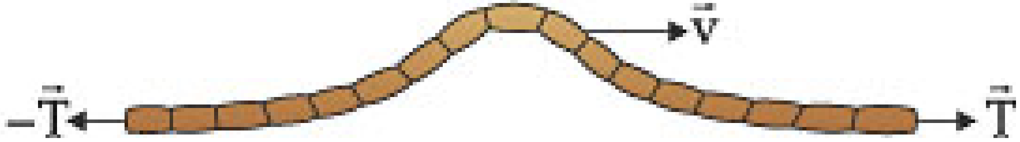


- ✓ **Superfície de onda:** é o conjunto de pontos que têm deslocamentos idênticos. Recebe esse nome quando a onda é tridimensional. Caso a onda seja bidimensional teremos então a chamada *frente de onda, ou linha de onda*.

- ✓ **Raio de onda:** linhas orientadas que representam a direção e o sentido de propagação da onda. Quando o meio é homogêneo e isótropo os raios de onda são *retilíneos* e *perpendiculares* às superfícies (ou linhas) de onda.



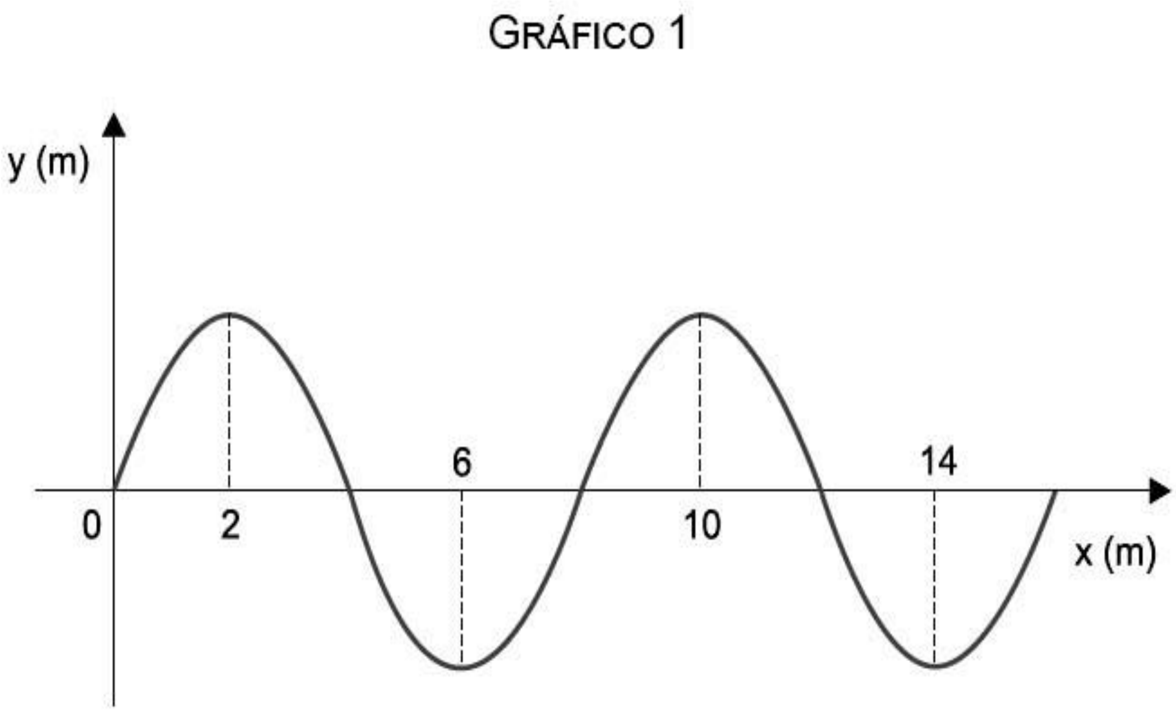
✓ ***Velocidade de uma onda transversal em um fio (relação de Taylor)***



Para um fio flexível, homogêneo e de seção constante temos:

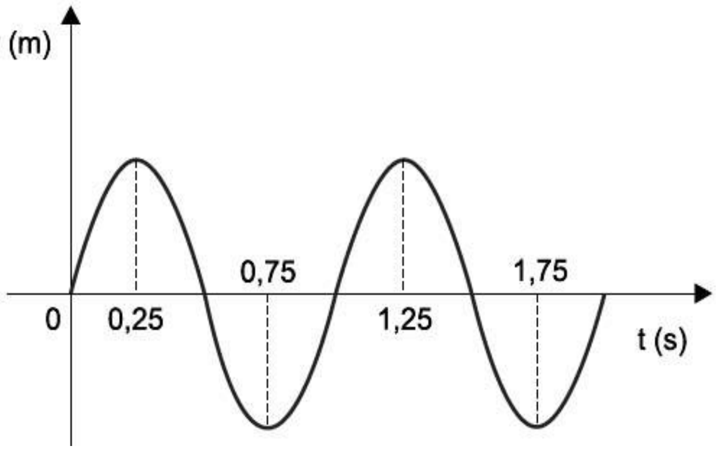
$$\boxed{v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}} \longrightarrow \textit{densidade linear} \left(\mu = \frac{m}{\ell} \right)$$

(USCS-2018) Ondas transversais propagam-se por uma corda elástica, homogênea e esticada. O gráfico 1 representa uma fotografia dessa corda em determinado instante, mostrando a ordenada ***y*** dos pontos dessa corda em função da posição ***x***.



O gráfico 2 representa a ordenada ***y*** de um ponto dessa corda em função do tempo ***t***.

GRÁFICO 2



E

De acordo com as informações contidas nos gráficos, a velocidade de propagação das ondas nessa corda é igual a

a) 6 m/s. b) 4 m/s. c) 2 m/s. d) 1 m/s. e) 8 m/s.

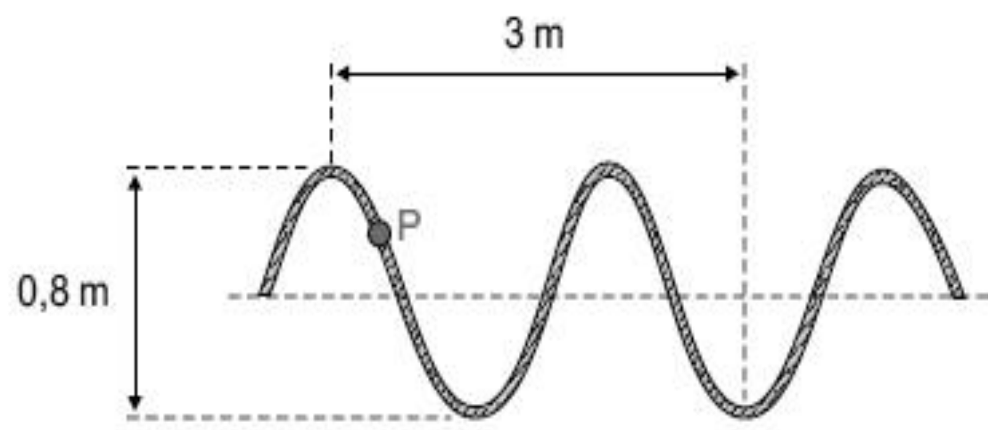
RESOLUÇÃO

Do gráfico I, obtemos o comprimento de onda: $\boxed{\lambda = 8m}$

Do gráfico II, obtemos o período: $\boxed{T = 1s}$

Assim, temos: $v = \dfrac{\lambda}{T} \Rightarrow v = \dfrac{8}{1} \Rightarrow \boxed{v = 8\dfrac{m}{s}}$

(UNESP-2016) Uma corda elástica está inicialmente esticada e em repouso, com uma de suas extremidades fixa em uma parede e a outra presa a um oscilador capaz de gerar ondas transversais nessa corda. A figura representa o perfil de um trecho da corda em determinado instante posterior ao acionamento do oscilador e um ponto ***P*** que descreve um movimento harmônico vertical, indo desde um ponto mais baixo (vale da onda) até um mais alto (crista da onda).

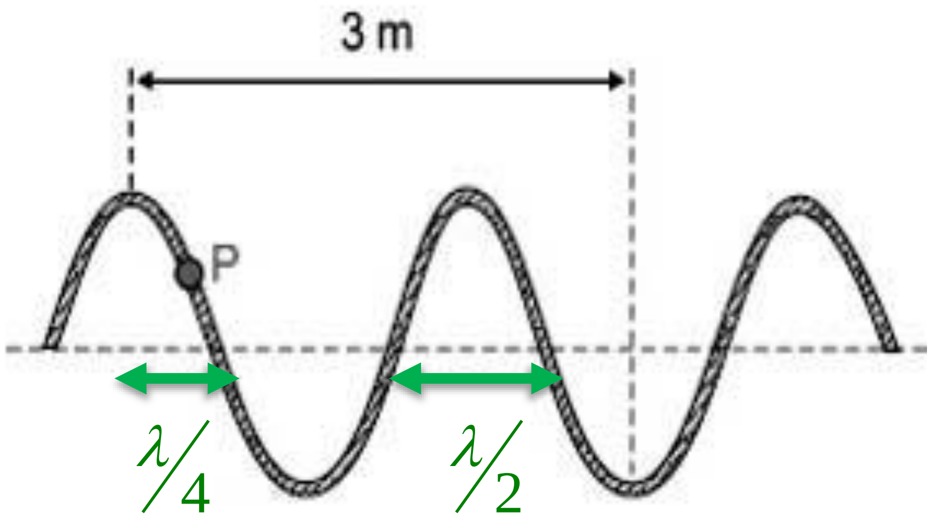


Sabendo que as ondas se propagam nessa corda com velocidade constante de 10 m/s e que a frequência do oscilador também é constante, a velocidade escalar média do ponto ***P***, em m/s, quando ele vai de um vale até uma crista da onda no menor intervalo de tempo possível é igual a

a) 4. b) 8. c) 6. d) 10. e) 12.

RESOLUÇÃO

Inicialmente, deve-se determinar o comprimento de onda dessa onda. Logo:



$$\frac{\lambda}{4}+\frac{\lambda}{2}+\frac{\lambda}{2}+\frac{\lambda}{4}=3$$

Logo: $3\frac{\lambda}{2}=3 \Rightarrow \boxed{\lambda = 2m}$

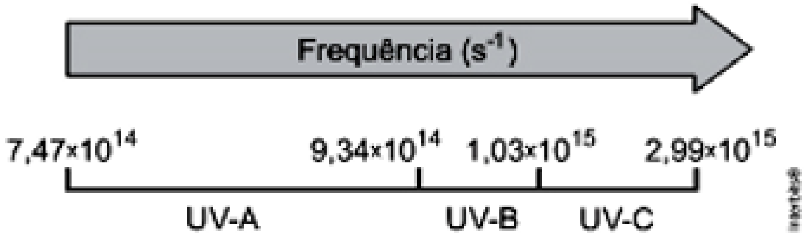
Assim, para o período, temos: $v=\frac{\lambda}{T} \Rightarrow 10=\frac{2}{T} \Rightarrow T=\frac{1}{5}s \Rightarrow \boxed{T=0,2s}$

De um vale até uma crista, o tempo gasto é **metade do período**. Portanto:

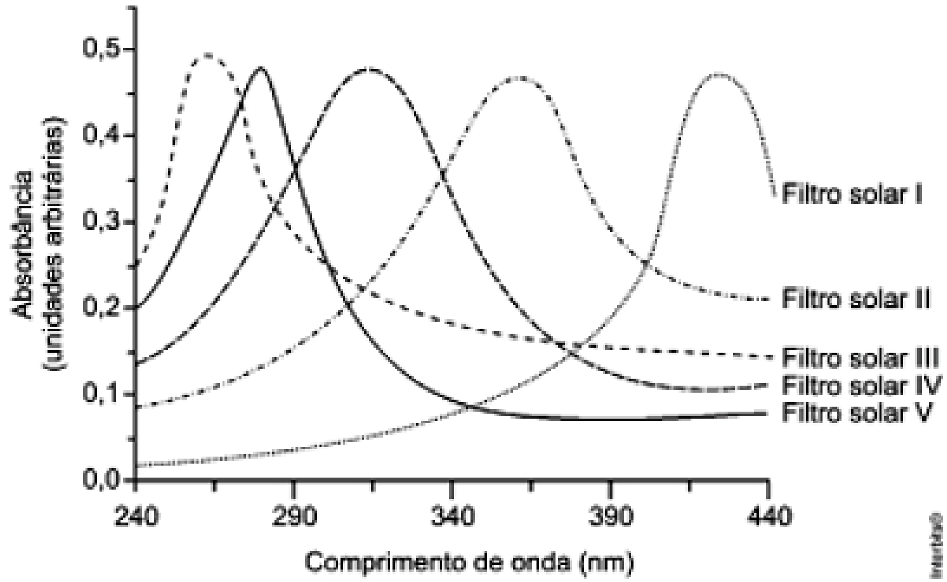
$$v_m=\frac{\Delta S}{\Delta t} \Rightarrow v_m=\frac{\Delta S}{T/2} \Rightarrow v_m=\frac{0,8}{0,1} \Rightarrow \boxed{v_m=8\frac{m}{s}}$$

B

(ENEM-2015) A radiação ultravioleta (*UV*) é dividida, de acordo com três faixas de frequência, em *UV–A*, *UV–B* e *UV–C*, conforme a figura.



Para selecionar um filtro solar que apresente absorção máxima na faixa *UV–B*, uma pessoa analisou os espectros de absorção da radiação *UV* de cinco filtros solares:



Dado: velocidade da luz = $3 \cdot 10^8$ m/s. O filtro solar que a pessoa deve selecionar é o

a) V. b) IV. c) III. d) II. e) I.

RESOLUÇÃO

Inicialmente, deve-se determinar em qual intervalo de comprimento de onda encontra-se a **radiação UV-B**. Assim:

- **frequência mínima => comprimento de onda máximo**

$$v = \lambda f \Rightarrow 3.10^8 = \lambda_{UVB}.9,34.10^{14} \Rightarrow \lambda_{UVB} \cong 0,321.10^{-6}\,m \Rightarrow \boxed{\lambda_{máx} \cong 321nm}$$

- **frequência máxima => comprimento de onda mínimo**

$$v = \lambda f \Rightarrow 3.10^8 = \lambda_{UVB}.1,03.10^{15} \Rightarrow \lambda_{UVB} \cong 2,91.10^{-7}\,m \Rightarrow \boxed{\lambda_{mín} \cong 291nm}$$

Nessa faixa de comprimento de onda, o filtro que mais absorve é o **IV.**

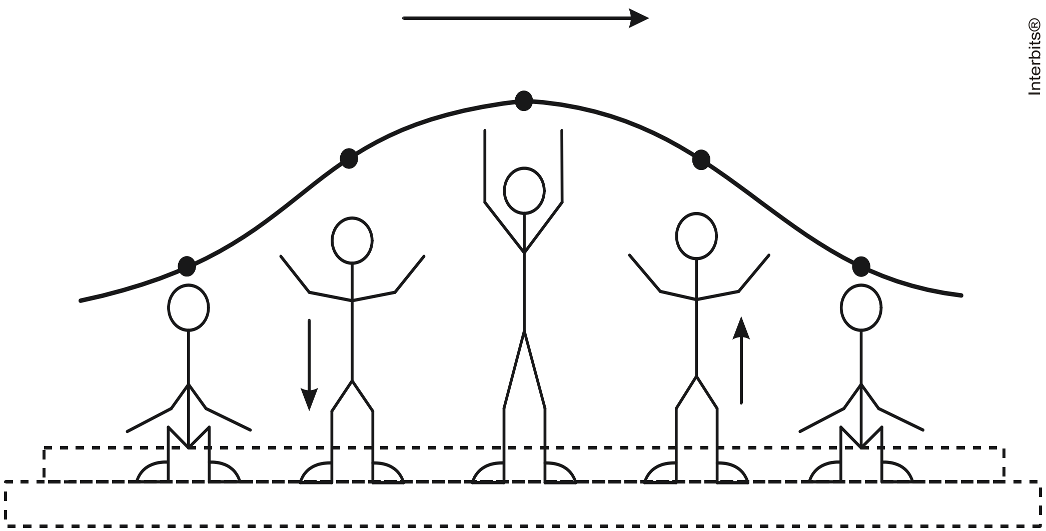
B

=> Obs.: poderia fazer apenas o comprimento de onda médio do UVB

$$v = \lambda f \Rightarrow 3.10^8 = \lambda_{UVB}.9,5.10^{14}$$

$$\lambda_{UVB} \cong 0,315.10^{-6} \Rightarrow \boxed{\lambda_{UVB} \cong 315nm}$$

(ENEM-2013) Uma manifestação comum das torcidas em estádios de futebol é a ***ola*** mexicana. Os espectadores de uma linha, sem sair do lugar e sem se deslocarem lateralmente, ficam de pé e se sentam, sincronizados com os da linha adjacente. O efeito coletivo se propaga pelos espectadores do estádio, formando uma onda progressiva, conforme ilustração.



Calcula-se que a velocidade de propagação dessa "onda humana" é de 45 km/h, e que cada período de oscilação contém 16 pessoas, que se levantam e sentam organizadamente e distanciadas entre si por 80cm.

Disponível em: www.ufsm.br. Acesso em: 7 dez. 2012 (adaptado).

Nessa ***ola*** mexicana, a frequência da onda, em hertz, é um valor mais próximo de

a) 0,3. b) 0,5. c) 1,0. d) 1,9. e) 3,7.

RESOLUÇÃO

A contagem da distância percorrida pela onda em uma oscilação completa começa na pessoa de número 1. Logo, da pessoa 1 à pessoa 16, teremos:

$$\Delta S = \lambda \Rightarrow \lambda = 15.0,8 \Rightarrow \boxed{\lambda = 12m}$$

De acordo com a equação fundamental da Ondulatória, temos:

$$v = \lambda f \Rightarrow \frac{45}{3,6} = 12f \Rightarrow \boxed{f \cong 1,04Hz}$$

C

(ITA-2015) Um fio de comprimento ***L*** e massa específica linear ***μ*** é mantido esticado por uma força ***F*** em suas extremidades. Assinale a opção com a expressão do tempo que um pulso demora para percorrê-lo.

a) $\frac{2LF}{\mu}$

b) $\frac{F}{2\pi L\mu}$

c) $L\sqrt{\frac{\mu}{F}}$

d) $\frac{L}{\pi}\sqrt{\frac{\mu}{F}}$

e) $\frac{L}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu}{F}}$

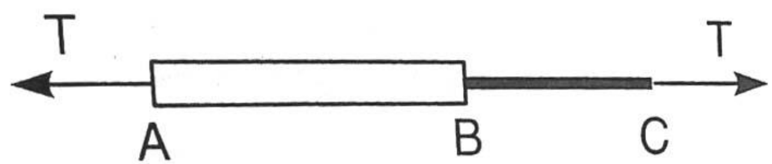
RESOLUÇÃO

C

Como o pulso propaga-se em movimento uniforme, temos:

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \Rightarrow \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{L}{\sqrt{F/\mu}} \Rightarrow \boxed{\Delta t = L\sqrt{\frac{\mu}{F}}}$$

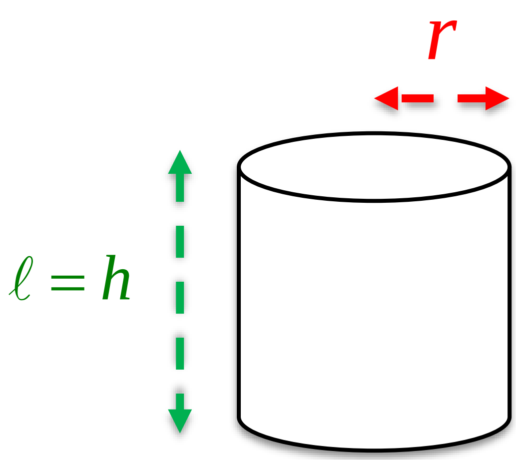
(PUC/SP) O esquema representa um fio de cobre sujeito à tensão ***T***. No trecho ***AB***, a seção do fio tem raio ***r***, e no trecho ***BC***, raio ***r/2***. A velocidade de propagação de uma onda transversal no trecho ***AB*** é 200 m/s. No trecho ***BC***, a velocidade passa a ser:



a) 50 m/s b) 100 m/s c) 200 m/s d) 400 m/s e) 800 m/s

RESOLUÇÃO

Sendo o fio um cilindro de densidade constante, temos:



$$d = \frac{m}{V_{o\ell}} \Rightarrow d = \frac{m}{\pi r^2 h} \Rightarrow \frac{m}{\ell} = d\pi r^2 \Rightarrow \boxed{\mu = d\pi r^2}$$

De acordo com a relação de Taylor, temos:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{F}{d\pi r^2}}}$$

Assim, comparando as velocidades em ***AB*** e em ***BC***, temos:

$$\frac{v_{BC}}{v_{AB}}=\frac{\left(\sqrt{\dfrac{F}{d\pi r^2}}\right)_{BC}}{\left(\sqrt{\dfrac{F}{d\pi r^2}}\right)_{AB}}\Rightarrow\frac{v_{BC}}{200}=\sqrt{\frac{r_{AB}^2}{r_{BC}^2}}\Rightarrow\frac{v_{BC}}{200}=\frac{r}{r/2}\Rightarrow\boxed{v_{BC}=400\,\frac{m}{s}}$$

D

✓ O espectro eletromagnético

O ***espectro eletromagnético*** é o conjunto das frequências conhecidas.