

# Relatório: Teorema de Bayes

## 1. Formulação Matemática

O Teorema de Bayes é expresso pela seguinte fórmula:

$$P(A|B) = [P(B|A) * P(A)] / P(B)$$

Onde:

- $P(A|B)$  é a probabilidade de A dado B (probabilidade posterior)
- $P(B|A)$  é a probabilidade de B dado A (verossimilhança)
- $P(A)$  é a probabilidade de A (probabilidade prévia)
- $P(B)$  é a probabilidade de B (evidência)

## 2. Interpretação

O teorema nos permite atualizar nossa crença sobre uma hipótese (A) à luz de novas evidências (B). A probabilidade posterior  $P(A|B)$  representa nossa crença atualizada após considerar a evidência. Por exemplo,  $P(A|B)$ , pode ser lido como: a probabilidade do evento A acontecer dado que evento B aconteceu.

## 3. Exemplo Prático

Considere um teste médico para uma doença rara:

- A doença afeta 1% da população [ $P(D) = 0.01$ ]
- O teste tem 99% de precisão para positivos verdadeiros [ $P(T|D) = 0.99$ ]
- O teste tem 99% de precisão para negativos verdadeiros [ $P(T|\text{não } D) = 0.01$ ]

Se uma pessoa testa positivo, qual a probabilidade de ter a doença?

Usando o Teorema de Bayes:

$$\begin{aligned} P(D|T) &= [P(T|D) * P(D)] / [P(T|D) P(D) + P(T|\text{não } D) P(\text{não } D)] \\ &= (0.99 \cdot 0.01) / (0.99 \cdot 0.01 + 0.01 \cdot 0.99) \\ &\approx 0.5 \end{aligned}$$

Portanto, mesmo com um teste positivo, a probabilidade de ter a doença é apenas cerca de 50%.

(esse exemplo é meio merda) Exemplo(bom dessa vez): questão 7

**Questão 7**

(ENEM – 2013) Uma fábrica possui duas máquinas que produzem o mesmo tipo de peça. Diariamente a máquina M produz 2 000 peças e a máquina N produz 3 000 peças. Segundo o controle de qualidade da fábrica, sabe-se que 60 peças, das 2 000 produzidas pela máquina M, apresentam algum tipo de defeito, enquanto 120 peças, das 3 000 produzidas pela máquina N, também apresentam defeitos. Um trabalhador da fábrica escolhe ao acaso uma peça, e esta é defeituosa. Nessas condições, qual a probabilidade de que a peça defeituosa escolhida tenha sido produzida pela máquina M?

a) 3/100  
b) 1/25  
c) 1/3  
d) 3/7  
e) 2/3

**1º PASSO**

M → 2000  
60 DEFETUOSAS

N → 3000  
120 DEFETUOSAS

$$P(M|D) = \frac{P(D|M) \cdot P(M)}{P(D)}$$

Probabilidade de ter sido produzido por M, dado que ela é DEFETUOSA

**3º**

$$P(D) = \frac{180}{5000} = \frac{9}{250}$$

**4º**

$$P(M|D) = \frac{\frac{3}{100} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{9}{250}} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$P(D|M) = \frac{60}{2000} = \frac{3}{100}$

Nesse exemplo, usamos a formula da probabilidade condicional, porém existe uma maneira intuitiva de resolve-la

**Questão 7**

(ENEM – 2013) Uma fábrica possui duas máquinas que produzem o mesmo tipo de peça. Diariamente a máquina M produz 2 000 peças e a máquina N produz 3 000 peças. Segundo o controle de qualidade da fábrica, sabe-se que 60 peças, das 2 000 produzidas pela máquina M, apresentam algum tipo de defeito, enquanto 120 peças, das 3 000 produzidas pela máquina N, também apresentam defeitos. Um trabalhador da fábrica escolhe ao acaso uma peça, e esta é defeituosa. Nessas condições, qual a probabilidade de que a peça defeituosa escolhida tenha sido produzida pela máquina M?

a) 3/100  
b) 1/25  
c) 1/3  
d) 3/7  
e) 2/3

$$P(M|D) = \frac{60}{180} = \frac{1}{3}$$

CONJUNTO DO TOTAL DE PEÇAS DEFETUOSAS  
= 180

CONJUNTO DE PEÇAS PRODUZIDAS POR M  
QUE SÃO DEFETUOSAS (CONTÍDIA NAS DEFETUOSAS)  
= 60