

RESOLUÇÃO REVISÃO 7 AO 10

7)

Para determinar a lei da função que calcula o lucro diário da venda das camisetas, consideramos os seguintes elementos:

1. **Custo de produção por camiseta:** R\$15,00
2. **Preço de venda por camiseta:** Y reais (Y é um número inteiro)
3. **Número de camisetas vendidas por dia:** $(30 - Y)$

O lucro diário é calculado pela receita total menos o custo total.

- **Receita total:** Preço de venda por unidade multiplicado pelo número de unidades vendidas, ou seja, $Y \times (30 - Y)$.
- **Custo total:** Custo de produção por unidade multiplicado pelo número de unidades produzidas (que é igual ao número de unidades vendidas), ou seja, $15 \times (30 - Y)$.

Assim, o lucro diário $P(Y)$ é dado por:

$$P(Y) = Y \times (30 - Y) - 15 \times (30 - Y)$$

Fatorando o termo comum $(30 - Y)$:

$$P(Y) = (Y - 15) \times (30 - Y)$$

Expanding this expression:

$$P(Y) = Y \times 30 - Y^2 - 15 \times 30 + 15Y$$

$$P(Y) = 30Y - Y^2 - 450 + 15Y$$

$$P(Y) = 45Y - Y^2 - 450$$

$$P(Y) = -Y^2 + 45Y - 450$$

Portanto, a lei da função que determina o valor do lucro diário da venda dessas camisetas, com o preço unitário de Y reais, é:

$$P(Y) = -Y^2 + 45Y - 450$$

8)

Informações do Problema:

1. 450 alunos acertaram somente um dos problemas.
2. 350 alunos acertaram o segundo problema.
3. 150 alunos acertaram ambos os problemas.
4. 200 alunos erraram o primeiro problema.

Pergunta:

Quantos alunos participaram do teste?

Resolução:

Passo 1: Entenda os Conjuntos

Considerando dois conjuntos:

- **Conjunto A:** Alunos que acertaram o primeiro problema.
- **Conjunto B:** Alunos que acertaram o segundo problema.

O total de alunos que participaram do teste é a união desses dois conjuntos mais os alunos que erraram ambos os problemas.

Passo 2: Organize as Informações

Traduzindo as informações dadas em termos de conjuntos:

1. **150 alunos acertaram ambos os problemas:**
 - $|A \cap B| = 150$.
2. **350 alunos acertaram o segundo problema:**
 - $|B| = 350$.
 - Número de alunos que acertaram **somente o segundo problema**:

$$|B - A| = |B| - |A \cap B| = 350 - 150 = 200$$

3. **450 alunos acertaram somente um dos problemas:**
 - Inclui alunos que acertaram somente o primeiro problema e alunos que acertaram somente o segundo problema.
 - Já sabemos que 200 alunos acertaram somente o segundo problema.
 - Número de alunos que acertaram **somente o primeiro problema**:

$$|A - B| = 450 - 200 = 250$$

4. 200 alunos erraram o primeiro problema:

- Inclui alunos que acertaram somente o segundo problema (200) e alunos que erraram ambos os problemas.
- Número de alunos que **erraram ambos os problemas**:

$$200 - 200 = 0$$

Passo 3: Calcule o Total de Alunos

Somando todas as categorias de alunos:

1. Alunos que acertaram somente o primeiro problema: 250
2. Alunos que acertaram somente o segundo problema: 200
3. Alunos que acertaram ambos os problemas: 150
4. Alunos que erraram ambos os problemas: 0

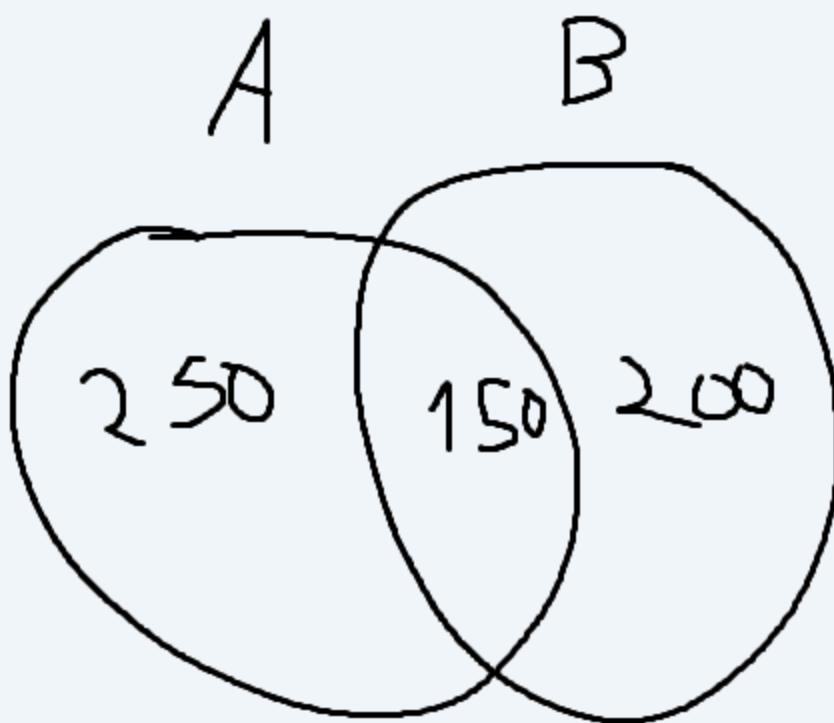
Total de alunos:

$$250 + 200 + 150 + 0 = 600$$

Resposta Final:

600

Todas as informações estão consistentes com o total de 600 alunos.



Cont.

9)

Parte A: $h(k(x))$

Passo 1: Substitua $k(x)$ na função $h(x)$:

$$h(k(x)) = h(x^2 - 5)$$

Passo 2: Substitua x por $x^2 - 5$ na função $h(x) = 4x + 1$:

$$h(x^2 - 5) = 4(x^2 - 5) + 1$$

Passo 3: Distribua e simplifique:

$$4(x^2 - 5) + 1 = 4x^2 - 20 + 1 = 4x^2 - 19$$

Resultado Final para A:

$$\boxed{4x^2 - 19}$$

Parte B: $k(h(x))$

Passo 1: Substitua $h(x)$ na função $k(x)$:

$$k(h(x)) = k(4x + 1)$$

Passo 2: Substitua x por $4x + 1$ na função $k(x) = x^2 - 5$:

$$k(4x + 1) = (4x + 1)^2 - 5$$

Passo 3: Expanda o termo quadrático:

$$(4x + 1)^2 = 16x^2 + 8x + 1$$

Passo 4: Subtraia 5 e simplifique:

$$16x^2 + 8x + 1 - 5 = 16x^2 + 8x - 4$$

Resultado Final para B:

$$\boxed{16x^2 + 8x - 4}$$

10)

Resolução da Inequação

Vamos resolver a inequação $\frac{(x^2-16)(x^2+5x)}{x+4} \geq 0$ passo a passo.

Passo 1: Fatorar o Numerador e o Denominador

1. **Numerador:** $(x^2 - 16)(x^2 + 5x)$

- $x^2 - 16$ é uma diferença de quadrados: $(x - 4)(x + 4)$
- $x^2 + 5x$ tem um fator comum de x : $x(x + 5)$
- Portanto, o numerador fatorado é: $(x - 4)(x + 4) \cdot x(x + 5)$

2. **Denominador:** $x + 4$ (já está fatorado)

Passo 2: Simplificar a Expressão

A expressão original é:

$$\frac{(x - 4)(x + 4) \cdot x(x + 5)}{x + 4}$$

Cancelamos o termo $x + 4$ no numerador e no denominador, desde que $x + 4 \neq 0$ (ou seja, $x \neq -4$):

$$(x - 4) \cdot x(x + 5) \quad \text{para } x \neq -4$$

Passo 3: Identificar os Pontos Críticos

Os pontos críticos são os valores de x que fazem a expressão igual a zero ou indefinida:

- $x = -5$ (faz o fator $x + 5 = 0$)
- $x = -4$ (torna o denominador zero, então a expressão é indefinida)
- $x = 0$ (faz o fator $x = 0$)
- $x = 4$ (faz o fator $x - 4 = 0$)

Passo 4: Determinar os Intervalos de Teste

Os pontos críticos dividem a reta numérica em intervalos:

1. $(-\infty, -5)$
2. $(-5, -4)$
3. $(-4, 0)$
4. $(0, 4)$
5. $(4, \infty)$

Passo 5: Testar o Sinal da Expressão em Cada Intervalo

1. Intervalo $(-\infty, -5)$:

- Escolha $x = -6$
- Substitua na expressão simplificada: $(-6 - 4)(-6)(-6 + 5) = (-10)(-6)(-1) = -60$ (negativo)

2. Intervalo $(-5, -4)$:

- Escolha $x = -4.5$
- Substitua na expressão simplificada:
 $(-4.5 - 4)(-4.5)(-4.5 + 5) = (-8.5)(-4.5)(0.5) = 19.125$ (positivo)

3. Intervalo $(-4, 0)$:

- Escolha $x = -2$

- Substitua na expressão simplificada: $(-2 - 4)(-2)(-2 + 5) = (-6)(-2)(3) = 36$ (positivo)

4. Intervalo $(0, 4)$:

- Escolha $x = 2$
- Substitua na expressão simplificada: $(2 - 4)(2)(2 + 5) = (-2)(2)(7) = -28$ (negativo)

5. Intervalo $(4, \infty)$:

- Escolha $x = 5$
- Substitua na expressão simplificada: $(5 - 4)(5)(5 + 5) = (1)(5)(10) = 50$ (positivo)

Passo 6: Verificar os Pontos Críticos

- $x = -5$: A expressão é zero, então está incluído na solução.
- $x = -4$: A expressão é indefinida, então está excluído da solução.
- $x = 0$: A expressão é zero, então está incluído na solução.
- $x = 4$: A expressão é zero, então está incluído na solução.

Passo 7: Escrever a Solução Final

Combino os intervalos onde a expressão é não-negativa (≥ 0):

$$[-5, -4) \cup (-4, 0] \cup [4, \infty)$$

Resposta Final

$$[-5, -4) \cup (-4, 0] \cup [4, \infty)$$