

Relatório: Teorema de Bayes

1. Formulação Matemática

O Teorema de Bayes é expresso pela seguinte fórmula:

$$P(A|B) = [P(B|A) * P(A)] / P(B)$$

Onde:

- $P(A|B)$ é a probabilidade de A dado B (probabilidade posterior)
- $P(B|A)$ é a probabilidade de B dado A (verossimilhança)
- $P(A)$ é a probabilidade de A (probabilidade prévia)
- $P(B)$ é a probabilidade de B (evidência)

2. Interpretação

O teorema nos permite atualizar nossa crença sobre uma hipótese (A) à luz de novas evidências (B). A probabilidade posterior $P(A|B)$ representa nossa crença atualizada após considerar a evidência. Por exemplo, $P(A|B)$, pode ser lido como: a probabilidade do evento A acontecer dado que evento B aconteceu.

3. Exemplo Prático

Considere um teste médico para uma doença rara:

- A doença afeta 1% da população [$P(D) = 0.01$]
- O teste tem 99% de precisão para positivos verdadeiros [$P(T|D) = 0.99$]
- O teste tem 99% de precisão para negativos verdadeiros [$P(T|não D) = 0.01$]

Se uma pessoa testa positivo, qual a probabilidade de ter a doença?

Usando o Teorema de Bayes:

$$\begin{aligned} P(D|T) &= [P(T|D) * P(D)] / [P(T|D) P(D) + P(T|não D) P(não D)] \\ &= (0.99 * 0.01) / (0.99 * 0.01 + 0.01 * 0.99) \\ &\approx 0.5 \end{aligned}$$

Portanto, mesmo com um teste positivo, a probabilidade de ter a doença é apenas cerca de 50%.

(esse exemplo é meio merda) Exemplo(bom dessa vez): questão 7

LISTA DE REVISÃO E ESTUDOS – 3º TRIMESTRE.pdf 2 / 4 100% +

Questão 7

(ENEM – 2013) Uma fábrica possui duas máquinas que produzem o mesmo tipo de peça. Diariamente a máquina M produz 2 000 peças e a máquina N produz 3 000 peças. Segundo o controle de qualidade da fábrica, sabe-se que 60 peças, das 2 000 produzidas pela máquina M, apresentam algum tipo de defeito, enquanto 120 peças, das 3 000 produzidas pela máquina N, também apresentam defeitos. Um trabalhador da fábrica escolhe ao acaso uma peça, e esta é defeituosa. Nessas condições, qual a probabilidade de que a peça defeituosa escolhida tenha sido produzida pela máquina M?

a) 3/100
b) 1/25
c) 1/3
d) 3/7
e) 2/3

Handwritten Solution:

1º PASSO: M → 2000
N → 3000
60 DEFEITO (M)
120 DEFEITO (N)

2º: $P(M) = \frac{2000}{5000} = \frac{2}{5}$
 $P(N) = \frac{3000}{5000} = \frac{3}{5}$

3º: $P(D) = \frac{180}{5000} = \frac{9}{250}$
 $P(D|M) = \frac{60}{2000} = \frac{3}{100}$

4º: $P(M|D) = \frac{P(D|M) \cdot P(M)}{P(D)} = \frac{\frac{3}{100} \cdot \frac{2}{5}}{\frac{9}{250}} = \frac{\frac{6}{500}}{\frac{9}{250}} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

Probabilidade de ter sido produzida por M, dado que ela é defeituosa

Nesse exemplo, usamos a formula da probabilidade condicional, porém existe uma maneira intuitiva de resolve-la

Questão 7

(ENEM – 2013) Uma fábrica possui duas máquinas que produzem o mesmo tipo de peça. Diariamente a máquina M produz 2 000 peças e a máquina N produz 3 000 peças. Segundo o controle de qualidade da fábrica, sabe-se que 60 peças, das 2 000 produzidas pela máquina M, apresentam algum tipo de defeito, enquanto 120 peças, das 3 000 produzidas pela máquina N, também apresentam defeitos. Um trabalhador da fábrica escolhe ao acaso uma peça, e esta é defeituosa. Nessas condições, qual a probabilidade de que a peça defeituosa escolhida tenha sido produzida pela máquina M?

a) 3/100
b) 1/25
c) 1/3
d) 3/7
e) 2/3

Handwritten Solution:

$P(M|D) = \frac{60}{180} = \frac{1}{3}$

CONJUNTO DE PEÇAS PRODUZIDAS POR M QUE SÃO DEFEITUOSAS (CONTIDAS NAS DEFEITUOSAS) = 60
 CONJUNTO DO TOTAL DE PEÇAS DEFEITUOSAS = 180