Darstellung ganzer Zahlen

by

Dr. Günter Kolousek

Zahlen

- ganze Zahlen
  - vorzeichenlos
  - vorzeichenbehaftet
    - mit designiertem VZ-Bit
    - Einerkomplement
    - Zweierkomplement
- Kommazahlen
  - Festkommazahlen
  - Gleitkommazahlen

Vorzeichenlose Zahlen

Beispiel mit einer Wortbreite $n = 4$:

0000	0
0001	1
...	
1111	15

Damit ergibt sich bei einer Wortbreite n ein Wertebereich im Intervall $[0, 2^n - 1]$.

Vorzeichenbehaftete Zahlen

- Darstellung mit designiertem VZ-Bit
- Darstellung im Einerkomplement
- Darstellung im Zweierkomplement

designiertes VZ-Bit

0000	+0
0001	+1
...	
0111	+7
1000	-0
1001	-1
...	
1111	-7

Damit ergibt sich ein Wertebereich im Intervall $[-2^{n-1}+1, 2^{n-1}-1]$

Nachteile?

designiertes VZ-Bit

0000	+0
0001	+1
…	
0111	+7
1000	-0
1001	-1
…	
1111	-7

Damit ergibt sich ein Wertebereich im Intervall $[-2^{n-1}+1, 2^{n-1}-1]$

Nachteile:

- VZ-Bit muss immer beachtet werden (beim Rechnen)
- 0 kommt zweimal vor

Einerkomplement

- (B-1)-Komplement bedeutet Erweiterung auf $B^n - 1$
- $B = 2$, (2-1)-Komplement ist (1)-Komplement
- Beispiel: $B=10$, $z = 123$
  d.h. $n=3$, $B^n - 1 = 10^3-1 = 999$

  ```
  999
  123
  ---
  876
  ```
- Beispiel: $B=2$, $z=1010$
  $2^4 - 1 = 1111$

  ```
  1111
  1010
  ----
  0101
  ```

Einerkomplement – 2

0000	+0	
0001	+1	
...		
0111	+7	
1000	-7	EK von 1000_2 = 0111_2 = $7_{10} \rightarrow$ -7
1001	-6	
...		
1111	-0	

Damit ergit sich ein Wertebereich im Intervall von $[-2^{n-1}+1, 2^{n-1}-1]$

Subtraktion mit EK

- $-4 + 3 = -1$

```
1011
0011
----
1110 = -1
```

- aber wenn 0 ”durchschritten” wird: $-4 + 6 = 2$

```
 1011         0001
 0110   -->      1
 ----         ----
10001         0010 = 2
```

Nachteile?

Subtraktion mit EK

- $-4 + 3 = -1$

```
1011
0011
----
1110 = -1
```

- aber wenn 0 ”durchschritten” wird: $-4 + 6 = 2$

```
 1011         0001
 0110   -->      1
 ----         ----
10001         0010 = 2
```

Nachteile:

- 0 kommt zweimal vor
- Sonderbehandlung bei ”Durchschreiten” der 0

Zweierkomplement

- B-Komplement bedeutet Erweiterung auf B^n
- damit ist: B-Komplement = (B-1)-Komplement + 1
- Beispiel: B=10, z=123
  d.h. n=3, $B^n=10^3=1000$

  ```
  1000
   123
  ----
   877
  ```

  - Berechnung über Neunerkomplement:

    ```
    999
    123
    ---
    876
      1
    ---
    877
    ```

Zweierkomplement – 2

- Beispiel: B=2, z=1010
  d.h. n=4, $B^n = 2^4 = 10000$

```
10000
 1010
-----
00110
```

  - Berechnung über Einerkomplement:

```
1010 → 0101
          1
       ----
       0110
```

Zweierkomplement – 3

0000	0
0001	1
...	
0111	7
1000	-8
1001	-7
...	
1111	-1

Wertebereich: $[-2^{n-1}, 2^{n-1} - 1]$

Beispiele:

Wortbreite	min	max
8	-128	127
16	-32768	32767
32	-2’147’483’648	2’147’483’647
64	-9’223’372’036’854’775’808	-9’223’372’036’854’775’807

Subtraktion mit ZK

$-4 + 3 = -1$

```
0100

1011
   1
----
1100 = -4

1100
0011
----
1111 = -1
```

Subtraktion mit ZK – 2

Wenn 0 ”durchschritten” wird:
$-4 + 6 = 2$

```
 1100
 0110
 ----
10010
```

Überlauf wird **nicht** beachtet $\rightarrow$ $0010_2 = 2_{10}$

Vorteile?

Subtraktion mit ZK – 2

Wenn 0 ”durchschritten” wird:
$-4 + 6 = 2$

```
 1100
 0110
 ----
10010
```

Überlauf wird **nicht** beachtet $\rightarrow$ $0010_2 = 2_{10}$

Vorteile:

- keine doppelte 0en!
- keine Sonderbehandlung notwendig!