Матрицы LaTeX

Гришутенко П. П., 1 гр. 1 подгр.

23 декабря 2020 г.

1 Пример 1. Умножение матрицы на число

Дано:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Матрица

Число $k = 2$

Найти:

Произведение матрицы на число: $A \times k = B$

B – ?

Решение:

Для того чтобы умножить матрицу A на число k нужно каждый элемент матрицы A умножить на это число. Таким образом, произведение матрицы A на число k есть новая матрица:

$B = 2 \times A = 2 \times \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 10 & 12 \end{pmatrix}$

Ответ: $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 10 & 12 \end{pmatrix}$

2 Пример 2. Умножение матриц

Дано:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Матрица

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$$

Матрица

Найти:

Произведение матриц: $A \times B = C$

C – ?

Решение:

Каждый элемент матрицы $C = A \times B$, расположенный в i-й строке и j-м столбце, равен сумме произведений элементов i-й строки матрицы A на соответствующие элементы j-го столбца матрицы B. Строки матрицы A умножаем на столбцы матрицы B и получаем:

$C = A \times B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} 2\times 2 + 3\times(-1) + 1\times 3 & 2\times 1 + 3\times 1 + 1\times(-2) \\ -1\times 2 + 0\times(-1) + 1\times 3 & -1\times 1 + 0\times 1 + 1\times(-2) \end{pmatrix}$$

$C = A \times B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$

Ответ: $C = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$

3 Пример 3. Транспонирование матрицы

Дано:

$A = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

Матрица

Найти:

Найти матрицу транспонированную данной.

A^T – ?

Решение:

Транспонирование матрицы A заключается в замене строк этой матрицы ее столбцами с сохранением их номеров. Полученная матрица обозначается через A^T.

$A = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 8 & 2 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$

Ответ: $A^T = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 8 & 2 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$

4 Пример 4. Обратная матрица

Дано:

$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

Матрица

Найти:

Найти обратную матрицу для матрицы A.

A^{-1} – ?

Решение:

Находим $\det A$ и проверяем $\det A \neq 0$:

$\det A = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 2 \times 1 - 3 \times (-1) = 5$

$\det A = 5 \neq 0$.
Составляем вспомогательную матрицу A^V из алгебраических дополнений A_{ij}: $A^V = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$
Транспонируем матрицу A^V:
$\left(A^V\right)^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$
Каждый элемент, полученной матрицы, делим на $\det A$:
$A^{-1} = \frac{1}{\det A}\left(A^V\right)^T = \frac{1}{5} \times \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ -\frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$
Ответ: $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ -\frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$