$= \frac{1}{3} \ln|x^3+1| + C$

8.2.9 $\int \frac{\operatorname{arctg} x \, dx}{x^2+1} = \Big[t = \operatorname{arctg} x \Rightarrow$

$dt = d \operatorname{arctg} x = (\operatorname{arctg} x)' dx = \frac{dx}{x^2+1} \Big] =$

$= \int t \, dt = \frac{t^2}{2} + C = \frac{\operatorname{arctg}^2 x}{2} + C$

Определенный интеграл, несобственные интегралы.

Повторение

$f(x)$ – непрерывна в точке $x=a$, если

1) $f(x)$ – определена в точке $x=a$

2) $\exists \lim\limits_{x \to a} f(x)$

3) $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$

Если хотя бы 1 из условий (1,2,3) не соблюдается => ф-я наз-ся разрывной в точке $x=a$

Точка $x=a$ наз-ся точкой разрыва

Все элементарные ф-ции

Классификация точек разрыва

def Точка x_0 наз-ся точкой разрыва первого рода ф-ции $y = f(x)$, если

$$\exists \lim_{x \to a+0} f(x) = C_1 = const$$

$$\exists \lim_{x \to a-0} f(x) = C_2 = const$$

Если выполняется хотя бы одно из условий $\lim_{x \to a+0} f(x) \neq f(a)$

$$\lim_{x \to a-0} f(x) \neq f(a)$$

$$\lim_{x \to a+0} f(x) = \lim_{x \to a-0} f(x)$$

тогда ф-я в точке $x = a$ имеет неустранимый разрыв первого рода

Если $\lim_{x \to a+0} f(x) = \lim_{x \to a-0} f(x) \neq f(a)$, тогда ф-я в точке $x = a$ имеет устранимый разрыв первого рода.

def Точка x_0 наз-ся точкой разрыва второго рода ф-ции $y = f(x)$, если граница справа $\lim_{x \to a+0} f(x)$ или граница слева $\lim_{x \to a-0} f(x)$ не существует или бесконечна

$$\left[\nexists \lim f(x) \text{ или } \lim_{x \to a+0} f(x) = \infty\right.$$

$\nexists \lim\limits_{x \to a-0} f(x)$ или $\lim\limits_{x \to a-0} f(x) = \infty$

<u>def</u> Скачком функции в точке разрыва $x = x_0$ наз-ся $\lim\limits_{x \to a+0} f(x) - \lim\limits_{x \to a-0} f(x)$, если заданные пределы разные и не равны бесконечности

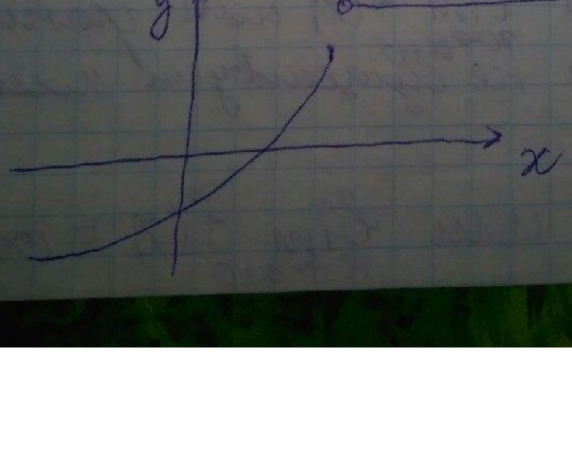
<u>Правила нахождения точек разрыва ф-ии</u>

1) Элементарная ф-ция может иметь разрыв только в отдельных точках, но не может быть разрывной на определённом интервале

2) Элементарная ф-ция может иметь разрыв в точке, где она не определена при условии, что она будет определена хотя бы с одной стороны от этой точки

3) Неэлементарная ф-ция может иметь разрывы как в точках, где она определена, так и в тех точках, где она неопределена

Например. Ф-я задана несколькими аналитическими выражениями для разных интервалов, то на границе стыка может быть разрывной



Задачи

1) $y=\frac{x}{x^2-1}$

ООФ: $D(f) \in (-\infty; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; \infty)$

$$\lim_{x\to 1+0}\frac{x}{x^2-1}=\lim_{x\to 1+}\frac{x}{(x-1)(x+1)}=\frac{1}{0}=+\infty$$

$$\lim_{x\to 1-0}\frac{x}{x^2-1}=-\frac{1}{0}=-\infty$$

$$\lim_{x\to -1+0}\frac{x}{x^2-1}=\lim_{x\to -1+0}\frac{x}{x^2-1}=\lim_{x\to -1+0}\frac{x}{(x-1)(x+1)}$$

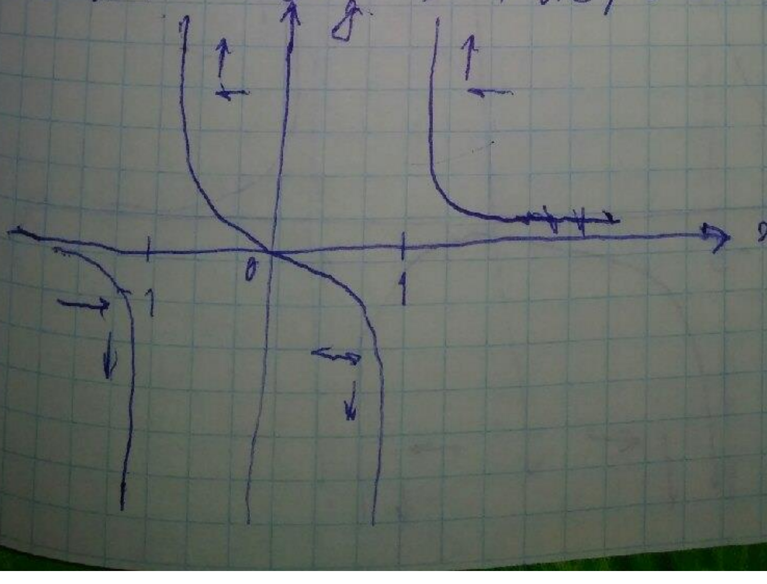
$$x=-0,5=-\frac{1}{2} \qquad \frac{-\frac{1}{2}}{\left(-\frac{1}{2}-1\right)\left(-\frac{1}{2}+1\right)}=+$$

$$\lim_{x\to -1-0}\frac{x}{x^2-1}=\lim_{x\to -1-0}\frac{x}{(x-1)(x+1)}=$$

$\boxed{3}$ $x=-\frac{3}{2} \Rightarrow -\frac{3}{2}$

$\boxed{4}$ $x=-\frac{5}{4} \Rightarrow \frac{-\frac{5}{4}}{\left(-\frac{5}{4}-1\right)\left(-\frac{5}{4}+1\right)}$

Т.к. $\lim = \pm\infty \Rightarrow$ Разрывы 2 рода



② $y = \frac{1}{x^2+2-3}$

$D(f): (-\infty; -3) \cup (-3; 1) \cup (1; +\infty)$

$\lim\limits_{x \to -3-0} \frac{1}{x^2+2x-3} = \lim\limits_{x \to -3-0} \frac{1}{(x+3)(x-1)} = +\infty$

$x = -5 \quad y = \frac{1}{12} \downarrow$

$x = -4 \quad y = 1/5$

$\lim\limits_{x \to -3+0} \frac{1}{x^2+2x-3} = \lim\limits_{x \to -3+0} \frac{1}{(x+3)(x-1)}$

$x = 0 \quad y = -1/3$

$x = -1 \quad y = -1/4$

$x = -2 \quad y = -1/3$

$\lim\limits_{x \to 1-0} \frac{1}{x^2+2x-3} = \lim\limits_{x \to 1-0} \frac{1}{(x+3)(x-1)} = -\infty$

$\lim\limits_{x \to 1+0} \frac{1}{(x+3)(x-1)} = +\infty$