

Машина Тьюринга.

Занятие 22 в ФМЛ 5 г. Долгопрудного.

Задача

- Задача конструктивной математики:
- На вход получены два представления двух вещественных чисел.
- Можно ли построить алгоритм сравнения этих чисел?

Машина Тьюринга

Машина Тьюринга

- Алан Тьюринг — в 1936м году.
- Решение проблемы вычислимости

Применение

- Вычислимость
- Проверка других свойств алгоритмов (например полиномиальность)

Тезис Черча

- Физический: Любая функция, которая может быть вычислена физическим устройством — может быть вычислена машиной Тьюринга.
-

Определение МТ

- Бесконечная лента в обе стороны
- Символы алфавита A (включая пробел)
- Головка — движется вдоль ленты
- Оперативная памяти (Множество состояний Q , включая терминальные)
- Конечное множество переходов δ — $Q \times A \rightarrow Q \times A^{\{-1, 0, +1\}}$

Определение МТ

- 7-tuple
 - $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_{\text{accept}}, q_{\text{reject}})$
 - Q, Σ, Γ — конечные
 - Q — множество состояний
 - Σ — входной алфавит без пробела (_)
 - Γ — алфавит ленты _ $\in \Gamma$, Σ входит в Γ
 - $\delta : Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R\}$ — функция перехода
- $q_0, (q_{\text{accept}} \neq q_{\text{reject}}) \in \mathbf{Q}$ — стартовое, принимающее, и отвергающее состояния

Как работает

- Получает строку $w_1w_2..w_n$ принадлежащую Σ^* ($\Sigma^* = \Sigma$ и пустой символ ε (не пробел!))
- Головка на самом левом символе.
- Состояние перемещает в состояние

Упражнение

Эквивалентна ли машина, машине, в которой не обязательно двигаться вправо или лево.

Универсальная Машина тьюринга

- Для любой машины Тьюринга можно построить ее интерпретатор на машине Тьюринга.
-

Многоленточная машина тьюринга

- $\delta : Q \times \Gamma^k \rightarrow Q \times \Gamma^{(*k)} \times \{L, R, S\}^{(*k)}$,
- $(^*k)$ — значит k раз, для k машин.
-

Тьюринг-Распознаваемый язык

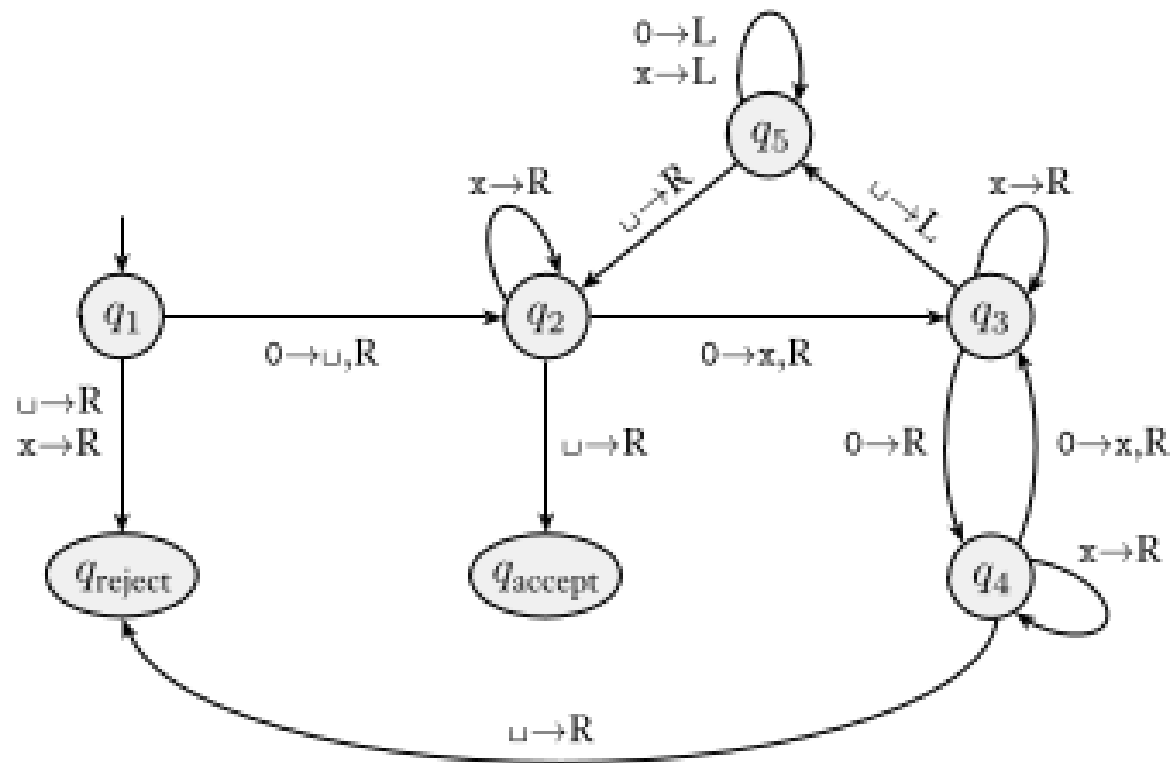
- Все строки которые машина принимает — $L(M)$

Тьюринг-решаемый

- Если машина переходит в `qreject` или `qaccept` — для всех входных слов

Пример

$A = \{0^{(2^n)} \mid n \geq 0\}$ — язык из нулей, в которых количество 0 степень двойки:



(из «Introduction to the Theory of COMPUTATION, THIRD EDITION MICHAEL SIPSER»)

упражнение

- Построить машину тьюринга для конечного автомата.
- Например, для распознающего язык 10^*1
- $(0^* - n \text{ 0й } (n \geq 0))$
-

Упражнения

$(0000)^*(k)(1111)^*(k)$ — построить машину тьюринга

- Построить машину в которой этот язык распознаваем
-

Пример машины с произвольным доступом

Start: read (2)

if (2) == 0 goto nulls

If (2) == 1 goto ones

if 0 == 0 goto fin

nulls: (0)++;

goto start;

ones: (1)++;

goto start;

fin: if (1)==(0) goto no

if (1)<>(0) goto yes

no: reject

yes: accept

Упражнение

- Доказать эквивалентность рассмотренных машин машине тьюринга
- Доказательство конструктивное: алгоритм перевода программы на языке одной машины в программу на языке другой.