

Математическая логика. Логика предикатов

Занятие кружка по информатике ФИМЛИ 5

г. Долгопрудный, МО
Грицуляк РТ,
30 сентября 2016

Базовые операции

- Как обсуждали, наличие элемента в множестве — можно представить битом.
- Разберем битовую арифметику подробнее.

$a \wedge b$ — операция И (and): $1 \wedge 1 = 1; 1 \wedge 0 = 0 \wedge 1 = 0 \wedge 0 = 0$

в C++: $a \& b \equiv a \wedge b$ в математических обозначениях

$a \vee b$ — операция ИЛИ (or): $1 \vee 1 = 1; 1 \vee 0 = 0 \vee 1 = 1; 0 \vee 0 = 0$

в C++: $a | b \equiv a \vee b$

- Исключающее ИЛИ(XOR): $a \wedge b$ в C++
 $1 \wedge 1 == 0 \wedge 0 == 0$; $1 \wedge 0 == 0 \wedge 1 == 1$
- \sim дополнение (отрицание);
- \gg сдвиг вправо
- \ll сдвиг влево

Задачи

- Написать умножение на 2 с использование целых беззнаковых (без использования + - * / с использованием if, for, и операций с логикой) (1 *)
- Сложить два целых числа (с ограничением предыдущей задачи) (2 *)
- Умножить (3 *)
- Разделить (4 *)

Логика предикатов

- Рассмотрим некоторые понятия из исчисления высказываний и логики предикатов.

- Для тех кому прошлые задачи простые:

Библиографические каталоги — это книги, которые описывают другие книги. Некоторые каталоги могут описывать другие каталоги. Некоторые каталоги могут описывать даже сами себя. Можно ли составить каталог, всех каталогов, которые не описывают сами себя?

-

Каталоги

- Нельзя
- Допустим можно. Тогда этот каталог должен входить сам в себя, чего быть не может по определению каталога.
- То есть нельзя построить множество множеств построенных по принципу каталогов (выше) так чтобы в нем были все множества, какие то будут выпадать.
- Можно исключить, или выделить в отдельный тип.

Исчисление высказываний

- Изучение этих проблем привело к вычислению высказываний.
- Формальная система исчисления высказываний описывается тройкой
 $\{L, F, A, R\}$
- L — алфавит
- F — формулы
- A — аксиомы
- R — правила
- A и R будем пока использовать интуитивное понимание

L — алфавит, состоит из

- {символы} — переменные
- $\&, |(v), ->, \sim, \leftrightarrow$
где $A \leftrightarrow B : \neg(A \wedge B)$
 $A \rightarrow B: \text{if } (B == 0 \ \& \ A ==)$
- Скобки ()
- \leftrightarrow

Формулы

- Если A — формула, то $A \& B$ формула
- Если A и B формулы — то и $A \& B$, $A \vee B$, $A \rightarrow B$, $A \leftrightarrow B$ $\sim A$ тоже формулы
- Примеры
 - $(x \wedge y)$
 - $x \rightarrow (y \& z)$

Задача:

А Тавтологично В — если формула для всех значений истинна.

- Простая (1*) Реализовать функцию $\text{arrow}(a,b)$ реализующую операцию $a \rightarrow b$
- Средняя (3*) Для формул из 10 переменных проверить, являются ли они тавтологиями
- Сложная (5*) Тавтология - Написать генератор более коротких тавтологий для формул.

Подсказка

- Использовать таблицы истинности
- Пример таблицы:

| A | B | C | F(A,B,C) |
|---|---|---|----------|
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| | | | ИТД |

Исчисление предикатов

В алфавит добавим:

- $P_n(x_1, x_2, \dots, x_n)$ — предикатные буквы ($n=0, 1, \dots$)
- $\forall \exists$

В формулы:

- $P_n(x_1, \dots, x_n)$ — элементарные (атомарные формулы)
- Если $A(x)$ — формула со свободной

– То $\forall x A(x), \exists x A(x)$ — формулы

Задача

- Написать проверку, является ли строка утверждением в исчислении высказываний.
- Принять что алфавит ограничен x_1, x_2 ,

Использовать символы

– (@ и ? вместо - $\forall \exists$

Вопросы и надеюсь ответы

- roman.gritsulyak@gmail.com