Laboratorium 6

Analiza bayesowska

(3+2+2)

W pliku *obserwacje.dat* znajduje się zbiór 200 pomiarów $\{x_i\}$ z zakresu [-6,12]. Te pomiary opisujemy rozkładem

$$S\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)+(1-S)\frac{1}{18}$$

o trzech parametrach, siła sygnału S, położenie i szerokość piku sygnału μ i σ.

1. Ograniczamy się do jednego parametru, ustalając $\mu = 3$ oraz $\sigma = .3$.
   Przyjmujemy jako rozkład a priori dla zmiennej S, rozkład jednorodny z przedziału [0,1].
   - narysować rozkład prawdopodobieństwa a posteriori, $P(S|\{x_i\})$
   - obliczyć wartość oczekiwaną i odchylenie standardowe dla parametru S.

2. Jak powyżej, ograniczamy się do jednego parametru, ustalając $\mu = 3$ oraz $\sigma = .3$.
   Na podstawie opublikowanych wyników innych eksperymentów, przyjmujemy jako rozkład a priori dla zmiennej S, rozkład normalny o średniej 0.3 i odchyleniu standardowym 0.05
   - narysować rozkład prawdopodobieństwa a posteriori, $P(S|\{x_i\})$
   - obliczyć wartość oczekiwaną i odchylenie standardowe dla parametru S.

3. Ustalamy parametr $S = 0.2$. A priori, dla parametru μ przyjmujemy rozkład jednorodny z przedziału [2,4], a dla parametru σ rozkład jednorodny rozkład jednorodny z przedziału [0.1,0.5].
   - narysować dwuwymiarowy rozkład a posteriori $P(\mu, \sigma|\{x_i\})$
   - obliczyć wartość oczekiwaną i odchylenie standardowe dla parametru μ.
   - obliczyć wartość oczekiwaną i odchylenie standardowe dla parametru σ.

Z powodu ograniczonej dokładności numerycznej, cześć obliczeń warto wykonać używając logarytmu funkcji największej wiarygodności.