

- 8.14 写出描述谓词 *GrandChild*、*GreatGrandparent*、*Ancestor*、*Brother*、*Sister*、*Daughter*、*Son*、*FirstCousin*、*BrotherInLaw*、*SisterInLaw*、*Aunt* 和 *Uncle* 的公理。找出隔了 n 代的第 m 代姑表亲的合适定义，并用一阶逻辑写出该定义。现在写出图 8.7 中所示的家族树的基本事实。采用适当的逻辑推理系统，把你已经写出的所有语句 TELL 系统，并 ASK 系统：谁是 Elizabeth 的孙辈，Diana 的姐夫/妹夫，Zara 的曾祖父母和 Eugenie 的祖先？

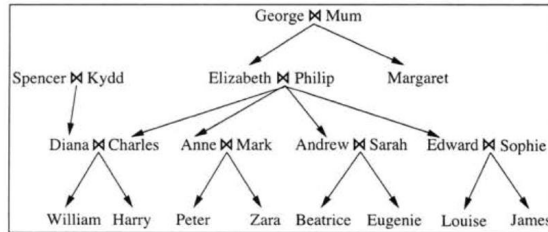


图 8.7 典型家族树。符号 “ \bowtie ” 连接配偶，箭头指向孩子

答：

$GrandChild(c, a) \Leftrightarrow \exists b \ child(c, b) \wedge Child(b, a)$
 $GreatGrandparent(a, d) \Leftrightarrow \exists b, c \ child(d, c) \wedge Child(c, b) \wedge Child(b, a)$
 $Ancestor(a, x) \Leftrightarrow child(x, a) \vee [\exists b \ child(b, a) \wedge Ancestor(b, x)]$
 $Brother(x, y) \Leftrightarrow Male(x) \wedge Sibling(x, y)$
 $Sister(x, y) \Leftrightarrow Female(x) \wedge Sibling(x, y)$
 $Daughter(x, y) \Leftrightarrow Female(x) \wedge child(x, y)$
 $Son(x, y) \Leftrightarrow Male(x) \wedge child(x, y)$
 $FirstCousin(c, d) \Leftrightarrow \exists p_1, p_2 \ child(c, p_1) \wedge child(d, p_2) \wedge Sibling(p_1, p_2)$
 $BrotherInLaw(b, x) \Leftrightarrow \exists m \ Sponse(x, m) \wedge Brother(b, m)$
 $SisterInLaw(s, x) \Leftrightarrow \exists m \ Sponse(x, m) \wedge Sister(s, m)$
 $Aunt(a, c) \Leftrightarrow \exists p \ child(c, p) \wedge [Sister(a, p) \vee SisterInLaw(a, p)]$
 $Uncle(u, c) \Leftrightarrow \exists p \ child(c, p) \wedge [Brother(u, p) \vee BrotherInLaw(u, p)]$

定义每个人到最近公共祖先距离为 Distance

$$Distance(c, c) = 0$$

$$child(c, b) \wedge Distance(b, a) = n \Rightarrow Distance(c, a) = n + 1$$

\therefore 隔 n 代的第 m 代姑表亲 (c 是 d 的)

$$nth \ Cousin \ NTimesRemoved(c, d, m, n) \Leftrightarrow$$

$$\exists a \ Distance(c, a) = m + 1 \wedge Distance(d, a) = m + n + 1$$

基本事实：

TELL(KB, Female(Diana))

TELL(KB, Male(William))

1. 箭头代表子女关系。

ASK VARS(KB, GrandChild(Elizabeth))

2. \bowtie 代表配偶关系。

ASK VARS(KB, BrotherInLaw(Diana))

3. 名字有性别命题

ASK VARS(KB, GreatGrandParent(Zara))

ASK VARS(KB, Ancestor(Eugenie))

8.28 考虑一阶逻辑的知识库，知识库中包括人、歌曲、专辑和 CD。词汇表包括符号：

$CopyOf(d, a)$: 谓词。盘 d 是专辑 a 的拷贝。

$Owns(p, d)$: 谓词。 p 拥有盘 d 。

$Sings(p, s, a)$: 专辑 a 中收录了 p 唱的 s 。

$Wrote(p, s)$: p 创作了歌曲 s 。

$McCartney, Gershwin, BHoliday, Joe, EleanorRigby, TheManILove, Revolver$: 常量，按字面意思。

用一阶逻辑表示下列语句：

- Gershwin 创作了歌曲 “The Man I Love”。
- Gershwin 没有创作 “Eleanor Rigby”。
- 是 Gershwin 或者 McCartney 创作了 “The Man I Love”。
- Joe 至少创作了一首歌曲。
- Joe 有 Revolver 的拷贝。
- 专辑 Revolver 中 McCartney 唱的每首歌都是 McCartney 自己创作的。
- Gershwin 没为 Revolver 写过歌。
- Gershwin 创作的每一首歌都被一些专辑收录（可能不同的歌收录在不同的专辑中）。
- 有一个专辑中收录了 Joe 写的每一首歌。
- Joe 拥有一个专辑拷贝，里面有 Billie Holiday 唱的 “The Man I Love”。
- 只要某专辑中有 McCartney 唱的歌，Joe 就有这个专辑的拷贝（当然，不同的专辑有不同的物理 CD 盘）。
- 只要某专辑中的所有歌都是 Billie Holiday 唱的，Joe 就拥有该专辑的拷贝。

答：

- $Wrote(Gershwin, TheManILove)$
- $\neg Wrote(Gershwin, EleanorRigby)$
- $Wrote(Gershwin, TheManILove) \vee Wrote(McCartney, TheManILove)$
- $\exists s. Wrote(Joe, s)$
- $\exists x. CopyOf(x, Revolver) \wedge Owns(Joe, x)$
- $\forall s. Sings(McCartney, s, Revolver) \Rightarrow Wrote(McCartney, s)$
- $\neg [\exists s. Wrote(Gershwin, s) \wedge \exists p. Sings(p, s, Revolver)]$
- $\forall s. Wrote(Gershwin, s) \Rightarrow \exists p. Sings(p, s, a)$
- $\exists a. \forall s. Wrote(Joe, s) \Rightarrow \exists p. Sings(p, s, a)$
- $\exists d. \exists a. s. CopyOf(d, a) \wedge Own(Joe, d) \wedge Sings(BillieHoliday, TheManILove, a)$
- $\forall a. [\exists s. Sings(McCartney, s, a)] \Rightarrow \exists d. CopyOf(d, a) \wedge Own(Joe, d)$
- $\forall a. [\forall s. p. Sings(p, s, a) \Rightarrow Sings(BillieHoliday, s, a)] \Rightarrow \exists d. CopyOf(d, a) \wedge Own(Joe, a)$

9.11 假定我们把美国人口普查数据中记录年龄、居住城市、生日、每个人的母亲的那一部分置入逻辑知识库中，用社会安全号作为每个人的标识常量。这样，George 的年龄由 $Age(443-65-1282, 56)$ 给出。下列 S1 到 S5 中，哪种索引方案能够给 Q1 到 Q4 中的哪个查询提供一个有效的解（假设采用常规的反向链接）？

- S1: 对于每个位置上的原子项建立索引。
 S2: 对于首要参数建立索引。
 S3: 对于谓词原子建立索引。
 S4: 对于谓词和首要参数的组合建立索引。
 S5: 对于谓词和次要参数的组合建立索引，并对首要参数建立索引（不标准的）。
 Q1: $Age(443-44-4321, x)$
 Q2: $ResidesIn(x, Houston)$
 Q3: $Mother(x, y)$
 Q4: $Age(x, 34) \wedge ResidesIn(x, TinyTownUSA)$

答：

S1: 对每个参数都建立索引。S2: 对第一个参数建立索引。S3: 对谓词建立索引。S4: 对谓词和第一个参数的组合建立索引。S5: 对谓词和第二个参数的组合建立索引，也对第一个参数建立索引。

S1、S2 均是单个查询，S3、S4 涉及到两个变量（或者说两重）的查询。

设：数据库里有 n 个人；有 $O(n)$ 人处于任何指定年龄；每个人都有一个母亲 Houston 有 H 人，TinytownUSA 有 T 人； T 远小于 n ；在 Q4 中，先查找第二个条件。1:x 代表找到第一个的时间；找到全部的时间。

则有：

	Q1	Q2	Q3	Q4
S1	1	1:H	1:n	T:T
S2	1	n:n	1:n	n:n
S3	n	n:n	1:n	$n^2:n^2$
S4	1	n:n	1:n	n:n
S5	1	1:H	1:n	T:T

对于 S3 方式对谓词进行索引，在本题目中效果差，因为仅有三个谓词且一次只查询一个，只有查询谓词中全部关系的题如 Q3 才表现出好的时间复杂度；其余思路就是是否能精确对想要的条件进行索引，如果没有，需要遍历，复杂度为 n ，如果有，时间复杂度降为常数级 1；对于查找全部解，基本为容量大小。

9.19 假设知识库中包含下列一阶逻辑 Horn 子句：

$Ancestor(Mother(x), x)$

$Ancestor(x, y) \wedge Ancestor(y, z) \Rightarrow Ancestor(x, z)$

考虑前向链接算法，在第 j 次迭代中，如果 KB 中包含能与查询合一的语句则终止，否则将 $j-1$ 次迭代后从 KB 已有语句推导出来的每个原子语句加入到 KB 中。

- a. 对如下查询，回答算法是否能够（1）给出解（如果有解，则写出解）；（2）在无解时终止；（3）从不终止。
- (i) $Ancestor(Mother(y), John)$
 - (ii) $Ancestor(Mother(Mother(y)), John)$
 - (iii) $Ancestor(Mother(Mother(Mother(y))), Mother(y))$
 - (iv) $Ancestor(Mother(John), Mother(Mother(John)))$
- b. 从原始知识库能否归结证明出 $\neg Ancestor(John, John)$ ？请解释如何证明或者为什么不能？
- c. 假设我们加入断言 $\neg(Mother(x)=x)$ ，归结算法使用带等词的推理规则。现在（b）的答案是什么？

答：

a.

- (i) 有解。{y/John}，在第一次迭代时得到答案。
- (ii) 有解。{y/John}，在第二次迭代时得到答案。
- (iii) 有解。{y/John}，在第二次迭代时得到答案。
- (iv) 无解。不终止，它会生成无限多的嵌套答案，教材中描述如图所示。

个证明。（参见第 9.5 节中的归结情况。）如果查询没有回答，有时算法无法终止。例如，

若知识库包含 Peano 公理

$$\text{NatNum}(0)$$

$$\forall n \quad \text{NatNum}(n) \Rightarrow \text{NatNum}(S(n))$$

前向链接将添加 $\text{NatNum}(S(0))$ 、 $\text{NatNum}(S(S(0)))$ 、 $\text{NatNum}(S(S(S(0))))$ 等。一般情况下

这种问题无法避免。与一般的一阶逻辑一样，具有确定子句的蕴涵是半可判定的。

b. 不能证明，给出的条件无法推断出该结论，且前向链接算法只做前向推理，无法得出否定的推论。

c. 可以证明。可以使用反证法，如果 $\text{Ancestor}(\text{John}, \text{John})$ 成立，那么 $\text{Mother}(\text{John}) = \text{John}$ ，与我们的断言相悖，故 $\text{Ancestor}(\text{John}, \text{John})$ 不成立。