

# 《计算机系统》

## LAB2-datalab 实验报告

# 目录

1 实验项目一 .....	3
1.1 项目名称 .....	3
1.2 实验目的 .....	3
1.3 实验资源 .....	3
2 实验任务 .....	4
2.1 bitAnd .....	4
2.2 getByte .....	4
2.3 logicalShift .....	5
2.4 bitCount .....	5
2.5 bang .....	7
2.6 tMin .....	8
2.7 fitsBits .....	8
2.8 divpwr2 .....	9
2.9 negate .....	9
2.10 isPositive .....	10
2.11 isLessOrEqual .....	10
2.12 ilog2 .....	11
2.13 float_neg .....	12
2.14 float_i2f .....	12
2.15 float_twice .....	13
3 总结 .....	14
3.1 心得体会 .....	14

# 1 实验项目一

## 1.1 项目名称

LAB2-datalab。

## 1.2 实验目的

1) 本次实验本质上是填写 `bits.c` 文件中尚未完成的各个函数的内容。但是，本实验要求只使用有限数量、规定的操作符。

2) 对于整型：明确禁止：

1. 使用任何控制结构，如 `if`、`do`、`while`、`for`、`switch` 等。
2. 定义或使用任意宏。
3. 在此文件中定义任何附加函数。
4. 调用任意函数。
5. 使用任何其他操作，如 `&&`、`||`、`-` 或 `?:`。
6. 使用除 `int` 以外的任何数据类型。这意味着不能使用数组、结构体或联合。

3) 对于浮点：对于需要实现浮点运算的问题，编码规则不那么严格。允许使用循环和有条件的控制。可以同时使用 `int` 型和 `unsigned` 型。可以使用任意整数和无符号常量。明确禁止您：

1. 定义或使用任意宏。
2. 在此文件中定义任何附加函数。
3. 调用任意函数。
4. 使用除 `int` 或 `unsigned` 以外的任何数据类型。这意味着不能使用数组、结构体或联合。
5. 使用任何浮点数据类型、操作或常量。

## 1.3 实验资源

`datalab-handout.tar` 以及 `ReadmeFirst.txt`。

## 2 实验任务

### 2.1 bitAnd

```
4 /*
5  * bitAnd - x&y using only ~ and |
6  *   Example: bitAnd(6, 5) = 4
7  *   Legal ops: ~ |
8  *   Max ops: 8
9  *   Rating: 1
10 */
```

题目要求：只能用~和|实现两个二进制数的按位与功能。

根据德摩根定律转换为按位取反后，取或操作，再取反。

```
11 int bitAnd(int x, int y) {
12     return ~(~x|~y);
13 }
```

### 2.2 getByte

```
11 /*
12  * getByte - Extract byte n from word x
13  *   Bytes numbered from 0 (LSB) to 3 (MSB)
14  *   Examples: getByte(0x12345678,1) = 0x56
15  *   Legal ops: ! ~ & ^ | + << >>
16  *   Max ops: 6
17  *   Rating: 2
18 */
```

题目要求：从低位起字节编号为 0-3，取出编号为 n 的字节。

将所取的字节挪到最右边，与 0xff 进行与操作，即可取出该字节。因为一个字节是 8 位，需要将给的 n 先向左移 3 位，以实现乘 8，即可实现向右移位的过程。

```
19 int getByte(int x, int n) {
20     return x>>(n<<3)&0xff;
21 }
22 }
```

## 2.3 logicalShift

```

20 /*
19 * logicalShift - shift x to the right by n, using a logical shift
18 *   Can assume that 0 <= n <= 31
17 *   Examples: logicalShift(0x87654321,4) = 0x08765432
16 *   Legal ops: ! ~ & ^ | + << >>
15 *   Max ops: 20
14 *   Rating: 3
13 */

```

题目要求：实现逻辑右移

在本实验中，对整数的操作默认为算术右移，而实现逻辑右移  $n$  位，只需要将算术右移  $n$  位的内容与  $000\cdots111$ ，即  $n$  个 0， $32-n$  个 1 进行相与即可。本题重点为如何得到该数字。

需要注意的是：（1）只能使用 0-0xff 之间的数，不允许直接使用大整数。（2）0 在二进制中用 32 个 0 表示，按位非可以得到 32 位为 1 的数。（3）整数使用补码表示（4）不允许使用 ‘-’。

这里给出了两种思路。

**思路 1：**将 1 向左移 31 位，得到首位为 1 的 32 位数，再向右移  $n-1$  位，由于默认为算术右移，会得到前  $n$  位为 1 的数字，然后取反，即可得到想要的数。

**思路 2：**将 32 位全 1 的数向左移  $32-n$  位（右边补 0），然后取反，即可得到想要的数。要注意的是本题中不能使用 -，在这里将  $32+\sim n+1$ ，即进行补码运算。

```

12 int logicalShift(int x, int n) {
11     int s=1<<31;
10     // int temp=~((s>>n)<<1);
9     int temp=~((~0)<<(32+~n)<<1);
8     return (x>>n)&temp;
7 }

```

## 2.4 bitCount

```

6 /*
7 * bitCount - returns count of number of 1's in word
8 *   Examples: bitCount(5) = 2, bitCount(7) = 3
9 *   Legal ops: ! ~ & ^ | + << >>
10 *   Max ops: 40
11 *   Rating: 4
12 */

```

题目要求：数出二进制数中 1 的个数。

本题中不能使用 if,while 等控制结构，所以不能使用每次右移 1 位与 0x1 相与的方法，

查阅资料后发现可使用分治法。

### 思路 1:

将所有位每两位为 1 组，先计算每 2 位的 1 的个数，再计算每 4 位 1 的个数，每 8 位 1 的个数，每 16 位 1 的个数，最后得到 32 个位 1 的个数，最终结果将被累计为最低位数。

无需担心移位是算术右移，右移得到的最高位在计算时会被丢弃。

计算个数的方式是和特殊的数相与（ $0x55555555, 0x33333333, 0x0F0F0F0F$ ， $0x00FF00FF, 0000FFFF$ ），每次计算的方式是利用移位操作将相邻两组的值相加，存放在较低位处。需要的数按照规则不可以直接使用，需要先通过移位相加得到。

$t1: 01010101 * 4, t2: 00110011 * 4, t3: 00001111 * 4, t4: 0000000011111111 * 2, t5: 0 \dots 0011111111$

（0 的位置是将高位空出来，累加过程中将划分的每一块当做计数处理，2 的五次方是 32，所以会处理 5 次。）

### 思路 2:

使用  $0x11111111$  作为  $t1$ ，每次检查八位，也就是每四位中的 1 的个数，在第一次操作时需要累加四次，然后再分别检查高 16 位和低 16 位累加（ $0xffff, sum \gg 16$ ，累加后仅剩低 16 位）、相邻四位累加（ $0x0f0f, sum \gg 4$ ，累加后还剩低 16 位，这里是先对 8 位内分两块进行了累加）、相邻八位累加（ $0xff, sum \gg 8$ ，得到最终结果）。

这里给出了思路 1 的实现。

```

14 int bitCount(int x) {
15     int t1, t2, t3, t4, t5;
16     t1 = 0x55 + (0x55 << 8);
17     t1 = t1 + (t1 << 16);
18     t2 = 0x33 + (0x33 << 8);
19     t2 = t2 + (t2 << 16);
20     t3 = 0x0f + (0x0f << 8);
21     t3 = t3 + (t3 << 16);
22     t4 = 0xff + (0xff << 16);
23     t5 = 0xff + (0xff << 8);
24
25     x = (t1 & (x >> 1)) + (t1 & x);
26     x = (t2 & (x >> 2)) + (t2 & x);
27     x = (t3 & (x >> 4)) + (t3 & x);
28     x = (t4 & (x >> 8)) + (t4 & x);
29     x = (t5 & (x >> 16)) + (t5 & x);
30     return x;
31 }

```

$10111000$   
 $t1: \quad \underline{01} \underline{10} \underline{01} \underline{00}$   
 $t2: \quad \underline{0011} \quad \underline{0001}$   
 $t3: \quad \underline{0000} \underline{0100}$   
 $t4: \quad \dots$

## 2.5

## bang

```
8 /*
9 * bang - Compute !x without using !
10 * Examples: bang(3) = 0, bang(0) = 1
11 * Legal ops: ~ & ^ | + << >>
12 * Max ops: 12
13 * Rating: 4
14 */
```

题目要求：实现取非操作

**思路 1:**

等价于求二进制串中是否含有 1，与上一题的思路类似，但不用计数，直接取或即可。

高 16 与低 16，16-8 与低 8，8-4 与低 4，4-2 与低 2，2 与 1，最终返回 32 位相或的结果。

无需担心算术右移会影响结果，只有含有 1 的时候才会补 1。

因为没有进行与操作，高位的 1 或 0 会被保留，最终返回结果的时候记得与 0x1，使最终的结果返回 1 或 0 而不是其他的数字。

**思路 2:**

查资料的时候发现了另一种解法，0 取反后+1 仍为 0，只有 0 有该特点，因此将 x 与 x 取反加一后的数按位或，将只有 0 会得到符号位为 0，其余的数符号位均为 1，直接返回符号位右移 31 位并加一的结果即可（符号位为 1 的会发生溢出，返回结果为 0）。

```
5 int bang(int x) {
6     int t1=x|x>>16;
7     int t2=t1|t1>>8;
8     int t3=t2|t2>>4;
9     int t4=t3|t3>>2;
10    int t5=t4|t4>>1;
11    return (t5&0x1)^0x1;
12    //x=(~x+1)|x;
13    //return (x>>31)+1;
14 }
```

## 2.6

## tMin

```

13 /*
14 * tmin - return minimum two's complement integer
15 *   Legal ops: ! ~ & ^ | + << >>
16 *   Max ops: 4
17 *   Rating: 1
18 */

```

题目要求：返回补码中的最小值

32 位补码表示的最小值为 0x80000000。补码负数是对应二进制无符号数减表示范围，如四位表示时，最小值为 1000，-8，对应无符号数的 8-16。

```

19 int tmin(void) {
20     return 1<<31;
21 }

```

## 2.7

## fitsBits

```

4 /*
5 * fitsBits - return 1 if x can be represented as an
6 *   n-bit, two's complement integer.
7 *   1 <= n <= 32
8 *   Examples: fitsBits(5,3) = 0, fitsBits(-4,3) = 1
9 *   Legal ops: ! ~ & ^ | + << >>
10 *   Max ops: 15
11 *   Rating: 2
12 */

```

题目要求：求 x 是否可用 n 位补码表示。

**思路 1:**

符合要求的数的特点应该是从第 n 位到最高位没有有意义的数值，对于正数，前 33-n 位为 0，对于负数，前 33-n 位为 1（加入了符号位，32-n+1）。左移 32-n 位和右移 32-n 位得到的数值应该相同，用异或取反判断。

**思路 2:**

如果是正数或 0，向右移动 n-1 位后，该数的数值一定为 0，如果是负数，数值一定为 1（32 位全 1 的数），可以移动后判断是否为全 0 或全 1 判断。

```

6 int fitsBits(int x, int n) {
5     int t = 32+(~n+1);
4     return !(x^(x<<t)>>t);
3 //int temp=n+~0;
2 //int tempx=x>>temp;
1 //int ans = (!temp|!(temp+1));
0 //return ans;
1 }

```



## 2.8 divpwr2

```

3 /*
4  * divpwr2 - Compute x/(2^n), for 0 <= n <= 30
5  * Round toward zero
6  * Examples: divpwr2(15,1) = 7, divpwr2(-33,4) = -2
7  * Legal ops: ! ~ & ^ | + << >>
8  * Max ops: 15
9  * Rating: 2
10 */

```

题目要求：给出  $x/2^n$  的结果。

正数直接向右移  $n$  位即可得到  $x/2^n$  的答案，负数直接移会得到  $(x/2^n) - 1$ （向下取整），我们可以根据符号位判断正负，并将负数加上  $2^n - 1$  的偏移量（即不会改变正确结果，也可以让除不尽的部分向 0 取整）。temp 得到的是符号位取反+1，也就是将符号位扩展，符号位为 0 得到 0，符号位为 1 得到全 1 的值；q 是偏移量；ans 将符号位扩展与偏移量相与后右移，即可得到结果。

```

13 int divpwr2(int x, int n) {
12     int temp = (~((x >> 31) & 0x1)) + 1;
11     int q = (1 << n) + ~0;
10     int ans = (x + (temp & q)) >> n;
9     return ans;

```

## 2.9 negate

```

18 /*
19  * negate - return -x
20  * Example: negate(1) = -1.
21  * Legal ops: ! ~ & ^ | + << >>
22  * Max ops: 5
23  * Rating: 2
24 */

```

题目要求：求  $-x$

由补码运算可知， $x$  与  $-x$  的和为总长度，如果是四位表示，和应该为 10000，即刚好溢出的值。求一个补码数的负数，取  $\sim x + 1$  即可。

```

25 int negate(int x) {
26     return ~x + 1;
27 }

```

## 2.10 isPositive

```

13 /*
14 * isPositive - return 1 if x > 0, return 0 otherwise
15 * Example: isPositive(-1) = 0.
16 * Legal ops: ! ~ & ^ | + << >>
17 * Max ops: 8
18 * Rating: 3
19 */

```

题目要求：判断是否为正数，是返回 1，否则返回 0

本来写的是  $(x >> 31) + 0x1$ ，发现漏考虑了 0 的情况，输出错误。

故特殊考虑 0 的情况，使用取反操作，若为 0，取反操作位 1，与 temp 进行或操作，最后取反得到结果。

```

20 int isPositive(int x) {
21     int temp = (x >> 31) & 0x1;
22     int ans = !(temp | !x);
23     return ans;
24 }

```

## 2.11 isLessOrEqual

```

7 /*
8 * isLessOrEqual - if x <= y then return 1, else return 0
9 * Example: isLessOrEqual(4,5) = 1.
10 * Legal ops: ! ~ & ^ | + << >>
11 * Max ops: 24
12 * Rating: 3
13 */

```

题目要求：判断  $x \leq y$ ，若是，返回 1；否则返回 0。

对于符号不同的情况，可直接判断；符号相同时，将两数作差判断结果。

$x_i, y_i$  分别提取了  $x, y$  的符号位，same 用异或判断了符号位是否相同， $p$  是  $y-x$  的符号位，若  $y-x$  大于 0， $p$  返回 1，即表示  $y > x$ 。最后如果相同，返回  $p$  值，如果不同，返回  $x_i$  的符号值，若  $x_i$  大于 0，结果为 0，即  $y < x$ 。

```

14 int isLessOrEqual(int x, int y) {
15     int xi = (x >> 31) & 0x1;
16     int yi = (y >> 31) & 0x1;
17     int same = !(xi ^ yi);
18     int p = !((~x + 1 + y) >> 31);
19     return (same & p) | (!same & xi);
20 }

```

## 2.12

## ilog2

```

18 /*
19 * ilog2 - return floor(log base 2 of x), where x > 0
20 *   Example: ilog2(16) = 4
21 *   Legal ops: ! ~ & ^ | + << >>
22 *   Max ops: 90
23 *   Rating: 4
24 */

```

题目要求：对一个整数求  $\log_2(x)$ ，向下取整。

## 思路 1:

相当于找最高位 1 的位置。可以将最高位 1 右侧的位全部通过移位覆盖，并进行 bitCount，将最终的结果-1，就是想要的值。

## 思路 2:

通过右移并两次取反检测高 16 位是否有 1，若有，结果至少为 16，将 res 加上 16，继续检测前 16 位的高 8 位；如果没有，检测后 16 位的高 8 位，以此类推，逐步检测高 4 位、高 2 位、高 1 位，最终得到结果。每次检测的结果要乘以对应的权重值。

```

9 int ilog2(int x) {
10     int t1,t2,t3,t4,t5;
11     t1=0x55+(0x55<<8);
12     t1=t1+(t1<<16);
13     t2=0x33+(0x33<<8);
14     t2=t2+(t2<<16);
15     t3=0x0f+(0x0f<<8);
16     t3=t3+(t3<<16);
17     t4=0xff+(0xff<<16);
18     t5=0xff+(0xff<<8);
19
20     x=x|(x>>1);
21     x=x|(x>>2);
22     x=x|(x>>4);
23     x=x|(x>>8);
24     x=x|(x>>16);
25
26     x=(t1&(x>>1))+(t1&x);
27     x=(t2&(x>>2))+(t2&x);
28     x=(t3&(x>>4))+(t3&x);
29     x=(t4&(x>>8))+(t4&x);
30     x=(t5&(x>>16))+(t5&x);
31     return x+(~1+1);
32 //int res=0;
33 //res+=(!!(x>>16))<<4;
34 //res+=(!!(x>>(res+8)))<<3;
35 //res+=(!!(x>>(res+4)))<<2;
36 //res+=(!!(x>>(res+2)))<<1;
37 //res+=(!!(x>>(res+1)));
38 //return res;
39 }

```

## 2.13 float\_neg

```

15 /*
16 * float_neg - Return bit-level equivalent of expression -f for
17 * floating point argument f.
18 * Both the argument and result are passed as unsigned int's, but
19 * they are to be interpreted as the bit-level representations of
20 * single-precision floating point values.
21 * When argument is NaN, return argument.
22 * Legal ops: Any integer/unsigned operations incl. ||, &&, also if, while
23 * Max ops: 10
24 * Rating: 2
25 */

```

题目要求：返回浮点数  $f$  的负数，对于 NaN，直接返回 NaN。

注意：该数以 Unsigned 的形式给出，但它是浮点数的二进制表示。

正常情况时只需要用异或操作改变首位，本题目中的特殊情况是 NaN，它的结构是阶码位全部为 1，而小数位不为 1。 $uf \ll 9$  用于判断小数位的值， $((uf \gg 23) \& 0xff) == 0xff$  用于判断阶码的 8 位是否为 1（没有判断符号位），需要注意的是要在  $==$  前加括号，因为  $==$  的优先级大于  $\&$ 。

```

30 unsigned float_neg(unsigned uf) {
31     if((uf << 9) && (((uf >> 23) & 0xff) == 0xff)) return uf;
32     else return uf ^ 0x80000000;
33 }

```

## 2.14 float\_i2f

```

2 /*
3 * float_i2f - Return bit-level equivalent of expression (float) x
4 * Result is returned as unsigned int, but
5 * it is to be interpreted as the bit-level representation of a
6 * single-precision floating point values.
7 * Legal ops: Any integer/unsigned operations incl. ||, &&, also if, while
8 * Max ops: 30
9 * Rating: 4
10 */

```

题目要求：将整型转化为浮点数，返回为 IEEE 格式

符号位使用原浮点数的符号位。

阶码部分，参考 `ilog2` 的操作，取得原值 2 的最高次方。而 `ilog2` 的条件是正数，将负数取反+1 可得到相反数，需要注意两个特殊值：0，返回 0；0x80000000 取反+1 仍然为原值，是负数，直接手动计算得 0xcf000000 返回。while 循环部分寻找阶码部分最高位的 1，退出时的 E 值是第一个 1 后面的位的个数，因此，E+1 位是从低位起 1 的位置，也就是说所得到的 E 就是所求的对数结果，加上偏移量 127 后移位到对应的位置，得到了阶码部分。（`ilog2` 不能使用 while）

尾数部分，需要得到完整的尾数，左移 32-E 位可以得到完整的尾数部分（不包括最高位的 1），浮点数尾数有 23 位，所以需要右移 9 位，并清除补充的位。

此时将三个部分相与，得到未处理舍入时的结果。

处理舍入：根据向偶舍入的原则，如果最高位不为 1，小于舍入部分的 1/2，返回原值；如果为 1，判断后 8 位，如果全为 0，根据向偶舍入，判断 res 的最后一位，如果为 1，返回 res+1，如果为 0，返回 res。

整型转换为浮点数不会溢出，不会出现非规格化数。

```

11 unsigned float_i2f(int x) {
12     int s,exp,frac,E=30,bias=127,res=0;
13     unsigned int t;
14     s=x&0x80000000;
15     if(s) x=-x+1;
16     //
17     if(x==0) return 0;
18     if(x==0x80000000) return 0xc0000000;
19     //
20     while(!((x>>E)&0x1)) E--;
21     exp=(E+bias)<<23;
22     x=(x<<(32-E));
23     frac=(x>>8)&0x007fffff;
24     res=s|exp|frac;
25     //
26     t=x&0x000001ff;
27     if(t&0x00000100){
28         if(t&0xff)
29             return res+1;
30         else{
31             if(res&0x1) return res+1;
32             else return res;
33         }
34     }
35     return res;
36 }

```

## 2.15 float\_twice

```

18 /*
17 * float_twice - Return bit-level equivalent of expression 2*f for
16 * floating point argument f.
15 * Both the argument and result are passed as unsigned int's, but
14 * they are to be interpreted as the bit-level representation of
13 * single-precision floating point values.
12 * When argument is NaN, return argument
11 * Legal ops: Any integer/unsigned operations incl. ||, &&, also if, while
10 * Max ops: 30
9 * Rating: 4
8 */

```

题目要求：返回给定 f 的两倍。

对于规格化数，直接将阶码值+1，对于非规格化数，左移 1 位并补符号位，对于特殊值 NAN 和无穷，返回原值。s 提取符号位，exp 提取阶码位，如果不是全 1 或 0 就将阶码值+1,全为 0 左移补符号，否则不做处理。注意给定的 uf 是无符号数，右移补 0。

```

7 unsigned float_twice(unsigned uf) {
6     int s,exp;
5     s=uf&0x80000000;
4     exp=(uf<<1)>>24;
3     if(exp!=0xff && exp!=0) uf+=0x80000000;
2     else if(exp==0) uf=(uf<<1)|s;
1     return uf;
0

```



## 3 总结

### 3.1 心得体会

在实验过程中,我发现我对二进制整数的操作以及浮点数的操作不够熟练,在遇到问题的时候很难想到很好的解决办法,因而在处理问题的时候参考了许多网上的解法,在这个过程中我也发现了许多不同的思路,位处理的灵活性不言而喻。

通过该实验,我进一步熟悉了位的基本操作和对浮点数的处理,复习了许多更加细小的知识点,我也通过本实验中一些灵活的问题开拓了视野,知道了位运算不只是简单的操作,它们组合起来有很多奥妙的地方,甚至可以实现分治这种复杂的思想。

从二进制这一层面出发,我对机器存储、对数的操作都有了更深一步的理解。

以下对学习到的许多思路进行总结:

- ✓ 分治
- ✓ 用高位 1 将剩余位全覆盖/全异或
- ✓ 用偏移量使改变取整方向
- ✓ 补码数的相反数,取 $\sim x + 1$
- ✓ 特殊值: 0 的符号位是 0, 0x80000000 按位取反加 1 仍为它本身 (0 也是)
- ✓ 异或取反判断相等
- ✓ 两次取非判断 0
- ✓ 浮点数乘 2: 规格化阶码+1, 非规格化左移该符号, 特殊直接返回
- ✓ 负数转正数求 E (最高位 1)
- ✓ 向偶舍入