

WYKŁAD 1
RACHUNEK CAŁKOWY FUNKCJI JEDNEJ ZMIENNEJ
CAŁKA NIEOZNACZONA_cz.1

Def.1

Różniczka funkcji w punkcie: $df(x) = f'(x) \cdot \Delta x$ lub $df(x) = f'(x) dx$ (ponieważ $dx = \Delta x$).

Def.2.

Funkcją pierwotną funkcji f w pewnym przedziale (właściwym lub niewłaściwym) nazywamy taką funkcję F , której pochodna równa się funkcji f w tym przedziale.

Np. Funkcja **sinus x** jest funkcją pierwotną funkcji **cosinus x** , ponieważ $(\sin x)' = \cos x$.

Def.3.

Zbiór wszystkich funkcji pierwotnych funkcji f nazywamy **całką nieoznaczoną** funkcji f i oznaczamy symbolem $\int f(x) dx$.

Przy czym $\int f(x) dx = F(x) + C$, $C \in \mathbb{R}$, gdzie F - dowolna funkcja pierwotna funkcji, a C to dowolna stała, nazywana stałą całkowania.

Symbolika: $\int f(x) dx$ - **całka nieoznaczona z funkcji $f(x)$** .

Przykład: $\int x dx = \dots$

Tw.1.

Każda funkcja ciągła na przedziale X jest całkowna na tym przedziale.

Tw.2.

a) $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$

b) $\int k \cdot f(x) dx = k \int f(x) dx$, gdzie $k \neq 0$ dowolna stała.

I. Obliczanie całek nieoznaczonych przy zastosowaniu wzorów podstawowych, twierdzeń podstawowych i przekształceń funkcji podcałkowej.

Przykłady.

a) $\int \left(3x^2 - 2x^{10} + 5e^x - 4\sqrt[4]{x^3} - \frac{10}{x^3} + 11 \right) dx$

b) $\int \lg^2 x dx$

Zadanie. Oblicz całki:

a) $\int \left(5 \sin x - \frac{3}{\sqrt[5]{x^3}} - 13x + \frac{6}{\cos^2 x} - \frac{7}{x} + 2 \right) dx$

b) $\int (x^3 + 7)(4x - 5) dx$