Dynamika zjawisk masowych

Dynamika zjawisk masowych

Analizę dynamiki zjawisk masowych przeprowadza się na podstawie szeregów czasowych (dynamicznych , chronologicznych).

Szeregiem dynamicznym nazywamy ciąg wartości badanego zjawiska obserwowanego w kolejnych jednostkach czasu.

W **szeregach czasowych** zmienną niezależna jest czas, natomiast zmienną zależną – wartości liczbowe badanego zjawiska.

Analiza dynamiki dotyczy opisu kształtowania zjawisk masowych w czasie

Zjawiska podlegające obserwacji mogą być notowane są w pewnych momentach czasu, np. zatrudnienie na koniec miesiąca, liczba ludności na koniec roku, cena akcji na koniec dnia, itp.

Takie szeregi nazywa się **szeregami momentów**.

Analiza dynamiki dotyczy opisu kształtowania zjawisk masowych w czasie

Obserwacji podlegają także zjawiska mierzone w pewnych okresach czasu, np. produkcja na koniec roku jest wielkością nagromadzoną od początku do końca roku, utarg na koniec dnia jest wielkością nagromadzoną od początku do końca dnia, itp.

Takie szeregi nazywane są **szeregami okresów**.

Przeciętny poziom zjawiska

W przypadku szeregów czasowych ocenianą zmienną najczęściej oznacza się symbolem *Y*, a jej realizacje, czyli obserwacje w kolejnych jednostkach czasu y_t, gdzie *t* jest kolejnym punktem czasu $t = 1, 2, \ldots, n$.

Szeregiem czasowym będziemy nazywać ciąg obserwacji dowolnej cechy statystycznej, dokonanych w kolejnych punktach czasowych.

Przeciętny poziom zjawiska przedstawianego w postaci ***szeregu czasowego okresów*** ustala się za pomocą ***średniej arytmetycznej*** (wartości się kumulują):

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} y_t$$

Przykład. Szereg przedstawia liczbę podpisanych umów handlowych przez handlowców przedsiębiorstwa w kolejnych latach:

Rok	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Liczba umów	256	269	278	289	276	263	257	254	251

W całym ocenianym okresie podpisano 2393 umowy, co daje przeciętnie 265,9 umowy na rok.

Przeciętny poziom zjawiska

Przeciętny poziom zjawiska przedstawianego w ***postaci szeregu czasowego momentów*** ustala się za pomocą ***średniej chronologicznej*** określając przeciętną wartość zjawiska:

$$\bar{y}_{ch} = \frac{\frac{y_1 + y_2}{2} + \frac{y_2 + y_3}{2} + \ldots + \frac{y_{n-1} + y_n}{2}}{n-1} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + \ldots + y_{n-1} + \frac{1}{2}y_n}{n-1}$$

Przykład. Szereg przedstawia liczbę zatrudnionych w przedsiębiorstwie na koniec lat:

Rok	2014	2015	2016	2017	2018
Liczba zatrudnionych	34	42	45	49	56

Idea ta jest podstawą średniej chronologicznej, która to powinna być zastosowana w celu określenia przeciętnej liczby pracowników w ocenianym okresie:

$$\bar{y}_{ch} = \frac{\frac{34+42}{2}+\frac{42+45}{2}+\frac{45+49}{2}+\frac{49+56}{2}}{5-1} = 45,25$$

Zatem przeciętna liczba zatrudnionych w przedsiębiorstwie w badanym okresie wynosiła 45,25 osoby.

Dość często spotykanym problemem w ocenie kształtowania wartości zmiennej danej szeregiem okresów jest **różna długość odcinków czasu, w jakich prowadzona jest obserwacja.**

W celu zapewnienia porównywalności danych można dokonać korekty wartości zmiennej zgodnie ze wzorem:

$$y_{t_{skor.}} = \frac{y_t \cdot t_{st}}{t_{rz}}$$

gdzie:

$y_{t_{skor.}}$ – skorygowana wielkość obserwowanego zjawiska, wartość zjawiska przy założeniu, że wszystkie okresy są tej samej długości;

t_{st} – standardowa długość okresu czasu, np. 30 dla miesięcy, 91 dla kwartałów;

t_{rz} – rzeczywista długość okresu czasu, w którym prowadzona była obserwacja.

Przykład. Szereg przedstawia przychody sieci handlowej (dane w mln zł).

miesiąc	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
produkcja	12,7	11,5	12,9	12,6	13,1	13,1	14,1	14,3	13,7	13,8	12,9	12,5

Szereg po skorygowaniu do t_{st}= 30 dni w miesiącu przedstawia się następująco:

$$y_{t*} = \frac{y_t \cdot t_{st}}{t_t}$$

12,29 12,32

miesiąc	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
produkcja	12,29	12,32	12,48	12,6	12,68	13,1	13,65	13,84	13,7	13,35	12,9	12,10

Analiza dynamiki zjawisk masowych

Rozwój zjawisk może być właściwie oceniany, gdy poszczególne wyrazy szeregu są **wielkościami jednorodnymi i porównywalnymi.** Oznacza to, że dane statystyczne przedstawione w formie szeregu można porównywać jeśli przedstawione zjawiska są wyrażone w tej samej jednostce miary, dotyczą tego samego obszaru terytorialnego i jednakowego przedziału czasowego.

Analiza dynamiki zjawisk masowych

Podstawowa analiza zmian, jakie zachodzą w obserwowanym na osi czasu zjawisku opiera się na przyrostach.

Wykorzystuje się tutaj dwa podstawowe działania matematyczne: odejmowanie i dzielenie.

Proste indeksy dynamiki określają tempo zmian pojedynczego szeregu czasowego.

Wyodrębnia się dwa podstawowe typy indeksów:

• indeksy o stałej podstawie;

• indeksy o zmiennej podstawie.

Analiza dynamiki zjawisk masowych

Przyrosty, w których wykorzystuje się odejmowanie nazywa się absolutnymi lub bezwzględnymi.

W zależności od tego, do jakiej podstawy się odnosimy mówimy o przyrostach o podstawie:

- **stałej (przyrosty jednopodstawowe**), gdy każdą wartość szeregu odnosimy do jednej wybranej np. produkcję w różnych latach porównujemy z produkcją z roku 2010 traktowanego jako bazowy,
- **zmiennej (przyrosty łańcuchowe**), gdy każdą wartość szeregu odnosimy do wartości poprzedniej, np. produkcję w roku 2011 porównujemy z produkcją z roku 2010, produkcję z roku 2012 porównujemy z produkcją z roku 2011, itd. aż do ostatnio zanotowanej.

Metody analizy dynamiki zjawisk masowych

1) Przyrosty absolutne- bezwzględne (jednopodstawowe i łańcuchowe).

$$\Delta Y_{t/c} = Y_t - Y_c$$ o podstawie stałej

$$\Delta Y_{t/t-1} = Y_t - Y_{t-1}$$ o podstawie zmiennej - łańcuchowe

Odpowiadają na pytanie: o ile wartość zmiennej Y w okresie t różni się od wartości zmiennej Y w okresie stanowiącym podstawę porównania (c lub t-1), czyli **o ile wzrósł lub zmalał poziom badanego zjawiska.**

Metody analizy dynamiki zjawisk masowych

2) Przyrosty względne (jednopodstawowe i łańcuchowe) – to iloraz przyrostów absolutnych zjawiska i jego poziomu w okresie przyjętym za podstawę porównań.

$$\frac{\Delta y_{t/c}}{y_c} = \frac{y_t - y_c}{y_c} = \frac{y_t}{y_c} - 1$$

$$\frac{\Delta y_{t/t-1}}{y_{t-1}} = \frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}} = \frac{y_t}{y_{t-1}} - 1$$

Odpowiadają na pytanie: o ile procent wartość zmiennej Y w okresie t różni się od wartości zmiennej Y w okresie stanowiącym podstawę porównania (c lub t-1). **O ile % wyższy lub niższy jest poziom badanego zjawiska w danym okresie w stosunku do bazy**.

Metody analizy dynamiki zjawisk masowych

3) Indeksy indywidualne

Indeksy te znajdują zastosowanie w przypadku badania dynamiki zjawisk jednorodnych. **Jest to stosunek poziomów pojedynczego zjawiska z 2 różnych okresów.**

Są to przyrosty względne powiększone o 1, czyli również informują o procentowej zmianie analizowanego zjawiska.

W zależności od przyjętej podstawy porównania wyróżniamy indeksy jednopodstawowe i łańcuchowe.

Metody analizy dynamiki zjawisk masowych

Indeksy indywidualne.

$$i_{t/c} = \frac{y_t}{y_c}$$

$$i_{t/t-1} = \frac{y_t}{y_{t-1}}$$

Odpowiadają na pytanie: jakim procentem wartości zmiennej *Y* z okresu stanowiącego podstawę porównania (*c* lub *t*-1) jest wartość zmiennej *Y* w okresie *t*.

Metody analizy dynamiki zjawisk masowych

W statystyce ekonomiczno-społecznej rozpatruje się zwykle 3 rodzaje indywidualnych wskaźników dynamiki:

- indeksy cen,
- indeksy ilości,
- indeksy wartości

Metody analizy dynamiki zjawisk masowych

Indeks wartości to relacja wartości w okresie badanym w stosunku do wartości w okresie bazowym (będącym podstawą porównania).

Wartość, ilość, cena

$$w = q \cdot p$$

gdzie:
w – wartość;
q – ilość
p – cena.

$$i_w = \frac{w_1}{w_0} = \frac{q_1 \cdot p_1}{q_0 \cdot p_0} = \frac{q_1}{q_0} \cdot \frac{p_1}{p_0} = i_q \cdot i_p$$

i_w – indeks wartości;
i_q – indeks ilości;
i_p – indeks ceny;
1 – okres badany;
0 – okres będący podstawą odniesienia.

Metody analizy dynamiki zjawisk masowych

Oceniając zmiany, jakie zachodzą w wartościach szeregu czasowego mogą nas interesować nie tylko zmiany pomiędzy poszczególnymi punktami czasu, które to ocenia się przy pomocy przyrostów i indeksów, ale także zmiany przeciętne.

Określając wartość przeciętną obserwacji szeregu czasowego posługujemy się średnią arytmetyczną lub chronologiczną, natomiast **oceniając średnie tempo zmiany wartości należy posłużyć się średnią geometryczną.**

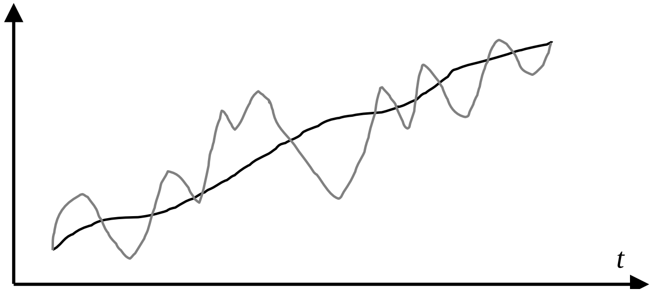
Średniookresowe tempo zmian

Aby ocenić zmiany danego zjawiska w całym badanym okresie wyznaczamy średniookresowe tempo zmian.

Średniookresowe tempo zmian – pozwala na określenie o ile średnio procent zmienia się wartość badanego zjawiska z okresu na okres. Idea średniookresowego tempa zmian oparta jest na średniej geometrycznej.

Średniookresowe tempo zmian

Wartość średniookresowego tempa nie zależy od tego, jaki jest przebieg ocenianej zmiennej, a jedynie od jej wartości skrajnych. Na poniższym wykresie prezentowane dwie zmiennej charakteryzują się takim samym średnim tempem wzrostu mimo różnych przebiegów. Wzrost w przypadku zmiennej oznaczonej kolorem czarnym jest bardziej stabilny niż w przypadku zmiennej oznaczonej kolorem szarym, ale mimo wszystko średnie tempo jest takie samo.



Rysunek. Przebieg dwóch szeregów czasowych o takim samym średniookresowym tempie wzrostu

Średniookresowe tempo zmian

Może być ono wyznaczone na podstawie:

- iloczynu indeksów łańcuchowych:

$$\bar{T} = \left(\sqrt[n-1]{\prod_{i=2}^{n} i_{t/t-1}} - 1\right) \cdot 100\%$$

- ilorazu ostatniego i pierwszego indeksu jednopodstawowego:

$$\bar{T} = \left(\sqrt[n-1]{\frac{Y_n}{Y_c} \Big/ \frac{Y_1}{Y_c}} - 1\right) \cdot 100\%$$

- ilorazu ostatniej i pierwszej wartości zmiennej *Y*:

$$\bar{T} = \left(\sqrt[n-1]{\frac{Y_n}{Y_1}} - 1\right) \cdot 100\%$$

Średniookresowe tempo zmian

Wybór jednego z powyższych wzorów zależy od informacji, jaka pozostaje do dyspozycji badacza, wzory te dają ten sam końcowy rezultat, co wynika z faktu, że:

$$\bar{T} = \left(\sqrt[n-1]{\prod_{i=2}^{n} i_{t/t-1}} - 1\right) = \left(\sqrt[n-1]{\frac{y_2}{y_1}\cdot\frac{y_3}{y_2}\cdot\ldots\cdot\frac{y_{n-1}}{y_{n-2}}\cdot\frac{y_n}{y_{n-1}}} - 1\right) = \left(\sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} - 1\right)$$

$$\bar{T} = \left(\sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_c}\bigg/\frac{y_1}{y_c}} - 1\right) = \left(\sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_c}\cdot\frac{y_c}{y_1}} - 1\right) = \left(\sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} - 1\right)$$

Zamiana indeksów jednopodstawowych na indeksy jednopodstawowe o innej podstawie wymaga podzielenia zamienniach indeksów jednopodstawowych przez indeks jednopodstawowy tego okresu, który ma stanowić nową podstawę porównania. Załóżmy, że c_1 oznacza starą podstawę, a c_2 nową, zatem aby z indeksów o podstawie wartości z okresu c_1 uzyskać indeksy o podstawie wartości z okresu c_2 należy wykonać dzielenie:

$$i_{t/c_2} = \frac{Y_t}{Y_{c_2}} = \frac{Y_t}{Y_{c_1}} : \frac{Y_{c_2}}{Y_{c_1}} = i_{t/c_1} : i_{c_2/c_1}$$

rok	I_2	rok 2010 =100
2010	88,3	88,3:88,3 = 100,0
2011	92,3	92,3:88,3 = 104,5
2012	91,7	91,7:88,3 = 103,9
2013	94,7	94,7:88,3 = 107,2
2014	87,8	87,8:88,3 = 99,4
2015	90,0	90,0:88,3 = 101,9
2016	85,7	85,7:88,3 = 97,1

Drugi typ **zamiany indeksów jednopodstawowych na indeksy łańcuchowe** wymaga podzielenia indeksu jednopodstawowego przez wcześniejszy indeks jednopodstawowy:

$$i_{t/t-1} = \frac{Y_t}{Y_{t-1}} = \frac{Y_t}{Y_c} : \frac{Y_{t-1}}{Y_c} = i_{t/c} : i_{t-1/c}$$

rok	I_2	rok poprzedni=100
2010	88,3	-
2011	92,3	92,3:88,3 = 104,5
2012	91,7	91,7:92,3 = 99,3
2013	94,7	94,7:91,7 = 103,3
2014	87,8	87,8:94,7 = 92,7
2015	90,0	90,0:87,8 = 102,5
2016	85,7	85,7:90,0 = 95,2

Zamiana indeksów łańcuchowych na indeksy jednopodstawowe przebiega inaczej dla okresów następujących po okresie uznanym jako podstawa, a inaczej przed okresem uznanym jako podstawa. I tak:

1. Indeks jednopodstawowy w okresie stanowiącym nową podstawę porównania otrzymuje automatycznie wartość 100.
2. Indeksy jednopodstawowe następujące po okresie przyjętym jako podstawa otrzymujemy mnożąc narastająco kolejne indeksy łańcuchowe licząc zawsze od indeksu znajdującego się bezpośrednio za indeksem okresu podstawowego:

3. Indeksy jednopodstawowe przed okresem przyjętym jako podstawa otrzymujemy mnożąc narastająco odwrotności kolejnych indeksów łańcuchowych (albo dzieląc narastająco kolejne indeksy łańcuchowe) licząc od okresu przyjętego za podstawę

rok	A	rok 2013=100%
2010	98,8	93,29
2011	104,5	97,49
2012	99,3	96,81
2013	103,3	100
2014	92,7	92,7
2015	102,5	95,02
2016	95,2	90,46

- rok 2013 otrzymuje automatycznie 100;
- rok 2014 – 92,7, gdyż jest to jednocześnie indeks łańcuchowy (y_{2014}/y_{2013}) oraz jednopodstawowy, gdyż 2013 jest rokiem bazowym;
- rok 2015 otrzymuje wartość:

[illegible]

- rok 2016 otrzymuje wartość:

[illegible]

itd., do coraz nowszych.

- rok 2012 otrzymuje wartość:

[illegible]

- rok 2011 otrzymuje wartość:

[illegible]

- rok 2010 otrzymuje wartość:

[illegible]

itd., do coraz starszych.

Indeksy złożone

Indeksy złożone (agregatowe) pozwalają ocenić tempo i kierunek zmian wartości kombinacji wielu zmiennych jednocześnie. Pozwalają analizować zmiany wartości, cen oraz ilości zbioru (grupy produktów, wyrobów, artykułów), które nie są jednorodne.

Do najczęściej stosowanych (ale nie tylko) indeksów złożonych należą formuły

wiążące ilość towarów i ich ceny. Takie indeksy stosowane do pewnego „koszyka” dóbr służą między innymi do szacowania poziomu inflacji.

Indeks Laspeyresa

Statystycznie, formuła stworzona 1871 przez E. Laspeyresa w postaci ilorazu wartości pieniężnych, obliczanych przy stałych ilościach (w indeksie cen) lub cenach (w indeksie ilości), pochodzących z okresu bazowego.

Indeks cen Laspeyresa jest stosowany powszechnie jako **miernik inflacji** oraz **deflator PKB**, pozwalający obliczać zmiany PKB w cenach stałych.

Indeks Paschego

Statyst. formuła zaproponowana 1874 przez H. Paaschego w postaci ilorazu wartości pieniężnych, obliczanych przy stałych ilościach (w indeksie cen) lub cenach (w indeksie ilości), pochodzących z okresu bieżącego.

Indeks cen Paschego jest stosowany powszechnie jako **indeks zmian PKB.**

Agregatowe indeksy cen

Zmiana wartości sprzedaży agregatu produktów może wynikać ze **zmiany cen** tych produktów. Aby to zbadać obliczamy **agregatowe indeksy cen**, w których przyjmuje się, iż **ilości produktów są na stałym poziomie**.

Agregatowy indeks cen o formule Laspeyresa,

w którym ilości produktów ustalone są na poziomie bazowym (q_0)

$$I_{p/q_0} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{it} \cdot q_{i0}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0} \cdot q_{i0}}.$$

Agregatowe indeksy ilości

Zmiana wartości sprzedaży agregatu produktów może również wynikać ze **zmiany ilości sprzedaży** tych produktów. Obliczamy wtedy **agregatowe indeksy ilości**, w których przyjmuje się, iż **ceny produktów są na stałym poziomie**.

Agregatowy indeks ilości o formule Laspeyresa,

w którym ceny produktów ustalone są na poziomie bazowym (p_0)

$$I_{q/p_0} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{i0} \cdot q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0} \cdot q_{i0}}.$$

Agregatowe indeksy ilości i cen

Agregatowy indeks ilości o formule Paaschego,

w którym ceny produktów ustalone są na poziomie badanym (p_t)

$$I_{q/p_t} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{it} \cdot q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} p_{it} \cdot q_{i0}}.$$

Agregatowy indeks cen o formule Paaschego,

w którym ilości produktów ustalone są na poziomie badanym (q_t)

$$I_{p/q_t} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{it} \cdot q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0} \cdot q_{it}}.$$

Agregatowe indeksy Fishera

Agregatowe indeksy Fishera to średnie geometryczne z indeksów (cen lub ilości) według formuł Laspeyresa i Paaschego.

Agregatowy indeks cen Fishera

$$I_p^F = \sqrt{I_{p/q_0} \cdot I_{p/q_t}}.$$

Informuje o przeciętnym wzroście (spadku) cen określonej grupy produktów w okresie badanym w porównaniu z okresem podstawowym.

Agregatowy indeks ilości Fishera

$$I_q^F = \sqrt{I_{q/p_0} \cdot I_{q/p_t}}.$$

Informuje o przeciętnym wzroście (spadku) ilości określonej grupy produktów w okresie badanym w porównaniu z okresem podstawowym.