

大作业 VIO中的BA推导

题目

在 VIO 里，除了传统的 bundle adjustment 以外，我们还有 IMU 提供的测量量。请根据文献 [1]，推导并实现带有 IMU 测量的 Bundle Adjustment。以下是一些提示：

首先，请推导 IMU测量方程，即角速度和加速度分别测到的是什么量。这其中需要用到相机的运动学，请一并推导。

答:

IMU测量模型

IMU主要有加速度计和陀螺仪两部分构成,加速度计可以测得IMU单元的加速度 a .陀螺仪可以测得IMU的角速度 w .由于误差的存在,IMU得到的观测值并不准确. IMU主要存在以下确定性误差和不确定性误差两种. 其中,确定性误差包括Bias,Scale等,不确定性误差包括高斯白噪声 n_a, n_g 和随机游走 n_w, g_w .

可以得到IMU加速度计的误差模型如下:

假设导航系 G 为东北天, $g^G = (0, 0, -9.81)^\top$ 。理论测量值为:

$$a_m^b = R_{bG}(a^G - g^G)$$

其中, R_{bG} 是从IMU坐标系到东北天坐标系的旋转矩阵.

如果考虑高斯白噪声,bias,以及尺度因子,则为:

$$a_m^b = S_a R_{bG}(a^G - g^G) + n^a + b^a \quad (23)$$

通常假设尺度因子为单位矩阵。一般情况下不估计尺度因子.

考虑尺度因子,高斯白噪声,以及 bias, 陀螺仪的误差模型如下:

$$\omega_m^b = S_g \omega^b + n^g + b^g$$

因此,考虑简单的IMU模型.可以得到如下的误差模型,也就是IMU的测量模型如下:

$$\begin{aligned} \tilde{w}^b &= \omega^b + b^g + n^g \\ \tilde{a}^b &= q_{bw}(a^w + g^w) + b^a + n^a \end{aligned}$$

上标 g 表示 gyro, a 表示 acc, w 表示在世界坐标系 world, b 表示 imu 机体坐标系 body. 上式中, a 与 g 之间的加号也可以是减号(视习惯等确定).IMU 的真实值为 ω, a , 测量值为 \tilde{w}, \tilde{a} , $P(ose), V(elocity), Q(uaternion)$ 对时间的导数可写成:

$$\begin{aligned} \dot{P}_{wb_t} &= v_t^w \\ \dot{v}_t^w &= a_t^w \\ \dot{q}_{wb_t} &= q_{wb_t} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} w^{b_t} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

采用最基本的欧拉法,可以从第 i 时刻,对IMU的测量值进行积分,可以得到第 j 时刻的PVQ:

$$p_{wb_j} = p_{wB_i} + v_i^w \Delta t + \int \int_{t \in [i,j]} (q_{wb_t} a^{b_t} - g^w) \delta t^2$$

$$v_j^w = v_i^w + \int_{t \in [i,j]} (q_{wb_t} a^{b_t} - g^w) \delta t$$

ww.ba

第二，请说明按照图优化的思路，如何建立 VIO 的图模型？其中包括哪些节点和边？

答: 在 VIO 系统中,估计的状态变量如下:

$$\chi = [x_n, x_{n+1}, \dots, x_{n+N}, \lambda_m, \lambda_{m+1}, \dots, \lambda_{m+M}]$$

$$x_i = [p_{wb_i}, q_{wb_i}, v_i^w, b_a^{b_i}, b_g^{b_i}]^T, i \in [n, n+N]$$

其中:

- x_i 包含 i 时刻 IMU 机体的在惯性坐标系中的位置,速度,姿态,以及 IMU 机体坐标系中的加速度和角速度的偏置量估计。
- n, m 分别是机体状态量,路标在滑动窗口里的起始时刻。
- N 滑动窗口中关键帧数量。
- M 是被滑动窗口内所有关键帧观测到的路标数量。

第三，说明各节点储存的量是什么，各边的误差如何计算，雅可比如何计算？

最后，利用 Ceres、g2o 或 gtsam 等库实现这些运算。

你也可以参考其他文献来回答这些问题。请注意 VIO 中的数学符号比较多，请使用一致的符号。