**Politechnika Warszawska**

**Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych**

# Technika automatyzacji procesów

Projekt I

Zbiornik z mieszaniem
(zadanie 3)

Prowadzący:

Dr inż. Piotr Marusak

Autorzy:

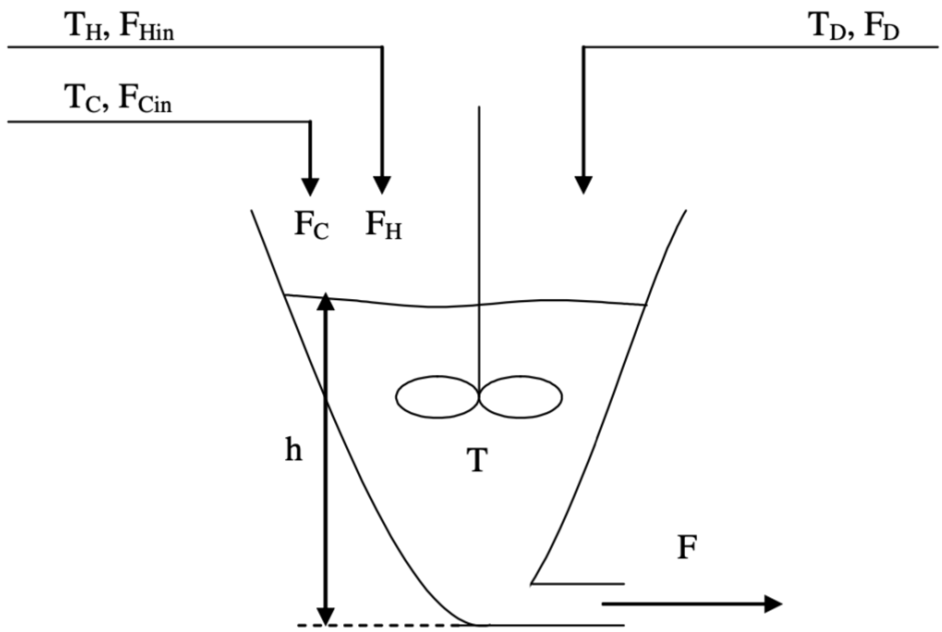
Jan Zgorzelski 295001
Mateusz Grochowina 286467
Bartosz Bok 285709

Warszawa, 15 kwietnia 2020

# Spis treści

# Opis obiektu

W realizowanym projekcie obiekt stanowił zbiornik, którego schemat poglądowy przedstawiony został na rysunku 1.




*Rysunek 1:,, Schemat obiektu"*

W zbiorniku mieszana jest:

- woda gorąca o temperaturze $T_H$ oraz przepływie $F_H$ z
- wodą zimną o temperaturze $T_C$ oraz przepływie $F_C$ z
- dopływem zakłócającym o temperaturze $T_D$ oraz przepływie $F_D$

Proces opisany jest równaniami:

$$\begin{cases} \dfrac{dV}{dt} = F_H + F_C + F_D - F(h) \\ V\dfrac{dT}{dt} = F_H * T_H + F_C * T_C + F_D * T_D - (F_H + F_C + F_D) * T \\ F(h) = \alpha\sqrt{h}, V(h) = C * h^2, F_H(t) = F_{Hin}(t - \tau_H), F_C(t) = F_{Cin}(t - \tau_C) \end{cases}$$

# Dane do zadania

Stałe:

$$C = 4, \alpha = 10$$

Punkt pracy:

$$T_c = 30°C, T_c = 70°C, T_c = 43°C$$

$$F_c = 40cm^3/s, F_H = 25cm^3/s, F_D = 17cm^3/s$$

$$\tau_C = 500s, \tau_H = 400s, h = 67{,}24cm, T = 44{,}89°C$$

Wielkości regulowane:

$$h, T$$

Wielkości sterujące:

$$F_{Cin,} F_{Hin,}$$

# Decyzje projektowe

Do numerycznego rozwiązywania równań różniczkowych została zastosowana zmodyfikowana metoda Eulera (MidPoint). W metodzie tej nachylenie jest szacowane na podstawie wartości y w środku przedziału.

$$y_m = y_i + \frac{h}{2} f(x_i, y_i), \quad y_m - liczone\ zwykłą\ metodą\ Eulera$$

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=x_m} = f(x_m, y_m)$$

$$y_{i+1} = y_i + hf(x_m, y_m)$$

# Realizacja zadania

Na podstawie otrzymanego modelu obiektu, zasymulowano jego działanie w MATLABIE

## Podpunkt a)

Opracowano modele zlinearyzowane (ciągły w postaci równań stanu i transmitancji) we wskazanym punkcie pracy.
Przejście z modelu zlinearyzowanego do równać stanu

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V \\ T \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h \\ T \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_H \\ F_C \end{bmatrix}$$

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx + Du$$

$$\dot{x}_1 = u_1 + u_2 - \frac{\alpha}{4} * \left(\frac{V_0}{C}\right)^{-\frac{3}{4}} * x_1$$

$$\dot{x}_2 = -x_1 * \left(\frac{F_H * (T_H - T_0) + F_C * (T_c - T_0) + F_D * (T_D - T_0)}{{V_0}^2}\right) - x_2\left(\frac{F_H + F_C + F_D}{V_0}\right) + u_1 * \frac{T_H - T_0}{V_0} + u_2 * \frac{T_C - T_0}{V_0}$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{\alpha}{4} * (\frac{V_0}{C})^{-\frac{3}{4}} & 0 \\ -\left(\frac{F_H * (T_H - T_0) + F_C * (T_c - T_0) + F_D * (T_D - T_0)}{{V_0}^2}\right) & -\left(\frac{F_H + F_C + F_D}{V_0}\right) \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{T_H - T_0}{V_0} & \frac{T_C - T_0}{V_0} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{C * V_0}} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad D = 0$$

$$y = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{C * V_0}} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + 0u$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -\frac{\alpha}{4} * (\frac{V_0}{C})^{-\frac{3}{4}} & 0 \\ -\left(\frac{F_H * (T_H - T_0) + F_C * (T_c - T_0) + F_D * (T_D - T_0)}{{V_0}^2}\right) & -\left(\frac{F_H + F_C + F_D}{V_0}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{T_H - T_0}{V_0} & \frac{T_C - T_0}{V_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

Transmitancja (z czasem ciągłym)

Dla uzyskanego modelu liniowego w przestrzeni stanu opisanego powyższymi równaniami stanu transmitancja obliczana jest numerycznie ze wzoru:

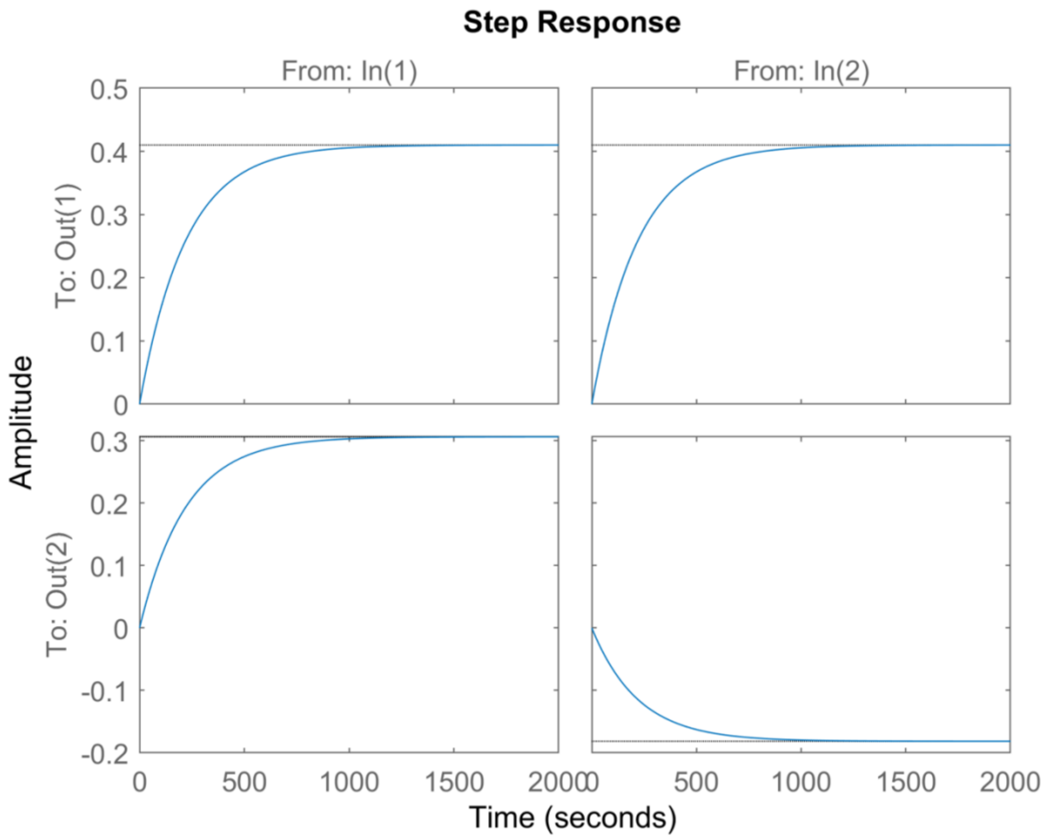
$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$$

Transmitancja omawianego obiektu wynosi:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{Y_1(s)}{U_1(s)} & \frac{Y_1(s)}{U_2(s)} \\ \frac{Y_2(s)}{U_1(s)} & \frac{Y_2(s)}{U_2(s)} \end{bmatrix}$$

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.001859}{s + 0.004534} & \frac{0.001859}{s + 0.004534} \\ \frac{0.001388s + 0.000006295}{s^2 + 0.009068s + 0.00002056} & \frac{-0.0008234s - 0.000003733}{s^2 + 0.009068s + 0.00002056} \end{bmatrix}$$

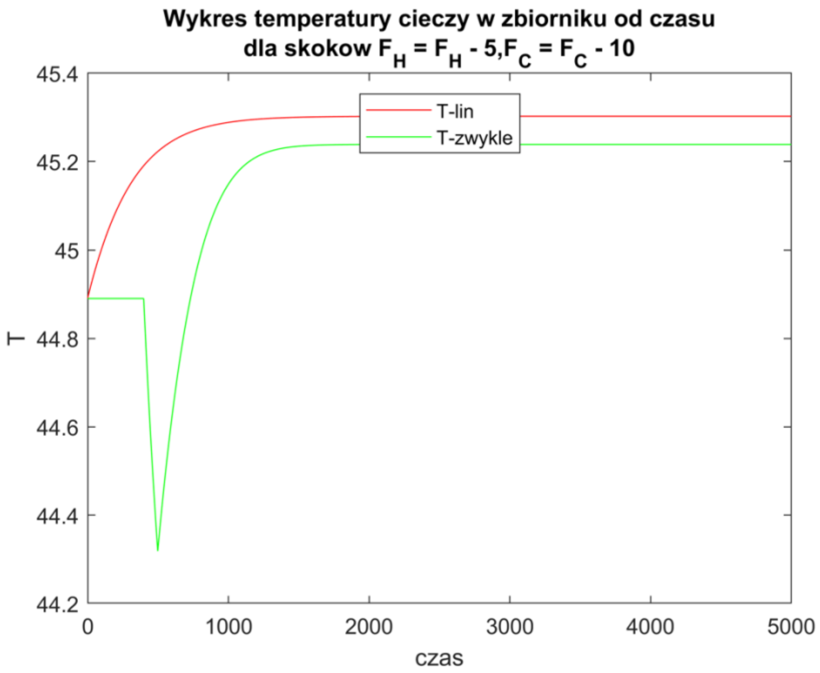
## Odpowiedź obiektu

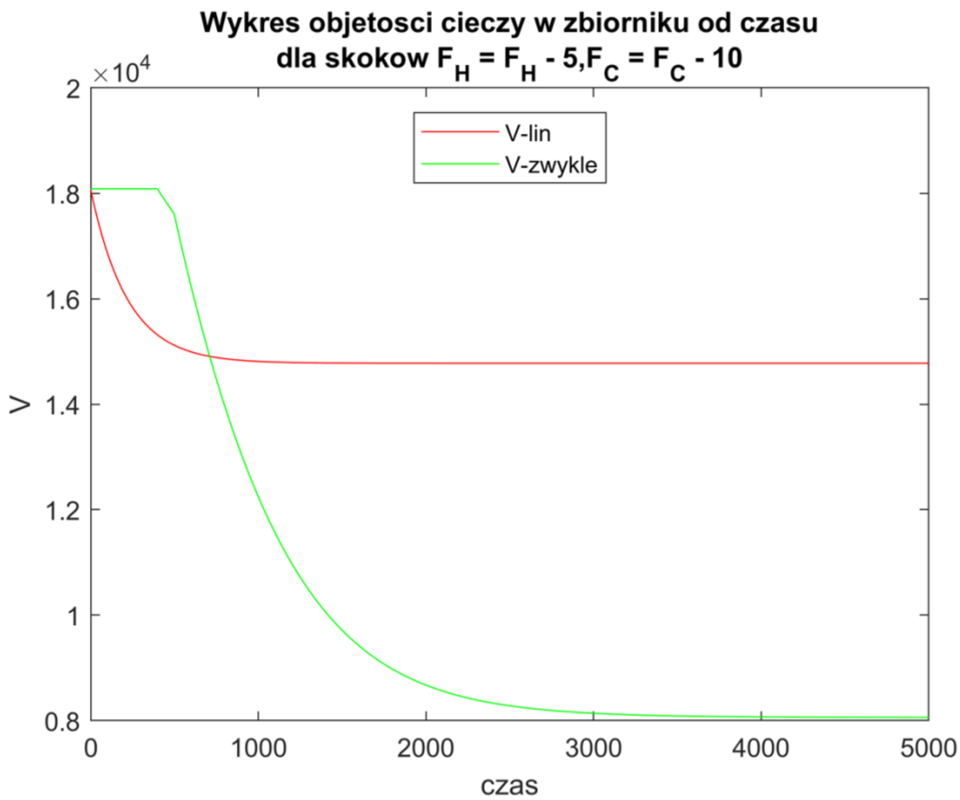


### Podpunkt b)

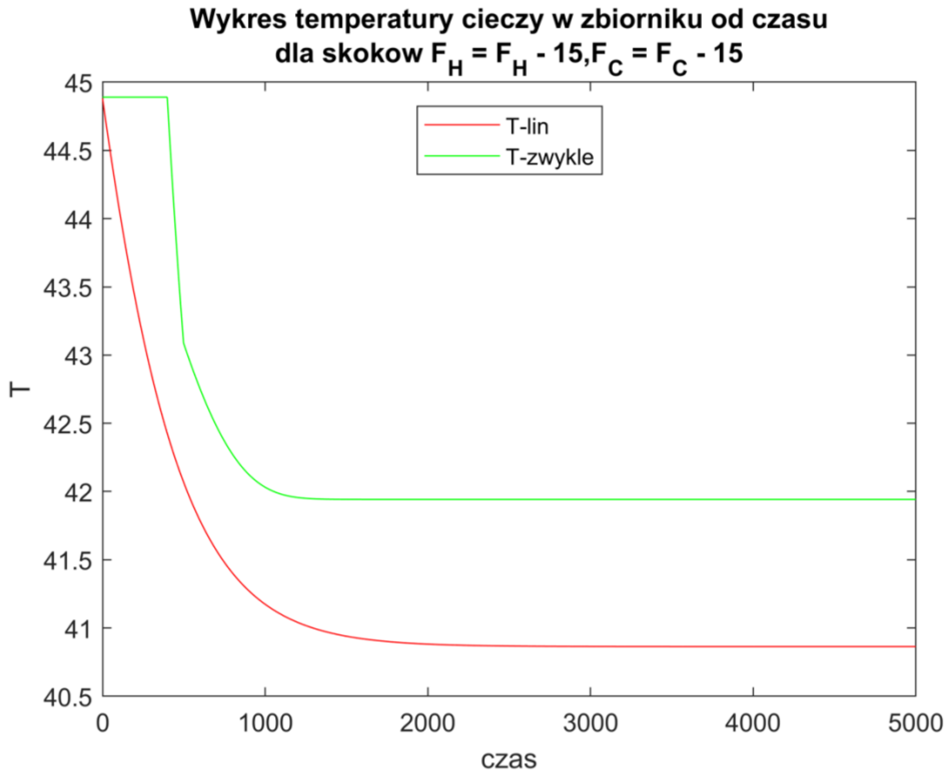
Porównano działanie modeli liniowych z działaniem modelu nieliniowego (odpowiedzi na skoki zmiennych wejściowych o różnych amplitudach i kierunkach, startując z podanego punktu równowagi)

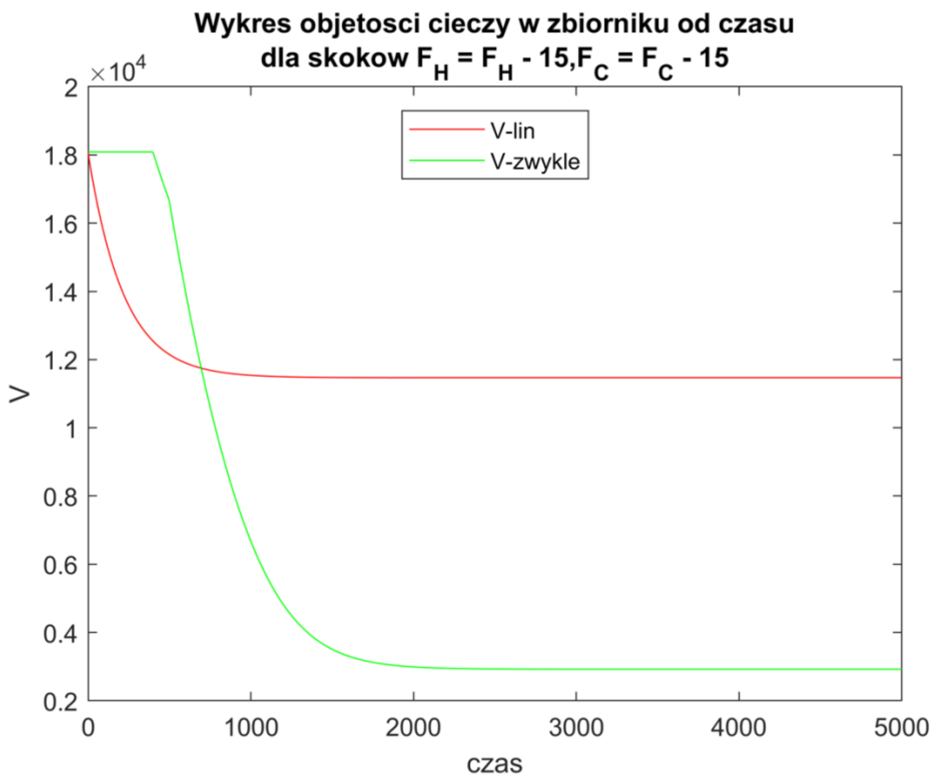
Skok zmiennej wejściowej $F_H$ o -5 i $F_C$ o -10



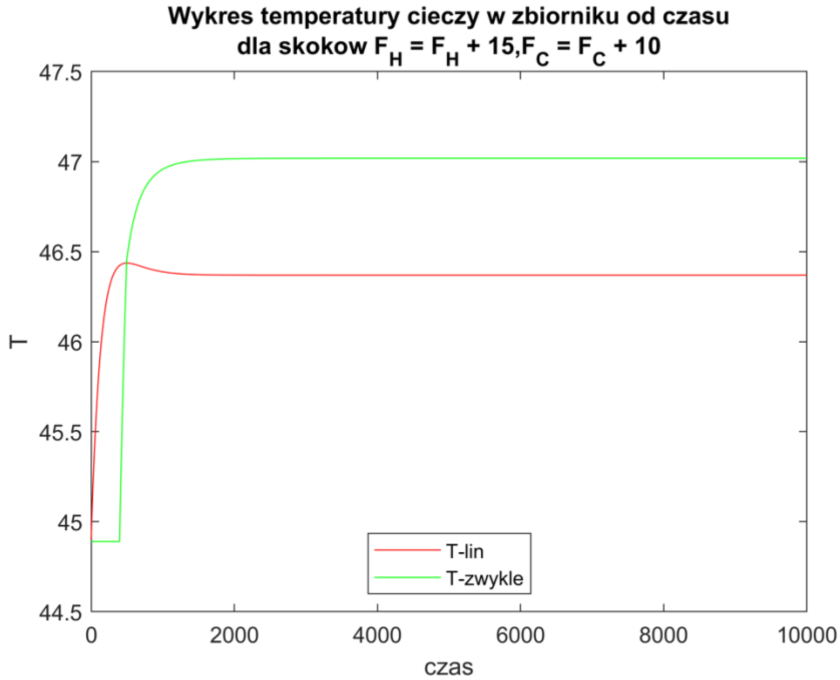



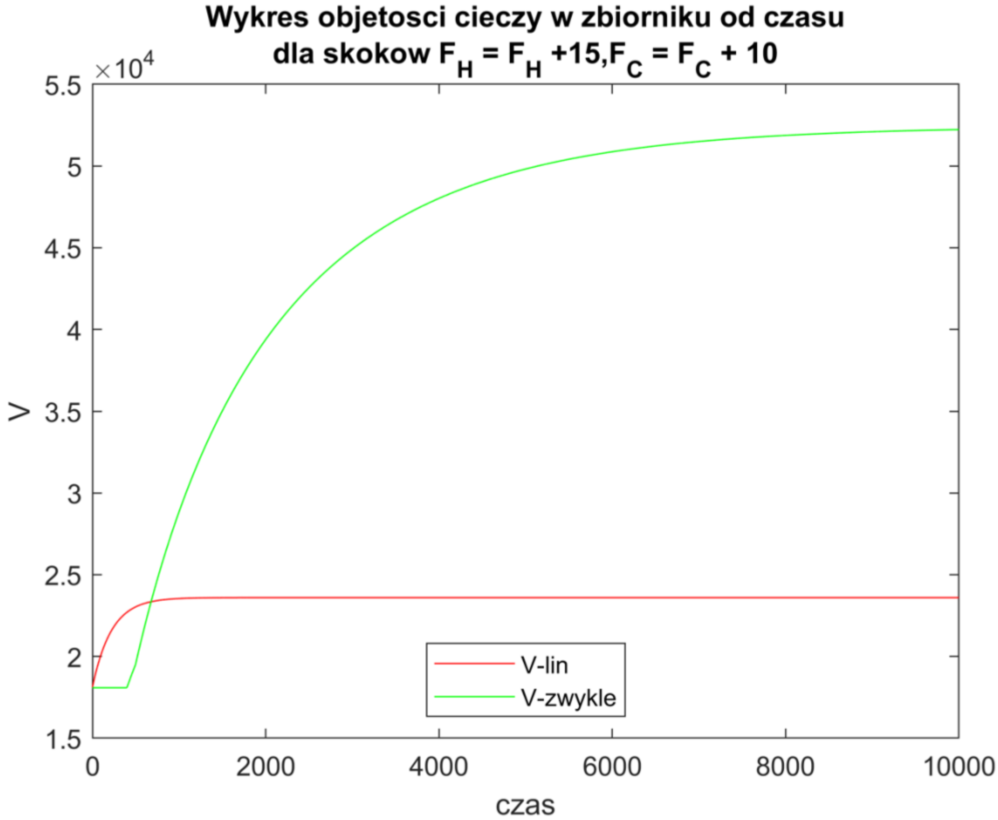
Skok zmiennej wejściowej $F_H$ o -15 i $F_C$ o -15



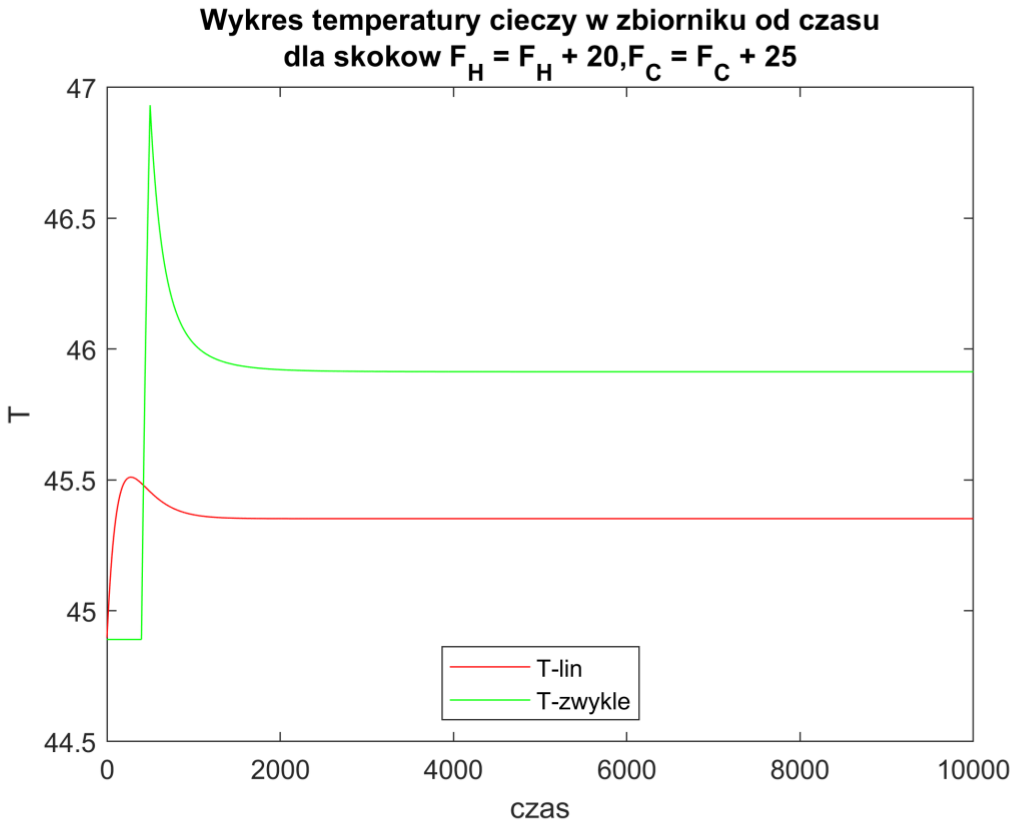



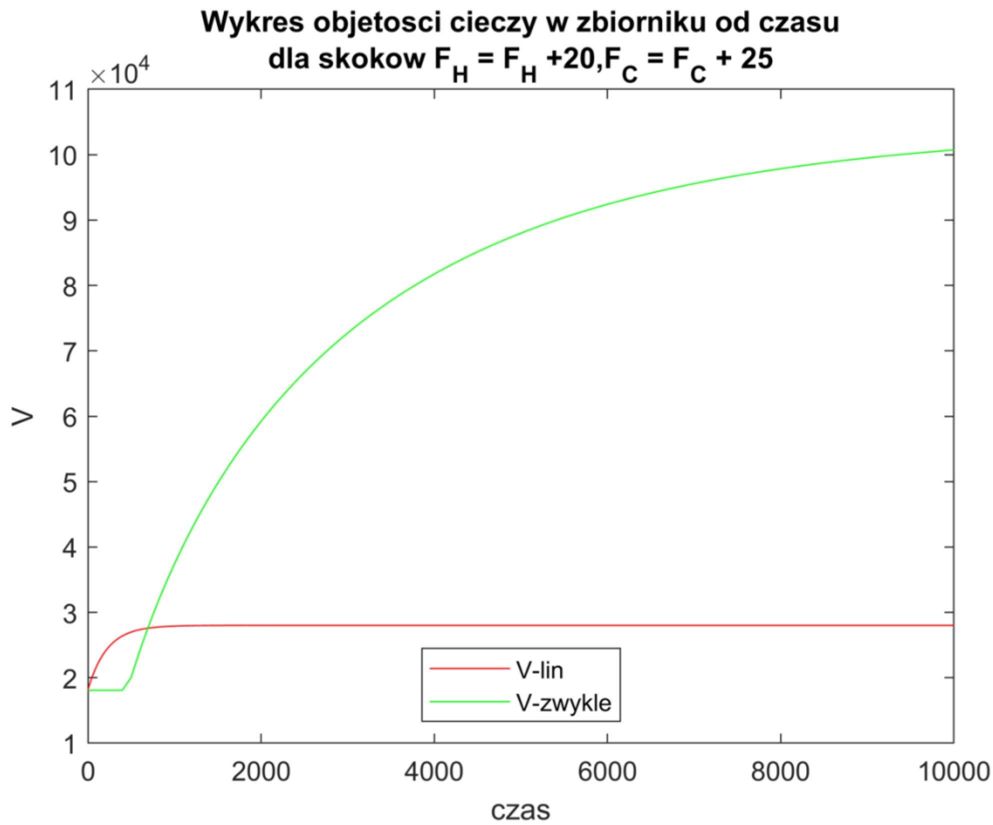
## Skok zmiennej wejściowej $F_H$ o 15 i $F_C$ o 10



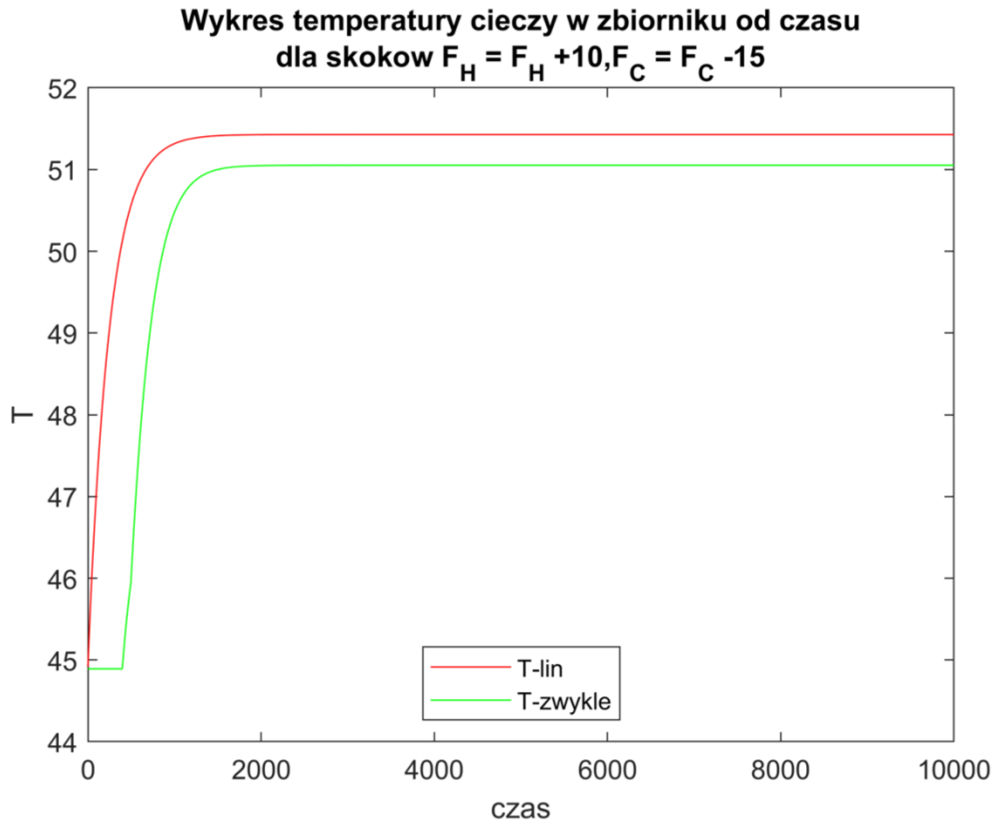



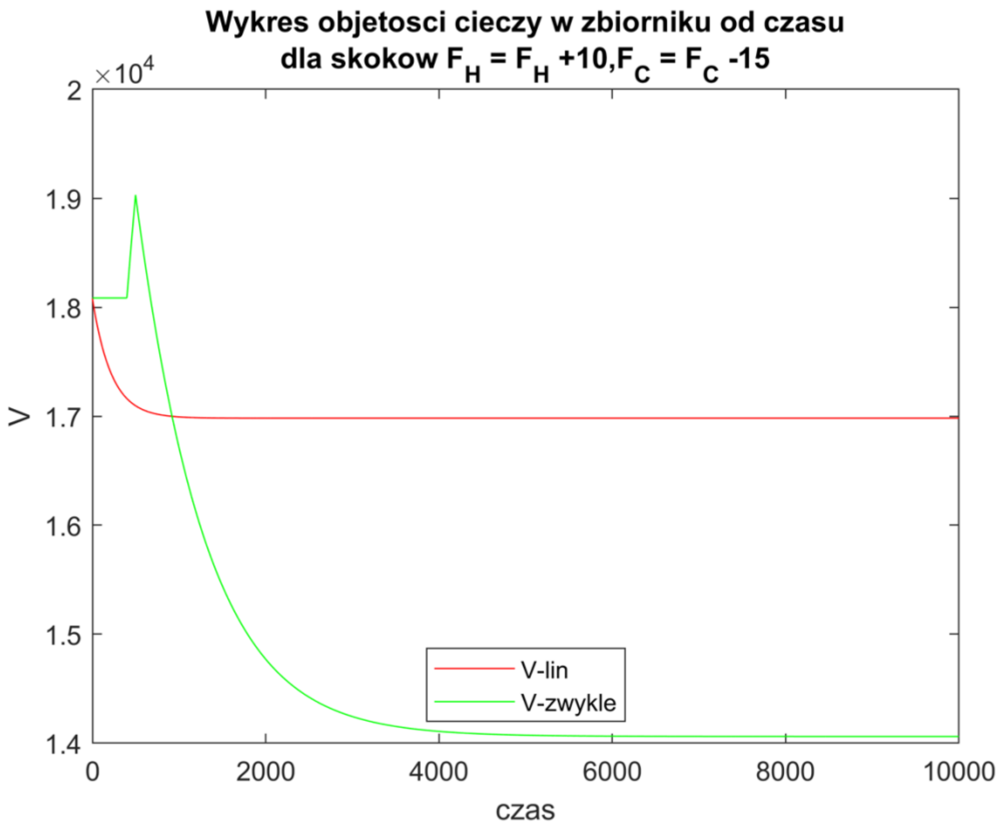
Skok zmiennej wejściowej $F_H$ o 20 i $F_C$ o 25



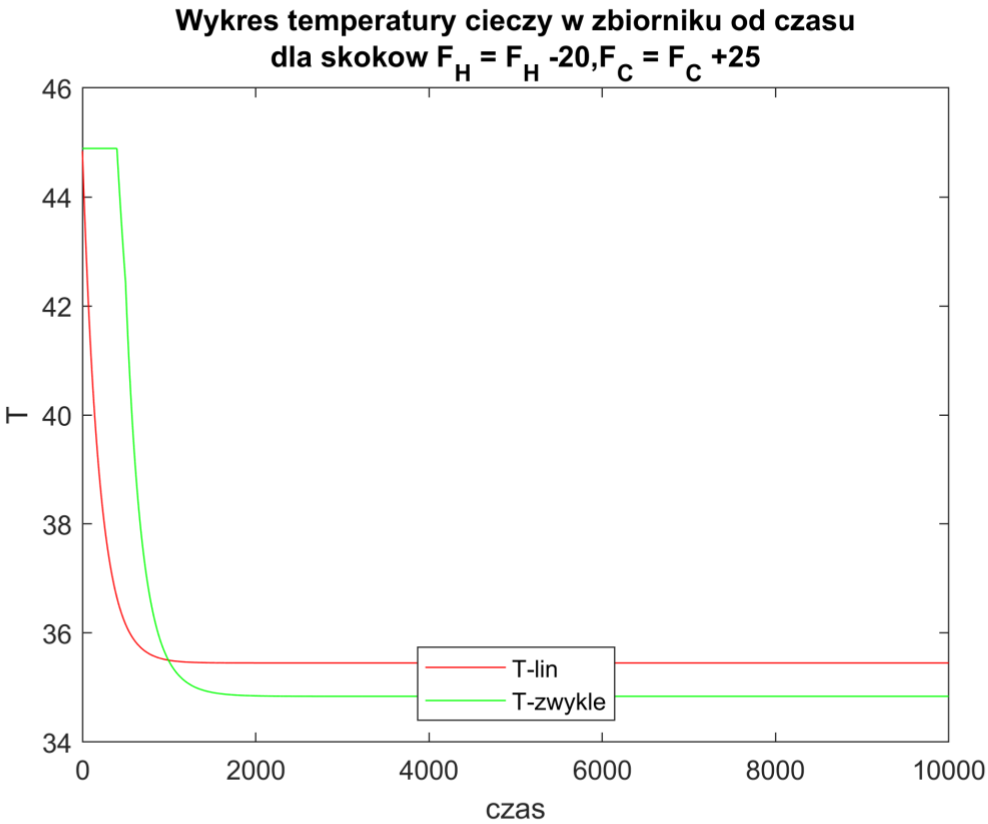



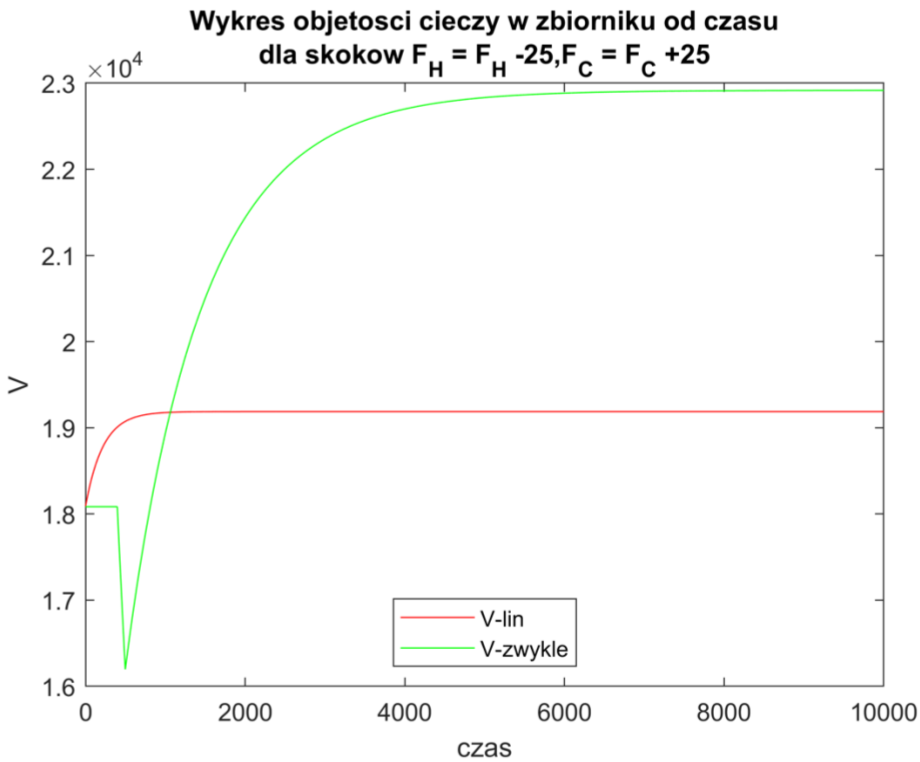
Skok zmiennej wejściowej $F_H$ o 10 i $F_C$ o -15



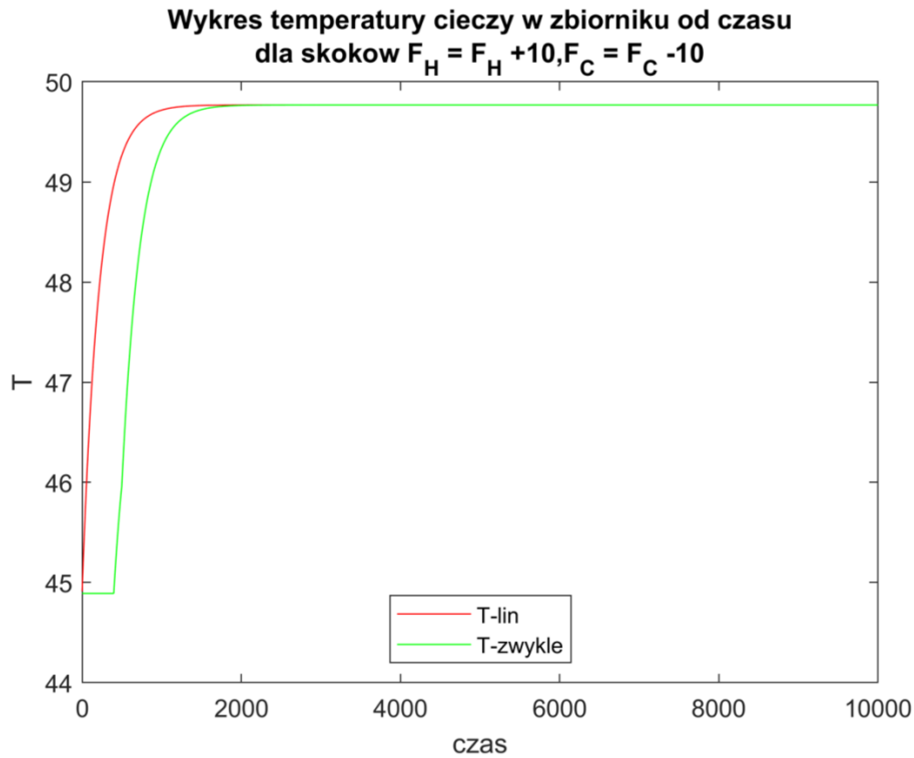



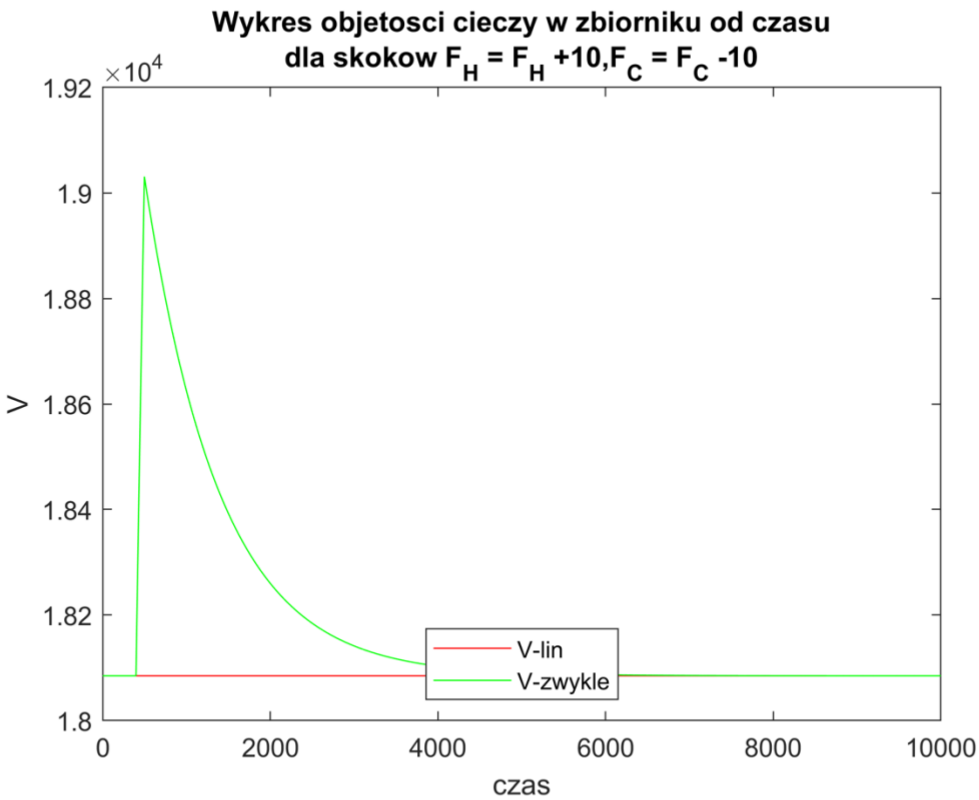
Skok zmiennej wejściowej $F_H$ o -20 i $F_C$ o 25



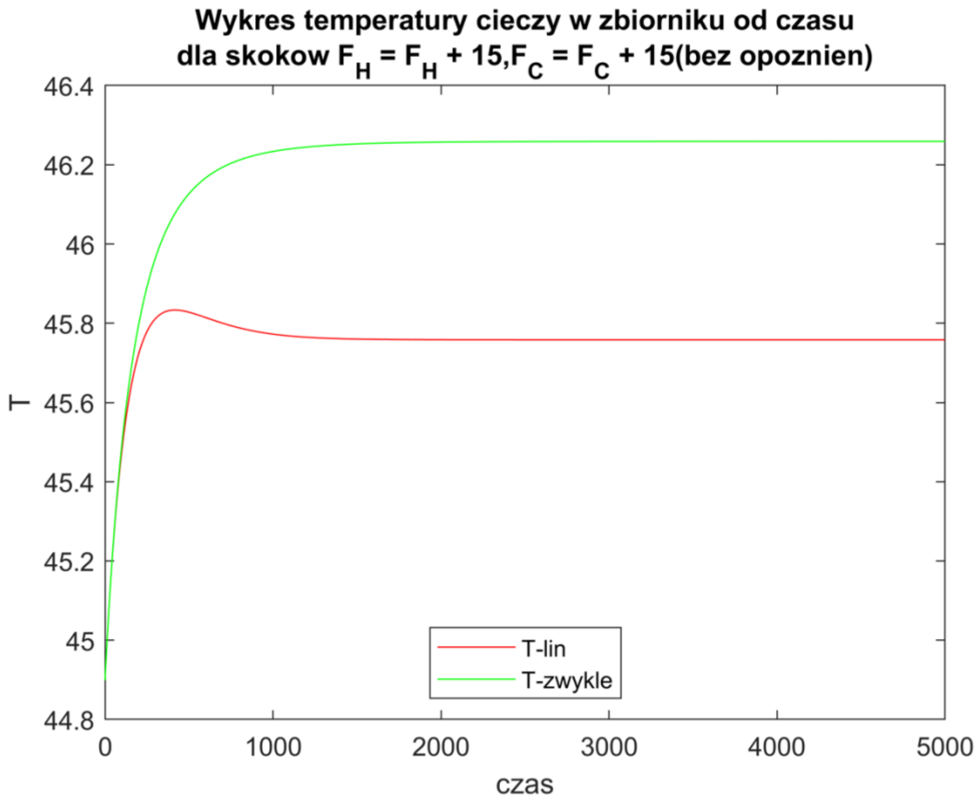



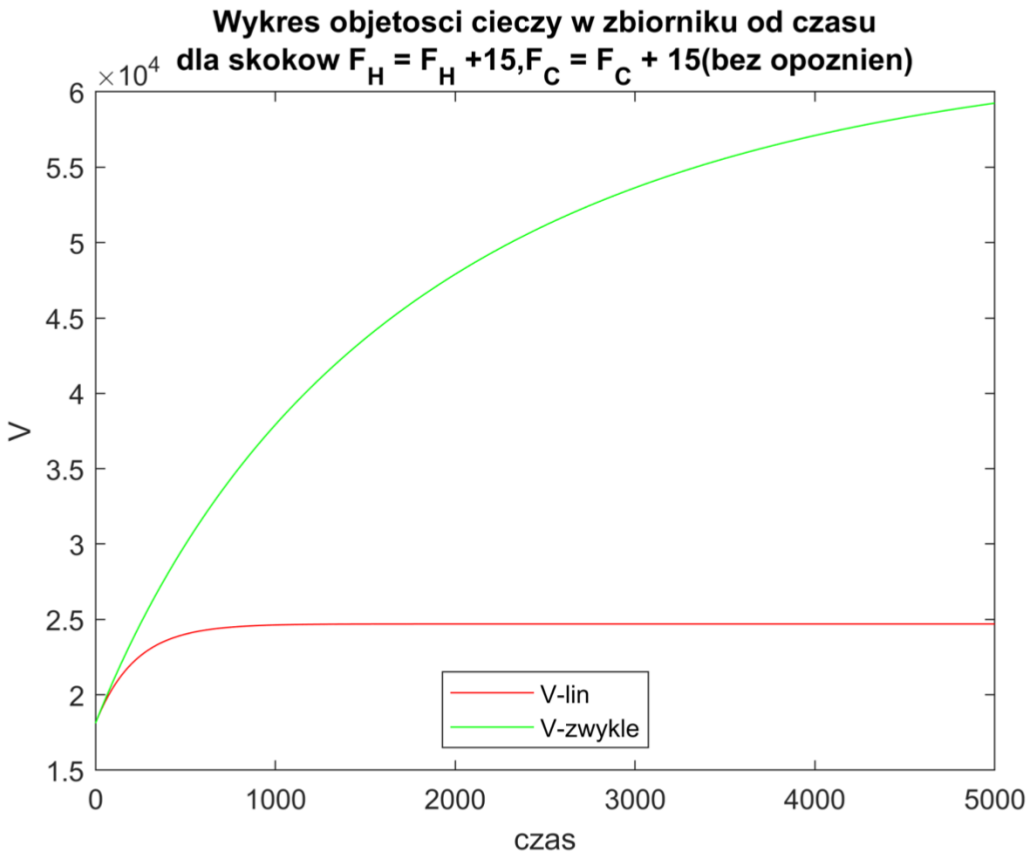
Skok zmiennej wejściowej $F_H$ o 10 i $F_C$ o -10



Skok zmiennej wejściowej $F_H$ o 15 i $F_C$ o 15 - obiekt bez opóźnień



## Różnice i podobieństwa

SKOKOWE ZWIĘKSZENIE WARTOŚCI ZADANEJ

Wartość zadana: T

W przypadku małego zwiększenia (+25) można zauważyć, że w przypadku modelu zlinearyzowanego nastąpiło lekkie przeregulowanie nim sygnał osiągnął wartość ustaloną, co nie miało miejsca w sygnale oryginalnym.

W przypadku dużego zwiększenia (+45) można zauważyć, że w przypadku modelu zlinearyzowanego również nastąpiło lekkie przeregulowanie nim sygnał osiągnął wartość ustaloną, lecz w sygnale oryginalnym nastąpił gwałtowny pik.

Podobieństwa:
-W obydwóch przypadkach podobnie obniżona temperatura ustalona (pomiędzy 1, a 1,5 stopnia)
-w podobnym czasie temperatura się ustala
-podobne lekkie przeregulowanie temperatury zlinearyzowanej

Różnice:
-ostry pik temperatury w dużym zwiększeniu, brak przeregulowania w małym zwiększeniu
-w dużym zwiększeniu wyższa temperatura o ok. 1 stopień

Wartość zadana: V

W przypadku małego i dużego zwiększenia można zauważyć, że w przypadku modelu zlinearyzowanego nastąpiło o wiele szybsze osiągnięcie stanu ustalonego niż w przypadku modelu oryginalnego, jednak jego wartości były znacznie mniejsze.

Podobieństwa:
-szybkie osiągnięcie wartości ustalonej w modelu zlinearyzowanym, a o wiele wolniejsze w modelu oryginalnym
-znaczna mniejsza wartość modelu zlinearyzowanego w porównaniu z oryginalnym

Różnice:
-Prawie 1,3 razy większa wartość ustalona w modelu zlinearyzowanym dużego zwiększenia w porównaniu z małym, a prawie 2 razy większa wartość ustalona w modelu orygianlnym dużego zwiększenia w porównaniu z małym

SKOKOWE ZMNIEJSZENIE WARTOŚCI ZADANEJ

Wartość zadana: T

W przypadku małego zmniejszenia (-15) można zauważyć, że w przypadku modelu zlinearyzowanego nastąpiło szybsze osiągnięcie wartości ustalonej bez żadnego przeregulowania/piku, co miało miejsca w sygnale oryginalnym, któremu dodatkowo potrzebny był dłuższy czas na osiągnięcie wartości ustalonej.

W przypadku dużego zmniejszenia (-30) można zauważyć, że w przypadku modelu zlinearyzowanego nastąpiło trochę wolniejsze osiągnięcie wartości ustalonej niż w przypadku modelu oryginalnego. Nie miały miejsca żadne przeregulowania/piku w obu przypadkach

Różnice:
-W lekkim zmniejszeniu temperatura rosła, w przeciwieństwie do drugim (ma to związek z tym, że bardziej ucięto dopływ zimnej wody niż ciepłej)
-w lekkim zmniejszeniu temperatura zlinearyzowana była wyższa niż oryginalna, odwrotnie niż w większym zmniejszeniu

Wartość zadana: V

Przebieg dynamiki dla małego i dużego zmniejszenia wymuszenia ma podobny charakter, różni się głównie jednak amplitudą zmiany. Dla dużego zmniejszenia amplituda ta była większa.

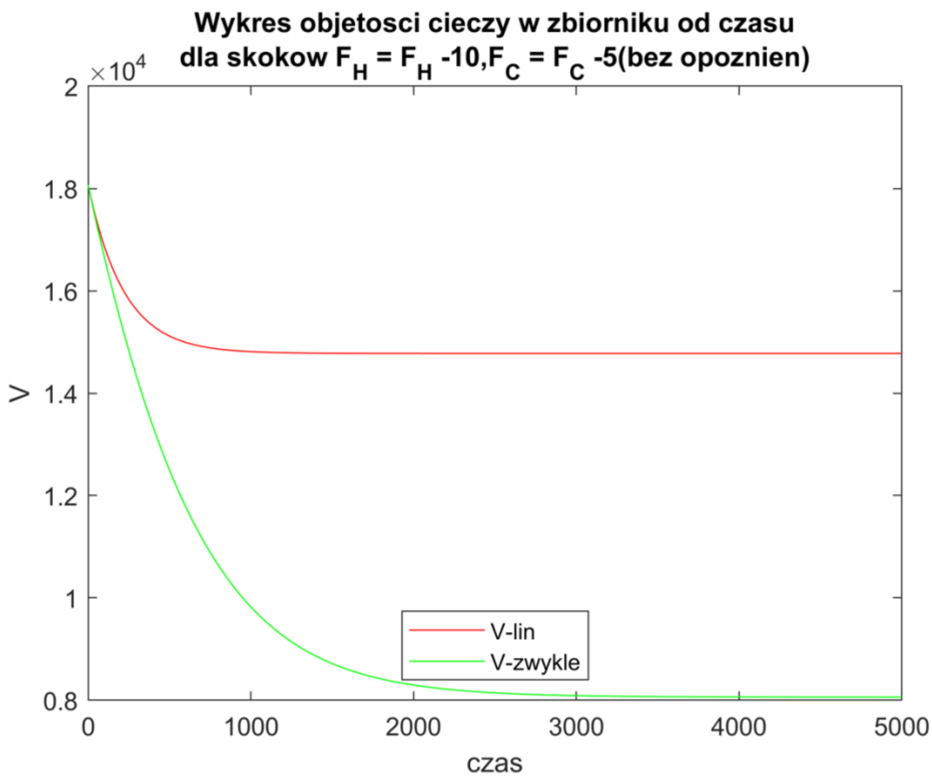
Podobieństwa:
-W obydwóch przypadkach objętość malała dla modelu zlinearyzowanego i oryginalnego
-W obydwóch przypadkach objętość w modelu zlinearyzowanym potrzebowała podobny czas na osiągnięcie stanu ustalonego

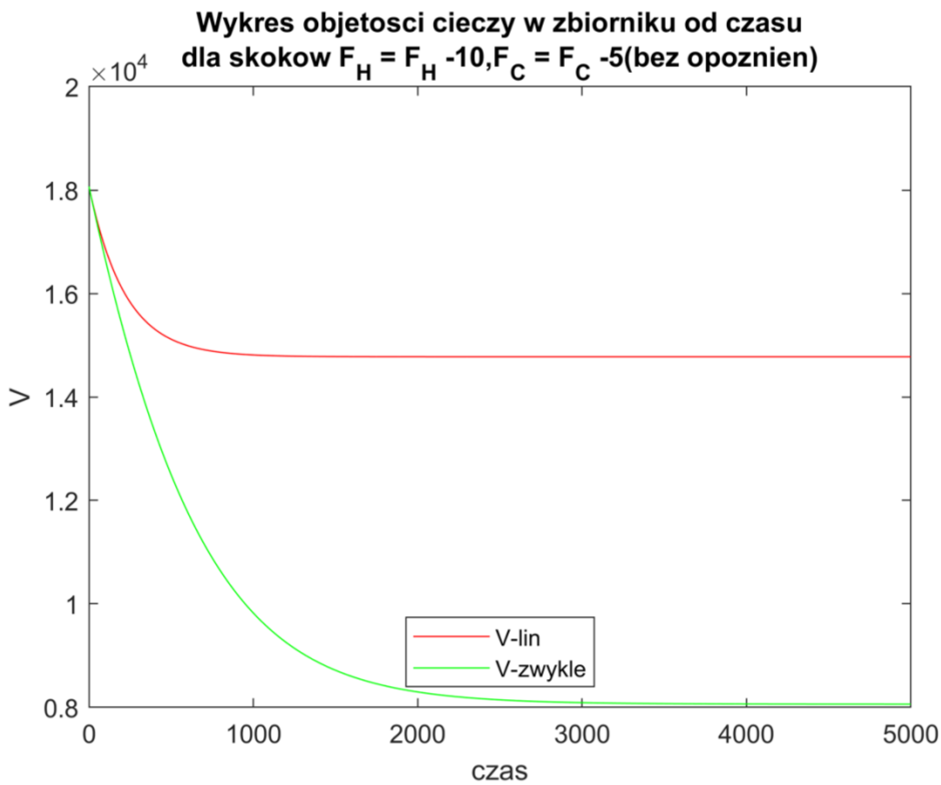
Różnice:
-W przypadku dużego zmniejszenia model oryginalny szybciej osiągnął stan ustalony
-W przypadku dużego zmniejszenia temperatura ustalona była mniejsza

## Podpunkt c)

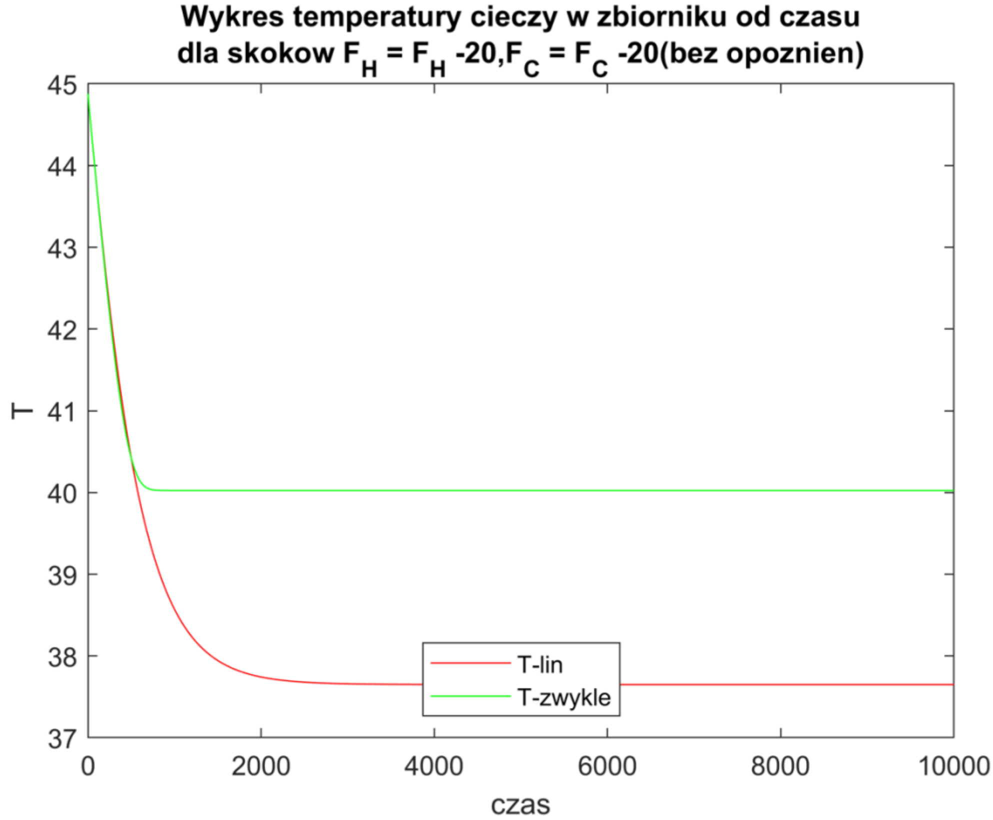
Przeprowadzono dyskusję na temat jakości przybliżenia liniowego, w zależności od wiel- kości zmian sygnałów wejściowych.

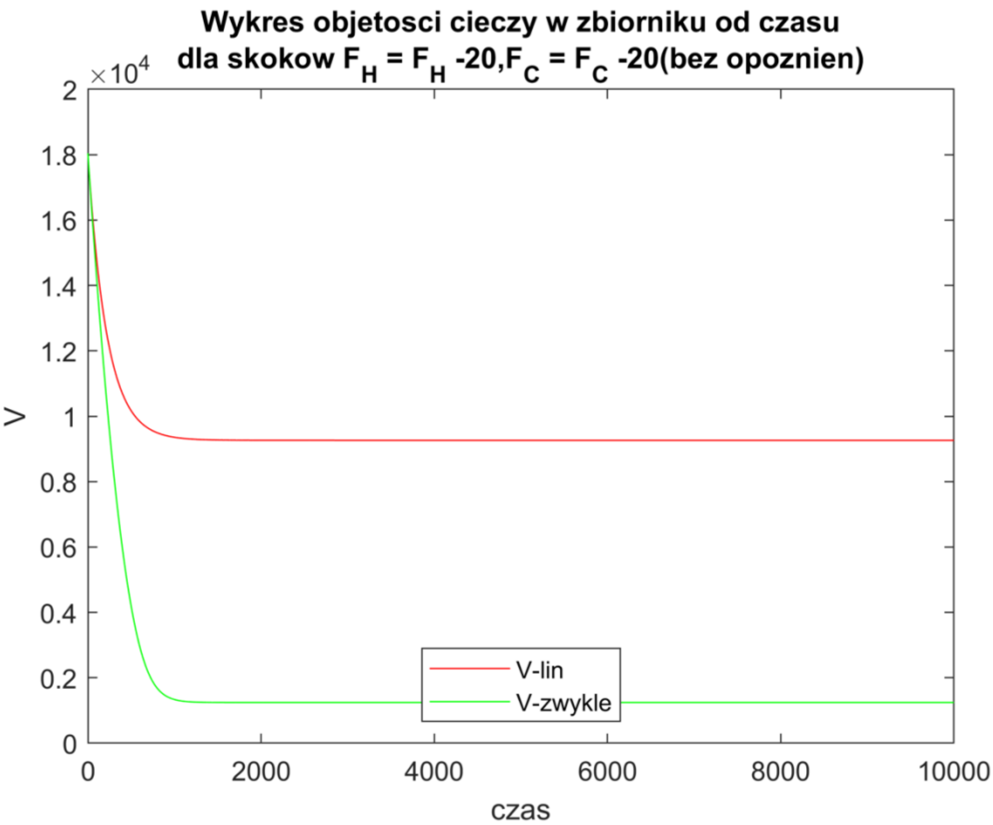
Skok zmiennej wejściowej $F_H$ o -10 i $F_C$ o -5 - obiekt bez opóźnień



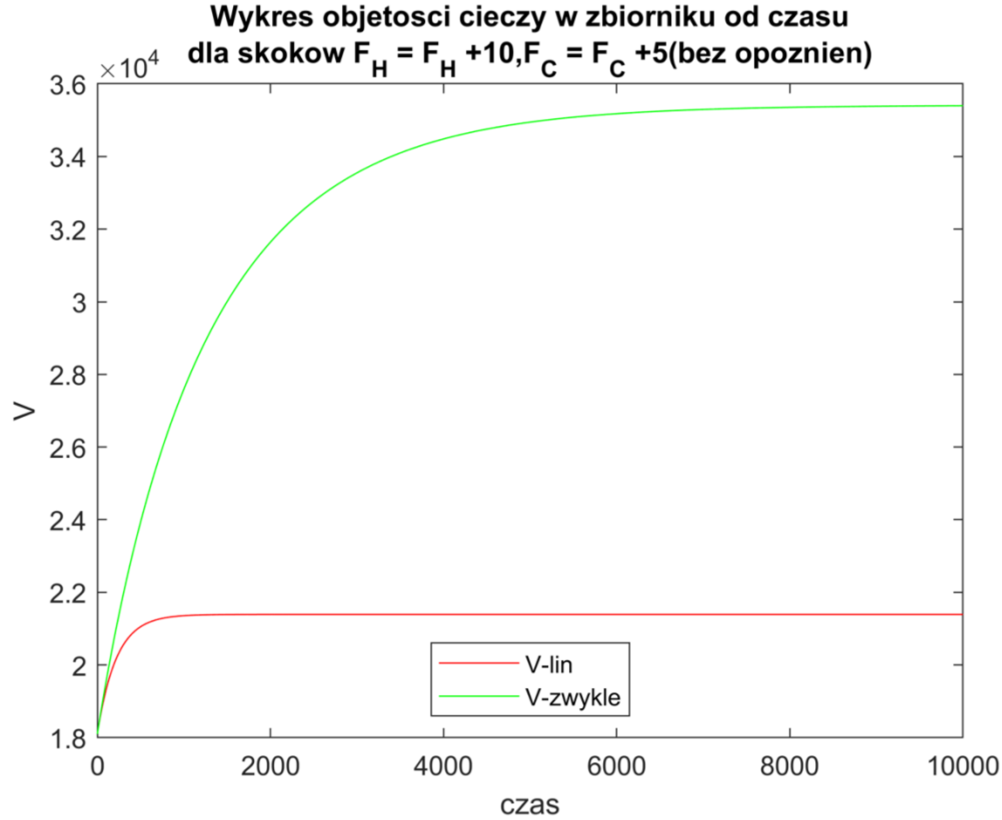



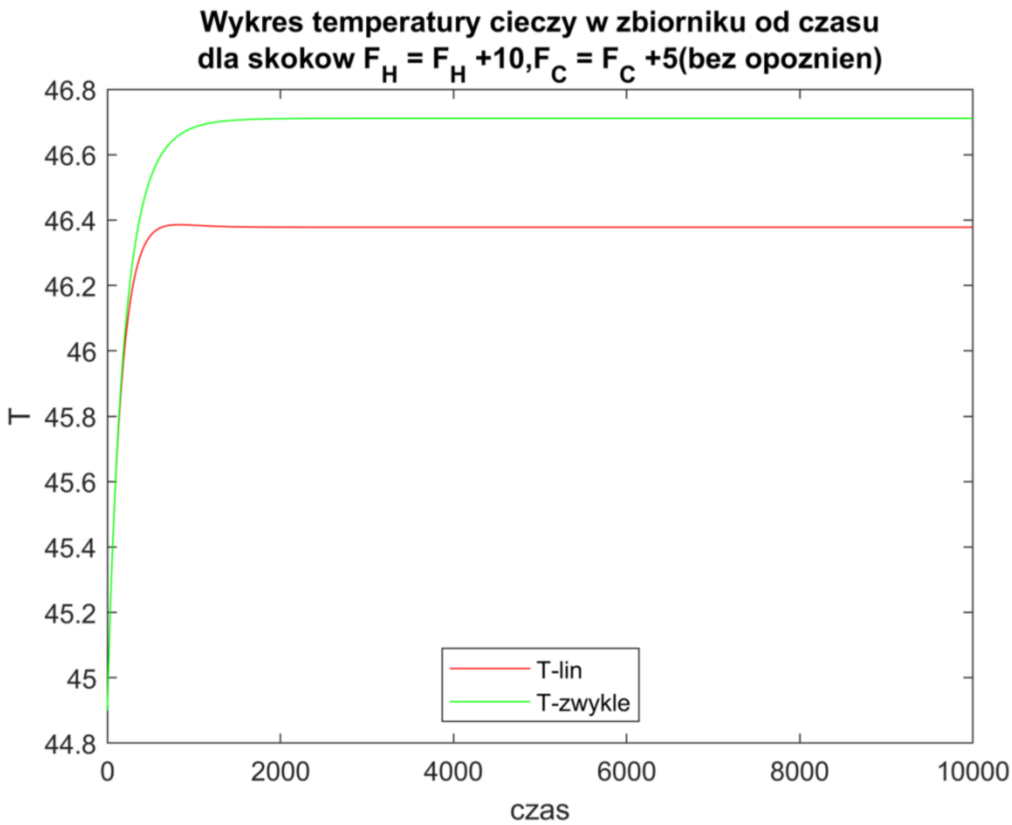
Skok zmiennej wejściowej $F_H$ o -20 i $F_C$ o -20 - obiekt bez opóźnień



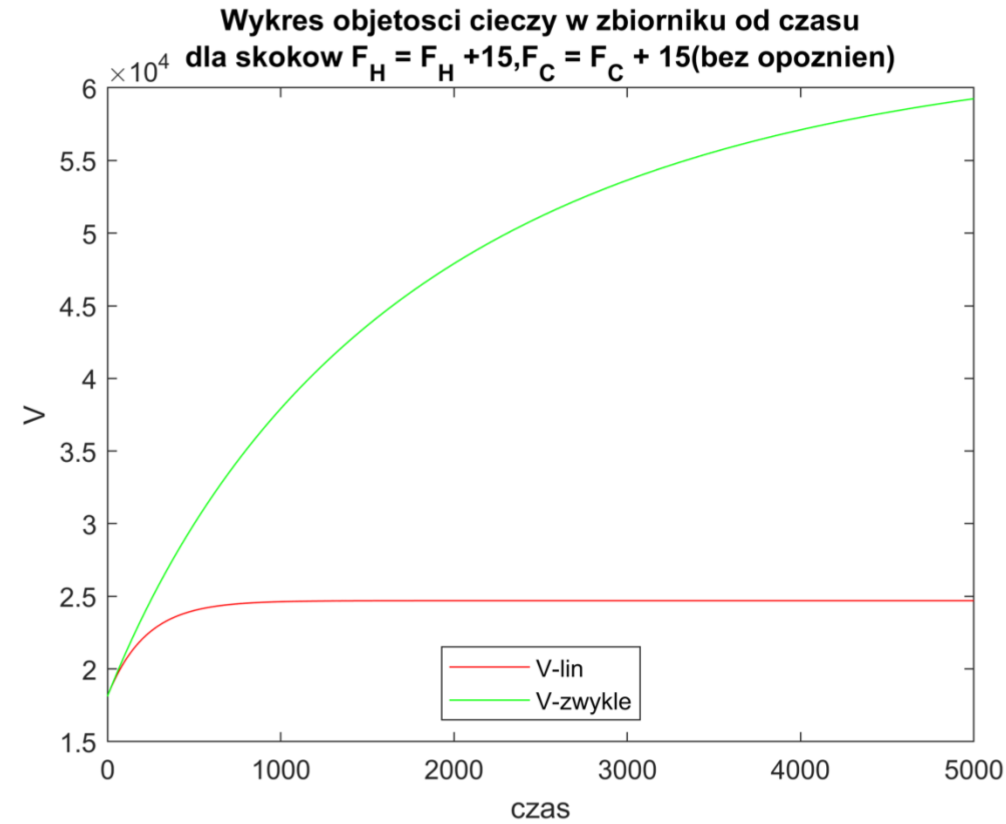



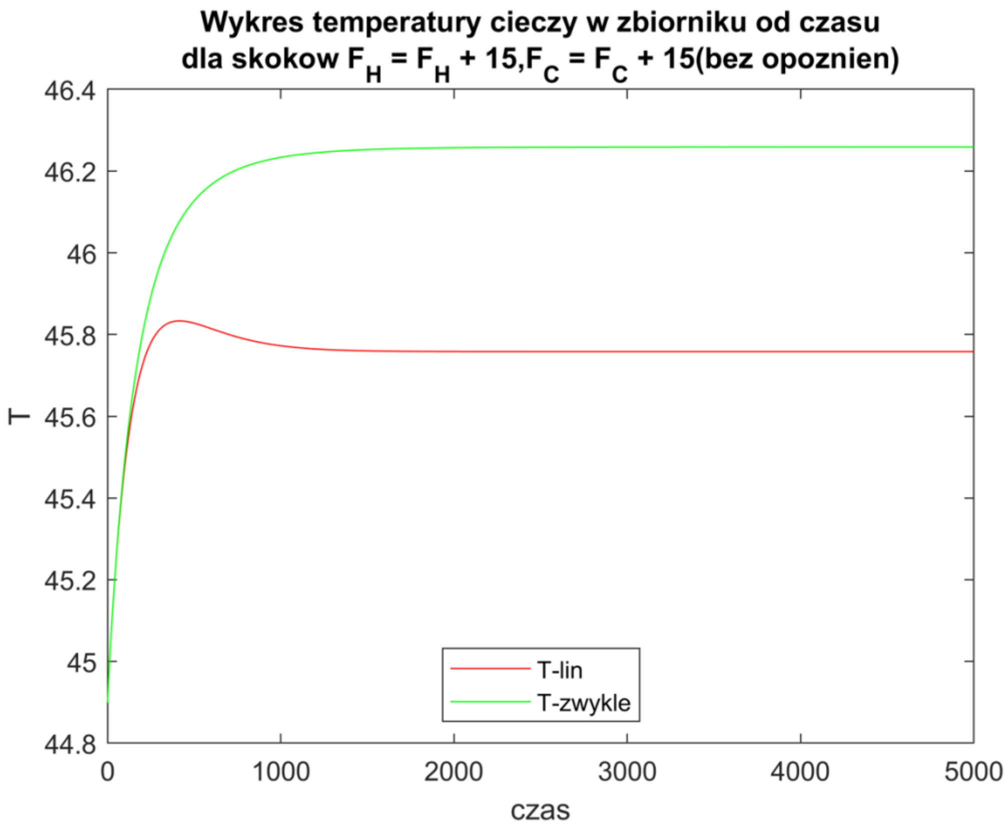
Skok zmiennej wejściowej $F_H$ o 10 i $F_C$ o 5 - obiekt bez opóźnień



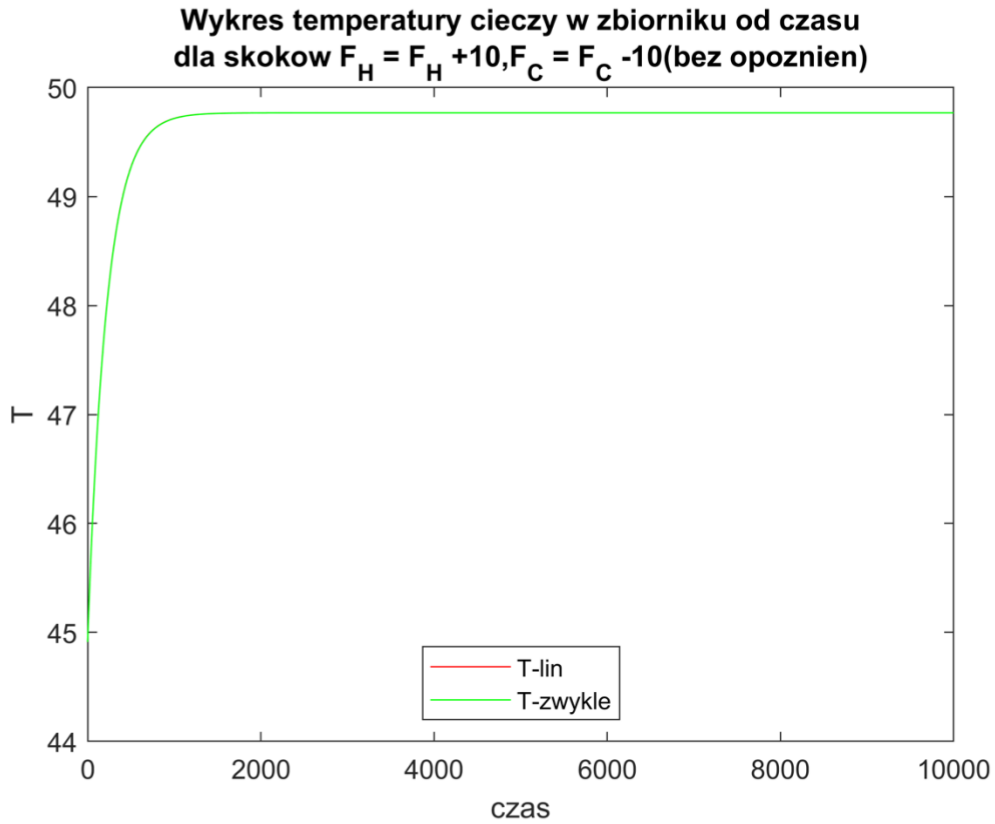



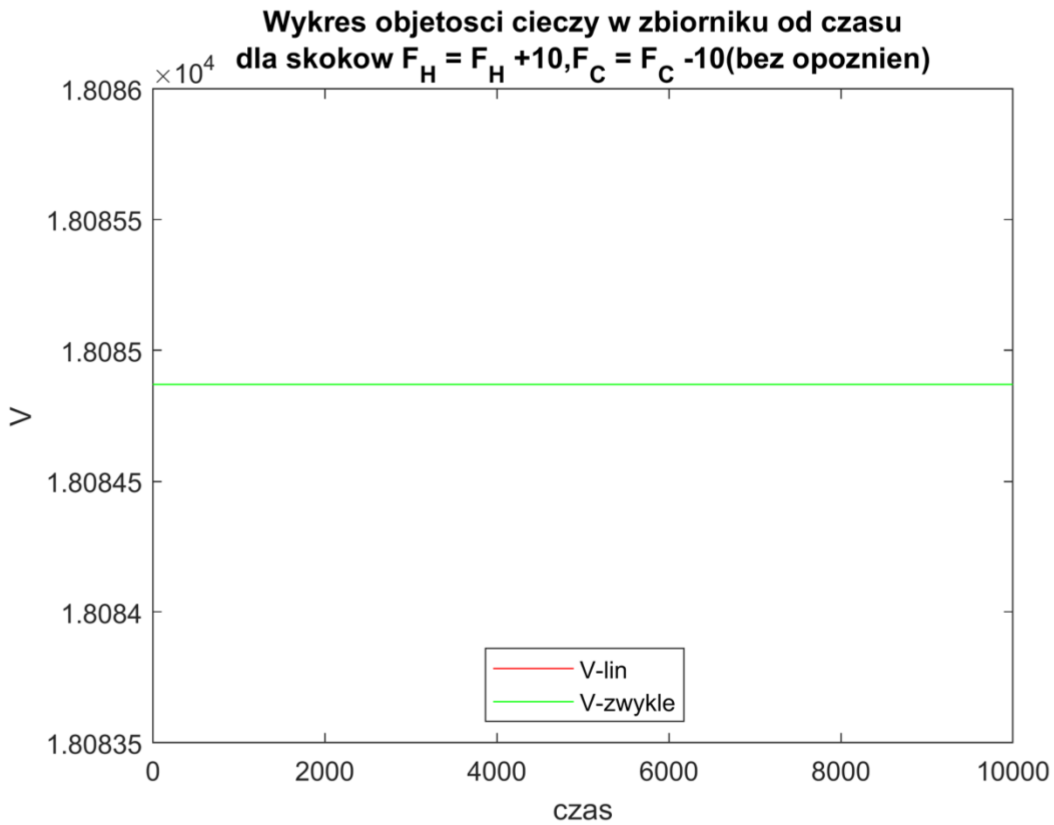
Skok zmiennej wejściowej $F_H$ o 15 i $F_C$ o 15 - obiekt bez opóźnień



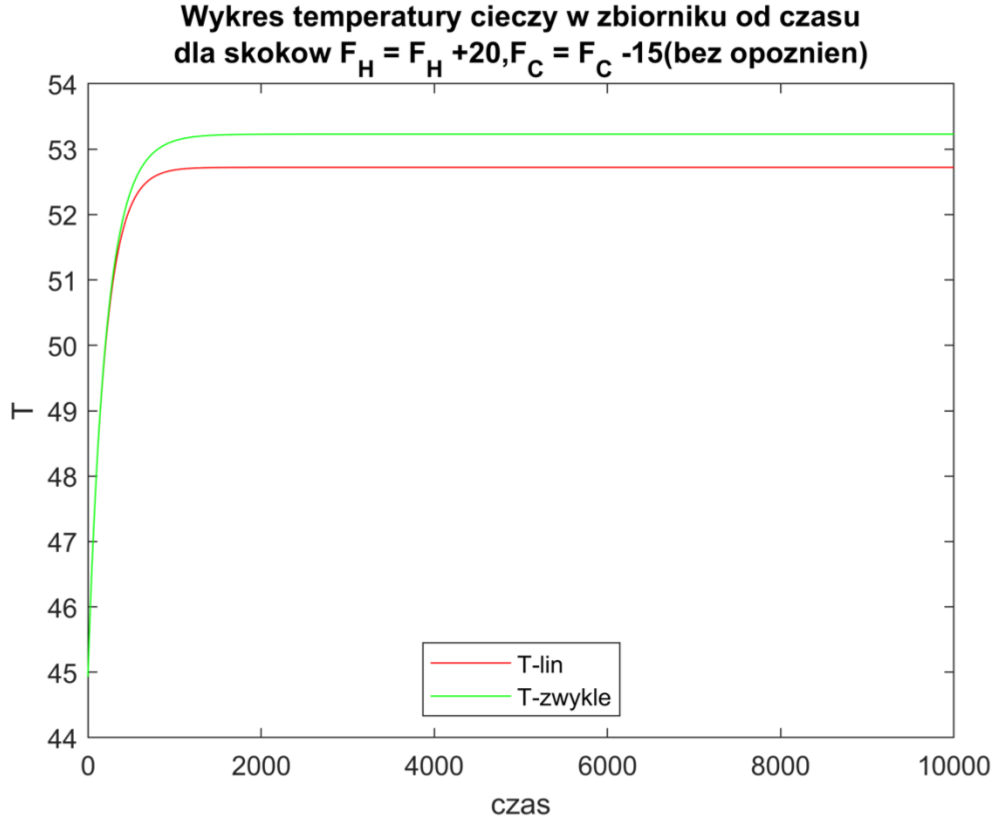



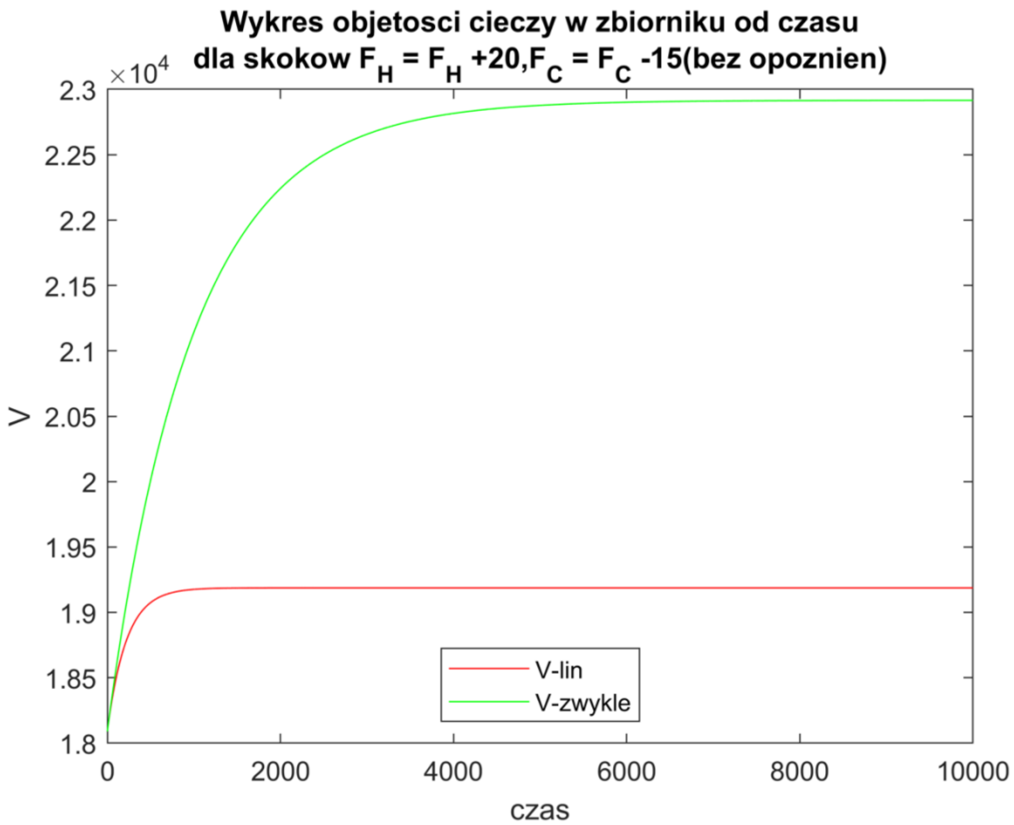
Skok zmiennej wejściowej $F_H$ o 10 i $F_C$ o -10 - obiekt bez opóźnień



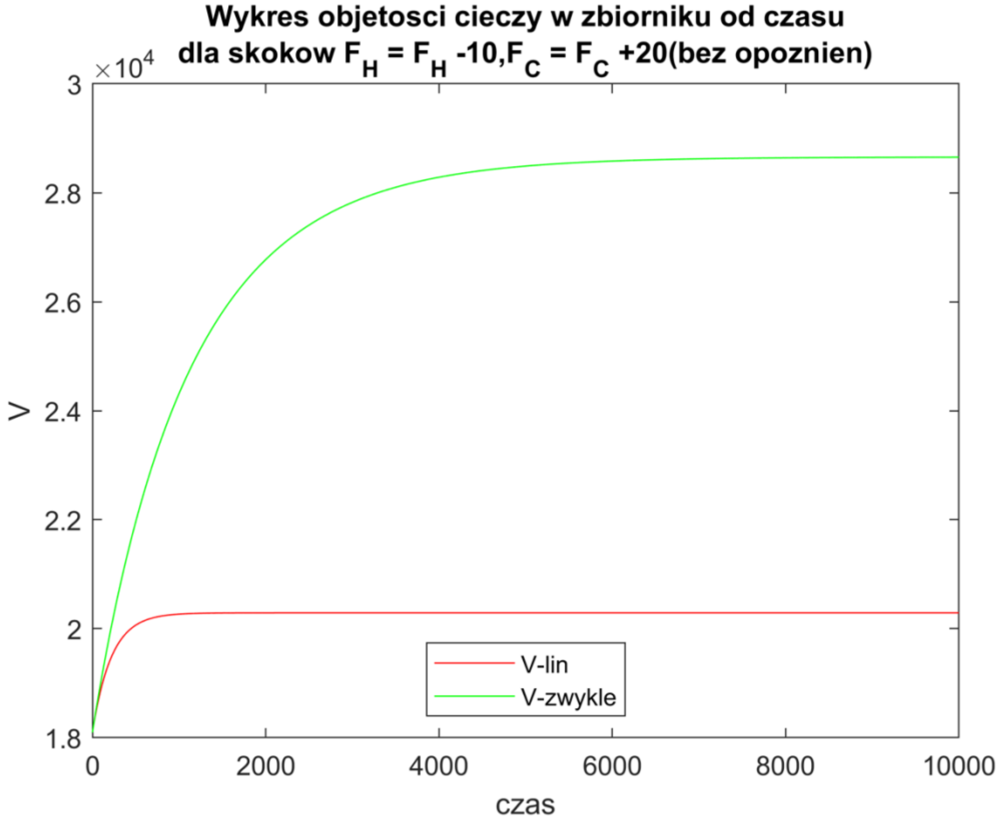



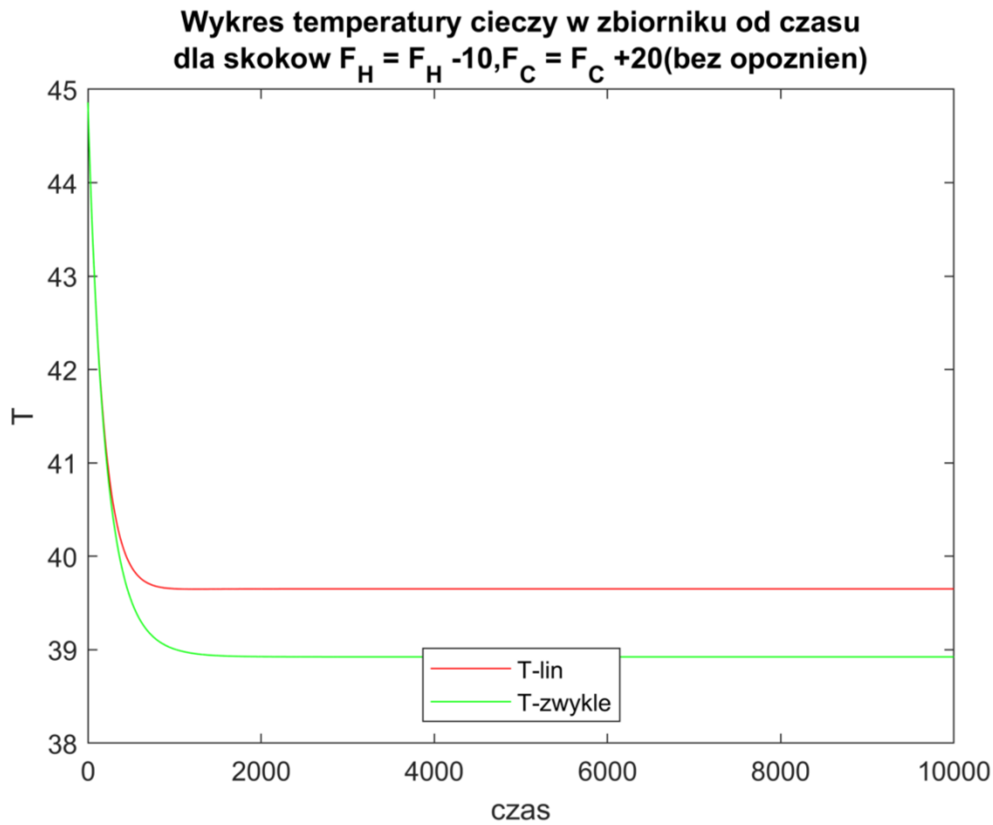
Skok zmiennej wejściowej $F_H$ o 20 i $F_C$ o -15 - obiekt bez opóźnień



Skok zmiennej wejściowej $F_H$ o -10 i $F_C$ o 20 - obiekt bez opóźnień



## Dyskusja

Podczas dyskusji i analizy wyników zostały sformułowane następujące wnioski na temat wpływu wielkości wymuszenia na jakość przybliżenia:

Im większe wymuszenie tym gorsza jakość przybliżenia, większe wymuszenie stanowi o większej różnicy pomiędzy moment stabilizacji obiektu liniowego i nieliniowego, szczególnie w przypadku objętości. Przy obiekcie z opóźnieniami, obiekt przy większym wymuszeniu znacznie wolniej się ustala. Opóźnienie powoduje, że przebiegi obiektu liniowego i nieliniowego od siebie odbiegają, w obiekcie nieliniowym są dużo większe wahania, przykładowo temperatura może czasami rosnąć lub maleć.

## Podpunkt d)

Opracowano modele liniowe, dyskretne (w postaci równań stanu i transmitancji). Sprawdzano na bieżąco jakość dyskretyzacji operując parametrem kroku dyskretyzacji Ts.
Tworzymy model dyskretny zgodnie z modelem ciągłym:
Gdzie:

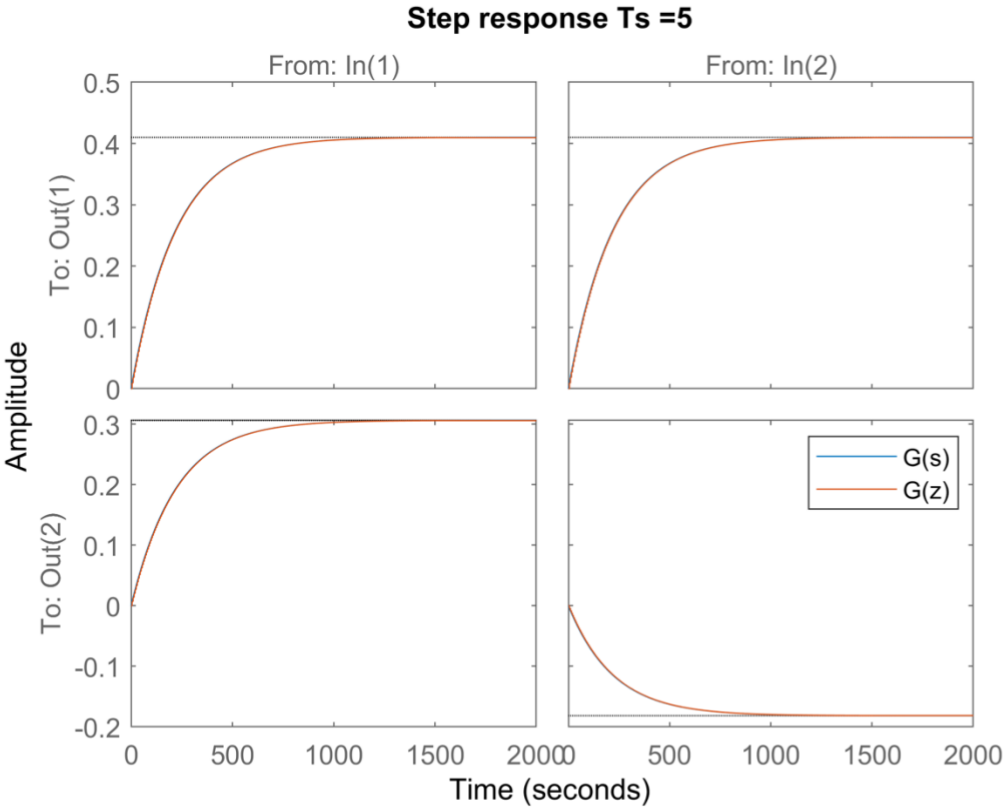
$$A = \begin{bmatrix} -\frac{\alpha}{4} * (\frac{V_0}{C})^{-\frac{3}{4}} & 0 \\ -\left(\frac{F_H * (T_H - T_0) + F_C * (T_c - T_0) + F_D * (T_D - T_0)}{{V_0}^2}\right) & -\left(\frac{F_H + F_C + F_D}{V_0}\right) \end{bmatrix}$$

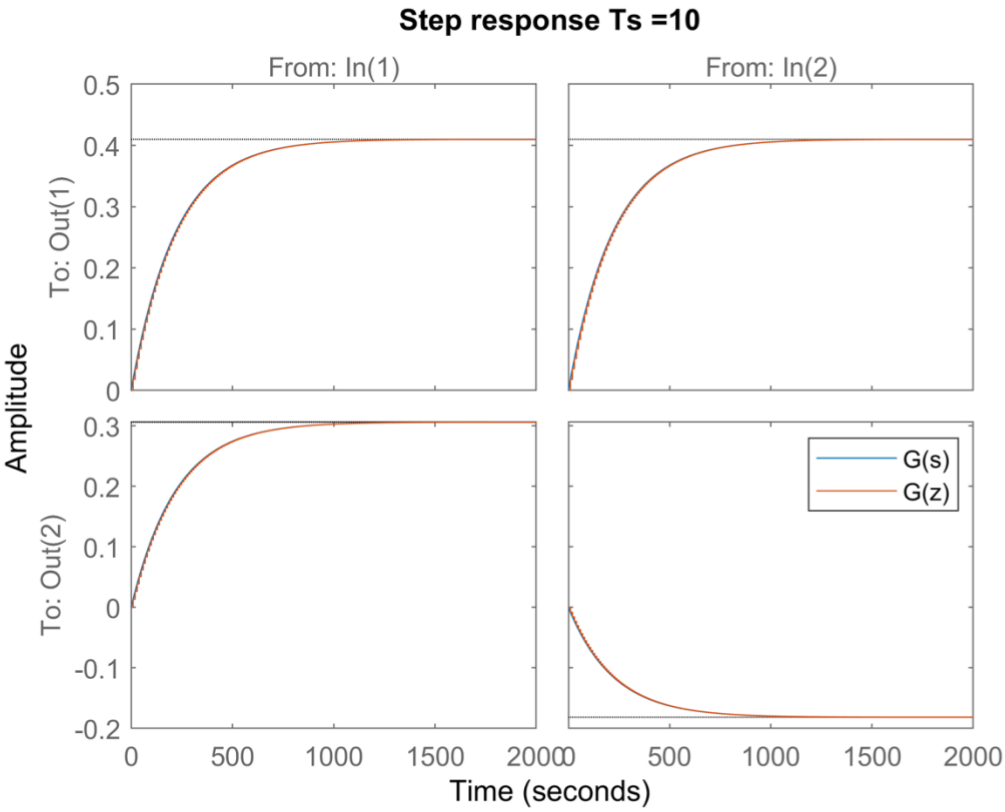
$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{\frac{T_H - T_0}{V_0}} & \frac{1}{\frac{T_C - T_0}{V_0}} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{C * V_0}} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad D = 0$$

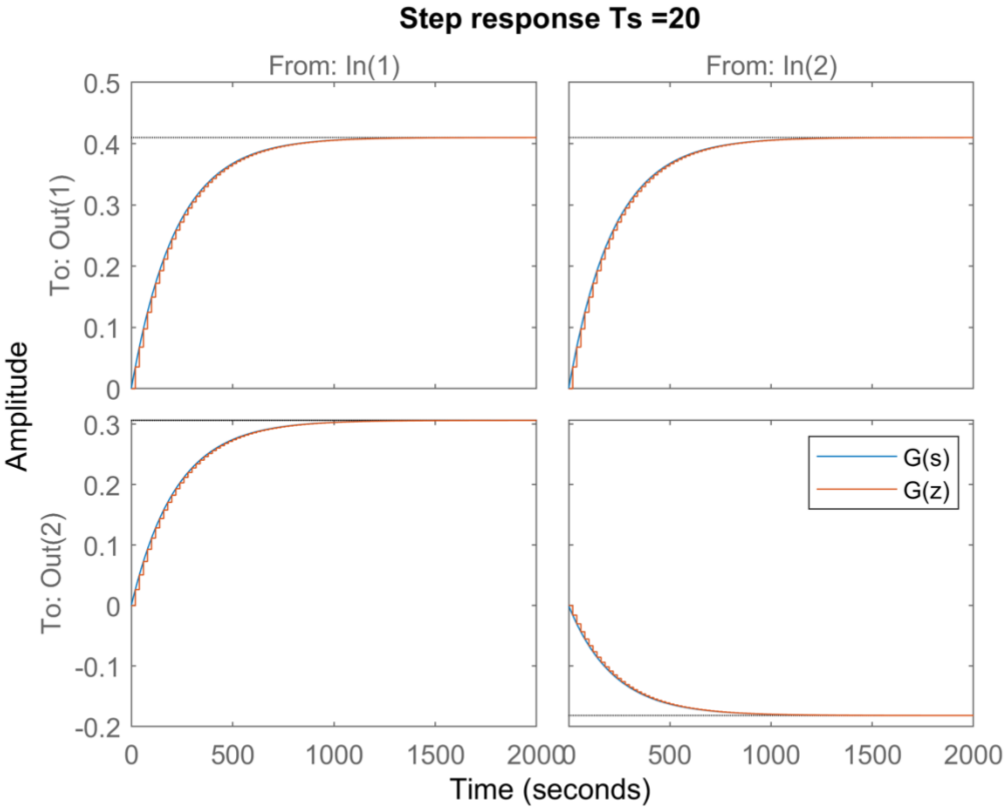
Wykorzystano wbudowaną funkcję c2d programu MATLAB do uzyskania transmitancji dyskretnej, gdzie funkcja ta przyjmuje następujące argumenty:

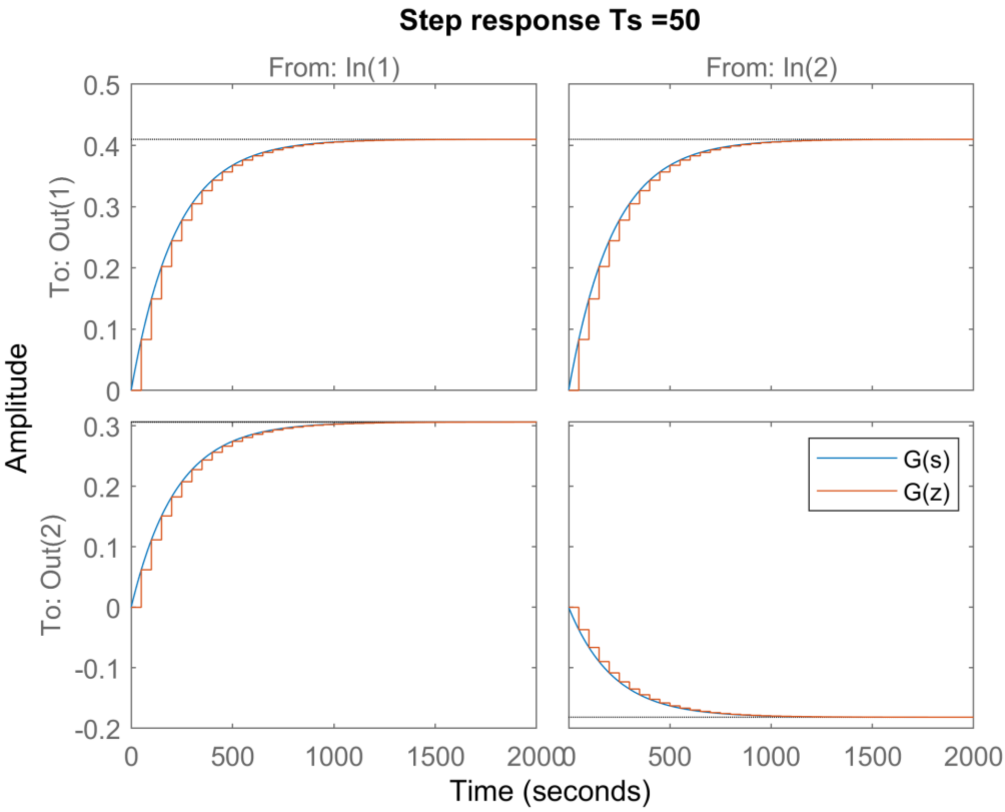
c2d(sys,Ts,'zoh')

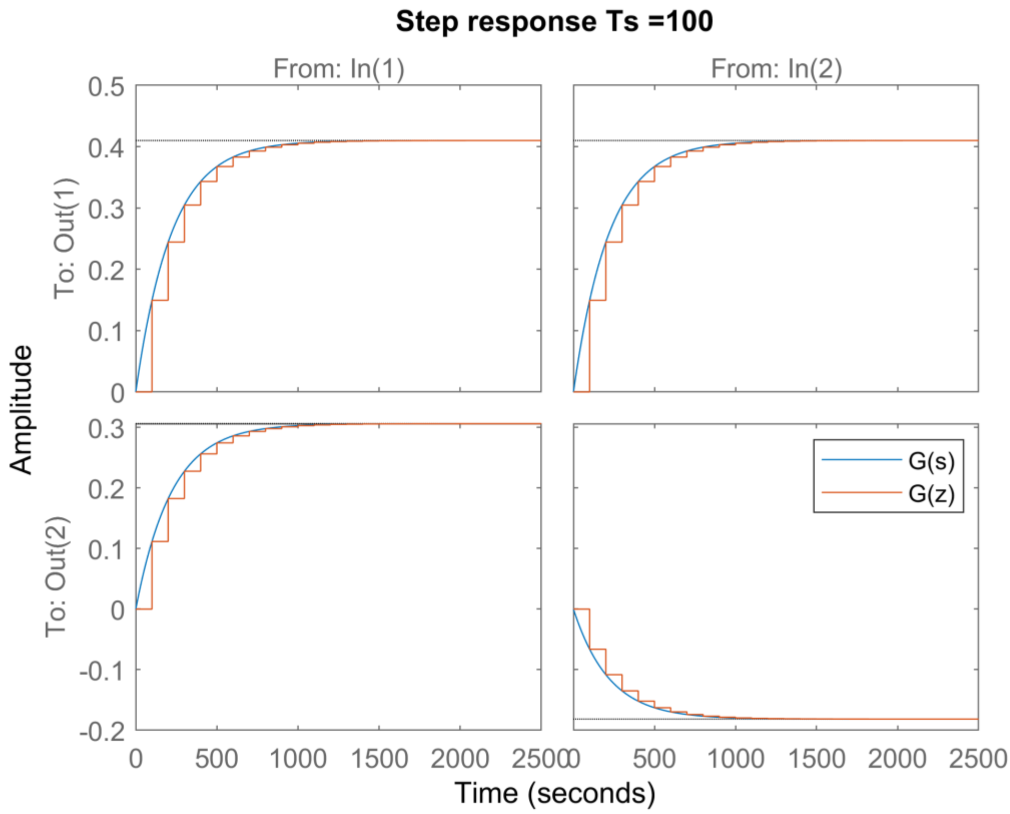
sys – ciągły model dynamicznego systemu
Ts – czas próbkowania, czyli parametr, którym regulujemy jakością dyskretyzacji
'zoh' – metoda dyskretyzacji (zero order hole)

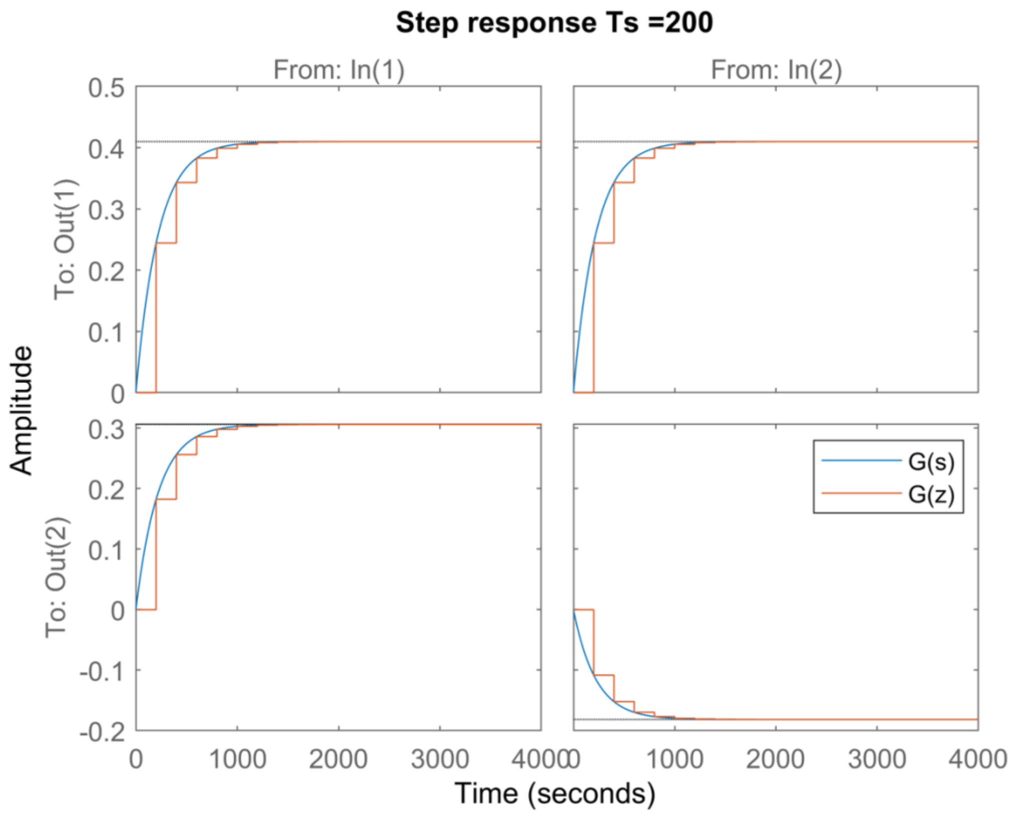

Step response Ts =5
From: In(1)
From: In(2)
Amplitude
To: Out(1)
To: Out(2)
G(s)
G(z)
Time (seconds)

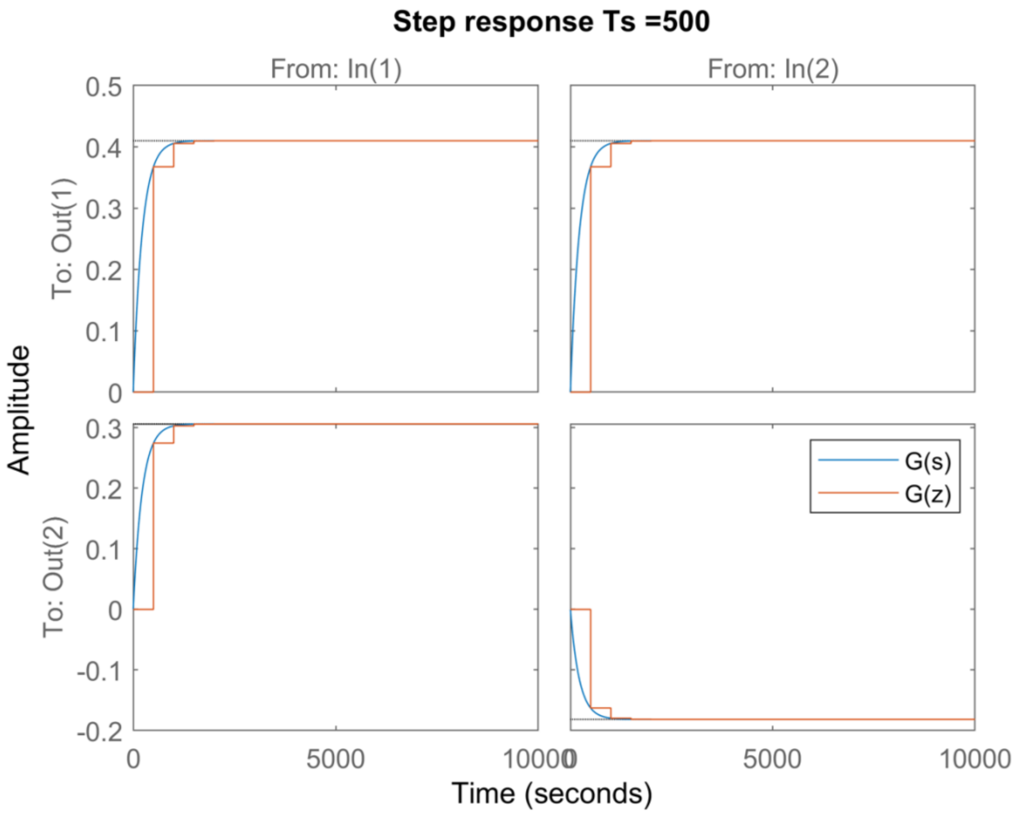

Step response Ts =10
From: In(1)
From: In(2)
Amplitude
To: Out(1)
To: Out(2)
G(s)
G(z)
Time (seconds)


Step response Ts =20
From: In(1)
From: In(2)
Amplitude
To: Out(1)
To: Out(2)
G(s)
G(z)
Time (seconds)


Step response Ts =50
From: In(1)
From: In(2)
Amplitude
To: Out(1)
To: Out(2)
G(s)
G(z)
Time (seconds)


Step response Ts =100
From: In(1)
From: In(2)
Amplitude
To: Out(1)
To: Out(2)
G(s)
G(z)
Time (seconds)


Step response Ts =200
From: In(1)
From: In(2)
Amplitude
To: Out(1)
To: Out(2)
G(s)
G(z)
Time (seconds)




Na podstawie przeprowadzonych eksperymentów dla różnych czasów próbkowania został wybrany czas Ts =5 s, ponieważ zachowany jest dobry charakter przebiegu. Jest to wybór, który optymalizuje jakość dyskretyzacji, ale również nie wymaga tak częstego próbkowania.

Zaimplementowano model dyskretny w postaci równań stanu w Matlabie. W celu uzyskania równań stanu modelu dyskretnego użyto funkcji wbudowanej programu MATLAB ss, która jako argumenty wejściowe przyjmuje: transmitancję dyskretną oraz metodę 'minimal', jako wyjście zwraca ona obiekt w postaci modelu dyskretnego równań stanu:

$$x[n+1] = Ax[n] + Bu[n]$$
$$y[n] = Cx[n] + Du[n]$$

, gdzie:

$$A = \begin{bmatrix} 0.9557 & 0 \\ 0 & 0.9557 \end{bmatrix} \; B = \begin{bmatrix} -0.1563 & 0.008984 \\ 0.05837 & -0.1146 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -0.1807 & -0.1727 \\ -0.06244 & 0.06533 \end{bmatrix} \; D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$