Conceitos Matemáticos aplicados ao Marketing Digital

Conjuntos, Lógica & Expressões

Aula 01

| Agenda

- Conceitos primitivos
- Conjuntos
- Expressões numéricas
- Frações
- Exercícios

Conceitos Primitivos

- Número – é a ideia de quantidade;
- Numeral – é a representação (falada ou escrita) de um número;
- Algarismo – é o símbolo numérico usado para representar um número escrito.

Conjuntos

- Um conjunto é uma coleção de zero ou mais elementos;
- Conjuntos podem conter qualquer tipo de objeto incluindo números, símbolos e outros conjuntos;
- Os objetos no conjunto são chamados de elementos ou membros do conjunto.

Elementos

- A relação de pertinência é utilizada para fazer a relação entre um elemento e um conjunto;

- Essa relação serve para dizer se um elemento pertence ou não a um determinado conjunto.

Exemplos

- Se c é um elemento do conjunto E, escreveremos:

  $c \in E$

  Lê-se: c é elemento de E ou pertence a E.

- Se c não é um elemento de um conjunto E, escreveremos:

  $c \notin E$

  Lê-se: c não é elemento de E ou c não pertence a E.

Conjunto vazio

- Um conjunto vazio é representado por $\varnothing$ ou { }. Obviamente, chamamos um conjunto de vazio quando ele não possuir nenhum elemento.
- **Simbolizando:**

  $\forall\ x : x \notin \varnothing$
- Exemplos:

  $\varnothing$ = {x|x é número natural par menor que zero}

  $\varnothing$ = {x|x é número natural e $5 - x = 8$ }

Conjuntos

$\mathbb{N}$ = 0,1,2,3,4,...
(Naturais)
*Zero é o primeiro número natural

$\mathbb{Z}$ = ...-2,-1,0,1,2,3...
(Inteiros)
*Acrescenta os negativos

$\mathbb{Z}^*$ = SEM O ZERO
$\mathbb{Z}_+$ = O ZERO e POSIT.
$\mathbb{Z}_-$ = O ZERO e NEGAT.

$\mathbb{Q}$ = ...-1,0,1,2... e frações
(Racionais)
*Dízimas periódicas são frações

$\mathbb{I}$ = Só as não frações
(Irracionais)
$\pi = 3{,}1415...$ $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ ...
*Raízes NÃO inteiras
*Dízimas NÃO periódicas

$\mathbb{R}$ = TODOS os anteriores !!!
(Reais)

$\mathbb{C}$ = Núm. Imaginários (i)
(Complexos)
*Raízes Quad. Negativas
$\sqrt{-4}$ $z = a+bi$ $3i$

Grupo Matemarco

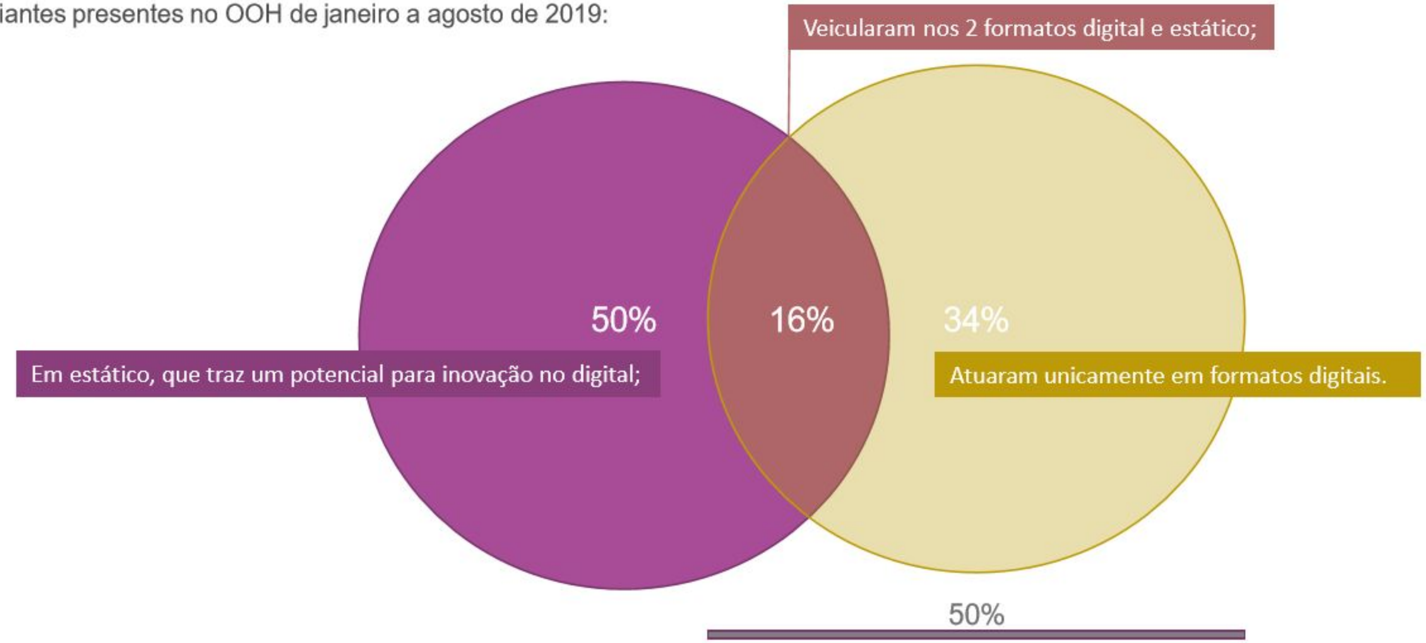
Diagrama de Venn

O conjunto B dos meses do ano que começam com a letra J é um subconjunto do conjunto A dos meses do ano. Assim, podemos representar esses conjuntos através do diagrama de Venn.

Digital OOH - 2019

METADE DOS ANUNCIANTES PRESENTES NO DIGITAL

De todos anunciantes presentes no OOH de janeiro a agosto de 2019:



Fonte - Kantar Ibope Media – Advertising Intelligence - Monitor Evolution
Janeiro-Agosto 2019

KANTAR | iab brasil

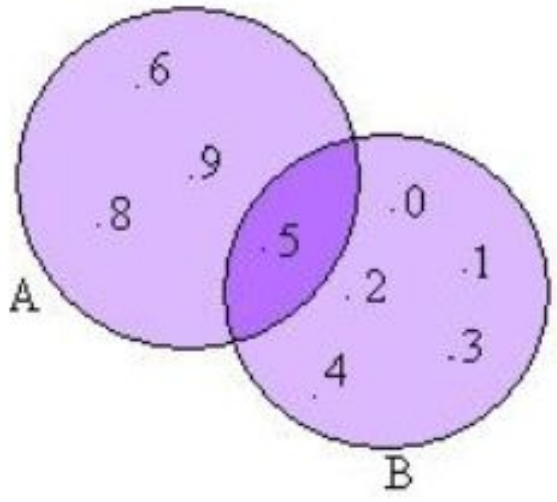
♦ **Interseção**

Os elementos que fazem parte do conjunto interseção são os elementos comuns aos conjuntos relacionados.

Exemplo 1:

Dados dois conjuntos **A = {5,6,9,8}** e **B = {0,1,2,3,4,5}**, se pedimos a interseção deles teremos:

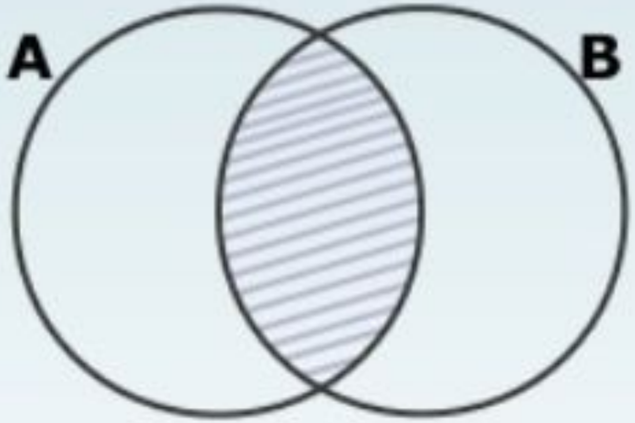
A ∩ B = {5}, dizemos que A "inter" B é igual a 5.



Interseção dos Conjuntos A e B ($A \cap B$)

É o conjunto dos elementos que pertencem a A e B.

$$\boxed{A \cap B = \{x \,/\, x \in A \text{ e } x \in B\}}$$



EXEMPLO

- Dados os conjuntos:

A = {0, 1, 5},

B = {0, 2, 5, 7},

C = {4, 6, 7, 9} e

D = {0, 1, 6}, vamos obter:

- ✓ **a) $A \cap B$ =**
- ✓ **b) $A \cap C$ =**
- ✓ **c) $A \cap B \cap D$ =**

EXEMPLO

- Dados os conjuntos:

  $A = \{0, 1, 5\}$,

  $B = \{0, 2, 5, 7\}$,

  $C = \{4, 6, 7, 9\}$ e

  $D = \{0, 1, 6\}$, vamos obter:

  - ✓ **a)** $A \cap B = \{0, 5\}$
  - ✓ **b)** $A \cap C = \emptyset$ **Dizemos que A e C são disjuntos**
  - ✓ **c)** $A \cap B \cap D = \{0\}$

Conjuntos

♦ **União**

Conjunto união são todos os elementos dos conjuntos relacionados.

Exemplo 1:

Dados os conjuntos **A = { x | x é inteiro e -1 < x < 2}** e **B = {1,2,3,4}** a união desses dois conjuntos é :

A U B = {0,1,2,3,4}

Exemplo 2:

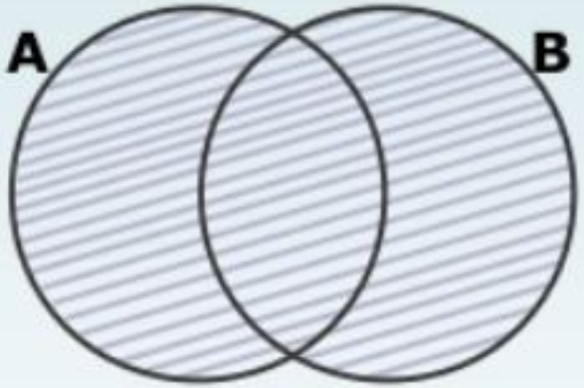
Dados os conjuntos **A = {1,2,3}** e **B = {1,2,3,4,5}** a união desses conjuntos é:

A U B = {1,2,3,4,5}, nesse caso podemos dizer que A U B = B.

União dos Conjuntos A e B ($A \cup B$)

É o conjunto dos elementos que pertencem a A ou a B.

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$$



EXEMPLO

- Dados os conjuntos
  $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$,
  $B = \{1, 3, 5, 7\}$ e
  $C = \{5, 6, 7, 8, 9\}$, vamos obter:

  - ✓ **a)** $A \cup B =$

  - ✓ **b)** $A \cup B \cup C =$

- **No caso de três ou mais conjuntos, podemos escrever** $A \cup B \cup C = (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$.

EXEMPLO

- Dados os conjuntos
  $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$,
  $B = \{1, 3, 5, 7\}$ e
  $C = \{5, 6, 7, 8, 9\}$, vamos obter:

  ✓ a) $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 7\}$

  ✓ b) $A \cup B \cup C = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

➢ **No caso de três ou mais conjuntos, podemos escrever $A \cup B \cup C = (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$.**

Conjuntos

♦ **Diferença entre dois conjuntos**.

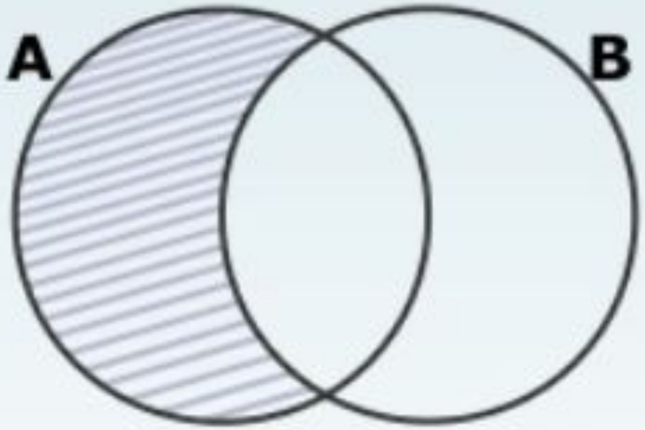
Dados dois conjuntos A e B chama-se *conjunto diferença* ou diferença entre A e B o *conjunto formado pelos elementos de A que não pertencem a B.*
O conjunto diferença é representado por A – B.

<u>Exemplo 1</u>:
A = {1,2,3,4,5} e **B = {3,4,5,6,7}** a diferença dos conjuntos é:
A – B = {1,2}

Diferença dos Conjuntos A e B (A – B e B – A)

É o conjunto dos elementos que pertencem ao primeiro conjunto, mas não pertencem ao segundo.

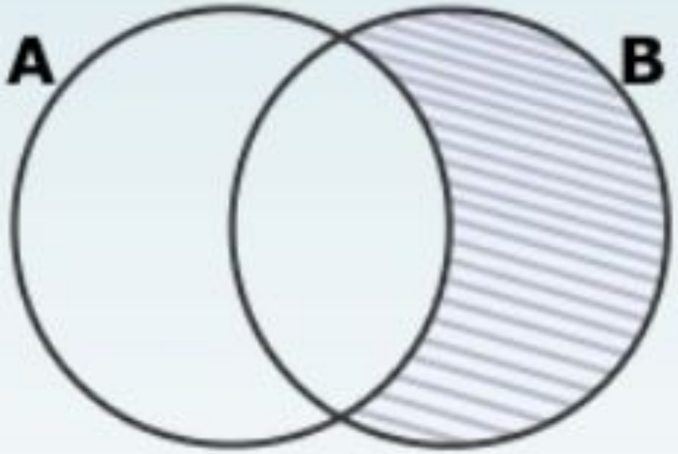
$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}$$



Diferença dos Conjuntos A e B (A – B e B – A)

É o conjunto dos elementos que pertencem ao primeiro conjunto, mas não pertencem ao segundo.

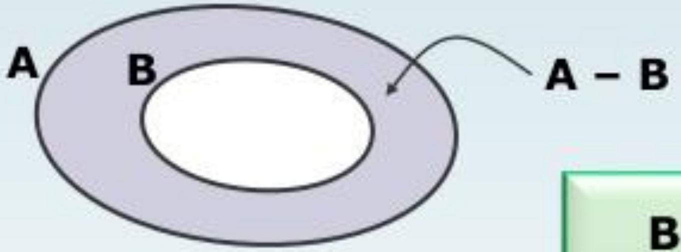
$$\boxed{B - A = \{x \; / \; x \in B \text{ e } x \notin A\}}$$



Complemento de um Conjunto

No caso em que **B ⊂ A**, a diferença A – B pode ser chamada, complementar de B em relação a A:

$$\complement_A^B$$



$$B \subset A \Rightarrow A - B = \complement_A^B$$

- O complementar de A em relação a um dado universo pode ser representado, simplesmente por $\overline{A}$

Exemplos

- Dados os conjuntos
  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$,
  $B = \{2, 4, 6\}$
  vamos obter:

a) $A - B = \{1, \cancel{2}, 3, \cancel{4}, 5\} - \{2, 4, 6\} = \{1, 3, 5\}$

b) $B - A = \{\cancel{2}, \cancel{4}, 6\} - \{1, 2, 3, 4, 5\} = \{6\}$

- Em geral $A - B \neq B - A$

Exemplos

- Dados os conjuntos

  X = {1, 2, 4},

  Y = {1, 2, 3, 4, 5}, $X \subset Y$. Obter C_y^x

  C_y^x = Y – X = {1, 2, 3, 4, 5} – {1, 2, 4} = {3, 5}

Se $A = \{x \in \mathbb{R} \ / \ x > 2\}$,

A está contido no universo $\mathbb{R}$

Obter C_A

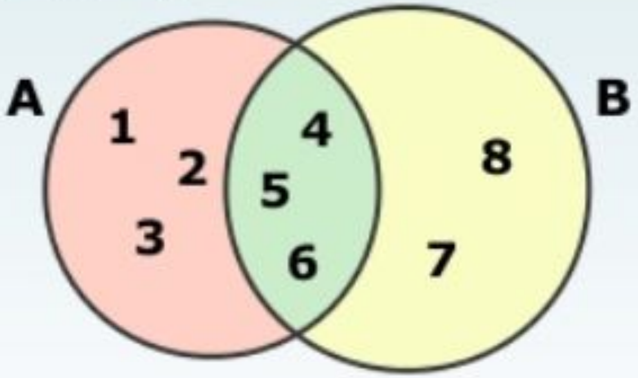
$$C_A = \overline{A} = \{x \in \mathbb{R} \ / \ x \leq 2\}$$

Exemplos

- Sejam $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$, temos:
  - ✓ $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
  - ✓ $A \cap B = \{4, 5, 6\}$
  - ✓ Podemos comprovar que:

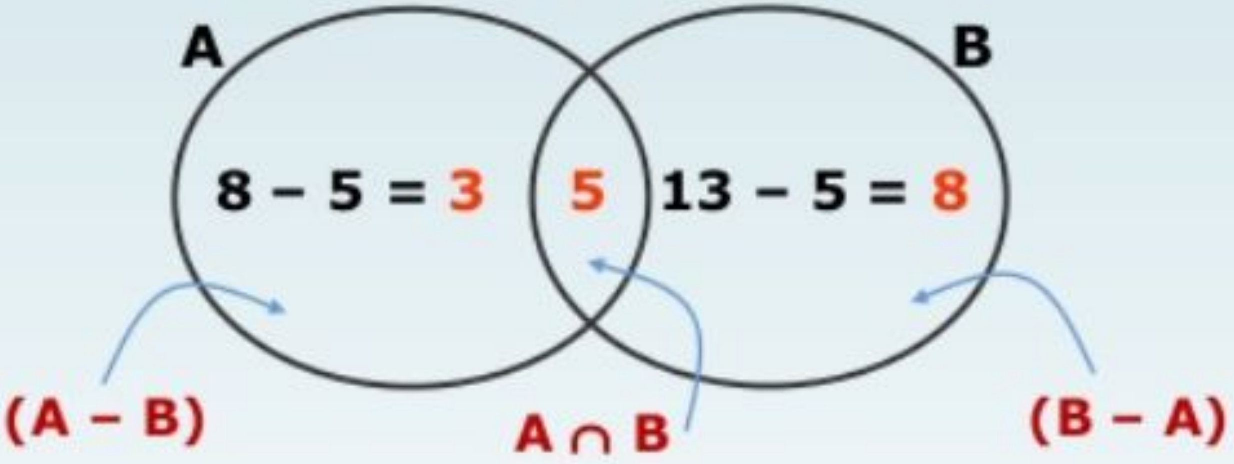
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\boxed{6 + 5 - 3 = 8}$$



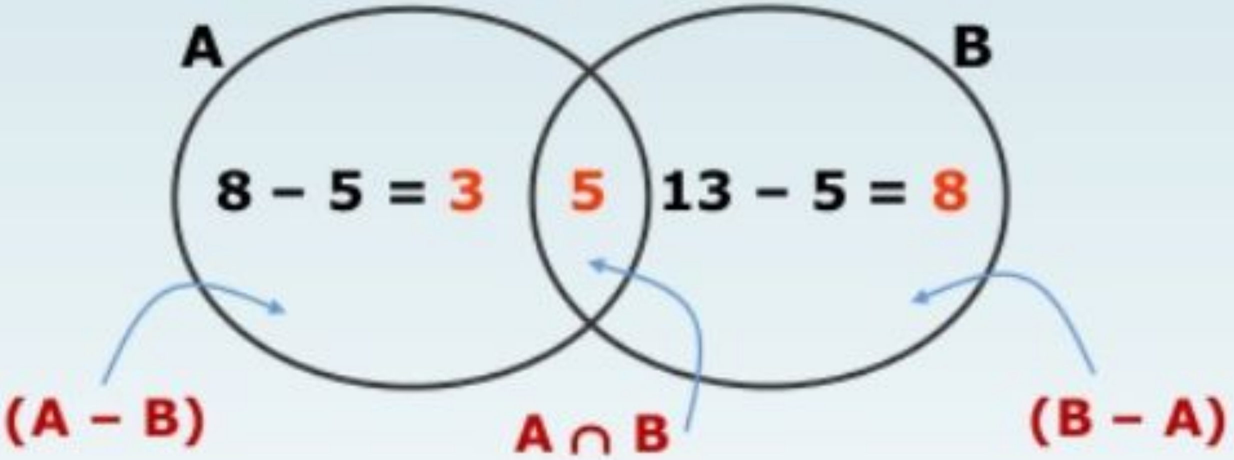
Exemplos

- O conjunto A tem 8 elementos; o conjunto B, 13 elementos; o conjunto $A \cap B$, 5 elementos. Determinar o número de elementos do conjunto $A \cup B$.



Exemplos

- O conjunto A tem 8 elementos; o conjunto B, 13 elementos; o conjunto $A \cap B$, 5 elementos. Determinar o número de elementos do conjunto $A \cup B$.



$$n(A \cup B) = 3 + 5 + 8 = 16$$

Expressões numéricas

- **Expressões** numéricas são conjuntos de números que sofrem operações **matemáticas** com uma ordem de operações preestabelecida.

- Ordem de precedência (PCC):
  - Parênteses
  - Colchetes
  - Chaves

$$20 + [\,30 - (\underbrace{11 + 5}) + 2\,] =$$

$$20 + [\,\underbrace{30 - 16 + 2}\,] =$$

$$20 + 16 = 36$$

$$3 + \{\,5 - [\,14 + (\underbrace{15 - 7})]\, + 8\,\} =$$

$$3 + \{\,5 - [\,\underbrace{14 + 8}\,] + 8\,\} =$$

$$3 + \{\,\underbrace{5 - 22 + 8}\,\} =$$

$$3 + \{-\,9\} = -\,6$$

$$[\ (18 + \underbrace{3 \cdot 2}) \div 8 + 5 \cdot 3\ ] \div 3 =$$

$$[\ (\underbrace{18 + 6}) \div 8 + 5 \cdot 3\ ] \div 3 =$$

$$[\ \underbrace{24 \div 8} + \underbrace{5 \cdot 3}\ ] \div 3 =$$

$$[\ \underbrace{3 \quad + \quad 15}\ ] \div 3 =$$

$$18 \div 3 = 6$$

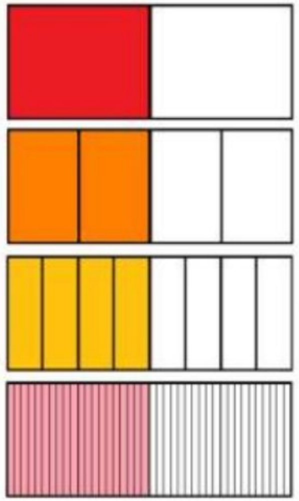
Frações

- Frações. Na matemática, as frações correspondem a uma representação das **partes** de um **todo**. Ela determina a divisão de **partes iguais** sendo que cada parte é uma **fração do inteiro**.

- Importante lembrar que nas frações, o termo superior é chamado de **numerador** enquanto o termo inferior é chamado de **denominador**.

FRAÇÕES EQUIVALENTES (⇔)

Observe que $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{8}$ e $\frac{20}{40}$ representam a mesma porção do retângulo.



$\frac{1}{2}$

$\frac{2}{4}$

$\frac{4}{8}$

$\frac{20}{40}$

Dizemos então que $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{8}$ e $\frac{20}{40}$ são **frações equivalentes** (***equi*** significa ***igual***; ***equivalente*** quer dizer ***de igual valor***).

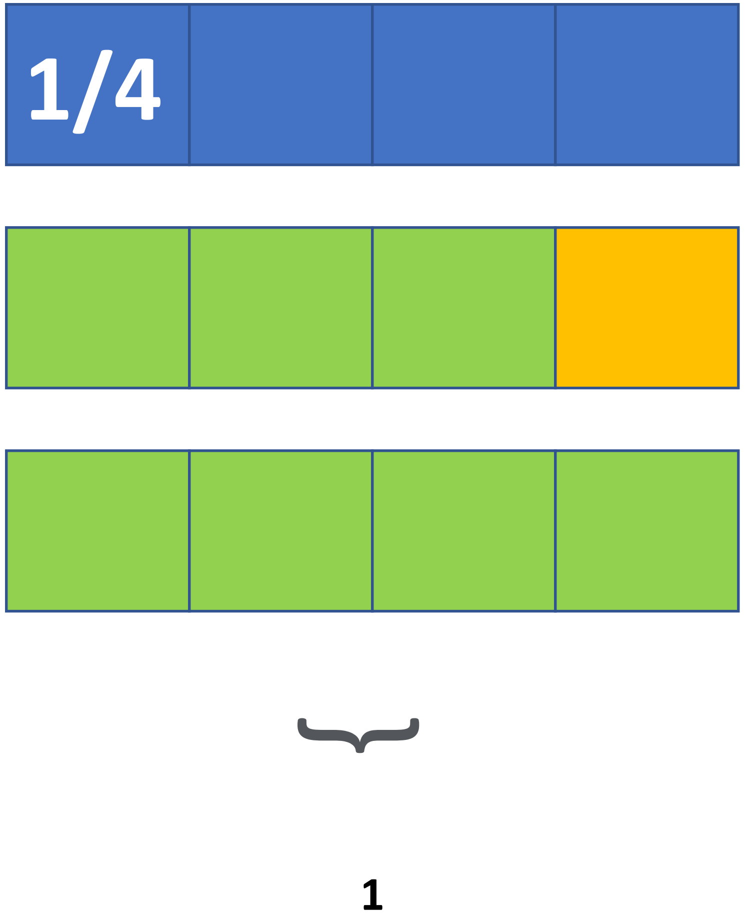
$$\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{4}{8}=\frac{20}{40}=\cdots$$

Duas ou mais frações são equivalentes quando representam a mesma porção do todo.

Operações com Frações

Adição e subtração

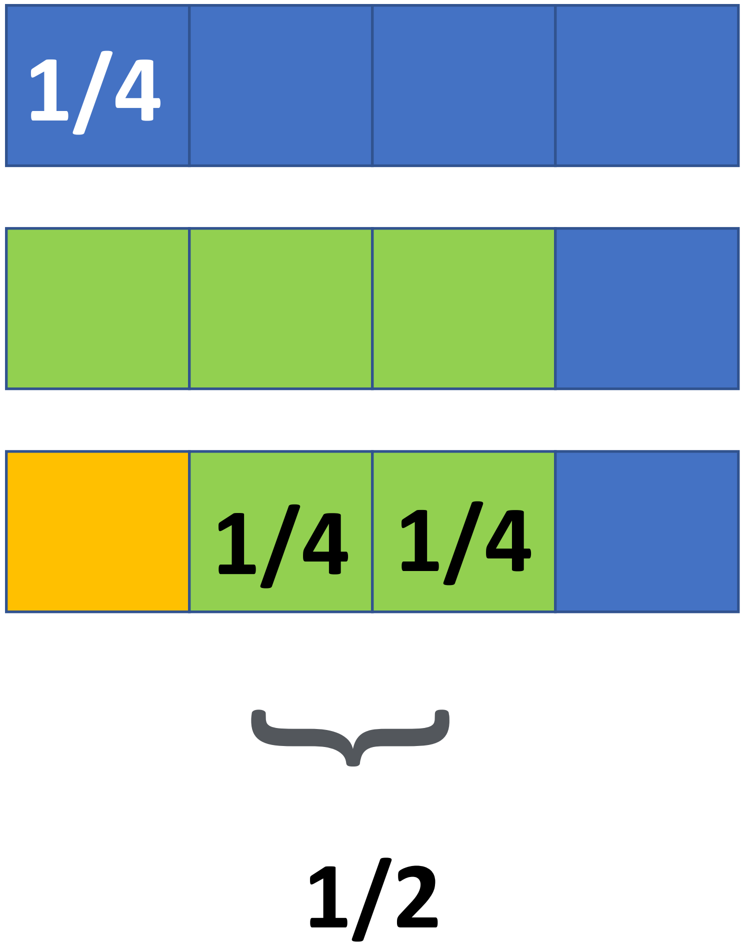
3/4 +1/4= 4/4=1



Operações com Frações

Adição e subtração

3/4 -1/4= 2/4=1/2



Operações com Frações

Adição e subtração

$$\frac{8}{2} + \frac{12}{2} =$$

$$\frac{1}{13} + \frac{5}{13} + \frac{3}{13} =$$

$$\frac{14}{23} + \frac{7}{23} + \frac{2}{23} + \frac{23}{23} =$$

Operações com Frações

Adição e subtração

$$\frac{8}{2} + \frac{12}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

$$\frac{1}{13} + \frac{5}{13} + \frac{3}{13} = \frac{9}{13}$$

$$\frac{14}{23} + \frac{7}{23} + \frac{2}{23} + \frac{23}{23} = 1$$

Denominadores iguais!!

Operações com Frações

Adição e subtração

$$\frac{7}{10} + \frac{2}{3} = \frac{41}{30}$$

Denominadores diferentes!!

Operações com Frações

Adição e subtração

$$\frac{7}{10}+\frac{2}{3}=\frac{41}{30}$$

[(3*7)+(2*10)]/30=
[21+20]/30=41/30

Operações com Frações

Adição e subtração

$$\frac{3}{2}+\frac{5}{3}=\frac{3\times3}{6}+\frac{5\times2}{6}=\frac{9}{6}+\frac{10}{6}=\frac{19}{6}$$

$$\frac{7}{15}-\frac{1}{5}=\frac{7\times1}{15}-\frac{1\times3}{15}=\frac{7}{15}-\frac{3}{15}=\frac{4}{15}$$

Operações com Frações

Divisão

$$\frac{6}{8} \div \frac{3}{2} = \frac{6}{8} \times \frac{2}{3} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{15}{8} \div 3 = \frac{15}{8} \times \frac{1}{3} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{8}{5} \div \frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{5}{8} \times \frac{2}{1} \times \frac{3}{1} = \frac{30}{8} = \frac{15}{4}$$

$$\frac{3}{8} \div \frac{15}{2} = \frac{3}{8} \times \frac{2}{15} = \frac{6}{120} = \frac{1}{20}$$

(PUC) Numa pesquisa de mercado, verificou-se que 15 pessoas utilizam pelo menos um dos produtos A ou B. Sabendo que 10 dessas pessoas não usam o produto B e que 2 dessas pessoas não usam o produto A, qual é o número de pessoas que utilizam os produtos A e B?

a) 0

b) 2

c) 3

d) 4

e) 5

(PUC) Numa pesquisa de mercado, verificou-se que 15 pessoas utilizam pelo menos um dos produtos A ou B. Sabendo que 10 dessas pessoas não usam o produto B e que 2 dessas pessoas não usam o produto A, qual é o número de pessoas que utilizam os produtos A e B?

a) 0

b) 2

c) 3

d) 4

e) 5

Observe que, se 10 pessoas não usam o produto B, significa que elas usam exclusivamente o produto A. Se duas pessoas não usam o produto A, então elas usam exclusivamente o produto B. Como a pesquisa é entre usuários dos produtos A e B, então o restante das pessoas usa os dois produtos. Como o total é igual a 15, três pessoas usam os produtos A e B.

Alternativa C

Sabendo que $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{6, 7, 8, 9\}$ e $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, quais são os elementos do conjunto $(A \cap B) \cup C$?

a) Os mesmos do conjunto A

b) Os mesmos do conjunto B

c) $\{6\}$

d) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

e) Os mesmos do conjunto C

Sabendo que A = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}, B = {6, 7, 8, 9} e C = {2, 4, 6, 8, 10}, quais são os elementos do conjunto (A∩B)UC?

a) Os mesmos do conjunto A

b) Os mesmos do conjunto B

c) {6}

d) {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

e) Os mesmos do conjunto C

Primeiramente, a interseção entre dois conjuntos é formada pelos elementos que estão no primeiro **e** no segundo ao mesmo tempo. Logo:

$$(A \cap B) = \{5,6\}$$

Agora, observe que a união entre dois conjuntos é formada pelos elementos que estão no primeiro **ou** pelos elementos que estão no segundo. Logo:

$$(A \cap B) \cup C = \{2, 4, 6, 8, 10\} = C$$

Alternativa E

(UNAERP SP/2006) Analisando as expressões:

I. $[(+2)(-3/4):(-2/3)]$

II. $(+2-3+1):(-2+2)$

III. $(+4-9):(-5+3)$

IV. $(2-3+1):(-7)$

podemos afirmar que zero é o valor de:

a) somente I, II e IV

b) somente I e III

c) somente IV

d) somente II e IV

e) somente II

(UNAERP SP/2006) Analisando as expressões:

I. $[(+2)(-3/4):(-2/3)]$

II. $(+2-3+1):(-2+2)$

III. $(+4-9):(-5+3)$

IV. $(2-3+1):(-7)$

podemos afirmar que zero é o valor de:

a) somente I, II e IV

b) somente I e III

c) somente IV

d) somente II e IV

e) somente II

Para resolver essa questão, é necessário resolver antes todas as expressões numéricas presentes.

$$\text{I: } \left[(+2)\left(\frac{-3}{4}\right)\right] : \left(\frac{-2}{3}\right)$$

$$\left(\frac{-6}{4}\right) : \left(\frac{-2}{3}\right)$$

$$\left(\frac{-6}{4}\right) \cdot \frac{3}{-2}$$

$$\frac{18}{8}$$

Como 18 divido por 8 é um número próximo de 2, então a expressão I é diferente de zero.

$$\text{II: } (+2 - 3 + 1):(-2 + 2) = 0:0$$

Como não é possível dividir números por 0, então 0:0 não existe e, por isso, a expressão é diferente de zero.

$$\text{III: } (+ 4 - 9):(- 5 + 3) = (- 5):(- 2) = 2{,}5$$

2,5 é diferente de zero.

$$\text{IV: } (2 - 3 + 1):(-7) = 0:(-7) = 0$$

Essa expressão é a única que tem 0 como resultado, portanto, a resposta certa é a letra **C.**

Obrigado :)

Vem dar um oi pra gente:

supportbr@getblue.io