

Simulation Numérique de l'amortissement Landau dans les plasmas

Yassine MOUFTAH
Guillaume ROUMAGE

2019

Dans tout le document, les problèmes seront étudiés sur un intervalle de temps noté $[0; T]$, avec $T \in]0; +\infty[$. Pour discrétiser le problème afin de faire des simulations numériques, on choisit un nombre de pas N . L'intervalle $[0; T]$ est subdivisé en N sous-intervalles. Le pas de temps, représenté par h , est alors donné par la formule : $h = \frac{T}{N}$.

Introduction

Il est courant de dire que la matière possède trois états : l'état solide, l'état liquide, ainsi que l'état gazeux. Mais en réalité, il existe un quatrième état de la matière : c'est le plasma.

Comme nous le savons, les atomes sont composés d'un noyau, contenant des protons et des neutrons, autour duquel gravitent des électrons. A l'état solide, liquide ou gazeux, les électrons qui orbitent autour des atomes restent sur leurs orbites. Lorsque de la matière est chauffée, elle passe successivement de l'état solide à l'état liquide, puis de l'état liquide à l'état gazeux. Lorsque le gaz est chauffé à très haute température (supérieure à 10^4 K), il devient un plasma.

Cette haute température libère les électrons des orbites de l'atome auquel ils étaient rattachés, qui peuvent désormais se déplacer dans le gaz. Celui-ci devient alors un mélange d'électrons et d'ions positifs.

L'analyse numérique permet de reproduire par le calcul une réalité physique. Cette simulation peut être effectuée pour plusieurs raisons : l'expérience peut-être irréalisable, avoir un coût trop élevé, ou encore pour prévoir grâce aux ordinateurs comment l'expérience va se dérouler, avant de faire cette même expérience en laboratoire, en conditions réelles.

Constantes

- Valeur d'une charge élémentaire : $e = 1.6021766208.10^{-19}C$.
- Charge élémentaire d'un électron : $q_e = -e = -1.6021766208.10^{-19}C$.
- Masse d'un électron : $m_e = 9.109.10^{-31}kg$.

Simulation de mouvements de particules

Mouvement de particules en 1D

Nous simulons en premier lieu le mouvement d'une, puis de plusieurs particules en une dimension, c'est-à-dire sur un segment défini. Lors de la simulation, si la particule atteint le bord droit du segment, elle est envoyée sur le bord gauche, et inversement. Cela permet à la particule de rester dans l'intervalle d'espace étudié. Les particules étudiées seront les électrons. En effet, les mouvements des ions sont négligeables devant ceux des électrons. Nous considérerons donc les ions comme fixes.

Avec un champ électrique nul

Les équations donnant la position et la vitesse des électrons sont données par les systèmes suivants. Tout d'abord, en faisant l'hypothèse que le champ électrique auquel est soumis l'électron est nul.

$$\begin{cases} x'(t) &= v(t) \\ v'(t) &= 0 \end{cases}$$

avec $t \in [0; T]$.

En discrétisant et en utilisant la méthode d'Euler explicite, cela se réécrit :

$$\begin{cases} x_{n+1} &= x_n + h.v_n \\ v_{n+1} &= v_n \end{cases}$$

avec $n \in \{0, \dots, N-1\}$.

Avec un champs électrique constant

Ajoutons maintenant un champ électrique constant. Les équations décrivant la position et la vitesse des électrons sont données par :

$$\begin{cases} x'(t) &= v(t) \\ v'(t) &= -\frac{q_e}{m_e} \cdot E_0(x(t)) \end{cases}$$

avec $t \in [0; T]$, m_e la masse d'un électron, q_e la valeur de la charge élémentaire de l'électron, E_0 la fonction représentant la valeur du champ électrique en fonction de la position.

Dans la simulation, la fonction E_0 utilisée est $E_0 : x \mapsto \sin(\frac{\pi}{x \cdot L}) \times \frac{-m_e}{q_e}$.

Soit en discrétisant et en utilisant la méthode d'Euler explicite :

$$\begin{cases} x_{n+1} &= x_n + h \cdot v_n \\ v_{n+1} &= -\frac{q_e}{m_e} \cdot E_0(x_n) \end{cases}$$

Avec un champs électrique discrétisé

Dans les deux cas précédent, le champs électrique était donné par une fonction. De ce fait, on pouvait savoir la valeur du champs électrique en n'importe quelle position.

Cependant, le champs électrique d'un plasma étant auto-consistant, il se modifie à chaque pas de temps, en fonction du mouvement des électrons. De ce fait il faut le calculer à chaque pas de temps, et donc le discrétisé. Cela implique que le champs électrique est une liste finie de valeurs.

Le calcul de la force électrique auquel est soumise un électron ce fait donc de la façon suivante.

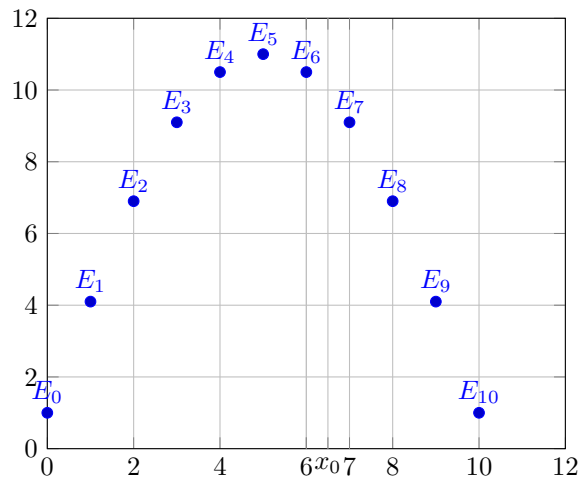
Notons E_{elec} la force électrique exercée sur un électron. A un t instant, l'électron se trouve à une position que nous noterons x_0 . Etant donné que le champs électrique est une liste finie de valeurs, dans la majorité des cas, nous ne connaissons pas la valeur du champs électrique au point x_0 .

On a $\lfloor x_0 \rfloor \leq x_0 < \lfloor x_0 \rfloor + 1$. Nous considérons donc qu'un électron à la position x_0 est soumis aux champs électrique des points $\lfloor x_0 \rfloor$ et $\lfloor x_0 \rfloor + 1$, car nous connaissons la valeur du champs électrique en ces deux points. La dernière étape consiste à pondérer le poids de chacun de ces deux champs électrique. Plus l'électron est proche de $\lfloor x_0 \rfloor$, plus le champs électrique en ce point a de l'influence. De même pour $\lfloor x_0 \rfloor + 1$.

D'où au final, en prenant $\alpha = \lfloor x_0 \rfloor + 1 - x_0$:

$$E_{elec} = (1 - \alpha) \times E_{\lfloor x_0 \rfloor} + \alpha \times E_{\lfloor x_0 \rfloor + 1}$$

Le graphique ci-dessous représente un exemple de discrétisation du champs électrique.



On observe qu'un électron à la position x_0 subira une force électrique $E_{elec} = (\alpha - 1) \times E_6 + \alpha \times E_6$.