

М.Э. Сохацкий*

Выпуск 1: Встраивание теории типов Мартина-Лёфа

Национальный технический университет Украины
«Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского».

*Корреспонденция: maxim@synrc.com

Аннотация

Эта статья демонстрирует формальное встраивание теории типов Мартина-Лёфа в исполняющую кубическую типовую систему с полным набором правил вывода. Это стало возможным недавно благодаря кубической теории типов и типовому кубическому верификатору **cubicaltt**¹ в 2017 году. Был пройден длинный путь от чистых типовых систем AUTOMATH авторства де Брейна к гомотопическим типовым верификаторам. Эта статья касается только формального ядра теории типов Мартина-Лёфа: Π и Σ типов (которые соответствуют квантору всеобщности \forall и квантору существования \exists для математических рассуждений) и типа равенства.

Каждая языковая имплементация должна быть протестирована. Один из возможных сценариев тестирования типовых верификаторов это прямое встраивание в модель теории типов исполняющего верификатора. Так как все типы в теории формулируются с помощью пяти правил: формации, интро, элиминатора, уравнение вычисления, уравнение равенства), мы сконструировали номинальные типы-синонимы для исполняющего верификатора и доказали, что это является реализацией MLTT. Это может рассматриваться как универсальный тест для имплементации типового верификатора, так как компенсация интор правила и правила элиминатора которое спрятано в бета и эта редукциях. Таким образом, доказывая реализацию MLTT, мы докажем свойства самого исполняющего верификатора.

Более формально, кубическое MLTT встраивание доказывает J элиминатор типа-равенства и его уравнение вычисления, что не было возможно до геометрической кубической интерпретации. Также этот выпуск открывает серию статей посвящённых формализации оснований математики в кубической теории типов, MLTT моделированию и кубической верификации. Так как многие могут быть незнакомы с системами типов этот выпуск также содержит их интерпретацию с точки зрения разных разделов математики.

Отметим, что это только вход в технику прямого встраивания и после MLTT моделирования мы можем выйти выше — во встраивание в индуктивную систему типов, и далее, до встраивание CW-комплексов как склейки высших индуктивных типов.

¹<http://github.com/mortberg/cubicaltt>