

УДК 62-50:519.216

ПОНЯТИЕ РЕКУРСИИ В СЕТЯХ ПЕТРИ: ФАКТОРИАЛ ЧИСЛА, ЧИСЛА ФИБОНАЧЧИ*

А.А. ВОЕВОДА, А.В. МАРКОВ

Рассматривается понятие рекурсии, приводится описание математического аппарата сетей Петри. Используя алгоритмический язык сетей Петри, предложено решение рекурсивных задач нахождения x -го числа ряда Фибоначчи и нахождения факториала x -го числа. Полученные сети были проанализированы при помощи генерации отчета о пространстве состояний, посредством среды моделирования CPN Tools.

Ключевые слова: рекурсия, сети Петри, CPN Tools, факториал числа, числа Фибоначчи, пространство состояний.

ВВЕДЕНИЕ

Рекурсией называют процесс повторения элементов системы самоподобным образом [1]. Данный термин используют в различных специальных областях наук – от лингвистики до логики, самое широкое применение находит в математике и информатике.

В программировании рекурсия – вызов функции (процедуры) из неё же самой, непосредственно (простая рекурсия) или через другие функции (сложная или косвенная рекурсия). Например, функция A вызывает функцию B , а функция B – функцию A . То есть с помощью рекурсивной программы можно описать бесконечное вычисление, причём без явных повторений частей программы.

В работе [2] описано решение задачи «Ханойская башня» алгоритмическим языком сетей Петри.

Так как ранее явного описание рекурсии сетями Петри авторами работы не встречалось, целесообразно показать данную функцию еще на нескольких примерах: нахождения факториала X -го числа, нахождения X -го числа ряда Фибоначчи.

Сети Петри – математический аппарат для моделирования динамических дискретных систем. Представляют собой двудольный ориентированный граф, соединяющий вершины двух типов – позиции (места) и переходы, связанные между собой дугами, вершины одного типа не могут быть соединены непо-

* Статья получена 24 сентября 2012 г.

средственно. В позициях могут размещаться метки (маркеры), способные перемещаться по сети.

Предполагается, что использование данного инструмента исследования систем даёт возможность получить важную информацию о структуре и динамическом поведении моделируемой системы. Проанализировать её динамику функционирования можно при помощи свободного языка сетей Петри [3, 4].

1. ОПИСАНИЕ ЗАДАЧИ НАХОЖДЕНИЯ X-ГО ЧИСЛА РЯДА ФИБОНАЧЧИ И ЗАДАЧИ НАХОЖДЕНИЯ ФАКТОРИАЛА X-ГО ЧИСЛА

Числа Фибоначчи – элементы числовой последовательности, в которой каждое последующее число равно сумме двух предыдущих чисел. Пример: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6765, 10946, ...

Факториал числа X – произведение всех натуральных чисел от одного до X включительно: в которой каждое последующее число равно сумме двух предыдущих чисел.

$$X! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot X = \prod_{i=1}^X i.$$

Например: $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$.

Одной из самых известных головоломок, связанной с рекурсией, является «Ханойская башня». Описание задачи и ее решение приводится в [2].

2. ПОСТРОЕНИЕ СЕТИ ПЕТРИ ДЛЯ ЗАДАЧ НАХОЖДЕНИЯ X-ГО ЧИСЛА РЯДА ФИБОНАЧЧИ И НАХОЖДЕНИЯ ФАКТОРИАЛА X-ГО ЧИСЛА

Для моделирования сетей Петри был использован программный пакет CPN Tools version 3.2.2. (October 2011).

CPN Tools предоставляет возможность реализовать сеть Петри любой сложности, таким образом, данный пакет может использоваться как для построения ординарных сетей, так и для цветных, временных и иерархических.

На основании работ [5–8] была построена сеть, представленная на рис. 1, для задачи нахождения x -го числа ряда Фибоначчи и сеть, представленная на рис. 3, для задачи нахождения факториала x -го числа.

Условие, по которому строилась сеть (рис. 3), вычисление 20-го числа ряда Фибоначчи. Место x_i содержит значение текущего числа, а место x_{i1}

значение предыдущего числа ряда Фибоначчи. Перед выполнением рекурсивной процедуры происходит проверка нахождения нужного числа с помощью переходов Complete1 и Complete2. Рекурсивную функцию выполняет переход Recursion, который также наполняет список полученных ранее значения в место X_{i-2} .

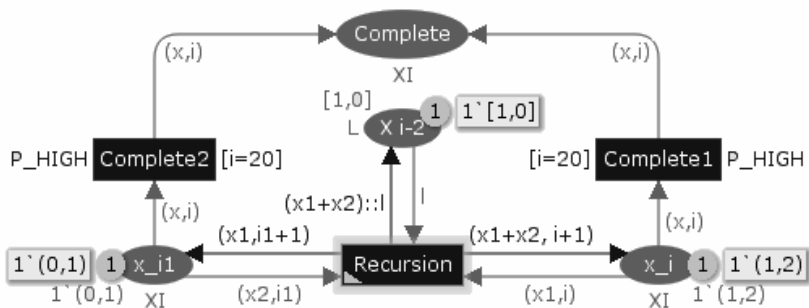


Рис. 1. Сеть Петри для задачи нахождения x -го числа ряда Фибоначчи

На рис. 2 представлена сеть, в которой найден 20-й член ряда Фибоначчи.

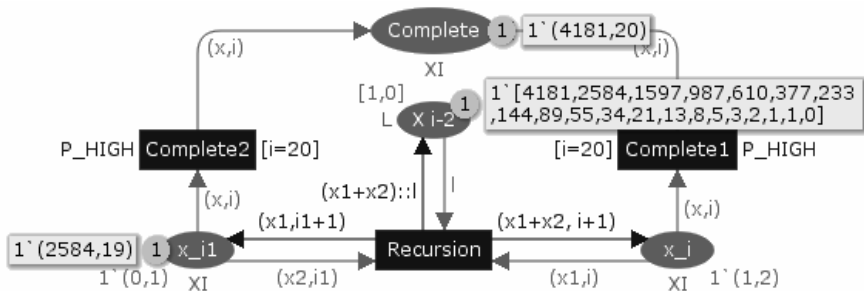


Рис. 2. Сеть Петри для решенной задачи нахождения 20-го числа ряда Фибоначчи

Место Complete содержит фишку, в которой представлены два типа данных. Первое – это значения X -го члена ряда Фибоначчи, а второе указывает на номер члена чисел Фибоначчи. Из списка, который содержится в месте X_{i-2} , можно отследить все значения чисел от 1 до 20 члена ряда Фибоначчи.

Опытным путем было проверено, что программный пакет CPN Tools, используемый при выполнении данной работы, способен вычислять факториал только до числа значением 12. По этой причине было решено представить пример нахождения факториала двенадцати.

Отчет о свойствах, полученный при помощи анализа пространства состояний, построенных сетей (рис. 1, рис. 3) представлен в табл. 1 и табл. 2, соответственно.

Таблица 1

Отчет о свойствах сети нахождения x -го числа ряда Фибоначчи

Результаты отчета	Выводы
State Space Nodes: 20 Arcs: 19 Secs: 0 Status: Full	Пространство состояний модели вычислено полностью и содержит 20 узлов, 19 дуг, вычислено полностью за 0 секунд.
Dead Markings None	“Мертвых” маркировок в сети нет.
Dead Transition Instances None	В сети нет «мертвых» переходов.

Таблица 2

Отчет о свойствах сети нахождения факториала x -го числа

Результаты отчета	Выводы
State Space Nodes: 12 Arcs: 11 Secs: 0 Status: Full	Пространство состояний модели вычислено полностью и содержит 12 узлов, 11 дуг, вычислено полностью за 0 секунд.
Dead Markings None	“Мертвых” маркировок в сети нет.
Dead Transition Instances None	В сети нет «мертвых» переходов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе приводится описание рекурсии, а также математического аппарата сетей Петри.

С помощью алгоритмического языка сетей Петри, посредством программного пакета CPN Tools, была решена задача нахождения X -го числа ряда Фибоначчи и задача нахождения факториала X . При моделировании сетей единственным недостатком пакета CPN Tools было отсутствие возможности оперировать числами с большими значениями. В данном примере вычисления факториала двенадцати является пределом для данной версии программы, которая была указана выше.

Полученные отчеты о пространстве состояний показали корректность построения сетей.

В ходе моделирования сетей, которые решают задачи по нахождению факториала числа, значения члена ряда Фибоначчи, задачи «Ханойская башня» [2], было замечено, что выполнение рекурсии осуществляется с помощью переходов и задания им соответствующих условий.

Авторам ранее не встречалось описание рекурсии с помощью алгоритмического языка сетей Петри. Представленное решение задач доказало, что с помощью сетей Петри имеется возможность реализовать рекурсию.

- [1] *Вирт Н.* Алгоритмы и структуры данных: пер. с англ / Н. Вирт. – М.: Мир, 1989. – 360 с.
- [2] *Воевода А.А.* Рекурсия в сетях Петри / А.А. Воевода, А.В. Марков // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2012. – № 3. – С. 115–123.
- [3] *Питерсон Дж.* Теория сетей Петри и моделирование систем: пер. с англ / Дж. Питерсон. – М.: Мир, 1984. – 264 с.
- [4] *Воевода А.А.* О компактном представлении языков сетей Петри: сети с условиями и временные сети / А.А. Воевода, А.В. Марков // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2010. – № 2. – С. 77–82.
- [5] *Марков А.В.* Моделирование процесса поиска пути в лабиринте при помощи сетей Петри / А.В. Марков // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2010. – № 4. – С. 133–140.
- [6] *Романников Д.О.* Обзор работ посвященным разработке ПО с использованием UML и сетей Петри / Д.О. Романников, А.В. Марков, И.В. Зимаев // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2011. – № 1. – С. 91–104.
- [7] *Прытков Д.В.* О применении сетей Петри для исполнения алгоритмов на примере решения задач о кратчайших путях с единственным источником / Д.В. Прытков // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2010. – № 3. – С. 91–98.
- [8] *Марков А.В.* Моделирование процесса поиска пути в лабиринте при помощи сетей Петри для системы из двух связанных звеньев / А.В. Марков, А.А. Воевода // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2011. – № 3. – С. 95–104.

Воевода Александр Александрович – профессор кафедры автоматике Новосибирского государственного технического университета. Направление научных исследований – теория автоматического управления. Более 200 публикаций по данному направлению.

E-mail: voevoda@ucit.ru.

Марков Александр Владимирович – аспирант кафедры автоматике Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – исследование свойств сетей Петри и UML-диаграмм. Имеет более 10 публикаций.

E-mail: muviton3@mail.ru.

A.A. Voevoda, A.V. Markov

The concepts recursion in Petri nets: Factorial numbers, Fibonacci numbers

Discusses the concept of recursion, a description of the mathematical apparatus of Petri nets. Using the algorithmic language of Petri nets, offers a solution to recursive problems "Finding x-th of the Fibonacci numbers" and "Finding the factorial of number x". The resulting network was analyzed by generating a report on the state space of the simulation environment by CPN Tools.

Key words: recursion, Petri nets, CPN Tools, factorial of number, Fibonacci numbers, the state space.