

Рис. 12. Активный график работы проектируемой станции

Разветвленный анализ в имитационной экспертизе позволит существенно повысить качество проектов развития производственно-транспортной инфраструктуры.

Библиографический список

- 1 **Козлов, П.А.** Закономерности преобразования потока в транспортных структурах / П.А. Козлов, И.П. Владимирская // Транспорт Урала. – 2009. – № 1. – С. 37–39.
- 2 **Козлов, П.А.** Экономико-технологические риски в проектах развития транспортной инфраструктуры / П.А. Козлов, И.П. Владимирская, В.П. Козлова // Транспорт РФ. – 2009. – № 2 (21). – С. 44–47.
- 3 **Козлов, П.А.** Расчет параметров проектируемых транспортных узлов / П.А. Козлов, В.П. Козлова // Железнодорожный транспорт. – 2008. – № 7. – С. 36–38.

Bibliography

- 1 **Kozlov, P.A.** Flow patterns of the transformation in transportation structures / P.A. Kozlov, I.P. Vladimirskaya / Transport of the Urals. – 2009. – № 1. – P. 37–39.
- 2 **Kozlov, P.A.** Economic-technological risks in the projects of transport infrastructure / P.A. Kozlov, I.P. Vladimir, V.P. Kozlova // Transport RF. – 2009. – № 2 (21). – P. 44–47.
- 3 **Kozlov, P.A.** Calculation of the parameters of designed transportation junctions / P.A. Kozlov, V.P. Kozlova / Rail. – 2008. – № 7. – P. 36–38.

УДК 004.942

А.Н.Сочнев

МЕТОДЫ МИНИМИЗАЦИИ РАЗМЕРОВ МАТРИЧНОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ЦВЕТНОЙ СЕТИ ПЕТРИ

Введение

Организация управления сложными техническими системами предполагает, как правило, использование имитационных моделей, которые позволяют предварительно исследовать систему и выявить ее основные свойства. В связи со сложностью исходных систем приобретает актуальность вопрос формирования компактных и в то же время точных моделей систем. Анализ практики применения различных математических методов моделирования систем позволяет сделать вывод, что одним из наиболее точных и универсальных из них является математический аппарат сетей Петри [1]. Формализмы сетей Петри позволяют представлять последовательные, параллельные, циклические процессы разной сложности, отображать время в модели, проводить имитационные эксперименты и оптимизацию в системе.

Цветные (раскрашенные) сети являются достаточно точной и естественной интерпретацией реальных систем, оперирующих разными однотипными объектами. Маркерам цветной сети Петри приписывают атрибуты, которые называют цветами. Правила возбуждения переходов дополняются условиями, предполагающими выбор маркеров определенных цветов из множества входных позиций. Срабатывание переходов сопровождается посылкой в выходные позиции маркеров с задаваемыми значениями цвета [2].

Классической сферой применения цветных сетей Петри является моделирование многономенклатурных дискретных производств. При моделировании производственных систем множеству цветов сети, как правило, соответствует множество номенклатуры производимой продукции. Каждому цвету соответствует свой технологический маршрут в системе или t -последовательность (фрагмент дерева достижимости сети Петри) в сетевой модели [3, 4].

При формировании цветной сети Петри требуется описать связи позиций и переходов для каждого цвета. При матричном описании структуры требуется сформировать S матриц связей, имеющих P строк и T столбцов (P – количество позиций сети; T – количество переходов; S – количество цветов). Таким образом, для хранения этих данных потребуется $P \times T \times S$ единиц информации, как правило, байт. Во многих случаях, объем требуемой памяти можно сократить. Рассмотрим два метода решения этой задачи, например, моделей типичных производственных систем.

Методы сжатия матрицы инцидентий сети

Описание первой производственной системы. Роботизированный технологический комплекс состоит из токарного станка с ЧПУ, оперативного накопителя для хранения заготовок и готовых изделий, а также робота-манипулятора, выполняющего транспортные операции (рис. 1). Планируется обработка изделий двадцати типов (таблица 1). Время выполнения каждой операции предварительно определено. Некоторые из изделий обрабатываются с двух установок на станок, для них определено «время токарной обработки 2».

Таблица 1

Перечень продукции моделируемой производственной системы

№	Наименование изделия	Время токарной обработки 1	Время токарной обработки 2	Время фрезерной обработки	Требуемый объем выпуска	Объем партии	Общее время операций
1	Болт 1	2,56	0	0	6	6	15,36
2	Вал 1	8,4	6,5	0	2	2	29,8
...
19	Диск	6,8	2	0	1	1	8,8
20	Шайба	2	0	0	8	8	16

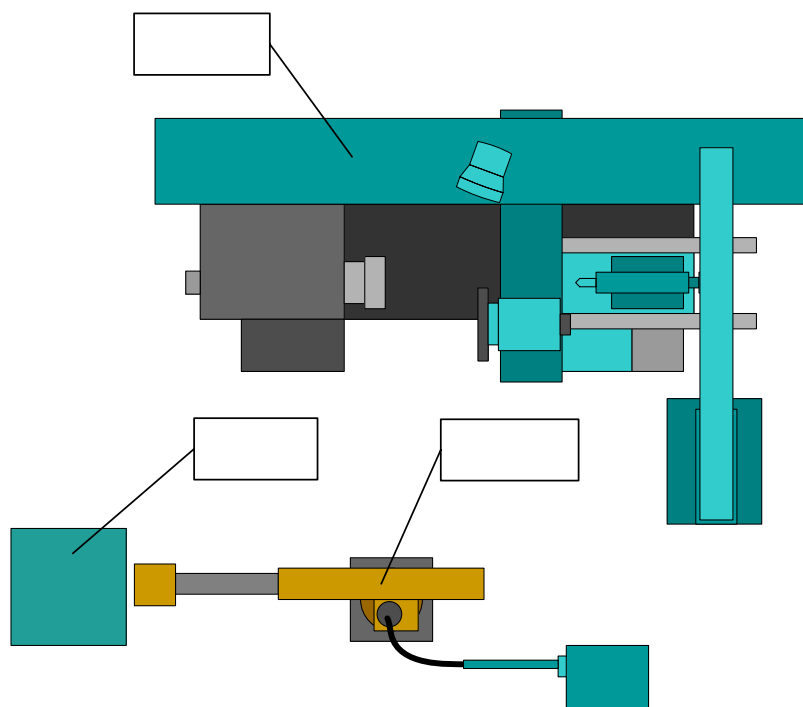


Рис. 1. Структура роботизированного технологического комплекса № 1

Сетевая модель системы представлена на рис. 2.

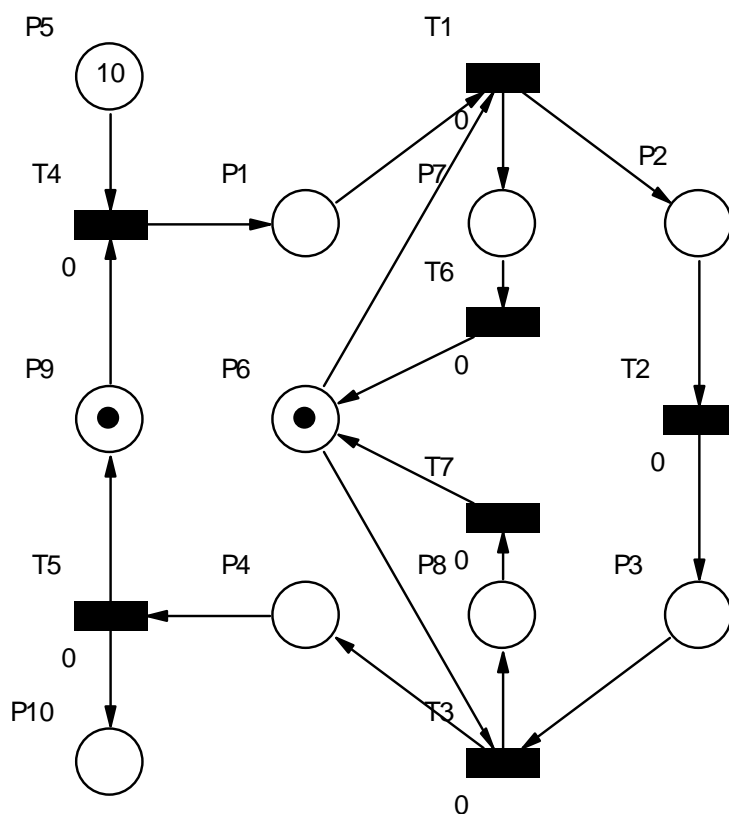


Рис. 2. Сетевая модель роботизированной производственной системы № 1

Позиции

- $p1$ – партия заготовок в накопителе;
- $p2$ – заготовка в станке;
- $p3$ – готовое изделие в станке;
- $p4$ – партия готовых изделий в накопителе;
- $p5$ – партия заготовок во внешней среде;
- $p6$ – робота-манипулятор свободен;
- $p7, p8$ – робот занят обслуживанием станка;
- $p9$ – роботизированная ячейка свободна;
- $p10$ – партия готовых изделий во внешней среде.

Переходы

- $t1$ – установка заготовки в станок;
- $t2$ – обработка изделия;
- $t3$ – удаление готового изделия со станка;
- $t4$ – перенос партии заготовок в производственную систему;
- $t5$ – перенос партии изделий из производственной системы;
- $t6, t7$ – освобождение робота-манипулятора.

Матрица инцидентий сформированной модели для одного из цветов (второе изделие «болт 2») имеет следующий вид.

$$D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Для расчетов определим, что каждый элемент матрицы составляет один байт. Элементы массивов располагаются в памяти последовательно. Суммарный объем данных для ее хранения составит: $10 \text{ строк} \times 7 \text{ столбцов} \times 1 \text{ байт} = 70 \text{ байт}$. Поскольку подобные матрицы составляются для каждого цвета, то суммарно они займут в памяти: $70 \text{ байт} \times 20 = 1400 \text{ байт}$.

Кратности дуг, равные 4 и -4 ($D_{1,4}$, $D_{4,5}$), определяют операции перемещения внутри системы партий заготовок и изделий. Анализ структуры матриц инцидентий для различных цветов (типов изделий) позволяет сделать вывод, что при одинаковых технологических процессах для каждого изделия они будут различаться только значениями этих элементов. Указанное обстоятельство позволяет предложить метод сокращения данных, представляющих структуру сети Петри. Элементы $D_{1,4}$, $D_{4,5}$ заменяются ссылками на элементы вектора R , определяющими кратности соответствующих дуг.

$$D(\text{color}) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & R(\text{color}) & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -R(\text{color}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Вектор R имеет размерность $C \times 1$ и для рассматриваемого примера содержит количество изделий на паллете (в партии) для каждого типа изделий. Оно задается технологом (табл. 1).

$$R = \begin{pmatrix} R(1) \\ R(2) \\ R(3) \\ \dots \\ R(19) \\ R(20) \end{pmatrix}, \quad R = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 2 \\ \dots \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix}$$

Условие срабатывания перехода в случае, если его множества входных и выходных позиций не совпадают ($\forall t_j \in T : O(t_j) \neq I(t_j)$), имеет вид

$$\mu[k-1] + D(\text{color}) \cdot u[k] \geq 0, \quad \text{color} = 1, 2, \dots, C.$$

Матрица инцидентий позволяет определить уравнение, формирующее механизм изменения маркировки сети

$$\mu[k] = \mu[k-1] + D(\text{color}) \cdot u[k], \quad \text{color} = 1, 2, \dots, C,$$

где $u[k]$ – вектор-столбец длины $|T|$, имеющий единственный ненулевой элемент в позиции j , равный 1 и, соответственно, определяющий, какой из переходов срабатывает на текущем такте управления;

k – текущий такт управления.

Эффективность метода оценим стандартными показателями: коэффициентом сжатия и фактором сжатия [5, 6].

$$\text{Коэффициент сжатия} = \frac{\text{Размер полученной матрицы } D + \text{Размер вектора } R}{\text{Размер исходной матрицы } D}.$$

$$\text{Коэффициент сжатия} = \frac{70 \text{ байт} + 20 \text{ байт}}{1400 \text{ байт}} = 0,064.$$

$$\text{Фактор сжатия} = \frac{\text{Размер исходной матрицы } D}{\text{Размер полученной матрицы } D + \text{Размер вектора } R}.$$

$$\text{Фактор сжатия} = \frac{1400 \text{ байт}}{70 \text{ байт} + 20 \text{ байт}} = 15,56$$

Описание второй производственной системы

Система представляет собой гибкий производственный комплекс (ГПК), предназначенный для операций токарной и фрезерной обработки. Общий вид ГПК представлен на рис. 3.

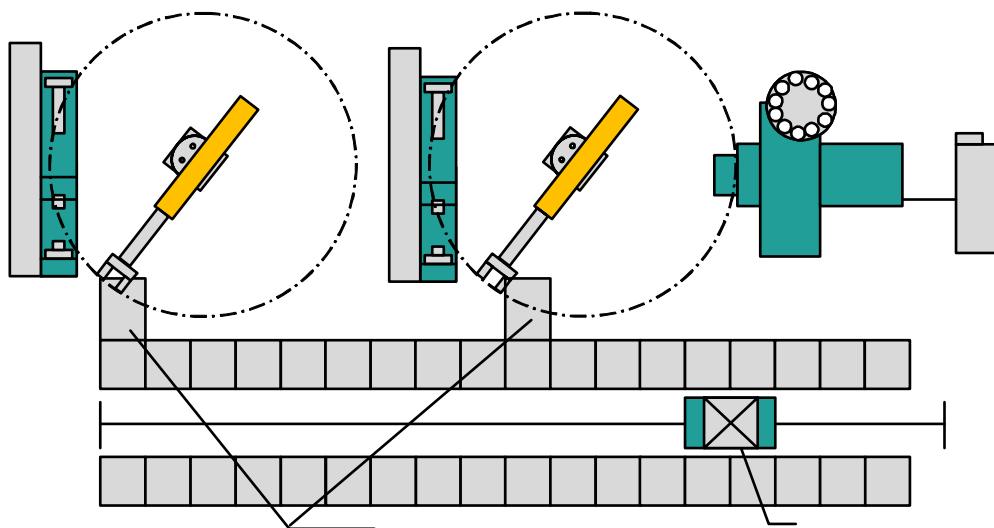


Рис. 3. Структура роботизированного технологического комплекса № 2

Сетевая модель системы

Количество позиций сети (рис. 4) $P = 29$, количество переходов $T = 20$, количество цветов $C = 20$. Для данной сети потребуется $P \times T \times C = 29 \times 20 \times 20 = 11600$ байт.

$$\text{Коэффициент сжатия} = \frac{580 \text{ байт} + 20 \text{ байт}}{11600 \text{ байт}} = 0,052.$$

$$\text{Фактор сжатия} = \frac{11600 \text{ байт}}{580 \text{ байт} + 20 \text{ байт}} = 19,33.$$

Анализ результатов позволяет сделать вывод о росте фактора сжатия при увеличении модели.

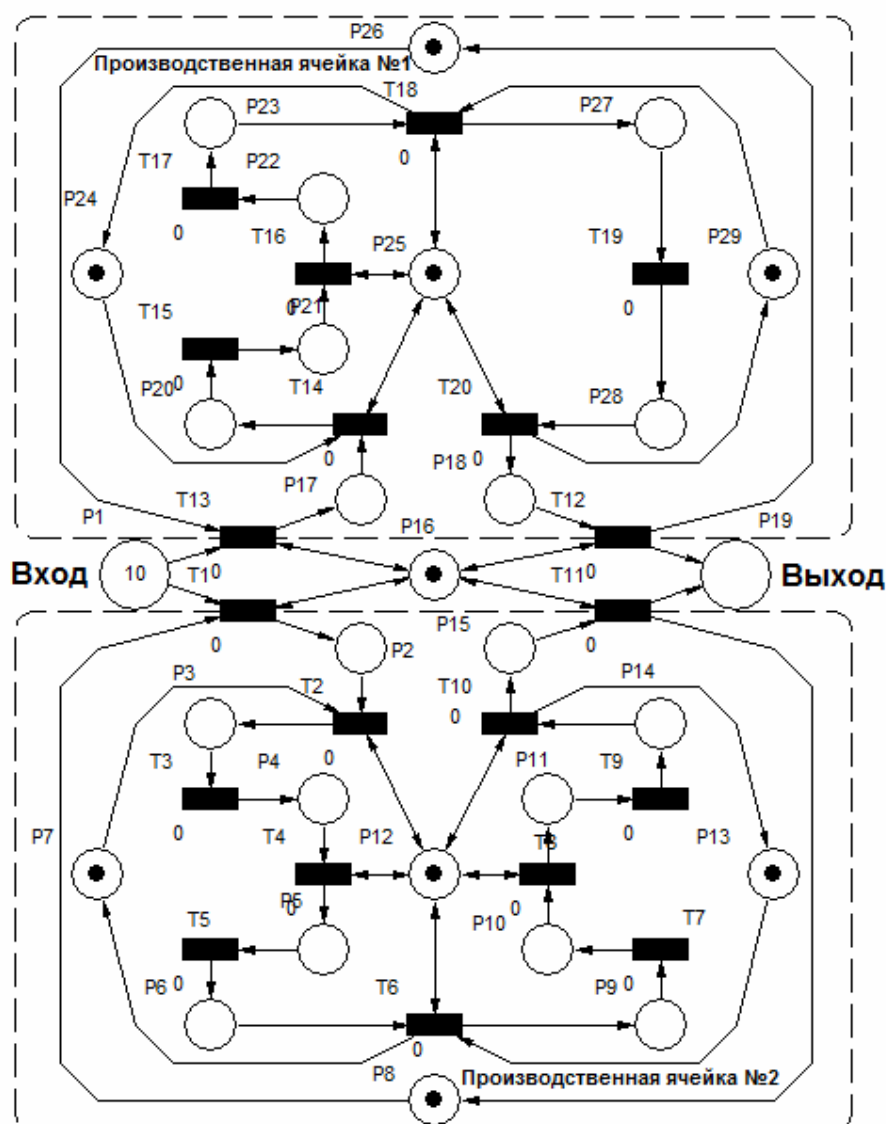


Рис. 4. Сетевая модель роботизированной производственной системы № 2

Вторая возможность сокращения матричного описания цветной сети Петри заключается в модификации вектора управления сети u . С целью сокращения объема данных предлагается матрицу инцидентий определять аналогичной ординарным сетям. Для формирования подобной матрицы все цвета преобразуются в обобщенный цвет, который включает в себя все цвета исходной модели (C – количество цветов). Соответственно, становится возможным определение общей для всех объектов структуры сети (матрицы инцидентий), которая включает в себя модели всех технологических маршрутов. Одно это обстоятельство сокращает объем данных в C раз. Кроме того, общая для всех цветов матрица может быть уменьшена известными методами, например кодированием Хаффмана.

Так как матрица инцидентий сформированной модели не несет информацию о цветности и кратности дуг сети, то предлагается ввести данные характеристики в вектор управления u . Конкретные изменения данного вектора выражаются в том, что $u_{i,j} \in \{0,1,2,3,\dots\}$. Кроме того, для учета дифференциации механизмов срабатывания переходов в зависимости от цвета вектор u преобразуется в матрицу:

$$u = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & \dots & u_{1C} \\ u_{21} & u_{22} & \dots & u_{2C} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_{T1} & u_{T2} & \dots & u_{TC} \end{bmatrix}.$$

Объем хранимой информации для описания структуры сети при применении данного метода составляет $P \times T + T \times C$ элементов. Эффективность его применения можно оценить отношением:

$$\frac{T \times P \times C}{T \times (P + C)} = \frac{P \times C}{P + C}.$$

Данный метод будет эффективным при большом количестве цветов в модели, что имеет место при моделировании многономенклатурного производства.

Таблица 2

Показатели эффективности сжатия

Количество цветов	1	2	5	10	30	60	100
Фактор сжатия	0,91	1,67	3,33	5,00	7,50	8,57	9,09

Следует отметить и один недостаток предлагаемого подхода: каждый переход удаляет из *всех* входных позиций и добавляет во *все* выходные позиции одинаковое число маркеров. При этом подобное ограничение не является критическим при интерпретации переходов операциями производственного процесса.

Условие срабатывания перехода имеет вид

$$\mu[k-1] + D \cdot u^{<color>}[k] \geq 0, \quad color = 1, 2, \dots, C,$$

где $u^{<color>}[k]$ – столбец номер $color$ матрицы u длины T .

Матрица инцидентий позволяет определить уравнение, формирующее механизм изменения маркировки сети

$$\mu[k] = \mu[k-1] + D \cdot u^{<color>}[k],$$

Рассмотрим эффект применения метода на основе приведенных выше примеров производственных систем (рис. 1, 3). Результаты применения описанного метода приведены в табл. 3. Кратности дуг, которые моделируют перемещения партий изделий, изменяются при функционировании сети в соответствии с табл. 4.

$$\text{Коэффициент сжатия} = \frac{\text{Размер полученной матрицы } D + \text{Размер матрицы } u}{\text{Размер исходной матрицы } D}.$$

$$\text{Фактор сжатия} = \frac{\text{Размер исходной матрицы } D}{\text{Размер полученной матрицы } D + \text{Размер матрицы } u}.$$

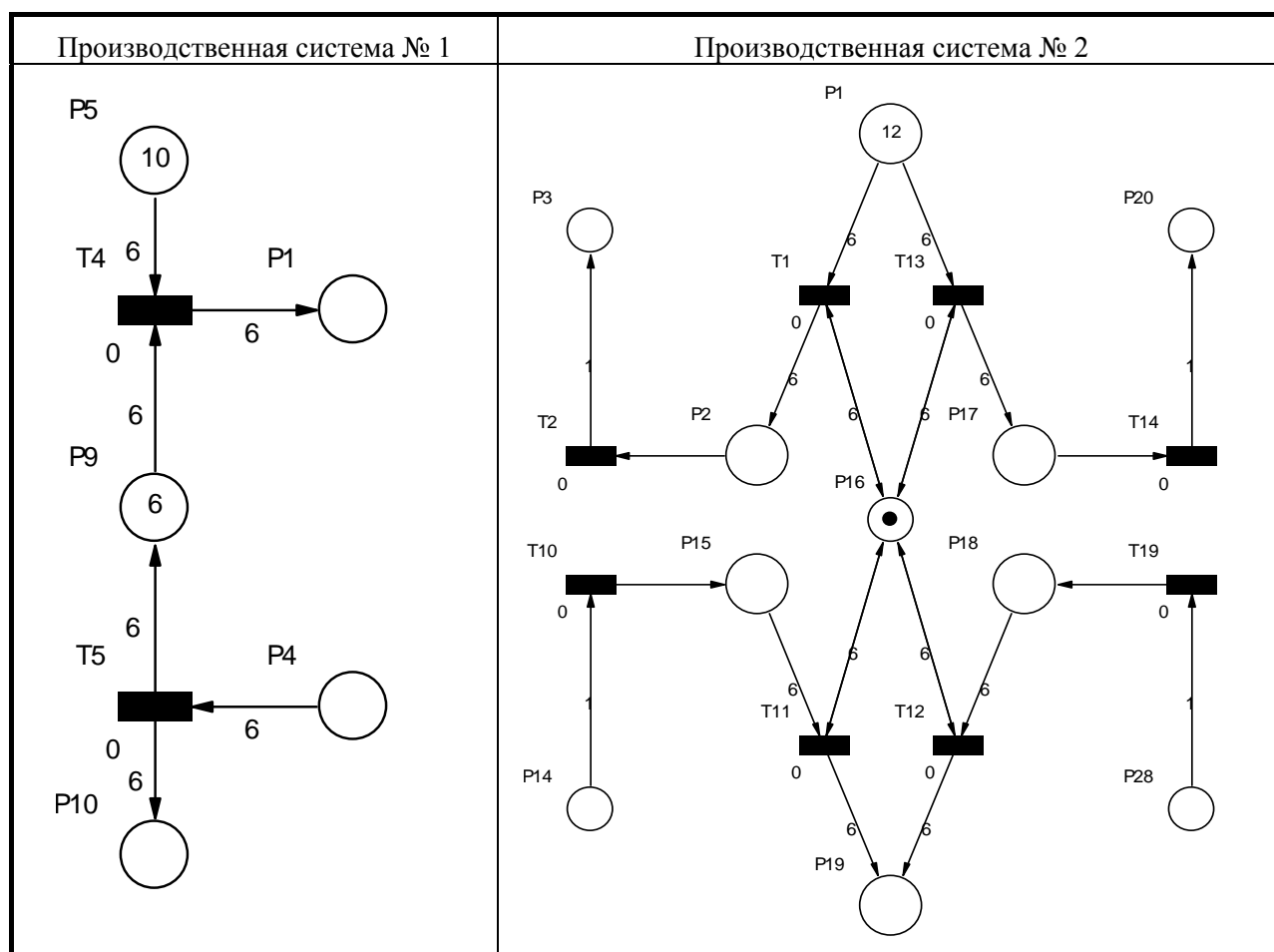
Таблица 3

Оценки результатов сжатия вторым методом

	Производственная система № 1	Производственная система № 2
Коэффициент сжатия	$\frac{70 \text{ байт} + 400 \text{ байт}}{1400 \text{ байт}} = 0,336$	$\frac{580 \text{ байт} + 400 \text{ байт}}{11600 \text{ байт}} = 0,084$
Фактор сжатия	$\frac{1400 \text{ байт}}{70 \text{ байт} + 400 \text{ байт}} = 2,98$	$\frac{11600 \text{ байт}}{580 \text{ байт} + 400 \text{ байт}} = 11,83$

Таблица 4

Изменения в исходных моделях

**Заключение**

Представленные методы минимизации матричного представления цветных сетей Петри, несмотря на свою простоту, позволяют существенно сократить объем данных, отображающих структуру цветной сети Петри. Достоинством методов является увеличение степени сжатия при росте размеров исходной сетевой модели. Важным также является то обстоятельство, что используемые методы минимизации данных не замедляют имитационный эксперимент, так как не содержат дополнительных вычислительных процедур, как большинство известных методов сжатия. Актуальной для дальнейшего решения остается задача сокращения данных для параметризации раскрашенной сети, например введения временных задержек переходов.

Библиографический список

- 1 Юдицкий, С.А. Логическое управление дискретными процессами. Модели, анализ, синтез / С.А. Юдицкий, В.З. Магергут. – М. : Машиностроение, 1987. – 176 с.
- 2 Котов, В.Е. Сети Петри / В.Е. Котов. – М. : Наука, 1984. – 160 с.
- 3 Питерсон, Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем / Дж. Питерсон. – М. : Мир, 1984. – 264 с.
- 4 Емельянов, В.В. Оперативное управление в ГПС / В.В. Емельянов, В.Ф. Горнев, М.В. Овсянников. – М. : Машиностроение, 1990. – 256 с.
- 5 Сэломон, Д. Сжатие данных, изображений и звука / Д. Сэломон. – М. : Техносфера, 2004. – 368 с.
- 6 Ватолин, Д. Методы сжатия данных. Устройство архиваторов, сжатие изображений и видео / Д. Ватолин, А. Ратушняк, М. Смирнов, В. Юкин. – М. : ДИАЛОГ-МИФИ, 2002. – 384 с.

Bibliography

- 1 **Yuditskii, S.A.** Logical control of discrete processes. Models, analysis, syntheses / S.A. Yuditskii, V.Z. Magergut. – Moscow : Mashinostroenie, 1987. – 176 p.
- 2 **Kotov, V.E.** Petri net / V.E. Kotov. – Moscow : Nauka, 1984. – 160 p.
- 3 **Peterson, J.** Petri nets theory and simulation systems / J. Peterson. – Moscow : Mir, 1984. – 264 p.
- 4 **Emelyanov, V.V.** Operative management of GPS / V.V. Emelianov, V.F. Gornev, M.V. Ovsyannikov. – Moscow : Mashinostroenie, 1990. – 256 p.
- 5 **Salomon, D.** Data, image and sound compression / D. Salomon. – M. : Technosphere, 2004. – 368 p.
- 6 **Vatolin, D.** Methods of data compression. Archivers devices, compression Archivers devices, compression image and video and video / D. Vatolin, A. Ratushniak, M. Smirnov, V. Yukin. – Moscow : Dialogue-Moscow Engineering Physics Institute, 2002. – 384 p.