

Обзор использования сетей Петри

Белобородов В.С.

Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ, Казань, Россия

Аннотация: В данной статье рассматривается применение сетей Петри в моделировании и анализе систем. Сети Петри представляют собой графовый формализм, который широко используется для представления параллельных процессов, управления ресурсами и анализа динамики систем. Рассмотрены основные концепции сетей Петри, их структура и особенности. В заключении анализируются достоинства и недостатки сетей Петри в контексте их использования для моделирования систем и процессов.

Ключевые слова: сети Петри, моделирование, граф, математические модели, дискретные модели.

Введение

Дискретные математические модели играют ключевую роль в современной науке и технике благодаря своей универсальности, эффективности и широкому спектру применений. Они представляют собой важный инструмент для анализа, моделирования и решения задач в различных областях науки и техники. Их актуальность подтверждается широким спектром применений и постоянным развитием новых методов и подходов.

Сети Петри применяются исключительно в моделировании. Предполагается, что анализ сетей Петри поможет получить важную информацию о структуре и динамическом поведении моделируемой системы. Сети Петри разрабатывались специально для моделирования тех систем, которые содержат взаимодействующие параллельные компоненты [1].

Основная часть

Сеть Петри состоит из двух основных элементов: позиций и переходов, которые соединяются дугами. Позиции представляют собой состояния системы, а переходы – события или операции, которые изменяют состояние системы. Дуги определяют связи между позициями и переходами, обозначая возможность перехода из одного состояния в другое. Как правило, структура сети Петри представляется в виде четверки, которая состоит из множества позиций, множества переходов, входной функции и выходной функции:

$$C = \{P, T, I, O\}, \quad (1)$$

где $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}, n \geq 0$ – конечное множество позиций;
 $T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}, m \geq 0$ – конечное множество переходов;
 $I: T \rightarrow P^\infty$ – входная функция, являющаяся отображением из переходов в комплекты позиций;
 $O: T \rightarrow P^\infty$ – выходная функция, являющаяся отображением из переходов в комплекты позиций.

Как правило, еще одним элементом графического изображения сетей Петри являются фишки или маркеры. Они изображаются в виде точек внутри позиций. Маркеры определяют возможность выполнения тех или иных условий. Под влиянием тех или иных условий или

воздействием моделируемых событий положение и количество фишек сети Петри может изменяться. Сеть Петри функционирует, переходя от одной разметки к другой посредством запусков разрешенных переходов. Переход может запускаться только в том случае, если каждая из его входных позиций содержит число фишек, не меньшее, чем число дуг, ведущих из этой позиции в переход [2].

Можно сделать вывод, что сети Петри представляют собой граф, в котором позиции и переходы соединены дугами. Это означает, что вершины графа можно разделить на два множества. Отсюда следует, что граф является двудольным. Поскольку дуги имеют направление, то граф является ориентированным. Также в графе возможно присутствие кратных дуг от одной вершины к другой. Можно сделать вывод, что сети Петри являются двудольным ориентированным мультиграфом [3].

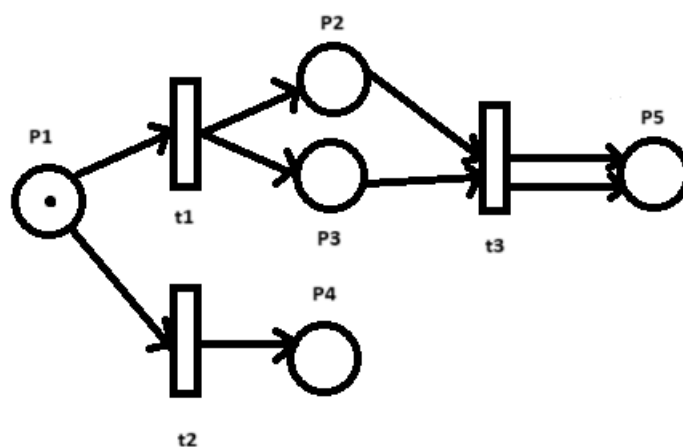


Рисунок 1 – Пример графического представления сети Петри

Сети Петри представляют собой универсальный инструмент моделирования параллельных процессов и динамических систем. В зависимости от структуры и характеристик сетей Петри, их можно разделить на несколько видов [4]:

1. Временные сети – сети, которые учитывают временные задержки между событиями, что позволяет более точно моделировать динамику систем.
2. Стохастические сети – сети, в которых вероятности переходов могут быть заданы стохастически.
3. Функциональные сети – сети, в которых продолжительности срабатывания являются функциями.
4. Цветные сети – сети, в которых метки разделяются на различные типы, каждый из которых обозначен своим цветом.
5. Ингибиторные сети – сети, в которых ингибиторные дуги запрещают переходу срабатывать, если во входной позиции находится метка.
6. Иерархические сети – сети, в которых срабатывание перехода соответствует полному выполнению цикла вложенной сети.

Под анализом сетей Петри понимают совокупность методов, алгоритмов и приемов, применяемых с целью исследования ее статистических (структурных) и динамических (поведенческих) свойств. Классическими массовыми задачами анализа в теории сетей Петри

являются: достижимость, живость, одновременность, ограниченность, безопасность, устойчивость [5].

Рассмотрим простой пример использования сети Петри для моделирования процесса работы системы массового обслуживания (СМО), состоящей из одного сервера и очереди (рис. 2).

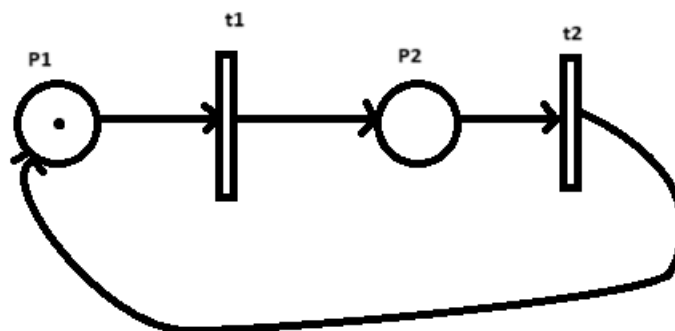


Рисунок 2 – Сеть Петри для СМО

В этой сети две позиции: P_1 – для состояния сервера (занят или свободен), P_2 – для состояния очереди (пуста или содержит клиентов). Два перехода: T_1 – для прибытия клиента в систему, T_2 – для обслуживания клиента сервером. Дуга из P_1 в T_1 показывает, что сервер может принять клиента, если он свободен. Дуга из P_2 в T_2 показывает, что сервер может обслужить клиента, если он находится в очереди. Дуга из T_2 в P_1 показывает, что сервер освобождается после обслуживания клиента.

Таким образом, сети Петри предоставляют наглядное и формальное описание процесса работы системы массового обслуживания, что позволяет провести анализ и оптимизацию ее работы.

Заключение

Сети Петри представляют собой мощный инструмент моделирования и анализа динамических систем и параллельных процессов. Они имеют как достоинства, так и недостатки, которые следует учитывать при их применении.

К достоинствам сетей Петри можно отнести:

1. Интуитивное понимание структуры и динамики системы за счет графического представления систем.
2. Точность и строгость при описании системы за счет применения математической основы.
3. Удобство в моделировании параллельных процессов, так как возможно представить одновременное выполнение нескольких операций.
4. Легкое разбиение на модули, что упрощает анализ и модификацию системы.

Недостатки сетей Петри:

1. Трудоемкость анализа сетей Петри для сложных систем.
2. Некоторые модели могут допускать несколько интерпретаций.
3. Для моделирования временных характеристик в сетях Петри требуются специальные расширения.

Список Литературы

1. Питерсон, Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем. М.: Мир, 1984. – 263 с.
2. Ишакова, Е.Н. Теория вычислительных процессов: учебное пособие / Е.Н. Ишакова – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2007. – 160 с.
3. Проститенко, О.В. Моделирование дискретных систем на основе сетей Петри: учебное пособие / О.В. Проститенко, В.И. Халимон, А.Ю. Рогов. – СПб.: СПбГТИ(ТУ), 2017. – 69 с.
4. Егоров, Д.Л. Теория вычислительных процессов и структур: учебное пособие / Д.Л. Егоров – Казань: Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2018. – 92 с.
5. Мараховский, В.Б., Розенблюм, Л.Я., Яковлев, А.В. Моделирование параллельных процессов. Сети Петри. – СПб.: Профессиональная литература, 2014. – 400 с.