УДК 004.02

А. Ю. Петров*
магистрант
В. Л. Оленев*
кандидат технических наук, доцент
** Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения*

ФОРМАЛЬНЫЕ МЕТОДИКИ ИССЛЕДОВАНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СЕТЕЙ

Рассмотрены различные формальные теории, при помощи которых можно проводить анализ сетей по различным критериям. Задачей статьи является анализ и сравнение существующих методик и выбор из них наиболее проработанной и удобной для применения. Анализ затронет существующие формальные методики с точки зрения главной идеи и принципов функционирования.
***Ключевые слова:** теория массового обслуживания, сети Петри, сетевое исчисление.*

A. U. Petrov*
Postgraduate Student
V. L. Olenev*
PhD, Tech., Associate Professor
** St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation*

FORMAL METHODS OF RESEARCH THE CHARACTERISTICS OF NETWORK FUNCTIONING

The article discusses various formal theories that help to analyze networks according to various criteria. The purpose of the article is to analyze and compare existing methods and choose from them the most elaborate and convenient for application. The analysis will affect the existing formal methodologies for the research of the main idea and principles of functioning.
***Keywords:** Queuing theory, Petri Nets, Network calculus.*

Крупномасштабные компьютерные сети являются неотъемлемой частью современного информационного общества. Это большие, многоуровневые распределенные системы, которые позволяют обслуживать большое количество пользователей с различными потребностями и требованиями к качеству обслуживания. Изменчивость основных требований к трафику и сложность взаимодействия сетей создают постоянные проблемы для поставщиков услуг, стремящихся привести доступные сетевые ресурсы в соответствие с потребностями. Значительные усилия сетевых инженеров направлены на разработку систем и методов измерения сетей.

Целью измерения сети является предоставление необходимых данных для описания состояния сети, ее производительности и необходимых действий по контролю. Последние варьируются от развертывания новой сетевой инфраструктуры для повышения производительности до динамической переадресации трафика для устранения дедлоков и узких мест, обнаружения и нейтрализации сетевых атак. Кроме того, время выполнения таких действий варьируется от секунд для перенаправления, минут и часов для обнаружения атак до месяцев для обновления инфраструктуры. К другим задачам по управлению и проектированию сети, для которых полезны измерения сети, относятся проверка соглашений об уровне обслуживания, обнаружение неисправностей и определение качества предоставления услуг.

Целью работы является анализ существующих методик анализа сетей, а также выявление лучшей из них.

Теория массового обслуживания

Теория массового обслуживания (ТМО) – это математическое исследование очередей, которые возникают всякий раз, когда текущий спрос на услугу превышает текущую пропускную способность рабочего центра [1].

Первую значительную работу по организации очередей выполнил Агнер Краруп Эрланг из Датской телефонной компании в Копенгагене в 1909 г. с целью определения оптимального количества телефонных линий для обработки заранее определенных частот вызовов.

Теория массового обслуживания исследует всю систему ожидания в очереди, включая такие элементы, как скорость поступления заявок, количество серверов, количество заявок, емкость зоны ожидания, среднее время завершения обслуживания и дисциплина при организации очереди [2].

Системами массового обслуживания (СМО) называются системы, в которые в случайные моменты времени поступают заявки на обслуживание. Поступившие заявки обслуживаются с помощью имеющихся в распоряжении системы каналов обслуживания [3].

Канал обслуживания – это устройство, обслуживающее заявку. СМО бывают одноканальные или многоканальные.

Процесс работы СМО представляет собой случайный процесс с дискретными состояниями и непрерывным временем. Состояние СМО меняется скачком в моменты: появления заявок, окончания обслуживания, выхода из очереди неудовлетворенных заявок.

Характеристики СМО

Модели массового обслуживания анализируют, как заявки (запросы, вызовы, клиенты) получают услугу. Система массового обслуживания содержит:

– процесс прибытия. Процесс прибытия – это то, как приходят заявки. Они могут стоять в очереди поодиночке или группами, и они могут приходить через определенные промежутки времени или случайным образом;

– поведение. Как ведут себя заявки в очереди? Некоторые, возможно, захотят дождаться своего места в очереди; другие могут «потерять терпение» и уйти. Тем не менее другие могут решить вернуться в очередь позже, например, когда они приостановлены службой поддержки заявок и решат «перезвонить» в надежде получить более быстрое обслуживание;

– как обслуживаются заявки. Сюда входит продолжительность обслуживания заявки, количество серверов, доступных для оказания помощи заявкам, независимо от того, обслуживаются ли заявки по одному или пакетами, и порядок, в котором обслуживаются заявки, также называемый дисциплиной обслуживания;

– дисциплина обслуживания. Она относится к правилу, по которому выбирается следующая заявка. Хотя во многих сценариях розничной торговли используется правило FIFO («first in – first out»), в других ситуациях могут потребоваться другие типы услуг. Например, заявки могут обслуживаться в порядке приоритета или в зависимости от количества информации, которые им необходимо обслужить. Иногда первым обслуживается последний пришедший клиент;

– зал ожидания. Количество заявок, которым разрешено ждать в очереди, может быть ограничено в зависимости от доступного места [4].

Формальная часть ТМО

В ТМО существует символика Кендалла – это сокращенная запись, которая определяет параметры базовой модели организации очередей. Обозначения Кендалла записываются в форме A/S/c/B/N/D, где каждая буква обозначает разные параметры.

Термин A описывает момент, когда заявки прибывают в очередь, в частности, время между прибытием или интервал времени. Математически этот параметр определяет распределение вероятностей, которому следует время между прибытиями. Одним из распространенных распределений вероятностей, используемых для члена A, является распределение Пуассона.

Термин S описывает, сколько времени требуется для обслуживания заявки после выхода из очереди. Математически этот параметр определяет распределение вероятности, которому следуют эти времена обслуживания. Распределение Пуассона также обычно используется для термина S.

Термин c определяет количество серверов в системе очередей. Модель предполагает, что все серверы в системе идентичны, поэтому все они могут быть описаны вышеупомянутым термином S.

Термин B указывает общее количество элементов, которые могут быть в системе, включает элементы, которые все еще находятся в очереди, и те, которые обслуживаются. Хотя многие системы в реальном мире имеют ограниченную емкость, модель легче проанализировать, если считать эту емкость бесконечной. Следовательно, если емкость системы достаточно велика, она обычно считается бесконечной.

Термин N определяет общее количество потенциальных заявок, т. е. количество заявок, которые могут когда-либо войти в систему очередей, которые можно считать конечными или бесконечными.

Термин D определяет дисциплину обслуживания системы очередей, такую как FIFO или LIFO [4].

В ТМО также существует Закон Литтла, который впервые был доказан математиком Джоном Литтлом, гласит, что среднее количество элементов в очереди можно рассчитать, умножив среднюю скорость поступления элементов в систему на среднее количество времени, которое они проводят в ней.

В математических обозначениях закон Литтла:

$$L = \lambda W,$$

где L – среднее число элементов; λ – средняя скорость поступления элементов в систему очередей; W – среднее количество времени, которое элементы проводят в системе очередей.

Закон Литтла предполагает, что система находится в «устойчивом состоянии» – математические переменные, характеризующие систему, не меняются со временем [4].

Хотя закон Литтла требует только трех входных данных, он является довольно общим и может применяться ко многим системам очередей, независимо от типов элементов в очереди или способа обработки элементов в очереди. Закон Литтла может быть полезен при анализе работы очереди в течение некоторого времени или для быстрой оценки текущей работы очереди.

Выводы по ТМО

Теория очередей может применяться к ситуациям, начиная от ожидания в очереди в продуктовом магазине и заканчивая ожиданием, пока компьютер выполнит задание. Она часто используется в программном обеспечении и бизнес-приложениях для определения наилучшего способа использования ограниченных ресурсов. Нотация Кендалла может использоваться для определения параметров системы массового обслуживания. Закон Литтла – это простое, но общее выражение, позволяющее быстро оценить среднее количество элементов в очереди.

Сети Петри

Сети Петри – это мощный инструмент исследования систем, который делает возможным моделирование системы путем математического представления ее в виде сети Петри [5].

Сети Петри были изобретены в 1962 г. доктором Карлом Адамом Петри.

Сети Петри являются мощным формализмом моделирования в компьютерных науках, системной инженерии и многих других дисциплинах. Они объединяют четко определенную математическую теорию с графическим представлением динамического поведения систем. Теоретический аспект сетей Петри позволяет точно моделировать и анализировать поведение системы, а графический представление сетей Петри позволяет визуализировать изменения состояния моделируемой системы. Эта комбинация является главной причиной большого успеха сетей Петри. Сети Петри используются для моделирования различных видов динамических систем, управляемых событиями, таких как компьютерные сети, системы связи, производственные предприятия, системы командования и управления, вычислительные системы реального времени, логистические сети и рабочие процессы, при том это лишь несколько примеров их применения [6].

Сейчас сети Петри являются самым распространенным формальным методом, который описывает взаимодействие параллельных систем и их структуру. Способность сетей Петри демонстрировать динамку работы системы при помощи наглядного динамического представления является их выгодной особенностью. Благодаря математическим методам, при помощи которых можно проверять различные свойства моделируемого объекта и разрабатывать разного рода методы анализа, сети Петри нашли массовое применение в сфере моделирования.

Характеристика Сетей Петри

Сеть Петри – это особый вид двудольных ориентированных графов, заполненных тремя типами объектов. Эти объекты являются позициями, переходами и ориентированными дугами (рис. 1).

Ориентированные дуги соединяют позиции с переходами или переходы с позициями. В своей простейшей форме сеть Петри может быть представлена переходом вместе с позицией ввода и позицией вывода. Эта элементарная сеть может использоваться для представления различных аспектов моделируемых систем. Сеть Петри также использует понятие кратных дуг

Рис. 1. Отображение позиций и переходов в сети Петри

от одной вершины графа к другой. Дуги, связывающие одну и ту позицию с одним и тем же переходом, являются кратными. Чтобы исследовать динамическое поведение моделируемой системы сети Петри с точки зрения ее состояний и изменений состояний, каждая позиция может потенциально содержать некоторое количество фишек (или маркеров). Фишки являются примитивной концепцией для сетей Петри в дополнение к позициям и переходам. Наличие или отсутствие фишки в каком-либо месте может указывать, например, является ли условие, связанное с этим состоянием, истинным или ложным. Маркировка в сети Петри – это присвоение фишек позициям сети Петри. Фишки могут находиться только в позициях сети Петри. Количество и расположение фишек может измениться во время исполнения сети Петри. Фишки используются для определения выполнения сети Петри [7].

Формальная часть Сетей Петри

Маркированная сеть Петри –

$$M = (P, T, I, O, \mu),$$

где $P = \{p_1, p_2,..., p_m\}$ – конечное множество позиций; $T = \{t_1, t_2,..., t_n\}$ – конечное множество переходов, $P \cup T \neq \varnothing$ и $P \cap T = \varnothing$; $I: P \times T \to N$ – входная функция, которая определяет ориентированные дуги от позиций до переходов, где N – это множество неотрицательных целых чисел; $O: T \times P \to N$ – выходная функция, которая определяет ориентированные дуги от переходов к позициям; $\mu: P \to N$ – маркировка сети Петри [8].

Большая часть теоретических работ по сетям Петри основана на формальном определении структур сетей Петри. Тем не менее, графическое представление структуры сети Петри гораздо нагляднее для иллюстрации концепций теории сетей Петри. Граф сети Петри – это структура сети Петри как двудольный ориентированный мультиграф. В соответствии с определением сетей Петри у графа сетей Петри есть два типа узлов. Круг представляет собой позицию; полоса или поле представляет переход. Ориентированные дуги (стрелки) соединяют позиции и переходы. Обычно в графическом представлении параллельные дуги, соединяющие позиция (переход) с переходом (позицией), представлены одной ориентированной дугой, помеченной ее кратностью или весом *k*. Круг, содержащий точку, обозначает позицию, содержащую фишку [9].

На рис. 2 пример простой сети Петри.

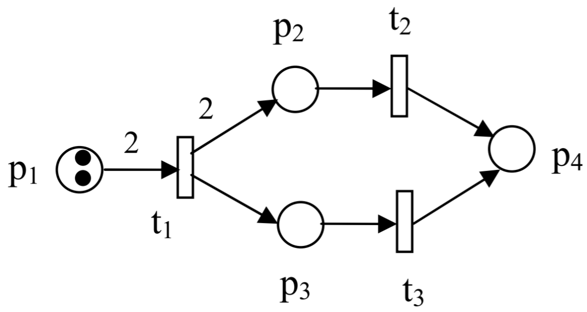


Рис. 2. Схема простой сети Петри

На рис. 2 показана простая сеть Петри. В этой сети Петри мы имеем:

$$P = \{p_1, p_2, p_3, p_4\};$$
$$T = \{t_1, t_2, t_3\};$$
$$I(t_1, p_1) = 2,\ I(t_1, p_i) = 0 \text{ for } i = 2, 3, 4;$$
$$I(t_2, p_2) = 1,\ I(t_2, p_i) = 0 \text{ for } i = 1, 3, 4;$$
$$I(t_3, p_3) = 1,\ I(t_3, p_i) = 0 \text{ for } i = 1, 2, 4;$$
$$O(t_1, p_2) = 2,\ O(t_1, p_3) = 1,\ O(t_1, p_i) = 0 \text{ for } i = 1, 4;$$
$$O(t_2, p_4) = 1,\ O(t_2, p_i) = 0 \text{ for } i = 1, 2, 3;$$
$$O(t_3, p_4) = 1,\ O(t_3, p_i) = 0 \text{ for } i = 1, 2, 3;$$
$$\mu_0 = (2, 0, 0, 0)^T.$$

Выполнение сети Петри контролируется количеством и распределением маркеров в сети Петри. Изменяя распределение фишек в позициях, которые могут отражать, например, возникновение событий или выполнение операций, можно изучить динамическое поведение моделируемой системы. Сеть Петри выполняется путем запуска переходов [6].

В качестве математического инструмента сети Петри обладают рядом свойств. Эти свойства при интерпретации в контексте моделируемой системы позволяют разработчику системы идентифицировать наличие или отсутствие определенных функциональных свойств предметной области приложения проектируемой системы. Можно выделить два типа свойств: поведенческие и структурные. Поведенческие свойства – это те свойства, которые зависят от исходного состояния или маркировки сети Петри. Структурные свойства, с другой стороны, не зависят от начальной маркировки сети Петри, они зависят от топологии или структуры сети Петри.

Network calculus

Network calculus (Сетевое исчисление) – системная теория для анализа гарантий производительности в компьютерных сетях. Поскольку трафик проходит через сеть, он подвержен ограничениям, накладываемым системными компонентами, например, такими как [10]:

– пропускная способность линии связи;
– формирователи трафика;
– управление перегрузкой;
– фоновый трафик.

Эти ограничения могут быть выражены и проанализированы с помощью методов сетевого исчисления. Кривые зависимостей могут быть объединены с помощью свертки в алгебре min-plus. Сетевые вычисления могут также использоваться для выражения функций прибытия и отправления трафика, а также кривых обслуживания.

Min-plus-алгебра

Основное отличие сетевого исчисления от традиционной теории систем состоит в том, что сетевое исчисление основано на алгебре min-plus, тогда как традиционная теория систем основана на классической алгебре.

Среди общих черт между обеими теориями – использование оператора свертки. В классической теории систем свертка входного сигнала импульсной характеристикой системы дает выходной сигнал системы. Кроме того, импульсная характеристика конкатенации ряда систем задается сверткой импульсных характеристик всех систем. Точно так же в сетевом исчислении так называемая свертка min-plus используется для вычисления выходных данных формирователя трафика или для последовательного объединения узлов в один единственный узел. Тем не менее, обе теории имеют некоторые различия. Главный из них – ответ линейной системы на сумму двух входов.

В классической теории систем ответ к сумме двух входов – это сумма индивидуальных ответов на каждый сигнал. В алгебре min-plus сложение соответствует умножению в классической алгебре и поэтому является нелинейной операцией. В результате мало что известно об агрегации мультиплексированных потоков. С другой стороны, вычисление минимума соответствует сложению в классической алгебре. Следовательно, операция является линейной, и отклик минимум на два входа является минимумом ответов, взятых по отдельности. Еще одно отличие состоит в том, как обрабатываются нелинейные системы. В классической теории систем нелинейные системы линеаризуются вокруг своей рабочей точки, а входные сигналы ограничиваются вокруг этой рабочей точки. В сетевом исчислении нелинейная система заменяется линейной системой, которая является нижней границей для нелинейной системы [11].

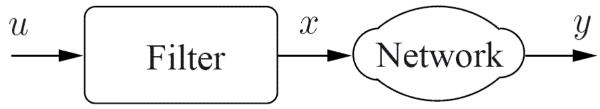


Рис. 3. Минимальная система для NC

Главная идея Network calculus

Сетевое исчисление (NC) можно определить, как набор правил и результатов, которые можно использовать для вычисления границ рабочих параметров сетей связи. Наиболее частые интересующие параметры: сквозная задержка; максимальная/минимальная скорость передачи и использование буфера.

NC основан на идее, что подробный анализ потоков трафика не требуется для определения производительности сети, если выполняются следующие условия:

– входные потоки имеют ограниченную пиковую скорость;
– предоставляется некоторая гарантия обслуживания.

Вышеуказанные условия определяют минимальную систему для NC (рис. 3):

– фильтр для ограничения (или формирования) входящего трафика;
– сеть, которая может предложить некоторую гарантию обслуживания.

Эти условия напрямую связаны с наиболее фундаментальными концепциями сетевого исчисления: кривыми регулирования и кривыми обслуживания [12].

Кривые регулирования

Кривые регулирования представляют фильтры, которые задерживают заданный поток, чтобы ограничить его резкое увеличение.

Рассмотрим функцию x: $R \to R^{+} \cup \{+\infty\}$ такую, что $x(t)$ представляет совокупный объем данных, которые проходят через заданную точку сети в интервале $(0, t]$. Также учтем, что системы пусты в момент $t = 0$. Следовательно,

$x(t)$ – неубывающая функция от t;

$x(t) = 0, \forall\, t < 0$.

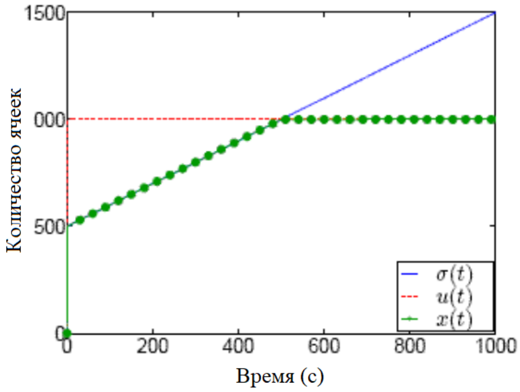
Определим $F = \{x: x(t_1) \geq x(t_2)$, если $t_1 \geq t_2$, и $x(t) = 0, \forall t < 0\}$. Таким образом, $x \in F$.

Для $x, \sigma \in F$ функция σ является кривой регулирования x, если $\forall s, t \in R, s \leq t$,

$$x(t) - x(s) \leq \sigma(t-s).$$

Учитывая дополнительно, что $x(0) = 0$, это уравнение также можно записать в виде $\forall t \in R^{+}$:

$$x(t) \leq inf\,\{x(s) + \sigma(t-s)\}.$$
$$0 \leq s \leq t.$$



$$\sigma(t) = \begin{cases} 500 + t, & \text{if } t > 0; \\ 0, & \text{if } t \le 0. \end{cases}$$

$$u(t) = \begin{cases} 1000, & \text{if } t > 0; \\ 0, & \text{if } t \le 0. \end{cases}$$

Рис. 4. Кривая регулирования

Наиболее распространенная кривая регулирования в литературе – это $\sigma(t) = b + r\,t$, $\forall t \ge 0$ (0 в противном случае). Token buckets, или «маркерные ведра», – это фильтры, которые удовлетворяют этому типу σ.

Рассмотрим ведро с маркерами с кривой регулирования σ, входным потоком u и выходным потоком x, как показано на рис. 2. Функция $u(t)$ представляет последовательность из 1000 ячеек, которая поступает на фильтр в момент t=0. Для удовлетворения кривой регулирования, token bucket задерживает половину ячеек, как показано на рис. 4.

Кривые обслуживания

Кривые обслуживания представляют собой объем данных, для которых предоставляется гарантийное обслуживание данной сети.

Для функций x, $y \in F$. Будем говорить, что $\beta \in F$ – это служебная кривая между x и y, если $\forall t \in R^+$, $\exists s \in R^+$ такие, что $s \le t$ и $y(t) \ge x(s) + \beta(t-s)$.

В случае $x(0) = 0$ это уравнение также можно записать в виде, $\forall t \in R^+$:

$$y(t) \ge \inf_{0 \le s \le t} \{x(s) + \beta(t-s)\}.$$

Определим отставание в системе как объем данных, все еще находящихся в пути (между точками ввода и вывода). Пусть s будет таким моментом, что

$$x(s) + \beta(t-s) = \inf_{0 \le s \le t} \{x(s) + \beta(t\text{-}s)\}.$$

Если в определении кривой обслуживания также требуется, чтобы отставание в момент s было равно нулю, т. е. $x(s) = y(s)$, то мы говорим, что β – это строгая кривая обслуживания между x и y. В этом случае $\forall t \in R^+$, $\exists s \in R^+$ такие, что $s \le t$ и $y(t) - y(s) \ge \beta(t-s)$.

Строгие кривые обслуживания особенно важны для представления мультиплексирования потоков с разными приоритетами.

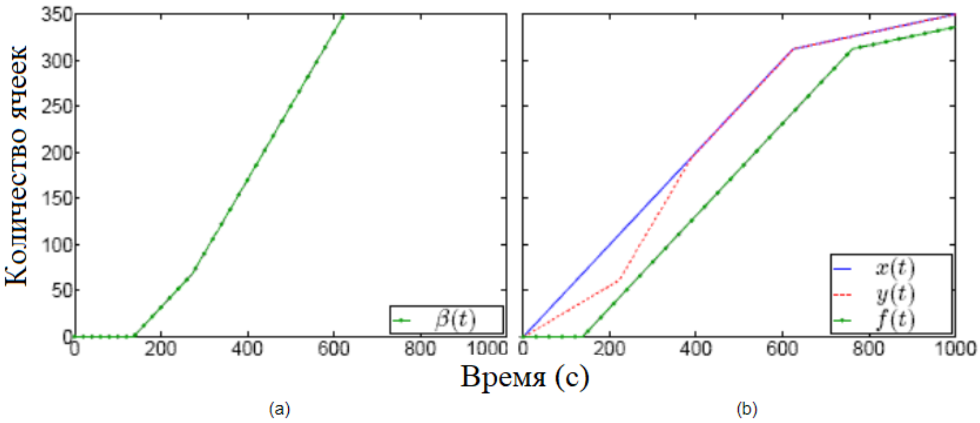


Рис. 5. Функции x (t) и β(t)

Сравнение методик

	Теория массового обслуживания	Сети Петри	Сетевое исчисление
Год создания	1908	1962	1991
Сложность теории	Средняя	Средняя	Высокая
Основа методики	Классическая алгебра	Классическая алгебра	Алгебра min-plus
Для чего необходима?	Выбор структуры системы обслуживания и процесса обслуживания на основе изучения потоков требований на обслуживание	Моделирование и анализ поведение системы, визуализация изменения состояния моделируемой системы	Анализа гарантированной производительности телекоммуникационных пакетных сетей
Что можно анализировать?	Исследование системы поведения заявок, находящихся в очереди, для получения услуги	Исследование динамического поведения систем, управляемых различными событиями	Исследование сети с точки зрения пропускной способности линии связи, емкости каналов, формирователей трафика, контроля перегрузки, фонового трафика
Главное преимущество методики	Выгодный метод для создания принципов функционирования сети с внешними объектами при ограниченном наборе ресурсов	Наглядность принципов функционирования сети	Анализ сетей связи является главной задачей данной теории, что позволяет исследовать множество характеристик сети

Определим $[x]^+ = \max\{0, x\}$. Наиболее распространенной кривой обслуживания в литературе является кривая «задержки скорости», определяемая как $\forall t \in R$:

$$\beta(t) = R\,[t - T]^+.$$

Рассмотрим функции $x(t)$ и $\beta(t)$, как показано на рис. 5. Определим

$$f(t) = \inf_{0 \le s \le t} \{x(s) + \beta(t-s)\}.$$

Если $y(t)$ является выходной функцией сети, которая предлагает кривую обслуживания $\beta(t)$ входящему потоку $x(t)$, то, согласно определению кривой обслуживания, $y(t)$ должен удовлетворять неравенству $\forall\ t: y(t) \ge f(t)$. На рис. 3 (b) показан пример функции $y(t)$, удовлетворяющей этому неравенству. Обратите внимание, что, как и ожидалось для причинных систем, y (t) также удовлетворяет неравенству $y(t) \le x(t)$, $\forall t$.

Параметры производительности: определение и границы

Для системы с входным потоком x и выходным потоком y определим:

бэклог в момент t – вертикальное отклонение между x и y, т. е.

$$x(m) - y(t);$$

виртуальная задержка в момент t – горизонтальное отклонение между x и y, т. е.

$$d(t) = inf\,\{d \ge 0: x(t) \le y(t + d)\}.$$

Из концепций кривых регулирования и обслуживания можно получить границы максимальной задержки и отставания между x и y, соответственно $\bar{D}$. и $\bar{W}$. , а также кривую регулирования σy для y. У нас есть

$$\bar{D} = inf\,\{d \ge 0: \sigma(t) \le \beta(t+d), \forall t\};$$

$$\bar{W} = \sup_{s \ge 0} \{\sigma(s) - \beta(s)\};$$

$$\sigma_y(t) = \sup_{s \ge 0} \{\sigma(t+s) - \beta(s)\}.$$

Заключение

Исходя из сравнения, можно сказать, что универсального подхода для полного анализа сетей пока нет. Каждая методика предлагает свою область исследования поведения сетей и свою реализацию анализа этой области. СМО лучше применять при необходимости выбора структуры системы обслуживания, а также на выборе самого процесса обслуживания, зависимого от предоставляемых процессу требований. При помощи Сетей Петри можно проверять различные свойства моделируемого динамического объекта и разрабатывать разного рода методы его анализа. Network Calulus же была бы полезна тем, кто хотел получить численные характеристики линий связи, перегрузок, передачи траффика. Применение NC позволит доказательно определить такие характеристики сети, как скорость, емкость канала, задержки и отставания передачи, что является одним из основных требований для современных бортовых космических и авиационных систем.

Библиографический список

1. *Swamidass P. M.* Encyclopedia of Production and Manufacturing Management. Springer, Boston, MA. 2000. 979 p.

2. *Ивченко Г. И., Каштанов В. А., Коваленко И. Н.* Теория массового обслуживания: учеб. пособие для вузов. М.: Высшая школа, 1982. 256 с.

3. *Beasley J. E.* Queuing Theory // Operational Research Notes. 2002. № 13. P. 1–5.

4. *Sharma J. K.* Operations Research: Theory and Application. Macmillan Ltd., India. 2007. 309 p.

5. *Оленев В. Л.* Моделирование систем: учеб. пособие. СПб.: ГУАП, 2015. 95 с.

6. *Jiacun W.* Petri Nets for Dynamic Event-Driven System Modeling // Department of Software Engineering. Monmouth University, West Long Branch, NJ. 2007. 17 p.

7. *Latorre-Biel J.-I.*, Jiménez-Macías E. Petri Net Models Optimized for Simulation // Simulation Modelling Practice and Theory, IntechOpen. 2018. 17 p.

8. *Celko J.* Trees and Hierarchies in SQL for Smarties. San Francisco: Elsevier, 2012. 296 p.

9. *Питерсон Дж.* Теория сетей Петри и моделирование систем. М.: Мир, 1981. 264 с.

10. *Le Boudec J.-Y.*, Thiran P. Network Calculus: A Theory of Deterministic Queuing Systems for the Internet. Springer // LNCS. 2001. 240 p.

11. *Ahuja K., Magnanti L., Orlin B.* Network flows: Theory, algorithms, and applications Prentice-Hall. 1993. 863 p.

12. *Cruz R. L.* A calculus for network delay // IEEE Transaction on Information Theory. 1991. Vol. 37, № 1. P. 114–131.