

УДК: 519.711, 519.17

MSC2010: 05C50, 05C51

О СТРУКТУРИРОВАНИИ ЗАДЕЙСТВОВАННОЙ ДИСКРЕТНОЙ ИНФОРМАЦИИ МОДЕЛЕЙ ПЕТРИ С ЦЕЛЬЮ УСКОРЕНИЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ИНВАРИАНТОВ

© Е. А. Лукьянова, А. В. Дереза

КРЫМСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. В. И. ВЕРНАДСКОГО

ТАВРИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

ПРОСП. АКАДЕМИКА ВЕРНАДСКОГО, 4, СИМФЕРОПОЛЬ, 295007, РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

E-MAIL: *lukyanovaea@mail.ru, alena-dereza@mail.ru*

ON THE STRUCTURING OF THE INVOLVE DISCRETE INFORMATION OF PETRI
MODEL FOR ACCELERATION COMPUTATION OF INVARIANTS PURPOSE.

Lukyanova E. A., Dereza A. V.

Abstract. The present work is devoted to one of the tasks of modern scientific research related to the construction and verification of models that allow to organize and systematize a significant amount of information (Big Data) of real systems for making decisions on development and optimization.

To build an adequate and informative model for systematic analysis of huge volumes, tools of qualitative ordering are needed. At present, the various extensions of Petri nets is actively used to implement these tasks. In this direction, we consider that the joint application of component modeling [5] and the truncated incidence matrix [7] to structure information in the time Petri model of system, based on Big Data, is efficient.

To achieve the stated result, the model for solving problems of this type is constructed in the form of a component time Petri net [11], in which the time characteristic is associated with transitions. This model is a compact-descriptive model with time, structuring information understood by a person, into a system that adequately represents this information in data. To verify the obtained model, in the fundamental equation of the time component Petri net the truncated incidence matrix is used to find its structural invariants (complete invariants of behavior and state). The truncated incidence matrix takes into account the functioning logic of time Petri model and reduces the amount of computation by the number of parallel and synchronized processes. Considering the elements of the incidence matrix as the accumulated discrete information, involved in the process of finding invariants, we can, with a joint application of the truncated incidence matrix and component modeling, obtain the compression ratio of the involved discrete information.

In this paper the computable efficiency of the joint application of the truncated incidence matrix and component modeling is considered using the example of the task of extracting, organizing and using information from three distributed databases. When the task under study

is modeled by the component time Petri net, the compression ratio of the involved discrete information is $k = 4.2$. The ratio k for the detailed time model is 2.5 as the truncated incidence matrix instead of the incidence matrix. As a result of the joint application of the component time model and the truncated incidence matrix we have the 8.3 time decrease in the amount of involved discrete information.

Keywords: *Time Petri net, Big Data, component modelling, incidence matrix, invariants of the time Petri net.*

ВВЕДЕНИЕ

Одной из востребованных тем в научных исследованиях является построение и верификация моделей, позволяющих упорядочивать и систематизировать значительный объем информации (Big Data) реальных систем с целью принятия решений по развитию и оптимизации. Являясь подробными, Big Data представляют информативную, но громоздкую структуру. Для систематического анализа такой структуры необходимо иметь инструменты качественного упорядочивания для построения адекватной и информативной модели.

В настоящее время при реализации данных задач активно используется аппарат различных расширений сетей Петри [1], [2], [3], [4]. Считаем, что модели такого типа являются эффективным инструментом для организации труда специалиста, решающего задачи по извлечению, систематизации и применению проблемно-ориентированной информации из нескольких распределённых баз данных. Такие модели естественны для образного восприятия человека и тем самым дают заказчику понятное визуализированное представление о ключевых параметрах интересующей решаемой задачи по принятию обоснованных решений (например, по эффективности, экономической целесообразности и т. д.).

Цель работы: показать эффективность совместного применения компонентного моделирования и усеченной матрицы инцидентности для структурирования информации в модели Петри системы, построенной на основе Big Data.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для построения модели решения задач рассматриваемого типа, которые требуют извлечения, систематизации и использования информации из нескольких распределённых баз данных, будет использовано компонентное моделирование [5], позволяющее получить компактно-образную модель, структурирующую информацию, понимаемую человеком, в систему, которая адекватно представляет эту информацию в

данные. В этой модели одинаково и однотипно функционирующие части моделируемой задачи выделяются в элементы — компоненты-переходы и компоненты-места [6], что даёт наглядное видение распараллеливания структуры задачи, не застилающее проблемные зоны распределения ресурсов и иерархии исполнения процессов при параллельной программной реализации.

Время является необходимым атрибутом строящейся модели, так как его параметры могут существенно повлиять на очередность и иерархию этапов решения поставленной задачи, а следовательно, на скорость и экономичность принятия взвешенного решения по заявленной проблематике. Различные способы введения временной характеристики в компонентную сеть Петри предложены и проиллюстрированы в работе [7].

В работе [8] обосновано применение нового элемента — усеченной матрицы инцидентности (УМИ) в фундаментальном уравнении временной сети Петри для нахождения её структурных инвариантов с помощью алгоритма *TSS* [9]. Усеченная матрица инцидентности учитывает логику срабатывания временной модели Петри и уменьшает объем вычислений на количество распараллеленных и синхронизированных процессов.

В данной работе вычисляемая эффективность совместного применения УМИ и компонентного моделирования рассматривается на примере задачи извлечения, систематизации и использования информации из трех распределенных баз данных.

2. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Определение 1. Временная сеть Петри (ВСП) — пятерка $N = (P, T, F, W, D)$, где $P = \{p_i\}$ — конечное множество позиций, $T = \{t_i\}$ — конечное множество переходов, $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$ — конечное множество дуг, $W : F \rightarrow \mathbb{N}$ — кратность дуг, $D : T \rightarrow \mathbb{N}$ — времена срабатывания переходов, \mathbb{N} — множество натуральных чисел.

В графическом отображении временная сеть Петри представляет собой двудольный ориентированный граф, дополненный характеристиками дуг и вершин, представленными натуральными числами.

Анализ модели ВСП [10], [11] осуществляется за счет анализа полных инвариантов поведения и состояния, вычисляемых из фундаментального уравнения временной сети Петри

$$Ax = d, \quad (1)$$

где $d = M_k - M_0$ (M_0, M_k — соответственно начальная и конечная разметки ВСП), $x = \sum_{j=1}^k u_j$, где u_k — вектор контроля, состоящий из $n - 1$ нулевых компонент и одной j -й компоненты, равной 1, сигнализирующей о срабатывании на k -м шаге

перехода t_j , $A = \|(a_{ij}^+); (-a_{ij}^-)\|$ — матрица инцидентности размера $n \times 2m$ с целыми коэффициентами $a_{ij}^+ = I(t_j, p_i)$ и $a_{ij}^- = -I(p_i, t_j)$, где I — отношение инцидентности данной ВСП.

Коэффициенты a_{ij}^+ представляют число фишек, которые добавляются в выходное место p_i при завершении срабатывания перехода t_j , а коэффициенты a_{ij}^- представляют число фишек, которые отнимаются переходом t_j из входного места p_i , если его срабатывание в модели $N = (P, T, F, W, D)$ возможно.

В случае достижимости разметки M_k из разметки M_0 система (1) всегда имеет решение [9].

Определение 2. Полным инвариантом состояния временной сети Петри называется целый неотрицательный вектор z , являющийся решением системы линейных однородных диофантовых уравнений (СЛОДУ)

$$z \cdot H = 0, \quad (2)$$

где

$$H = \begin{pmatrix} A \\ R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A^+, -A^- \\ -E, E \end{pmatrix}, \quad R = \begin{pmatrix} -E, E \end{pmatrix},$$

E — единичная $n \times n$ матрица.

Рис. 1. Матрица инцидентности временной модели Петри.

Определение 3. Полным инвариантом поведения временной сети Петри называется инвариант переходов соответствующей не временной сети Петри, являющийся целым неотрицательным решением y СЛОДУ

$$B \cdot y = 0, \quad (3)$$

где $B = A^+ - A^-$.

Определение 4. Временная компонентная модель Петри (ВКСП), в которой временная характеристика ассоциируется с переходами, а время срабатывания внутренних для компонент-мест переходов увеличивает время срабатывания следующих за компонентой-местом переходов, представляет кортеж (P, T, F, W, D, M_0) , где $P = P_1^* \cup P_2$ — конечное множество мест (P_1^* — конечное множество компонент-мест), T — конечное множество переходов, $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$ — отношение инцидентности, M_0 — начальная разметка, отображение $W : F \rightarrow \{1, 2, \dots\}$ определяет кратность дуг, связывающих места и переходы. Временное отображение D имеет вид:

$D : T \rightarrow \tau_k + [\tau_l, \sum_{\tau_l \in P_m^* F_{t_k}} \tau_l]$, где τ_k — конкретная временная задержка перехода t_k , $k = 1, 2, \dots, n$, где n — число переходов ВКСП, $m = 1, 2, \dots, s$, где s — число компонент-мест ВКСП, где τ_l — известная или планируемая временная задержка внутренних переходов компоненты-места.

3. РЕАЛИЗАЦИЯ ПРИМЕНЕНИЯ КОМПОНЕНТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И УСЕЧЕННОЙ МАТРИЦЫ ИНЦИДЕНТНОСТИ

Рассмотрим сеть Петри, показанную на рис. 2. Данная сеть представляет собой временную модель Петри, в которой такты времени, затрачиваемые переходами на работу, отмечены соответственно k_1, k_2, \dots, k_5 и записаны над соответствующими переходами. Рассматриваемая сеть Петри моделирует задачу извлечения и систематизации информации, хранящейся в трех распределенных базах данных (БД), с целью принятия обоснованного решения.

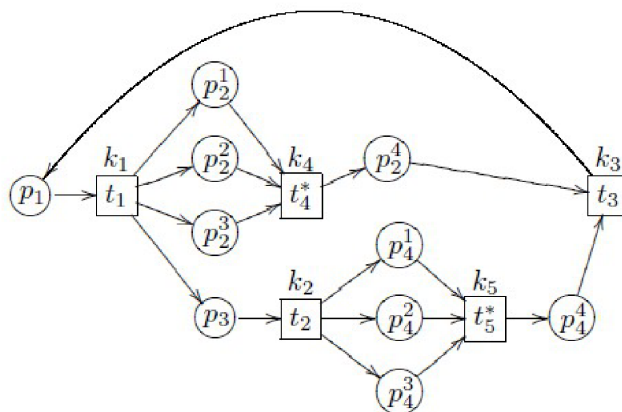


Рис. 2. Временная модель Петри для задачи извлечения и систематизации информации.

Эту модель можно представить в виде компонентной модели, показанной на рис. 3, в которой выделены две одинаковые компоненты-места P_2^* и P_4^* .

При этом согласно [7] время, затрачиваемое на работу компонент P_2^* и P_4^* , добавляется следующему за ними переходу t_3 .

В модели, показанной на рис. 3, имеет место следующая интерпретация для мест и переходов. Место p_1 — начальная информация, необходимая для постановки задачи осуществления события — срабатывания перехода t_1 , требующего k_1 единицы

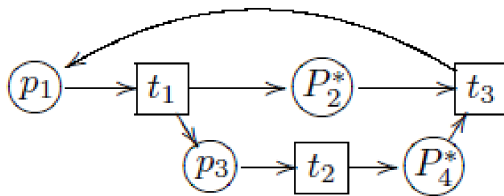


Рис. 3. Временная компонентная модель Петри.

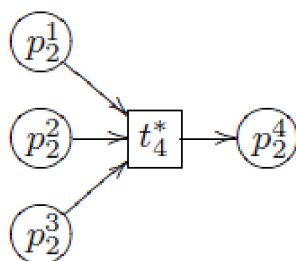


Рис. 4. Компонента-место временной компонентной модели Петри.

времени. Места P_2^* и P_4^* — данные из распределенных баз данных, место p_3 — дополнительно требуемые вычислительные ресурсы (например, мощные серверы, программное обеспечение). Переход t_2 — разработка конкретной программы, занимающая k_2 единицы времени. Переход t_3 — решение поставленной задачи — получение систематизированной, согласно спецификации p_1 , информации.

Места P_2^* , P_4^* — условия-ресурсы — в модели с рис. 3, являясь одинаковыми компонентами-местами, одинаково моделируют (рис. 4) извлечение запрашиваемой информации из трех распределенных БД. При этом извлечение запрашиваемой информации, вообще говоря, может происходить по разным запросам-программам: так, для компонент-мест P_2^* и P_4^* это соответственно интерпретировано переходами t_2^* и t_4^* для трех распределенных БД: p_2^1 , p_2^2 , p_2^3 и p_4^1 , p_4^2 , p_4^3 в детальной модели с рис. 1.

На рис. 5, 6 показаны матрицы инцидентности рассматриваемых временных сетей Петри: на рис. 5 — матрица инцидентности детальной временной модели Петри размера 10×10 , на рис. 6 — матрица инцидентности соответствующей компонентной модели Петри со временем размера 4×6 .

	t_1^+	t_2^+	t_3^+	t_4^+	t_5^+	t_1^-	t_2^-	t_3^-	t_4^-	t_5^-
p_1	0	0	1	0	0	-1	0	0	0	0
p_2^1	1	0	0	0	0	0	0	0	-1	0
p_2^2	1	0	0	0	0	0	0	0	-1	0
p_2^3	1	0	0	0	0	0	0	0	-1	0
p_2^4	0	0	0	1	0	0	0	-1	0	0
p_3	1	0	0	0	0	0	-1	0	0	0
p_4^1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	-1
p_4^2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	-1
p_4^3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	-1
p_4^4	0	0	0	0	1	0	0	-1	0	0

Рис. 5. Матрица инцидентности детальной временной модели Петри.

	t_1^+	t_2^+	t_3^+	t_1^-	t_2^-	t_3^-
p_1	0	0	1	-1	0	0
p_2^*	1	0	0	0	0	-1
p_3	1	0	0	0	-1	0
p_4^*	0	1	0	0	0	-1

Рис. 6. Матрица инцидентности временной компонентной модели Петри.

На рис. 7, 8 показаны усечённые матрицы инцидентности рассматриваемых временных сетей Петри: на рис. 7 — усечённая матрица инцидентности детальной временной модели Петри размера 4×10 , на рис. 8 — усечённая матрица инцидентности соответствующей временной компонентной модели Петри размера 2×6 .

	t_1^+	t_2^+	t_3^+	t_4^+	t_5^+	t_1^-	t_2^-	t_3^-	t_4^-	t_5^-
p_1	0	0	1	0	0	-1	0	0	0	0
p_2^{1+2+3}, p_3	4	0	0	0	0	0	-1	0	-3	0
p_4^{1+2+3}	0	3	0	0	0	0	0	0	0	-3
p_2^4, p_4^4	0	0	0	1	1	0	0	-2	0	0

Рис. 7. Усечённая матрица инцидентности детальной временной модели Петри.

	t_1^+	t_2^+	t_3^+	t_1^-	t_2^-	t_3^-
p_1	0	0	1	-1	0	0
p_{234}	2	1	0	0	-1	-2

Рис. 8. Усечённая матрица инцидентности временной компонентной модели Петри.

4. ОБЪЕМ ЗАДЕЙСТВОВАННОЙ ДИСКРЕТНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Элементы матрицы инцидентности можно рассматривать как аккумулярованную дискретную информацию, задействованную в процессе нахождения инвариантов [12]. Это даёт возможность получить коэффициент сжатия задействованной дискретной информации. При моделировании исследуемой задачи временной компонентной сетью Петри относительно моделирования детальной временной сетью Петри коэффициент сжатия задействованной дискретной информации k равен 4,2. Применение в качестве матрицы инцидентности УМИ коэффициент k для детальной временной модели равен 2,5. В случае совместного применения компонентной временной модели и УМИ имеем уменьшение объёма задействованной дискретной информации в 8,3 раза.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе на задаче получения информации от нескольких баз данных реализовано одновременное использование моделирующих возможностей временной компонентной сети Петри и УМИ, правила построения которой позволяют отображать принципы срабатывания временной сети Петри согласно условиям распараллеливания и синхронизации моделируемых процессов. В результате имеем систематизацию исходных данных моделируемой задачи в полученной для дальнейшего нахождения полных инвариантов ВКСР матрице инцидентности. Для рассматриваемой задачи эта итоговая матрица инцидентности показана на рис. 7. При использовании полученной матрицы инцидентности в системах уравнений (2) и (3) будем иметь значительное ускорение при вычислении полных инвариантов состояния и поведения временной компонентной сети Петри.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. VAN DER AALST, W. (2013) A general divide and conquer approach for process mining. *Federated Conference on Computer Science and Information Systems, FedCSIS*. [Online] IEEE Xplore. 1. p. 1–10. Available from: <http://ieeexplore.ieee.org/document/6643968/>. [Accessed: 07 November 2013].
2. BARBIERATO, E. & GRIBAUDO, M. & IACONO, M. (2013) Modeling apache hive based applications in big data architectures. *7th International Conference on Performance Evaluation Methodologies and Tools, VALUETOOLS 2013*. [Online] ICST 1. p. 30–38. Available from: <http://eudl.eu/doi/10.4108/icst.valuetools.2013.254398>. [Accessed: 09 January 2014].
3. CAMILLI, M. & BELLETTINI, C. & CAPRA, L. & MONGA, M. (2014) CTL model checking in the cloud using mapreduce. *Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing (SYNASC), 2014 16th International Symposium on*. [Online] IEEE Conference Publications 1. p. 333–340. Available

from:

<http://ieeexplore.ieee.org/>. [Accessed: 09 February 2015].

4. RUIZ, M. & CALLEJA, J. & CAZAROLA, D. (2015) Petri Nets Formalization of Map/Reduce Paradigm to Optimise the Performance-Cost Tradeoff. *Proceedings — 14th IEEE International Conference on Trust, Security and Privacy in Computing and Communications, TrustCom*. [Online] 2015 IEEE Trustcom/BigDataSE/ISPA 3. p. 92–99. Available from: <http://ieeexplore.ieee.org/document/7345633/>. [Accessed: 03 December 2015].
5. Лук'янова, Е. А. Про компонентне моделювання систем з паралелізмом // Наукові записки. Комп'ютерні науки / Національний університет «Києво-Могилянська академія». — ВПЦ НаУКМА, 2012. — Т. 138. — С. 47–52.
 LUKYANOVA, E. (2012) About the component modelling systems with parallelism. *Science articles. Computer science / National university "Kiyv-mogilyanska academia" NaUKMA*. 138. p. 47–52.
6. Лукьянова, Е. А. О структурных элементах компонентной сети Петри // Проблемы программирования. — Институт программных систем НАН Украины, 2012. — Т. 2–3. — С. 25–32.
 LUKYANOVA, E. (2012) About structural elements of component Petri net. *Problems of programming*. 2-3. p. 25–32.
7. Дереза, А. В. Определение временной компонентной сети Петри для различных путей ее построения // Ученые записки Таврического национального университета имени В. И. Вернадского. — Таврический национальный университет имени В. И. Вернадского, 2014. — Т. 27 (67) № 1. — С. 211–221.
 DEREZA, A. (2014) Definition of time component Petri net for different ways of it construction. *Science articles of V. I. Vernadsky Tavrida National university*. 27(67) № 1. p. 211–221.
8. Дереза, А. В. Об отображении логики функционирования временной модели Петри в фундаментальном уравнении состояния сети [Электронный ресурс] / А. В. Дереза // Материалы Международной молодежной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов». — 2017. — № 1. — Режим доступа:
https://lomonosov-msu.ru/archive/Lomonosov_2017/data/section_19_10843.htm
 DEREZA, A. (2017) About mapping of functioning logic of time Petri net in fundamental state equation. *Materials of international youth science conference students, graduate students and young scientists "Lomonosov"*. [Online] М.: MAKS Press 1. p. 2. Available from:
https://lomonosov-msu.ru/archive/Lomonosov_2017/data/section_19_10843.htm. [Accessed: 14 April 2017].
9. Кривый, С. Л. Алгоритмы решения систем линейных диофантовых уравнений в целочисленных областях // Кибернетика и системный анализ. — Институт кибернетики имени В. М. Глушкова, 2006. — №. 2. — С. 3–17.
 KRIVIJ, S. (2006) Algorithms of solving systems of linear diophantine equations in integer domains. *Cybernetics and system analysis*. 2. p. 3–17.

10. Зайцев, Д. А. Инварианты временных сетей Петри // Кибернетика и системный анализ. — Институт кибернетики имени В. М. Глушкова, 2004. — №. 2. — С. 92–106.
ZAITSEV, D. (2004) Invariants of time Petri nets. *Cybernetics and system analysis*. 2. p. 92–106.
11. Лукьянова, Е. А. О компонентном анализе параллельных распределенных систем // Таврический вестник математики и информатики Таврического национального университета имени В. И. Вернадского. — Симферополь, 2011. — Т. 2. — С. 71–81.
LUKYANOVA, E. (2011) About component analysis of Parallel and distributed systems. *Taurida Journal of Computer Science Theory and Mathematics of Tavrida National university named V. I. Vernadsky*. 2. p. 71–81.
12. Лук'янова, Е. А. Про прискорення обчислень знаходження структурних інваріантів при компонентному аналізу CNi-мереж // Вісник КНУ імені Тараса Шевченка. Серія: фізико-математичні науки. — КНУ імені Тараса Шевченка, 2012. — Т. 2. — С. 155–160.
LUKYANOVA, E. (2012) About acceleration of calculations of finding of structural invariants by component analysis CNi-nets. *Visnik T. I. Shevchenko KNU*. 2. p. 155–160.