УДК 004

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ АНАЛИЗА СЕТЕЙ ПЕТРИ В MICROSOFT EXCEL

Донецков Анатолий Михайлович
Доцент, кандидат технических наук, доцент,
КГУ им К.Э. Циолковского,
г.Калуга

Раевский Владимир Алексеевич
Доцент, кандидат технических наук, доцент,
КГУ им К.Э. Циолковского,
г.Калуга

Сорочан Виталий Викторович
Доцент, кандидат технических наук, доцент,
КГУ им К.Э. Циолковского,
г.Калуга

Ткаченко Алексей Леонидович
Доцент, кандидат технических наук, доцент,
КГУ им К.Э. Циолковского,
г.Калуга

Сети Петри являются популярным и известным методом моделирования и анализа систем различного назначения. Они широко используются для моделирования информационных, экономических и технических систем. В статье рассматриваются способ решения задачи анализа сетей Петри сохраняемости с помощью программного обеспечения MS Excel. Задача сохраняемости позволяет решать проблему сохранения ресурсов при моделировании информационных систем. В работе описано представление сети Петри в матричном виде и способ нахождения решения.

Ключевые слова: *моделирование, сети Петри, анализ, сохраняемость, матричные уравнения, MS Excel, переход, позиция, маркировка.*

Сети Петри один из наиболее популярных инструментов моделирования систем различного назначения [1, 3]. Классическое представления сетью Петри это C = <P, T, I, O>, где P – множество позиций {p_1, p_2, … p_m}, T – множество переходов {t_1, t_2, … t_m}, I – входная функция, показывающая входные позиции перехода, O – выходная функция, показывающая выходные позиции перехода [3]. Сеть Петри есть двудольный мультиграф, где переходы изображаются прямоугольниками с минимальной шириной, а позиции кружками. Для обеспечения динамического поведения введено понятие фишка(маркер). Распределение и количество фишек может изменяться. Фишки связываются с позициями и графически изображаются точками внутри позициями [4]. Пример сети Петри приведен на Рисунок 1.

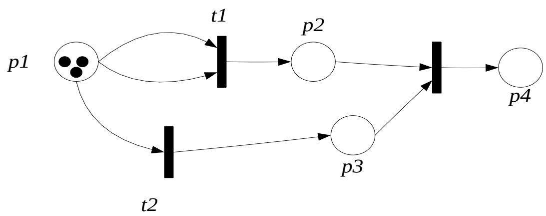


Рисунок 1 – Сеть Петри

Описание сети Петри, приведенной на рисунке C = <P, T, I, O>:

- $P = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$
- $T = \{t_1, t_2, t_3\}$
- $I = \{I(t_1), I(t_2), I(t_3)\}$, $I = \{\{p_1, p_1\}, \{p_1\}, \{p_2, p_3\}$
- $O = \{O(t_1), O(t_2), O(t_3)\}$, $O = \{\{p_2\}, \{p_3\}, \{p_4\}\}$

Переходы Сети Петри можно запускать. Переход можно запустить, если он разрешен. Переход называется разрешенным, если в каждой из его входных позиций количество фишек больше или равно количеству связей из этой позиции в переход. Переход запускается удалением фишек из входных позиций и созданием новых фишек в выходных позициях. Количество удаляемых и создаваемых фишек пропорционально количеству связей позиции с запускаемым переходом. Разрешенными переходами сети Петри, изображенной на Рисунок 1, являются $\{t_1, t_2\}$.

Альтернативным представлением сети Петри является матричное [5, 6]:

$C = \langle P, T, D^+, D^- \rangle$, P – множество позиций $\{p_1, p_2, \dots p_m\}$, T – множество переходов $\{t_1, t_2, \dots t_m\}$, D^+ – выходная матрица (Рисунок 2), D^- – входная матрица (Рисунок 2)

D^-

D	p1	p2	p3	p4
t1	2	0	0	0
t2	1	0	0	0
t3	0	1	1	0

входная матрица

D^+

D	p1	p2	p3	p4
t1	0	1	0	0
t2	0	0	1	0
t3	0	0	0	1

выходная матрица

Рисунок 2 – Входная и выходная матрица сети Петри (Рисунок 1).

Маркировку сети Петри μ представим в виде n- мерного вектора, где n – количество позиций сети Петри. Маркировка μ (Рисунок 1) μ = (3, 0, 0, 0), i-ый элемент этого вектора равен количеству фишек в этой позиции.

Особую роль играет задача анализа сохраняемость. Задача сохраняемости формулируется следующим образом: существует ли вектор весов позиций, что взвешенная сумма для всех достижимых маркировок есть величина постоянная.

В матричном представлении сети Петри задача сохраняемости формулируется следующим образом D*W=0 (Рисунок 3), где D – составная матрица ($D^+ - D^-$), W – вектор столбец весов позиций.

D	p1	p2	p3	p4
t1	-2	1	0	0
t2	-1	0	1	0
t3	0	-1	-1	1

Рисунок 3 – Исходные составляющие задачи сохраняемости

Необходимо добавить ограничения $w_i>0$ и w_i – целочисленные. Имеем систему 3 линейных уравнений с 4 неизвестными (Рисунок 4), хотя в общем случае n линейных уравнений с m неизвестными, где n и m могут быть произвольными величинами, где n – количество переходов, а m – количество позиций сети Петри.

$$\begin{cases} -2w1+w2+0+0=0 \\ -w1+0+w3+0=0 \\ 0-w2-w3+w4=0 \end{cases}$$

Рисунок 4 – Система линейных уравнений

Решим эту задачу средствами MS Excel [7] (Рисунок 5).

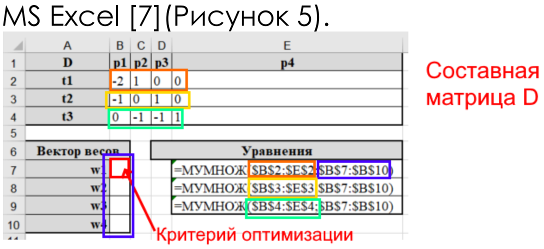
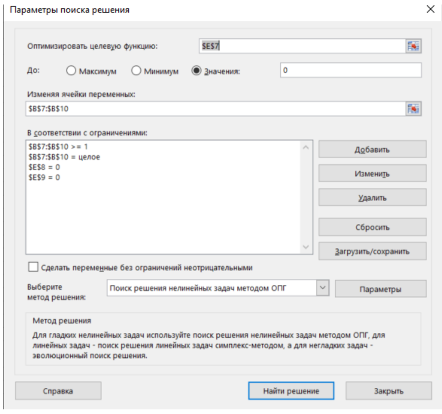


Рисунок 5 – Формирование условий решения задачи сохраняемости

Ячейки B7:B10 будут содержать решения нашей задачи, т.е. веса позиций, чтобы сеть была сохраняющей. Ячейки E7:E9 содержат формулу МУМНОЖ. Элементами этой формулы являются строки составной матрицы и столбец весов позиций, в нашем случае ячейки B7:B10. Далее необходимо вызвать команду **Поиск решения** ленты **Данные** (Рисунок 6).



Вектор весов	
w1	1
w2	2
w3	1
w4	3

Найденное решение

Рисунок 6 – Решение задачи сохраняемости

Заполняем данные диалога **Параметры поиска решения** заполняем в соответствии с Рисунок 6 и находим решение. Если удалось найти решение как в нашем случае, то сеть сохраняющая, если нет, то сеть Петри не сохраняющая. Было найдено следующее решение μ = (1, 2, 1, 3), следовательно, сеть сохраняющая.

Решим следующую задачу (Рисунок 7, Рисунок 8).

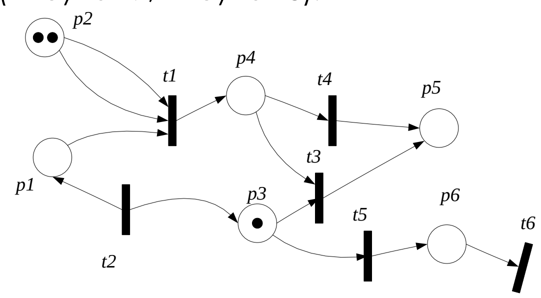


Рисунок 7 – Сеть Петри

	p1	p2	p3	p4	p5	p6
t1	-1	-2	0	1	0	0
t2	1	0	1	0	0	0
t3	0	0	-1	-1	1	0
t4	0	0	0	-1	1	0
t5	0	0	-1	0	0	1
t6	0	0	0	0	0	-1

Составная матрица

$$W \begin{bmatrix} w1 \\ w2 \\ w3 \\ w4 \\ w5 \\ w6 \end{bmatrix}$$

Рисунок 8 – Табличное представление задачи сохраняемости

Решение данной задачи средствами Excel (Рисунок 9) не может найти решение с заданными условиями, следовательно, приведенная сеть Петри (Рисунок 7, Рисунок 8) является не сохраняющей.

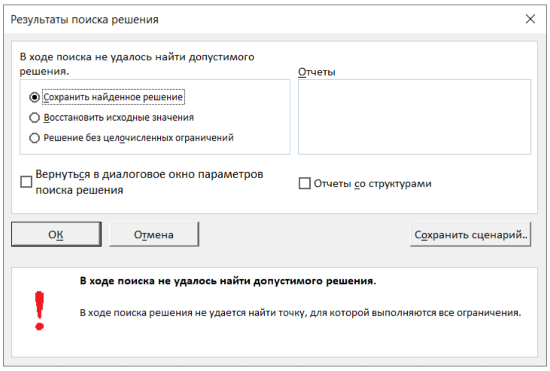


Рисунок 9 – Решение задачи сохраняемости

Список использованных источников

1. Лескин А.А., Мальцев П.А., Спиридонов А.М. Сети Петри в моделировании и управлении. Л.: Наука, 1989. С. 133.

2. Сеть Петри//[Электронный ресурс]: https://alphapedia.ru/w/Petri_net (дата обращения: 4.11.2024).

3. Питерсон Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем. М.: Мир, 1984. С. 264

4. Теоретические основы сетей Петри: принципы построения, алгоритмы поведения// [Электронный ресурс]: https://poisk-ru.ru/s43022t18.html (дата обращения: 04.11.2024).

5. Анализ сетей Петри на основе матричных уравнений//[Электронный ресурс]: https://cyberpedia.su/21x3e5c.html(дата обращения: 04.11.2024).

6. Кудж С.А., Логинова А.С. Моделирование с использованием сетей Петри// Вестник МГТУ МИРЭА М., 2015 № 1 (6) – С. 10-22

7. Донецков А.М. Microsoft Excel как инструмент решения комбинаторных задач / А.М. Донецков, А.Е. Аксенов, А.С. Николаев // Электромагнитные волны и электронные системы, Т. 24. № 3, М., 2019. С. 40-44.

SOLVING THE PROBLEM OF ANALYZING PETRI NETS IN MICROSOFT EXCEL

Donetskov A.M., Raevsky V.A., Sorochan V.V., Tkachenko A.L.

Petri nets are a popular and well-known method for modeling and analyzing systems for various purposes. They are widely used for modeling information, economic and technical systems. The paper discusses the method of solving the problem of analyzing Petri nets of storageability using MS Excel software. The storageability problem addresses the problem of resource conservation in modeling information systems. The paper describes a representation of a Petri net in matrix form and a method for finding a solution.

Keywords: modeling, Petri nets, analysis, storageability, matrix equations, MS Excel, transition, position, marking.