Звягин Данил Сергеевич,
Воронежский институт МВД России

ОСОБЕННОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СТОХАСТИЧЕСКИХ СЕТЕЙ ПЕТРИ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ РАЗЛИЧНЫХ СИСТЕМ

FEATURES OF USING STOCHASTIC PETRI NETS IN MODELING VARIOUS SYSTEMS

В статье описывается аппарат сетей Петри, а конкретно, одна из его форм – стохастическая. Приводится пример использования такой сети, особенности анализа которой позволяют решать различные задачи.

The article describes the apparatus of Petri nets, and specifically one of its forms - stochastic. An example of the use of such a network is given, the analysis features of which allow solving various problems.

Моделирование, как метод познания, используется для получения и обработки данных об объектах, элементах, процессах, находящихся во взаимодействии друг с другом, а также с окружающей средой. В настоящее время широко применяется такой метод моделирования, как математический. Математическое моделирование позволяет изучить процессы с необходимой точностью при помощи вычислительных средств.

Одним из удобных аппаратов, при помощи которого моделируются различные сложные системы, в которых в определенный момент времени все элементы процесса данной системы находятся в одном из возможных состояний, является аппарат сетей Петри.

При моделировании некоторых процессов возникает необходимость использования определенной задержки при срабатывании перехода. Данная задержка может определяться случайной величиной, которая может зависеть от различных факторов (элементов графа, особенностей процесса, времени и др.) [5, 7].

В данной статье предлагается рассмотреть стохастическую сеть Петри, в которой срабатывание перехода будет зависеть от вероятности нахождения фишек во входных позициях.

Стохастической сетью Петри называется пара $M_s = \{C, \mu^s\}$, где $C = \{P, T, I, O\}$, являющаяся описанием структуры сети Петри, а μ^s является функцией, присваивающей определенной позиции p_i вектор вероятностей

$p \to V_s$ наличия фишек $\mu^s(p_i)$ [6].

Приведем пример использования стохастической сети Петри для моделирования процесса, в котором будет две входные позиции (p_1, p_2), одна выходная позиция (p_3) и один переход (t_1) (рис. 1).

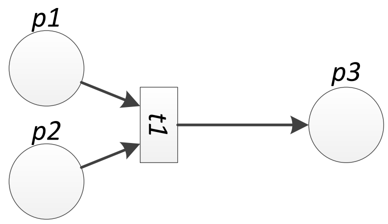

Рисунок 1. Пример стохастической сети Петри

Опишем начальную маркировку данной сети:

$$\mu^s(p_1) = \begin{Vmatrix} 0 \\ 1 \end{Vmatrix}, \mu^s(p_2) = \begin{Vmatrix} 0{,}3 \\ 0{,}7 \end{Vmatrix}, \mu^s(p_3) = \|1\|,$$

где $\mu^s(p_1) = \begin{Vmatrix} 0 \\ 1 \end{Vmatrix}$ означает, что в позиции p_1 имеется одна фишка, $\mu^s(p_2) = \begin{Vmatrix} 0{,}3 \\ 0{,}7 \end{Vmatrix}$ – с вероятностью 0,7 в позиции p_2 имеется фишка, $\mu^s(p_3) = \|1\|$ – в позиции p_3 фишки нет.

После срабатывания перехода t_1 маркировка позиций p_1 и p_2 имеют следующий вид:

$$\overline{\mu}^s(p_1) = \sum_{\alpha=0}^{1} \mu_\alpha^s(p_1) = 0 + 1 = 1,$$

$$\overline{\mu}^s(p_2) = \sum_{\alpha=0}^{1} \mu_\alpha^s(p_2) = 0{,}3 + 0{,}7 = 1,$$

$$\overline{\mu}^s(p_1) = \overline{\mu}^s(p_2) = \begin{Vmatrix} 1 \\ 0 \end{Vmatrix}.$$

Маркировка выходной позиции $\overline{\mu}^s(p_3)$ равна вектору диагональной свертки вектора $\mu^s(p_3)$ и вектора

$$\mathrm{r}^\mathrm{T} = \|\mathrm{r}_0 \quad \mathrm{r}_1 \quad \ldots \quad \mathrm{r}_\mathrm{k}\|,$$

где

$$\mathrm{k} = \#(p_3, \mathrm{O}(t_1)) = 1;$$

$$\mathrm{r}_\mathrm{k} = \mathrm{r}_1 = \left[\sum_{\alpha=1}^{1} \mu_\alpha^s(p_1)\right] \times \left[\sum_{\alpha=1}^{1} \mu_\alpha^s(p_2)\right] = 1 \times 0{,}7 = 0{,}7;$$

$$\mathrm{r}_0 = 1 - \mathrm{r}_\mathrm{k} = 1 - 0{,}7 = 0{,}3.$$

Окончательно: $\mathrm{r}^\mathrm{T} = \begin{Vmatrix} 0{,}3 \\ 0{,}7 \end{Vmatrix}$. Определим матрицу Грама векторов $\mu^s(p_3)$ и r.

$$\mathrm{G}(\mu^s(p_3), \mathrm{r}) = 1 \times \begin{Vmatrix} 0{,}3 \\ 0{,}7 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 0{,}3 \\ 0{,}7 \end{Vmatrix}.$$

Вектор диагональной свертки $\mathrm{di}\big(\mathrm{G}(\mu^{s}(p_3), \mathrm{r})\big)$ в данном случае будет соответствовать матрице Грама, описанной выше.

Таким образом, маркировка позиции p_3 после срабатывания перехода t_1:

$$\overline{\mu}^{s}(p_3) = \mathrm{di}\big(\mathrm{G}(\mu^{s}(p_3), \mathrm{r})\big) = \begin{Vmatrix} 0{,}3 \\ 0{,}7 \end{Vmatrix}.$$

При работе различных систем возможен сбой в их работе. Как раз математическое моделирование, а конкретно – процесс анализа, позволит установить причину и выделить конкретный этап, на котором произошел сбой.

Дерево достижимости и матричные уравнения – это два основных метода анализа стохастических сетей Петри, являющихся механизмом решения данных проблем.

Предложенные алгоритмы построения дерева достижимости [1] и применения матричного подхода [8], а также различное программное обеспечение [2, 3, 4], позволят с удобством использовать стохастические сети Петри для моделирования различных процессов и систем.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Звягин Д. С. Алгоритм построения дерева достижимости для стохастических сетей Петри / Д. С. Звягин // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2020. – Т. 16. № 2. – С. 34–41.
2. Звягин Д. С. Обзор SPN Matrix Analyzer – программного средства анализа стохастических сетей Петри / Д. С. Звягин // Проблемы социального и научно-технического развития в современном мире : материалы XXIII Всероссийской научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых (с международным участием) – Рубцовск : Рубцовский индустриальный институт (филиал) ФГБОУ ВО Алтайский государственный технический университет им. И. И. Ползунова, 2021. – С. 28–31.
3. Звягин Д. С. Обзор SPNQuality – программного средства моделирования стохастических сетей Петри / Д. С. Звягин // Телекоммуникационные технологии: Актуализация и решение проблем подготовки высококвалифицированных кадров в современных условиях : сборник статей Всероссийской научной конференции преподавателей, аспирантов и студентов – Хабаровск : Хабаровский институт инфокоммуникаций (филиал) ФГОБУ ВО СибГУТИ, 2020. – С. 933–936.

4. Звягин Д. С. Обзор SPNTree – программного средства моделирования стохастических сетей Петри / Д. С. Звягин // Телекоммуникационные технологии: Актуализация и решение проблем подготовки высококвалифицированных кадров в современных условиях : сборник статей Всероссийской научной конференции преподавателей, аспирантов и студентов – Хабаровск : Хабаровский институт инфокоммуникаций (филиал) ФГОБУ ВО СибГУТИ, 2020. – С. 78–80.

5. Котов В. Е. Сети Петри / В. Е. Котов. – Москва : Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984. – 160 с.

6. Лескин А. А. Сети Петри в моделировании и управлении / А. А. Лескин, П. А. Мальцев, А. М. Спиридонов –Ленинград : Наука, 1989. – 133 с.

7. Peterson J. L. Petri Net Theory and the Modeling of Systems / J. L. Peterson. – New York : Prentice Hall, 1981. – p. –288

8. Звягин Д. С. Матричный подход решения задач достижимости в стохастических сетях Петри / Д. С. Звягин, О. В. Пьянков, А. Н. Копылов // Вестник Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана. Сер. Естественные науки. – 2022. – № 3 (102). – С. 4–16.