7universum.com
UNIVERSUM:
ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

МЕТОД МИНИМИЗАЦИИ МОДИФИЦИРОВАННЫХ СЕТЕЙ ПЕТРИ НА ОСНОВЕ ИХ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

Маслаков Максим Петрович
канд. техн. наук, Северо-Кавказский горно-металлургический институт (государственный технологический университет),
РФ, г. Владикавказ
E-mail: kalbash1@mail.ru

Дедегкаев Альберт Гагеевич
д-р техн. наук, профессор, Северо-Кавказский горно-металлургический институт (государственный технологический университет),
РФ, г. Владикавказ
E-mail: kalbash@bk.ru

METHOD MINIMIZATION OF THE MODIFIED PETRI NETWORKS ON THE BASIS OF THEIR EQUIVALENT TRANSFORMATIONS

Maslakov Maksim Petrovich
candidate of Technical Sciences, the North Caucusing Institute of Mining and Metallurgy (state technological university), Russia, Vladikavkaz

Dedegkaev Albert Gageevich
doctor of Technical Sciences, professor, the North Caucusing Institute of Mining and Metallurgy (state technological university), Russia, Vladikavkaz

АННОТАЦИЯ

Понятие эквивалентности в теории сетей Петри, основанное на равенстве языков сетей, очень громоздко для его практического воплощения при решении задачи минимизации сетей [3, с. 148]. В настоящей работе предлагается метод минимизации модифицированных сетей Петри, основанный на понятии условно-эквивалентных позиций и переходов.

Дедегкаев А.Г., Маслаков М.П. Метод минимизации модифицированных сетей Петри на основе их эквивалентных преобразований // Universum: Технические науки : электрон. научн. журн. 2013. № 1 (1) . URL: http://7universum.com/ru/tech/archive/item/788

ABSTRACT

The concept of equivalence theory Petri's networks based on equality languages of networks, is very bulky for its practical embodiment at the solution of the minimization networks problem [1, p. 148]. In the real work the method of minimization the modified Petri's networks based on concept of conditional and equivalent positions and transitions is offered.

Ключевые слова: сети Петри, модифицированная сеть Петри, метод минимизации, эквивалентность сетей.

Keywords: Petri's networks, Petri's modified network, minimization method, equivalence of networks.

Структура модифицированных сетей Петри представима в виде разносортного множества:

$$N = <P_v, T, I, O, \mu_0, P_i, P_o>,$$

где:

- $P_v = \{P_1, P_2,\ldots, P_n\}$ — множество внутренних позиций сети Петри;
- T = {T1, T2,…, Tm} — множество переходов сети Петри;
- I: $P_v \rightarrow T^\infty$ является входной функцией — отображением из переходов в комплекты позиций;
- O: $P_v \rightarrow T^\infty$ есть выходная функция — отображение из переходов в комплекты позиций;
- μ_0 — начальная маркировка сети;
- $P_i = \{P_{i1}, P_{i2}, \ldots, P_{in}\}$ — подмножество входных позиций сети Петри;
- $P_o = \{P_{o1}, P_{o2}, \ldots, P_{on}\}$ — подмножество выходных позиций сети Петри.

Причем:

- Каждый переход сети Петри содержит в своей входной функции позицию из подмножества Pi.
- Каждый переход сети Петри содержит в своей выходной функции позицию из подмножества Po.

- Правила запуска переходов модифицированной сети аналогичны условиям запуска переходов обыкновенных сетей Петри, единственным отличием является еще и наличие фишки во входной позиции сети этого перехода, а также при срабатывании любого перехода сети фишка появляется в выходной позиции сети, находящейся в выходной функции этого перехода [1, с. 35].

Выполнением сети управляют не только фишки во внутренних позициях P_v, но и фишки во входных позициях сети P_i. Появление фишки в любой позиции из множества входных позиций сети разрешает срабатывание только одного перехода из множества возможных, определяемых маркировкой самой сети, во входной функции которого находится эта входная позиция сети. Задавая любую последовательность входных позиций сети, в которых появится фишка, разрешающая срабатывание одного единственного перехода, можно управлять выполнением сети.

Задача минимизации модифицированных сетей Петри формулируется по аналогии с задачей минимизации автоматных моделей [1, с. 279]. Она состоит в нахождении среди множества эквивалентных сетей такой, которая содержит минимальное число позиций, переходов и дуг, соединяющих их. Исходя из структуры модифицированных сетей $N = \langle P_v, T, I, O, \mu_0, P_i, P_o \rangle$ и правил запуска её переходов, предложена следующая формулировка эквивалентности сетей Петри:

- Две модифицированные сети Петри эквивалентны, если при любой последовательности входных позиций, в которых появляется фишка, управляющая срабатыванием перехода, в выходных позициях сетей количество фишек одинаково.

Минимизация модифицированных сетей осуществляется нахождением эквивалентных внутренних позиций и переходов с их последующей заменой одной внутренней позицией и переходом.

Условно-эквивалентными позициями, называются внутренние позиции, имеющие одинаковые столбцы в таблице выходных позиций сети.

Таблица выходных позиций сети Петри — это двумерная таблица, строками которой являются входные позиции P_i сети, а столбцами — внутренние позиции P_v, и на пересечении i-ой строки с j-столбцом — выходная позиция P_o, в которой появляется фишка при срабатывании перехода.

Две внутренние позиции называются эквивалентными, если при запуске переходов сети, во входной функции которых они находятся, фишки появляются во внутренних позициях, являющихся условно-эквивалентными.

Два перехода сети Петри, которые в своей входной и выходной функции содержат эквивалентные позиции, также эквивалентны.

Замена внутренних позиций и переходов одной внутренней позицией и переходом разрешается только в том случае, если и переходы, и содержащиеся в их входной/выходной функции внутренние позиции эквивалентны.

Для нахождения эквивалентных позиций и переходов сети Петри необходимо выполнить следующую последовательность процедур:

- Множество состояний сети разбивается на классы эквивалентности (попарно не пересекающиеся подмножества, каждое из которых состоит из условно-эквивалентных позиций). Для этого строим таблицу выходных позиций. Внутренние позиции сети с одинаковыми столбцами в таблице выходных позиций объединяем в один класс эквивалентности.

- Строится таблица переходов внутренних позиций сети — это таблица, строками которой являются входные позиции сети Петри, а столбцами — внутренние позиции, объединенные в классы эквивалентности, и на пересечении i-ой строки с j-столбцом ставится класс (классы) эквивалентности, в который помещается фишка при срабатывании перехода. Если в построенной таблице столбцы, соответствующие внутренним позициям из одного класса эквивалентности, не совпадают между собой, то этот класс расщепляется на подклассы, причем в один и тот же класс входят внутренние позиции класса K_i с одинаковыми столбцами. После этого вновь строится таблица переходов внутренних позиций с новой системой классов и так далее до тех пор, пока не прекратится расщепление классов.

- Строится таблица входной функции переходов сети Петри. Таблица входной функции переходов — это таблица, строками которой являются входные позиции сети Петри, а столбцами — переходы сети Петри, и на пересечении i-ой строки с j-столбцом ставится класс(ы) условно-эквивалентных позиций, к которому относится позиция(и), являющаяся входной для данного перехода.
- Строится таблица выходной функции переходов сети Петри. Таблица выходной функции переходов — это таблица, строками которой являются входные позиции сети, а столбцами — переходы, и на пересечении i-ой строки с j-столбцом ставится класс(ы) эквивалентности, к которому относится позиция(и), являющаяся выходной для данного перехода.
- Если столбцы в таблице переходов внутренних позиций сети, относящиеся к одному классу эквивалентности позиций, совпали, а также совпали столбцы в таблицах входной/выходной функции переходов во входной/выходной функции которых находятся данные позиции, то позиции эквивалентны. Соответственно, эквивалентны и переходы, во входной/выходной функции которых находятся эти эквивалентные позиции.

Найденные эквивалентные позиции и переходы можно заменить одной позицией и переходом соответственно. В итоге получается минимизирования модифицированная сеть Петри, эквивалентная заданной сети. Эквивалентность проверяется одинаковым количеством фишек в выходных позициях сетей при любой заданной последовательности входных позиций сети, в которых появляется фишка.

Дана сеть Петри $N = \langle P_v, T, I, O, \mu_0, P_i, P_o \rangle$ (рис. 1). Строим таблицу выходных позиций:

Таблица 1.

Таблица выходных позиций

In \ P	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8
Pi1	Po1	Po1	Po1	Po1	Po2	Po2	Po2	Po2
Pi2	Po1	Po1	Po1	Po1	Po2	Po2	Po1	Po1

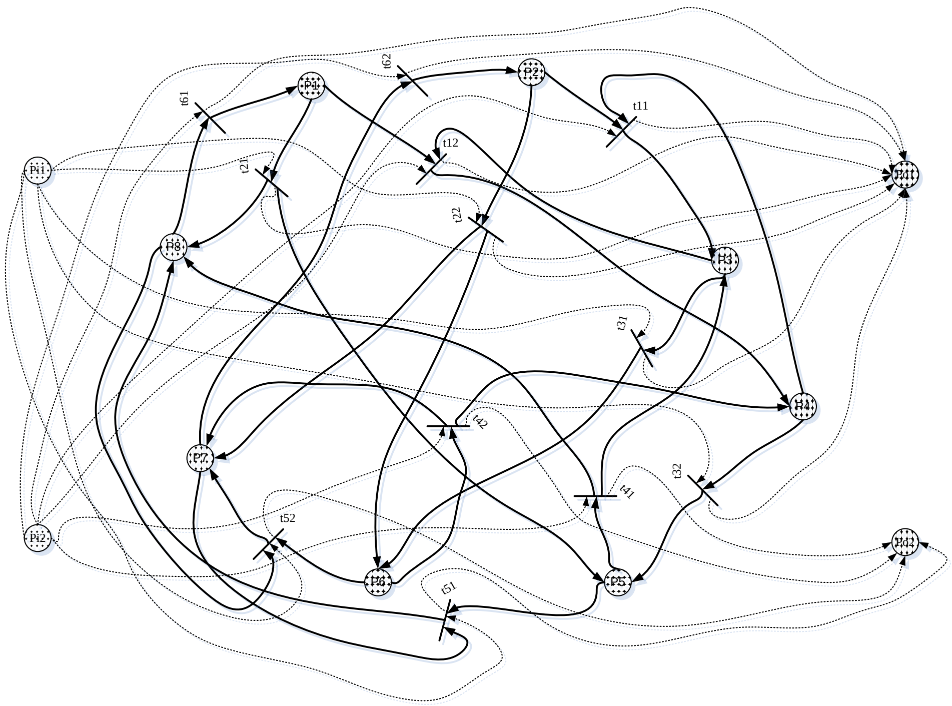

Рисунок 1. Сеть Петри N = <P_v, T, I, O, μ_0, P_i, P_o>

Множество внутренних позиций разбивается на классы эквивалентности:

S1 = {P1 P2 P3 P4}   S2 = {P5 P6}   S3 = {P7 P8}

Строим таблицу переходов внутренних позиций:

Таблица 2.

Таблица переходов внутренних позиций

	S1				S2		S3	
In \ P	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8
Pi1	S2/S3	S2/S3	S2	S2	S3	S3	S3	S3
Pi2	S1	S1	S1	S1	S1/S3	S1/S3	S1	S1

По таблице 2 определяем, что класс эквивалентности позиций S1 разбивается на два подкласса, и получаем следующие классы эквивалентности позиций (причем переименуем классы):

P12 = {P1 P2}   P34 = {P3 P4}   P56 = {P5 P6}   P78 = {P7 P8}

Строим таблицу переходов внутренних позиций, с новыми классами:

Таблица 3.

Таблица переходов позиций

P / In	P12		P34		P56		P78	
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8
Pi1	P56/ P78	P56/ P78	P56	P56	P78	P78	P78	P78
Pi2	P34	P34	P34	P34	P34/ P78	P34/ P78	P12	P12

Из таблицы 3 следует, что разбиение на подклассы не происходит и позиции, находящиеся в одних классах эквивалентности позиций — эквиваленты.

Строим таблицы входной и выходной функции переходов:

Таблица 4.

Таблица входной функции переходов

T / In	t11	t12	t21	t22	t31	t32	t41	t42	t51	t52	t61	t62
Pi1	-	-	P12	P12	P34	P34	-	-	P56/ P78	P56/ P78	-	-
Pi2	P12/ P34	P12/ P34	-	-	-	-	P56	P56	-	-	P78	P78

Таблица 5.

Таблица выходной функции переходов

T / In	t11	t12	t21	t22	t31	t32	t41	t42	t51	t52	t61	t62
Pi1	-	-	P56/ P78	P56/ P78	P56	P56	-	-	P78	P78	-	-
Pi2	P34	P34	-	-	-	-	P34/ P78	P34/ P78	-	-	P12	P12

Из таблиц 4 и 5 следует, что эквивалентными являются следующие переходы:

t1 = {t11, t12} t2 = {t21, t22} t3 = {t31, t32}

t4 = {t41, t42} t5 = {t51, t52} t6 = {t61, t62}

Заменяем найденные эквивалентные внутренние позиции и переходы одной внутренней позицией и переходом соответственно. Получаем минимизированную сеть Петри (рис. 2), эквивалентную сети рисунка 1.

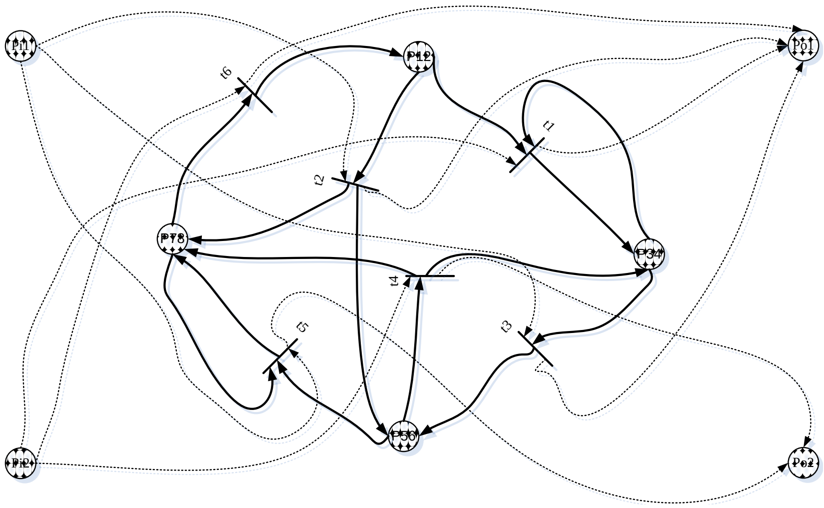

Рисунок 2. Минимизированная сеть Петри, эквивалентная сети Петри рисунка 1

Для проверки эквивалентности получившейся сети (рис. 2) и исходной (Рис. 1), согласно условию эквивалентности сетей, зададим их начальную маркировку:

- $\mu_0 = (1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$ для сети рисунка 1;
- $\mu_0 = (2, 2, 2, 2)$ для сети рисунка 2.

Условие эквивалентного функционирования сетей Петри заключается в равенстве количества фишек исходной сети Петри (количество фишек в позициях минимизированной сети Петри определяется как сумма количества фишек позиций объединенных в один класс эквивалентности) и минимизированной при начальной маркировке сетей.

Проверка была осуществлена с помощью эмулятора сетей Петри — Pipe 4.1.

Результаты моделирования сведены в таблицу 5 для исходной сети Петри рисунка 1 и в таблицу 6 для минимизированной сети Петри рисунка 2.

Таблица 5.

Результаты моделирования исходной сети (рис. 1)

Последовательность	**Маркировка сети Петри**								**Выходные позиции (кол-во фишек)**	
	P1	**P2**	**P3**	**P4**	**P5**	**P6**	**P7**	**P8**	P_{o1}	P_{o2}
P_{i1}	0	1	1	1	2	1	1	2	1	0
P_{i1}	0	1	0	1	2	2	1	2	2	0
P_{i2}	0	1	0	2	2	1	2	2	2	1
P_{i2}	0	0	1	1	2	1	2	2	3	1
P_{i2}	0	1	1	1	2	1	1	2	4	1
P_{i1}	0	1	1	1	1	1	0	3	4	2
P_{i2}	1	1	1	1	1	1	0	2	5	2
P_{i1}	1	1	1	0	2	1	0	2	6	2

Таблица 6.

Результаты моделирования минимизированной сети (рис. 2)

Последовательность	**Маркировка сети Петри**				**Выходные позиции (кол-во фишек)**	
	P12	**P34**	**P56**	**P78**	P_{o1}	P_{o2}
P_{i1}	1	2	3	3	1	0
P_{i1}	1	1	4	3	2	0
P_{i2}	1	2	3	4	2	1
P_{i2}	0	2	3	4	3	1
P_{i2}	1	2	3	3	4	1
P_{i1}	1	2	2	3	4	2
P_{i2}	2	2	2	2	5	2
P_{i1}	2	1	3	2	6	2

В таблице 7 указаны переходы, которые срабатывали при произвольно заданной последовательности.

Таблица 7.

Переходы, сработавшие в процессе реализации сетей

Последовательность	**Переходы, сработавшие в:**	
	Исходной сети	**Минимизированной сети**
P_{i1}	t21	t2
P_{i1}	t31	t3
P_{i2}	t42	t4
P_{i2}	t11	t1
P_{i2}	t62	t6
P_{i1}	t51	t5
P_{i2}	t61	t6
P_{i1}	t32	t3

Из таблиц 5 и 6 видно, что при одной и той же входной последовательности, количество фишек в выходных позициях сохраняется, как и количество фишек во внутренних позициях сетей. Следовательно, сети Петри рисунков 1 и 2 эквивалентны.

Список литературы:

1. Горбатов В.А. Основы дискретной математики: Учеб. пособие для студентов вузов. — М., 1986. — 311 с.
2. Дедегкаев А.Г., Маслаков М.П. Моделирование технологического процесса стекольного производства модифицированными сетями Петри (на примере ОАО «Ирстекло») // Устойчивое развитие горных территорий. — № 4 (14). — Владикавказ, 2012. — С. 35—39.
3. Питерсон Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем: Пер. с англ. — М., 1984. — 264 с.