

УДК 62-50:519.216

## АНАЛИЗ ОТДЕЛЬНЫХ ЧАСТЕЙ ДЕРЕВА ДОСТИЖИМОСТИ СЕТЕЙ ПЕТРИ\*

А.В. МАРКОВ

В работе рассматривается способ анализа деревьев достижимости сетей Петри отдельными произвольными частями. Описана возможность данного способа и выбор частей для последующей проверки любого участка дерева достижимости при соблюдении, некоторых условий: нет возвратных взаимосвязей с более ранними состояниями. Если такие связи присутствуют, их стоит перенести в анализируемую часть.

**Ключевые слова:** сети Петри, дерево достижимости, пространство состояний, ограниченность, сохраняемость.

### ВВЕДЕНИЕ

Во время проектирования сложных систем необходима оценка вероятных состояний моделируемой системы, а также анализ динамики ее функционирования. Одним из лучших инструментов, решающих эту задачу, является математический аппарат сетей Петри.

Сеть Петри  $(P, T, I, O)$ <sup>1</sup> [1] представляет собой ориентированный граф, который состоит из вершин двух типов – позиций и переходов. Вершины соединены между собой дугами, наличие взаимосвязей между вершинами одного типа невозможна. Позиции могут содержать метки (маркеры), способные перемещаться по сети.

Разработчику предоставляется возможность проанализировать спроектированную сеть несколькими способами: матричным представлением сетей, генерацией пространства состояний и построением дерева достижимости [4–17], а также выделением языков сетей Петри [2, 3].

---

\* Статья получена 23 мая 2013 г.

<sup>1</sup>  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$  – Конечное множество позиций,  $n \geq 0$ .

$T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$  – Конечное множество переходов,  $m \geq 0$ .

$I: T \rightarrow P^\infty$  является входной функцией – отображением из переходов в комплекты позиций.

$O: T \rightarrow P^\infty$  есть выходная функция – отображение из переходов в комплекты позиций.

## 1. ОПИСАНИЕ ПРЕДЛАГАЕМОГО СПОСОБА АНАЛИЗА ДЕРЕВА ДОСТИЖИМОСТИ СЕТЕЙ ПЕТРИ

Предлагаемый вариант исследования основан на [13, 15, 17] и заключается в анализе некоторых веток дерева достижимости. При чем, ветки (их начальное и конечное состояние) могут быть выбраны произвольно.

Сеть, представленная на рис. 1 для проверки предложенным способом, была проанализирована с помощью вычисления пространства состояний, также построено дерево достижимости (рис. 2) для последующего сравнения результатов с выделенными фрагментами дерева достижимости.

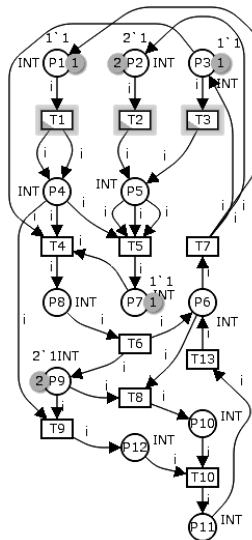


Рис. 1. Сеть Петри

Пространство состояний вычислено за 0 секунд и имеет 193 вершины и 401 дугу, заикливания в сети нет, существуют тупиковые маркировки – состояния, при которых прекращается работа сети (рис. 2).

На рис. 2 пронумерованы состояния, которые будут играть важную роль при разбиении дерева достижимости.

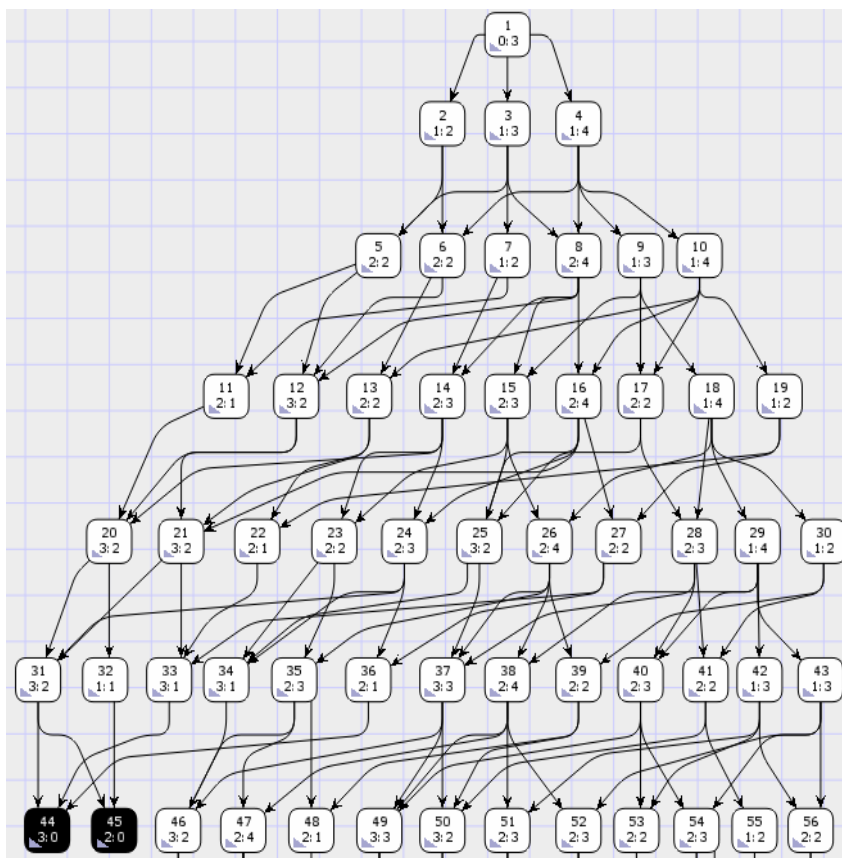


Рис. 2. Дерево достижимости сети Петри, часть 1

Так как приведенное дерево достижимости весьма велико и тем самым тяжело для восприятия и анализа, а основная идея работы – выделение ветвей дерева и последующий их анализ, то представим структуру дерева по частям и проанализируем данные части. После чего сравним полученные результаты, со свойствами общего дерева достижимости.

После первого состояния дерево делится на три части, которые будут проанализированы и при необходимости разбиты еще на несколько частей.

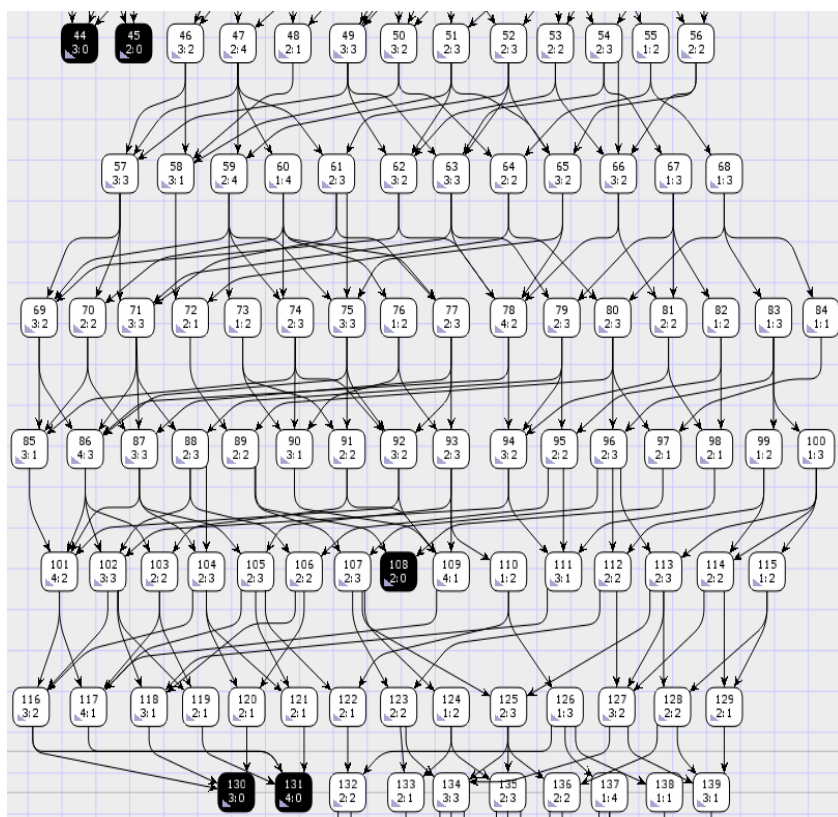


Рис. 2. Дерево достижимости сети Петри, часть 2

Тем самым будет показано, что возможен анализ любого участка дерева достижимости, если соблюдать при этом некоторые условия: нет возвратных взаимосвязей с более ранними состояниями. Если же такие связи всё же присутствуют, их стоит перенести в анализируемую часть.

Данный способ позволит анализировать наиболее критичные к ошибкам состояния сети и избежать анализа всего дерева достижимости.

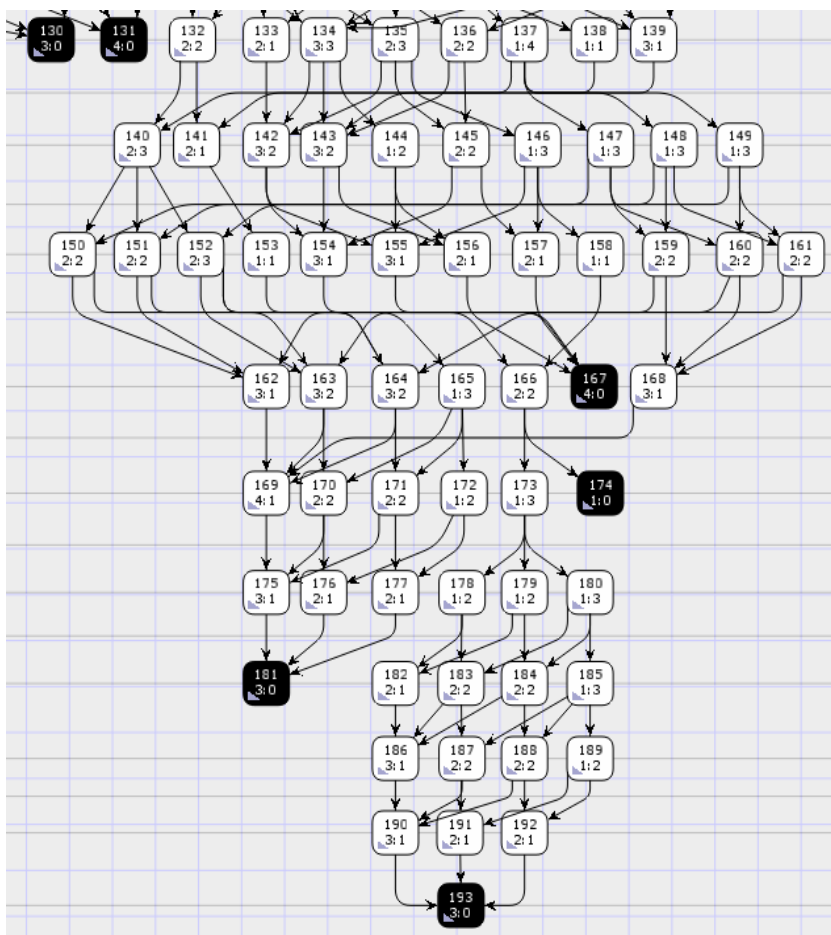


Рис. 2. Дерево достижимости сети Петри, часть 3

Анализ дерева достижимости показал, что сеть ограниченная и несохраняющая.

Свойства отдельных фрагментов дерева достижимости будут описаны единожды и для всех выделенных частей. Если какой-либо фрагмент будет отличаться свойствами от других, то они будут описаны сразу за ним.

## 2. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ И ОПИСАНИЕ РАЗЛИЧНЫХ ФРАГМЕНТОВ ДЕРЕВА ДОСТИЖИМОСТИ СЕТИ ПЕТРИ

Первый фрагмент дерева достижимости представлен на рис. 3.

Первое разделение осуществлялось по второму состоянию. В данном случае были достигнуты 44 и 45 маркировки сети, которые являются состояниями, завершающими работу системы.

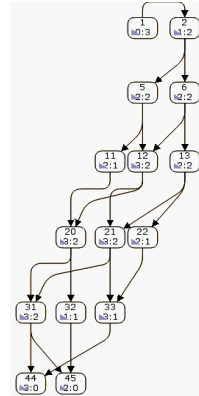


Рис. 3. Первый фрагмент дерева достижимости сети Петри

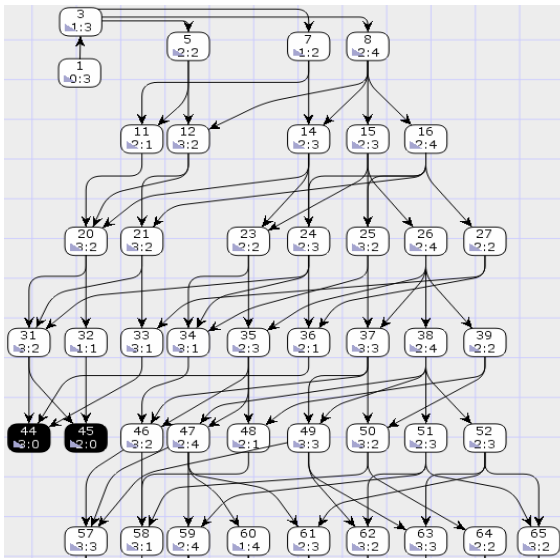


Рис. 4. Второй фрагмент дерева достижимости сети Петри, часть 1

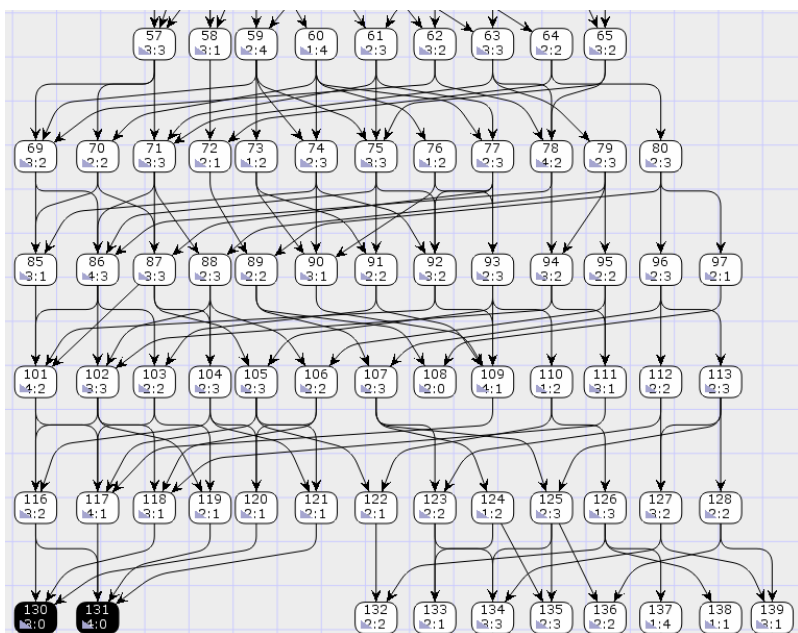
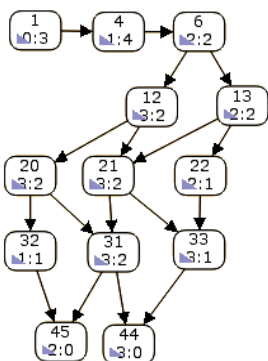


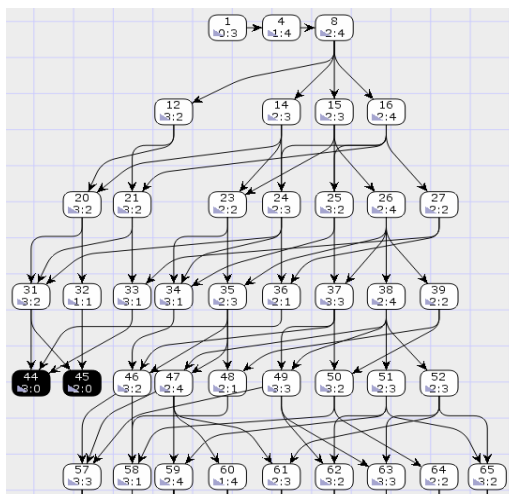
Рис. 4. Второй фрагмент дерева достижимости сети Петри, часть 2

Данная часть показывает ветку, начинающуюся с состояния три, и его последующие состояния с выходными состояниями 44, 45, 130, 131 (рис. 4).

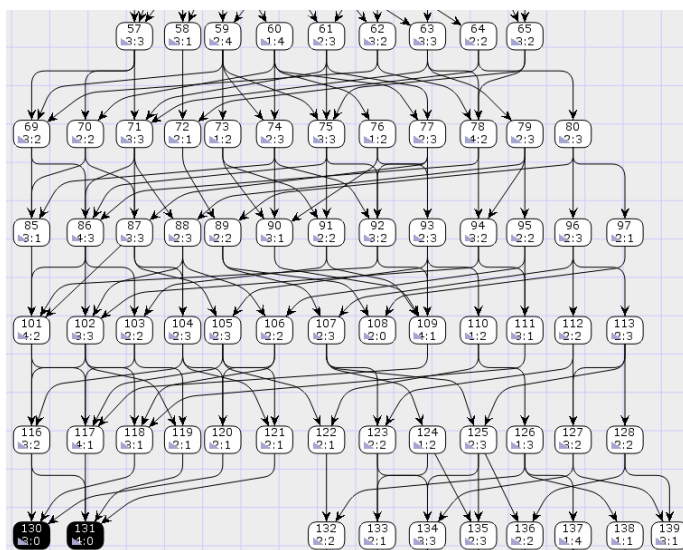


Данная часть дерева показывает последующие состояния после 4 и 6 (рис. 5).

Рис. 5. Третий фрагмент дерева достижимости сети Петри



а



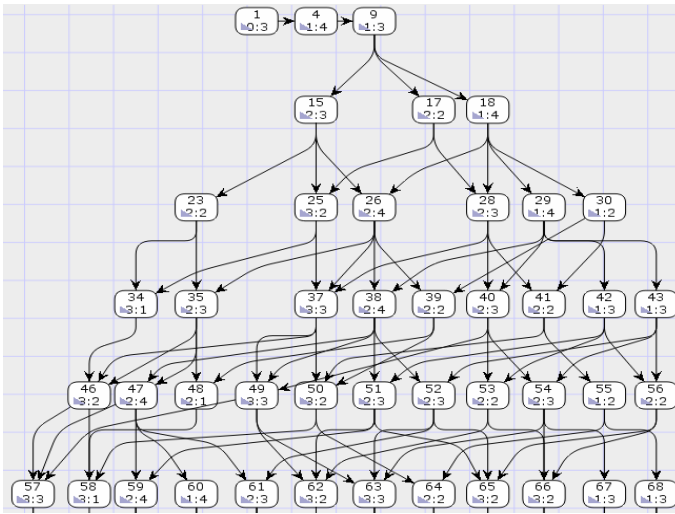
б

Рис. 6. Четвертый фрагмент дерева достижимости сети Петри:

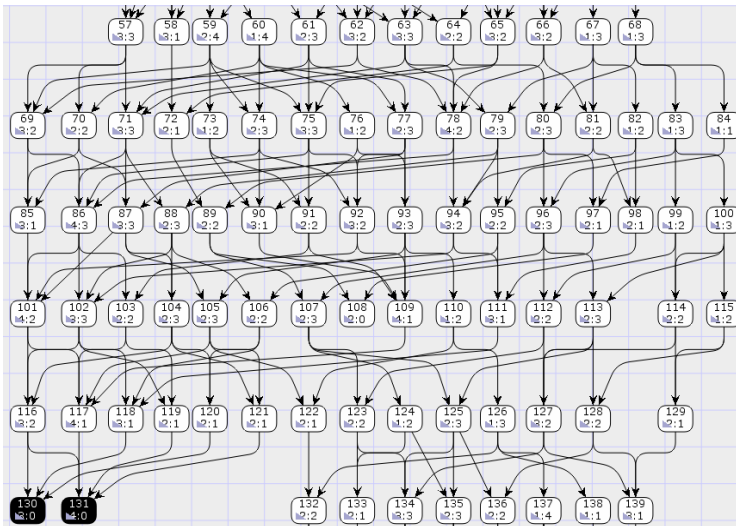
а – часть 1; б – часть 2

Данная часть дерева показывает последующие состояния после 4 и 8 (рис. 6).





a

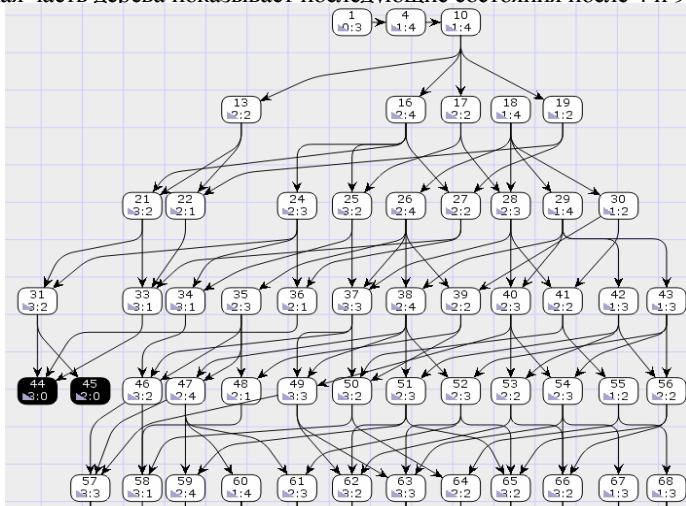
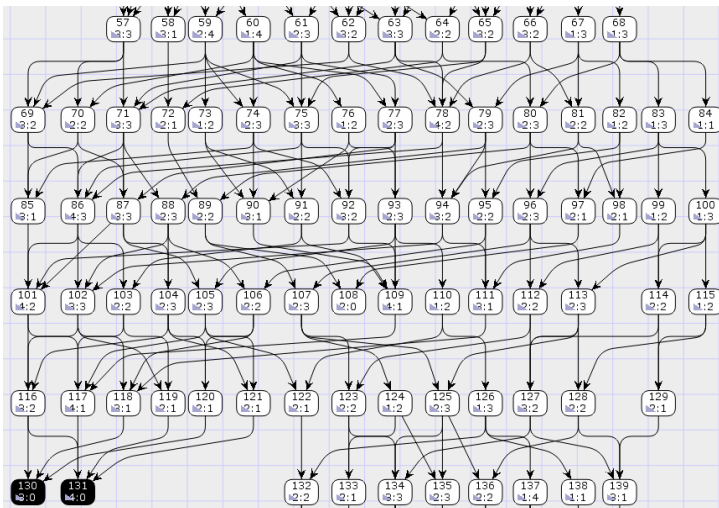


b

Рис. 7. Пятый фрагмент дерева достижимости сети Петри:

a – часть 1; б – часть 2

Данная часть дерева показывает последующие состояния после 4 и 9 (рис. 7).

 $a$ 

6

Рис. 8. Шестой фрагмент дерева достижимости сети Петри:

$a$  – часть 1;  $b$  – часть 2

Данная часть дерева показывает последующие состояния после 4 и 10 (рис. 8).

Отличия у выбранных ранее незакончившихся частей заканчиваются с состояний 132–139.

Далее на рис. 9–16 показаны части дерева достижимости с состояний 132 по 139 соответственно.

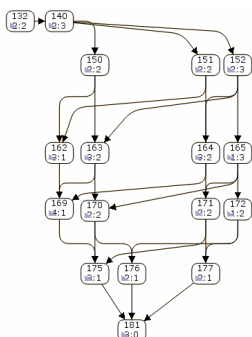


Рис. 9. Седьмой фрагмент дерева достижимости сети Петри

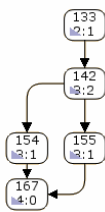


Рис. 10. Восьмой фрагмент дерева достижимости сети Петри

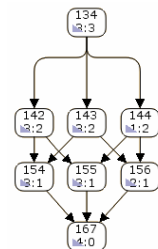


Рис. 11. Девятый фрагмент дерева достижимости сети Петри

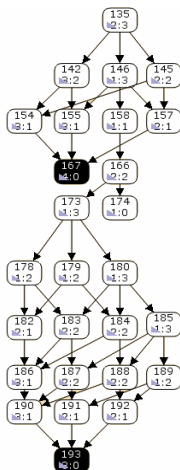


Рис. 12. Десятый фрагмент дерева достижимости сети

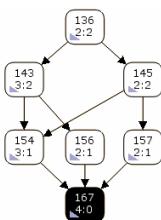


Рис. 13. Одиннадцатый фрагмент дерева

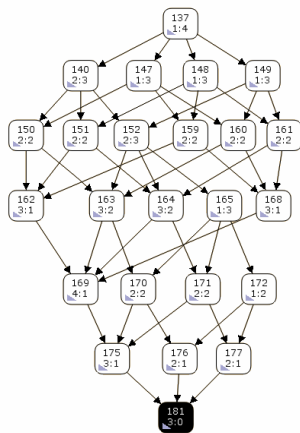


Рис. 14. Двенадцатый фрагмент дерева достижимости

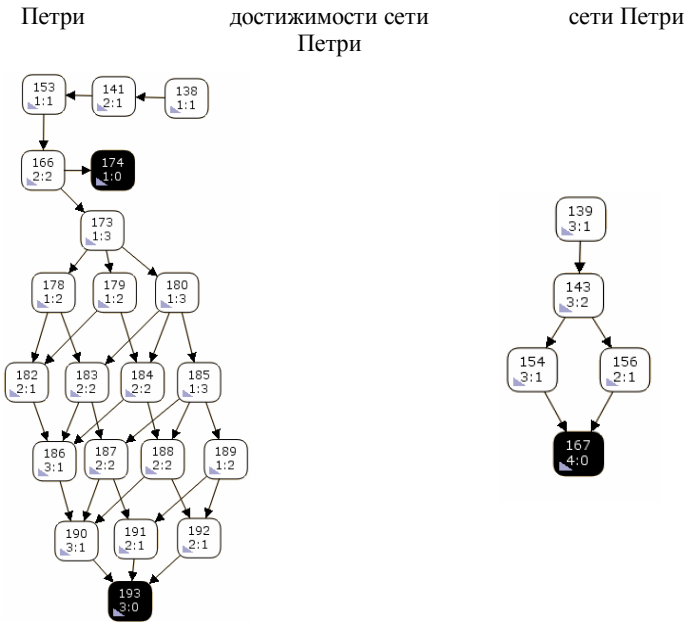


Рис. 15. Тринадцатый фрагмент дерева достижимости сети Петри

Рис. 16. Четырнадцатый фрагмент дерева достижимости сети Петри

После разбиения дерева достижимости отдельные участки становятся отдельными деревьями. Полученные результаты можно сравнить на примере разбиения сети на иерархии и оценки получившихся сетей по отдельности [13, 15]. Это позволяет анализировать отдельные участки, не опасаясь возможности наличия ошибок в общем дереве и сети в целом.

### 3. НАХОЖДЕНИЕ ПРЕДЕЛА РОСТА ПРОСТРАНСТВА СОСТОЯНИЙ МОДЕЛИРУЕМОЙ СРЕДЫ CPN TOOLS (VERSION 3.4.0)

Для нахождения предела расширения пространства состояний пакета CPN Tools (version 3.4.0) сеть, представленная на рис. 1, была расширена местами, переходами и метками (рис. 17). После чего следует анализ динамики роста пространства состояний при увеличении времени на анализ.

Динамика роста пространства состояний представлена в табличном (табл. 1) и графическом виде (рис. 18).

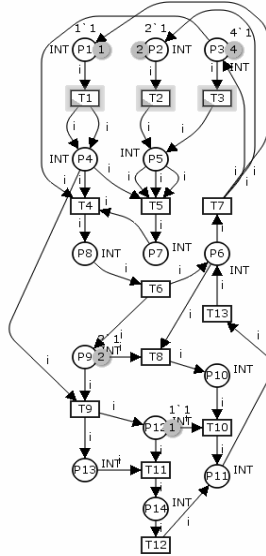


Рис. 17. Усложненная сеть Петри

Таблица 1

**Динамика роста пространства состояний**

Seconds (se)	Nodes (n)	Arcs (a)
5	6320	19770
15	12659	41867
25	17169	58037
50	26033	91179
100	39908	144222
150	51509	189664
200	61509	229050
300	78898	298551
400	93917	358730
500	107561	413878
600	119299	461739
800	140386	547563

1000	159718	626898
1200	173431	682913
1600	200017	792542
2000	223053	887683

Окончание табл. 1

Seconds (se)	Nodes (n)	Arcs (a)
2400	244008	974603
2800	264372	1059026
3200	282966	1136296
3600	295487	1188236
4000	307087	1236799
4100	320948	1294341

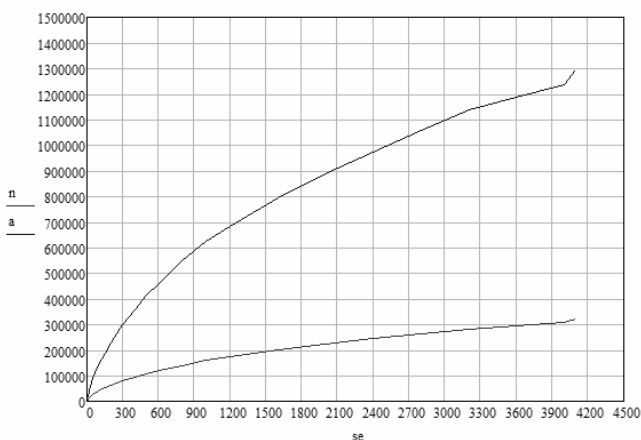


Рис. 18. График динамики роста пространства состояний

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В более ранних работах [13, 15] приводились разные способы анализа громоздких деревьев достижимости: разбиение сети по возможным сценариям работы системы, а также преобразование простой сети Петри в иерархическую. Работоспособность предложенных методов приведена в работах [13, 15].

Данный способ предполагает выделение критичных участков дерева достижимости и их анализа. При анализе полученных частей в отдельности от общего дерева достижимости сохраняется обнаружение и оценка всех свойств, присущих общему дереву достижимости. А именно: число фишек в любой позиции не превышает четырёх, следовательно сеть ограничена; система является несохраняющей, так как во время работы появляются новые и исчезают старые метки. После построения дерева достижимости можно с уверенностью сказать, что любое состояние является достижимым.

Во время моделирования системы и работы над данным материалом возник вопрос: возможен ли анализ сети Петри без потери возможности проверить все свойства и их правдивости с любого выбранного разработчиком состояния системы? Единственным препятствием для данного способа будет проверка достижимости этого состояния. Но для каждой системы, для любого состояния известно, при каких обстоятельствах оно получилось. Тем самым становится известно состояние или состояния, из которых получилась данная маркировка. Если возможно проследить до начального состояния, то достижимость выбранной маркировки доказана. Данный способ анализа будет более подробно изучен и описан в последующих работах.

[1] *Питерсон Дж.* Теория сетей Петри и моделирование: пер. с англ. / Дж. Питерсон. – М.: Мир, 1984.

[2] *Воевода А.А.* О компактном представлении языков раскрашенных сетей Петри / А.А. Воевода, Д.О. Романников // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2008. – № 3(53). – С. 105–108.

[3] *Воевода А.А.* О компактном представлении языков сетей Петри: сети с условиями и временные сети / А.А. Воевода, А.В. Марков // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2010. – № 2(60). – С. 77–83.

[4] *Коротиков С.В.* Применение сетей Петри в разработке программного обеспечения центров дистанционного контроля и управления: дис. ... канд. техн. наук / С.В. Коротиков. – Новосибирск: НГТУ, 2007.

[5] *Марков А.В.* Моделирование процесса поиска пути в лабиринте при помощи сетей Петри / А.В. Марков // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2010. – № 4(62). – С. 133–141.

[6] *Романников Д.О.* Обзор работ посвященным разработке ПО с использованием UML и сетей Петри / Д.О. Романников, А.В. Марков, И.В. Зимаев // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2011. – №1 (63). – С. 91–104.

[7] *Марков А.В.* Моделирование процесса поиска пути в лабиринте при помощи сетей Петри для системы из двух связанных звеньев / А.В. Марков, А.А. Воевода // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2011. – № 3(65). – С. 95–104.

[8] *Марков А.В.* Поиск манипулятором кратчайшего пути в лабиринте / А.В. Марков // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2011. – № 4(66). – С. 75–91.

[9] *Романников Д.О.* Пример применения методики разработки ПО с использованием UML-диаграмм и сетей Петри / Д.О. Романников, А.В. Марков // Научный вестник НГТУ. – 2012. – № 1(67). – С. 175–181.

[10] *Романников Д.О.* Разработка программного обеспечения с применением UML диаграмм и сетей Петри для систем управления локальным оборудованием: дис. ... канд. техн. наук / Д.О. Романников. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2012.

[11] *Воевода А.А.* Рекурсия в сетях Петри / А.А. Воевода, А.В. Марков // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2012. – № 3(69). – С. 115–122.

[12] *Воевода А.А.* Понятие рекурсии в сетях Петри: факториал числа, числа Фибоначчи / А.А. Воевода, А.В. Марков // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2013. – № 1(71). – С. 72–77.

[13] *Марков А.В.* Анализ сетей Петри при помощи деревьев достижимости / А.В. Марков, А.А. Воевода // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2013. – № 1(71). – С. 78–95.

[14] *Марков А.В.* Разработка программного обеспечения при совместном использовании UML-диаграмм и сетей Петри (обзор) / А.В. Марков // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2013. – № 1(71). – С. 96–131.

[15] *Марков А.В.* Анализ иерархических сетей Петри / А.В. Марков, А.А. Воевода // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 2013. – **в печати**.

[16] *Марков А.В.* Развитие системы «Перемещение манипулятора в пространстве с препятствиями» при помощи рекурсивных функций / А.В. Марков, А.А. Воевода // Автоматика и программная инженерия. – 2013. – № 2(4). – С. 35–41.

[17] *Марков А.В.* Матричное представление сетей Петри / А.В. Марков // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2013. – № 2(71). – С. 61–67.

[18] *Воевода А.А.* Применение UML диаграмм и сетей Петри при разработке встраиваемого программного обеспечения / А.А. Воевода, Д.О. Романников // Научный вестник НГТУ. – 2009. – № 4(37). – С. 169–174.

[19] *Воевода А.А.* Редуцирование пространства состояний сети Петри для объектов из одного класса / А.А. Воевода, Д.О. Романников // Научный вестник НГТУ. – 2011. – № 4(45). – С. 146–150.



[20] *Воевода А.А.* О модификации полного покрывающего дерева и графа разметок сети Петри / А.А. Воевода, С.В. Коротиков // Научный вестник НГТУ. – 2005. – № 1(19). – С. 171–172.

[21] *Коротиков С.В.* Применение сетей Петри в разработке программного обеспечения центров дистанционного управления и контроля / С.В. Коротиков, А.А. Воевода // Научный вестник НГТУ. – 2007. – № 4(29). – С. 16–30.

**Марков Александр Владимирович** – аспирант кафедры автоматики Новосибирского государственного технического университета. Основные направления научных исследований – исследование свойств сетей Петри и UML-диаграмм. Имеет более 15 публикаций. E-mail: muviton3@gmail.com

**A.V. Markov**

### **Analysis of individual pieces of wood reachability Petri nets**

In this paper, a method of analysis of Petri net reachability tree arbitrary individual parts. Describes the ability of the method and choice of parts for the follow-up inspection of any part of the tree attainability compliance of certain conditions: no return links to earlier states. If such bonds are present, they should be moved to the analyzed part.

**Key words:** Petri nets, reachability tree, state space, limitations, keeping.