УДК 004.05

Исследование алгоритмов работы информационной системы с использованием математического аппарата сетей Петри

Д. А. Корнев[1], *Е. Ю. Логинова*[1, 2]
[1]*Московский государственный университет путей сообщения*
127994, ГСП-4, Москва, ул. Образцова, 15

[2]*Московский технологический институт,*
119334, Москва, Ленинский проспект, 38А,
e-mail: da.kornev@gmail.com, ejy-loginova@mail.ru

Аннотация. Предложена математическая модель для исследования функционирования информационной системы с использованием математического аппарата расширенных сетей Петри. Приведены результаты моделирования работы аппаратных ресурсов как дискретной динамической системы.
Ключевые слова: динамическое моделирование, математический аппарат сетей Петри, информационные системы.

В настоящее время одной из актуальных тем является исследование динамических процессов, протекающих в информационных системах. С целью успешного использования ресурсов информационных систем необходимо решить задачу эффективного распределения доступных аппаратных средств.

Разработка алгоритмов эффективного управления ресурсами может выполняться на базе ее математической модели, которая должна адекватно отображать процессы управления и распределения ресурсов с учетом случайного характера параметров решаемой задачи. Для анализа динамических процессов распределения ресурсов информационной системы целесообразно использовать математический аппарат сетей Петри. Этот аппарат позволяет объединить преимущества графового представления системы и дискретной динамической модели, рассчитывать количественные показатели ее работы, которые характеризуются параллельными и асинхронными процессами. Аппарат сетей Петри может быть с успехом использован и для определения эффективности работы корпоративной ИС.

Моделирование в терминах сетей Петри осуществляется на событийном уровне. Переходы отображают действия, происходящие в системе, а позиции — состояния, предшествующие этим действиям, и состояния, принимаемые системой после выполнения действия. Анализ результатов моделирования позволяет определить динамическое состояние системы при любых алгоритмах управления и выполняемых процедурах.

Рассмотрим информационную систему (ИС), созданную на базе доступных аппаратных ресурсов, операционной системы (ОС) и множества процессов (ПР). Обобщенные доступные ресурсы аппаратного обеспечения (объем оперативной памяти, тактовая частота процессора, емкость, количество операций ввода-вывода в секунду и время обращения к жесткому диску) позволяют одновременно функционировать пяти ПР (SRC = 5). Связь ПР с аппаратным обеспечением и отдельных ПР между собой осуществляется через ОС, которая обеспечивает распределение ресурсов системы между всеми ПР. В конечном итоге, именно ОС определяет эффективность работы ПР на доступном аппаратном обеспечении.

Для исследования работы этой системы разработана ее динамическая модель в терминах сетей Петри, которая определяется совокупностью объектов (рис. 1) [1–3]:

$$\Pi = \{P, T, I, O, \mu\}, \tag{1}$$

где $P = \{p_1, p_2, \ldots, p_i, \ldots, p_n\}$ — непустое конечное множество позиций; $T = \{t_1, t_2, \ldots, t_j, \ldots, t_m\}$ — непустое конечное множество переходов; I — входная функция переходов, определяющая кратность входных дуг переходов $I(t_j)$; O — выходная функция переходов, определяющая кратность выходных дуг переходов $O(t_j)$; μ — вектор маркировки.

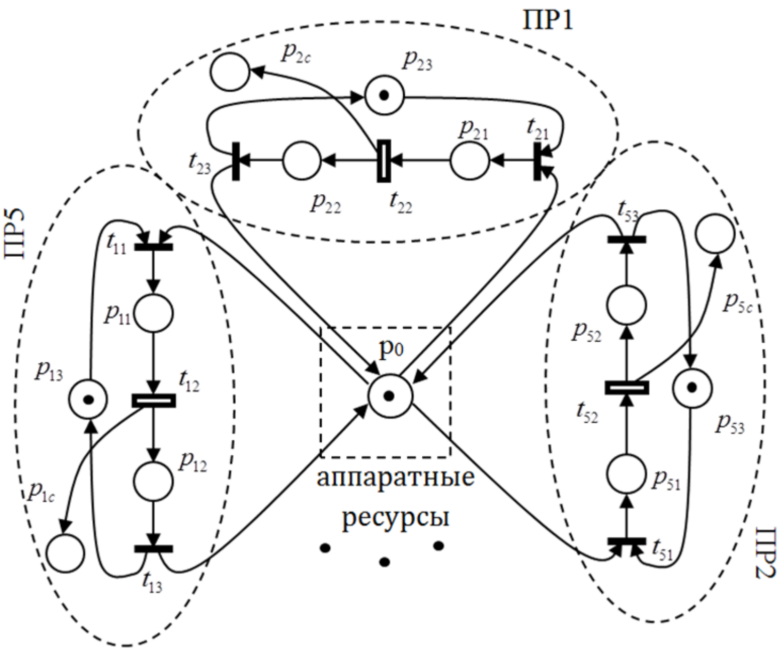

Рисунок 1. Функционирование ИС в терминах сети Петри

Функции входа и выхода определяются отображением бинарного произведения множества переходов и множества позиций на множество $\{0,1\}$:

$$I:\ T \times P \to \{0,1\};$$

$$O:\ T \times P \to \{0,1\}.$$

Маркировка сети определяется отображением множества позиций на множество натуральных чисел N:

$$\mu:\ P \to N.$$

Графически, в терминах расширенных сетей Петри, модель ИС представляется как двудольный ориентированный маркированный граф, состоящий из вершин двух типов — позиций и переходов, соединенных между собой дугами.

Моделирование маршрутов в маркированном графе сетей Петри должно удовлетворять условиям:

$$\left|I(p_i)\right| = \left|\left\{t_j \mid p_i \in O(t_j)\right\}\right| = 1;$$

$$\left|O(p_i)\right| = \left|\left\{t_j \mid p_i \in I(t_j)\right\}\right| = 1,$$

где $\{t_j \mid p_i \in O(t_j)\}$ — множество переходов, для которых p_i является выходом; $\{t_j \mid p_i \in I(t_j)\}$ — множество переходов, для которых p_i является входом.

Разрешение на выполнение перехода $t_i \in T$ определяется условием [1, 2]

$$t_j{:}\,\mu(p_i) \ge \#\big(p_i, I(t_j)\big), \tag{2}$$

для всех $p_i \in P$, где $(p_i, I(t_j))$ — кратность входной позиции p_i для перехода t_j; т. е. переход t_j разрешен при некоторой маркировке $\mu(p_i)$, если позиция $p_i \in P$ имеет разметку, не меньшую, чем кратность дуги, соединяющей p_i и t_j.

Результатом выполнения разрешенного перехода $t_i \in T$ является новая маркировка μ':

$$\mu'(p_i) = \mu(p_i) - \#\big(p_i, I(t_j)\big) + \#\big(p_i, O(t_j)\big). \tag{3}$$

С учетом изложенного, модель функционирования ИС с SRC = 5, представленная в терминах сетей Петри, содержит 21 позицию и 15 переходов:

$$P = \left\{p_0, p_{11}, p_{12}, p_{13}, p_{1c}, p_{21}, \ldots, p_{gl}, \ldots, p_{53}, p_{5c}\right\};$$

$$T = \left\{t_{11}, t_{12}, t_{13}, t_{21}, \ldots, t_{gf}, \ldots, t_{52}, t_{53}\right\}.$$

Элементами множества позиций P являются: p_0 — разделяемая среда (ресурс системы); $p_{11} - p_{13}$, $p_{21} - p_{23}$, $p_{31} - p_{33}$, $p_{41} - p_{43}$, $p_{51} - p_{53}$ — состояние ПР 1–5; (p_{11}, p_{21}, p_{31}, p_{41}, p_{51} — предоставление ресурсов ПР 1–5; $p_{12}, p_{22}, p_{32}, p_{42}, p_{52}$ —

освобождение ресурсов ПР 1–5; $p_{13}, p_{23}, p_{33}, p_{43}, p_{53}$ — ожидание ресурсов ПР 1–5); $p_{1c}, p_{2c}, p_{3c}, p_{4c}, p_{5c}$ — счетчики операций.

Элементами множества позиций T являются: $t_{11}-t_{13}$, $t_{21}-t_{23}$, $t_{31}-t_{33}$, $t_{41}-t_{43}$, $t_{51}-t_{53}$ — процессы распределения ресурсов аппаратного обеспечения и формирования запросов ПР 1–5 (t_{11}, t_{21}, t_{31}, t_{41}, t_{51} — выделение ресурсов ПР 1–5; t_{12}, t_{22}, t_{32}, t_{42}, t_{52} — работа с предоставленными ресурсами ПР 1–5; t_{13}, t_{23}, t_{33}, t_{43}, t_{53} — возвращение ресурсов ПР 1–5 системе).

Процесс динамического моделирования работы ИС определяется срабатыванием переходов и изменением маркировки позиций в соответствии с (2) и (3): при срабатывании перехода изменяется маркировка его входной и выходной позиций. Таким образом, для ИС с ресурсом SRC = 5 динамическая модель состояний при полном использовании ресурса (функционировании пяти ПР) определится системой уравнений [4]:

$$\begin{aligned}
\mu'(p_0) = \mu(p_0) &+ 1\big(\#(p_0, I(t_{13})) = 1\big) + 1\big(\#(p_0, I(t_{23})) = 1\big) + 1\big(\#(p_0, I(t_{33})) = 1\big) + \\
&+ 1\big(\#(p_0, I(t_{43})) = 1\big) + 1\big(\#(p_0, I(t_{53})) = 1\big) - 1\big(\#(p_0, O(t_{11})) = 1\big) - \\
&- 1\big(\#(p_0, O(t_{21})) = 1\big) - 1\big(\#(p_0, O(t_{31})) = 1\big) - 1\big(\#(p_0, O(t_{41})) = 1\big) - \\
&- 1\big(\#(p_0, O(t_{51})) = 1\big);
\end{aligned}$$

$$t_{11}\text{:}\ \mu(p_0) \ge \#\big(p_0, I(t_{11})\big)\ и\ \mu(p_{13}) \ge \#\big(p_{13}, I(t_{11})\big);$$

$$\mu'(p_{11}) = \mu(p_{11}) + 1\big(\#(p_{11}, I(t_{11})) = 1\big) - 1\big(\#(p_{11}, O(t_{12})) = 1\big);$$

$$t_{12}\text{:}\ \mu(p_{11}) \ge \#\big(p_{11}, I(t_{12})\big);$$

$$\mu'(p_{12}) = \mu(p_{12}) + 1\big(\#(p_{12}, I(t_{12})) = 1\big) - 1\big(\#(p_{12}, O(t_{13})) = 1\big);$$

$$t_{13}: \mu(p_{12}) \ge \#\big(p_{12}, I(t_{13})\big);$$

$$\mu'(p_{13}) = \mu(p_{13}) + 1\big(\#(p_{13}, I(t_{13})) = 1\big) - 1\big(\#(p_{13}, O(t_{11})) = 1\big);$$

$$\mu'(p_{1c}) = \mu(p_{1c}) + 1\big(\#(p_{1c}, I(t_{12})) = 1\big);$$

$$t_{21}: \mu(p_0) \ge \#\big(p_0, I(t_{21})\big)\ и\ \mu(p_{23}) \ge \#\big(p_{23}, I(t_{21})\big);$$

$$\mu'(p_{21}) = \mu(p_{21}) + 1\big(\#(p_{21}, I(t_{21})) = 1\big) - 1\big(\#(p_{21}, O(t_{22})) = 1\big);$$

$$t_{22}: \mu(p_{21}) \ge \#\big(p_{21}, I(t_{22})\big);$$

$$\mu'(p_{22}) = \mu(p_{22}) + 1\big(\#(p_{22}, I(t_{22})) = 1\big) - 1\big(\#(p_{22}, O(t_{23})) = 1\big);$$

$$t_{23}: \mu(p_{22}) \ge \#\big(p_{22}, I(t_{23})\big);$$

$$\mu'(p_{23}) = \mu(p_{23}) + 1\left(\#\left(p_{23}, I(t_{23})\right) = 1\right) - 1\left(\#\left(p_{23}, O(t_{21})\right) = 1\right);$$

$$\mu'(p_{2c}) = \mu(p_{2c}) + 1\left(\#\left(p_{2c}, I(t_{22})\right) = 1\right);$$

$$t_{31} : \mu(p_0) \geq \#\left(p_0, I(t_{31})\right) u\, \mu(p_{33}) \geq \#\left(p_{33}, I(t_{31})\right);$$

$$\mu'(p_{31}) = \mu(p_{31}) + 1\left(\#\left(p_{31}, I(t_{31})\right) = 1\right) - 1\left(\#\left(p_{31}, O(t_{32})\right) = 1\right);$$

$$t_{32} : \mu(p_{31}) \geq \#\left(p_{31}, I(t_{32})\right);$$

$$\mu'(p_{31}) = \mu(p_{31}) + 1\left(\#\left(p_{31}, I(t_{31})\right) = 1\right) - 1\left(\#\left(p_{31}, O(t_{32})\right) = 1\right);$$

$$t_{32} : \mu(p_{31}) \geq \#\left(p_{31}, I(t_{32})\right);$$

$$\mu'(p_{32}) = \mu(p_{32}) + 1\left(\#\left(p_{32}, I(t_{32})\right) = 1\right) - 1\left(\#\left(p_{32}, O(t_{33})\right) = 1\right);$$

$$t_{33} : \mu(p_{32}) \geq \#\left(p_{32}, I(t_{33})\right);$$

$$\mu'(p_{33}) = \mu(p_{33}) + 1\left(\#\left(p_{33}, I(t_{33})\right) = 1\right) - 1\left(\#\left(p_{33}, O(t_{31})\right) = 1\right);$$

$$\mu'(p_{3c}) = \mu(p_{3c}) + 1\left(\#\left(p_{3c}, I(t_{32})\right) = 1\right);$$

$$t_{41} : \mu(p_0) \geq \#\left(p_0, I(t_{41})\right) u\, \mu(p_{43}) \geq \#\left(p_{43}, I(t_{41})\right);$$

$$\mu'(p_{41}) = \mu(p_{41}) + 1\left(\#\left(p_{41}, I(t_{41})\right) = 1\right) - 1\left(\#\left(p_{41}, O(t_{42})\right) = 1\right);$$

$$t_{42} : \mu(p_{41}) \geq \#\left(p_{41}, I(t_{42})\right);$$

$$\mu'(p_{42}) = \mu(p_{42}) + 1\left(\#\left(p_{42}, I(t_{42})\right) = 1\right) - 1\left(\#\left(p_{42}, O(t_{43})\right) = 1\right);$$

$$t_{43} : \mu(p_{42}) \geq \#\left(p_{42}, I(t_{43})\right);$$

$$\mu'(p_{43}) = \mu(p_{43}) + 1\left(\#\left(p_{43}, I(t_{43})\right) = 1\right) - 1\left(\#\left(p_{43}, O(t_{41})\right) = 1\right);$$

$$\mu'(p_{4c}) = \mu(p_{4c}) + 1\left(\#\left(p_{4c}, I(t_{42})\right) = 1\right);$$

$$t_{51} : \mu(p_0) \geq \#\left(p_0, I(t_{51})\right) u\, \mu(p_{53}) \geq \#\left(p_{53}, I(t_{51})\right);$$

$$\mu'(p_{51}) = \mu(p_{51}) + 1\left(\#\left(p_{51}, I(t_{51})\right) = 1\right) - 1\left(\#\left(p_{51}, O(t_{52})\right) = 1\right);$$

$$t_{52} : \mu(p_{51}) \geq \#\left(p_{51}, I(t_{52})\right);$$

$$\mu'(p_{52}) = \mu(p_{52}) + 1\left(\#\left(p_{52}, I(t_{52})\right) = 1\right) - 1\left(\#\left(p_{52}, O(t_{53})\right) = 1\right);$$

$$t_{53} : \mu(p_{52}) \geq \#\left(p_{52}, I(t_{53})\right);$$

$$\mu'(p_{53}) = \mu(p_{53}) + 1\left(\#\left(p_{53}, I(t_{53})\right) = 1\right) - 1\left(\#\left(p_{53}, O(t_{51})\right) = 1\right);$$

$$\mu'(p_{5c}) = \mu(p_{5c}) + 1\left(\#\left(p_{5c}, I(t_{52})\right) = 1\right).$$

Алгоритм моделирования динамических процессов в ИС в терминах сетей Петри представлен на рис. 2. Разработанная программа расчетов процессов ИС базируется на объектно-ориентированном подходе, для чего были созданы специализированные классы, описывающие состояния, переходы, дуги и функционирование сетей Петри в целом.

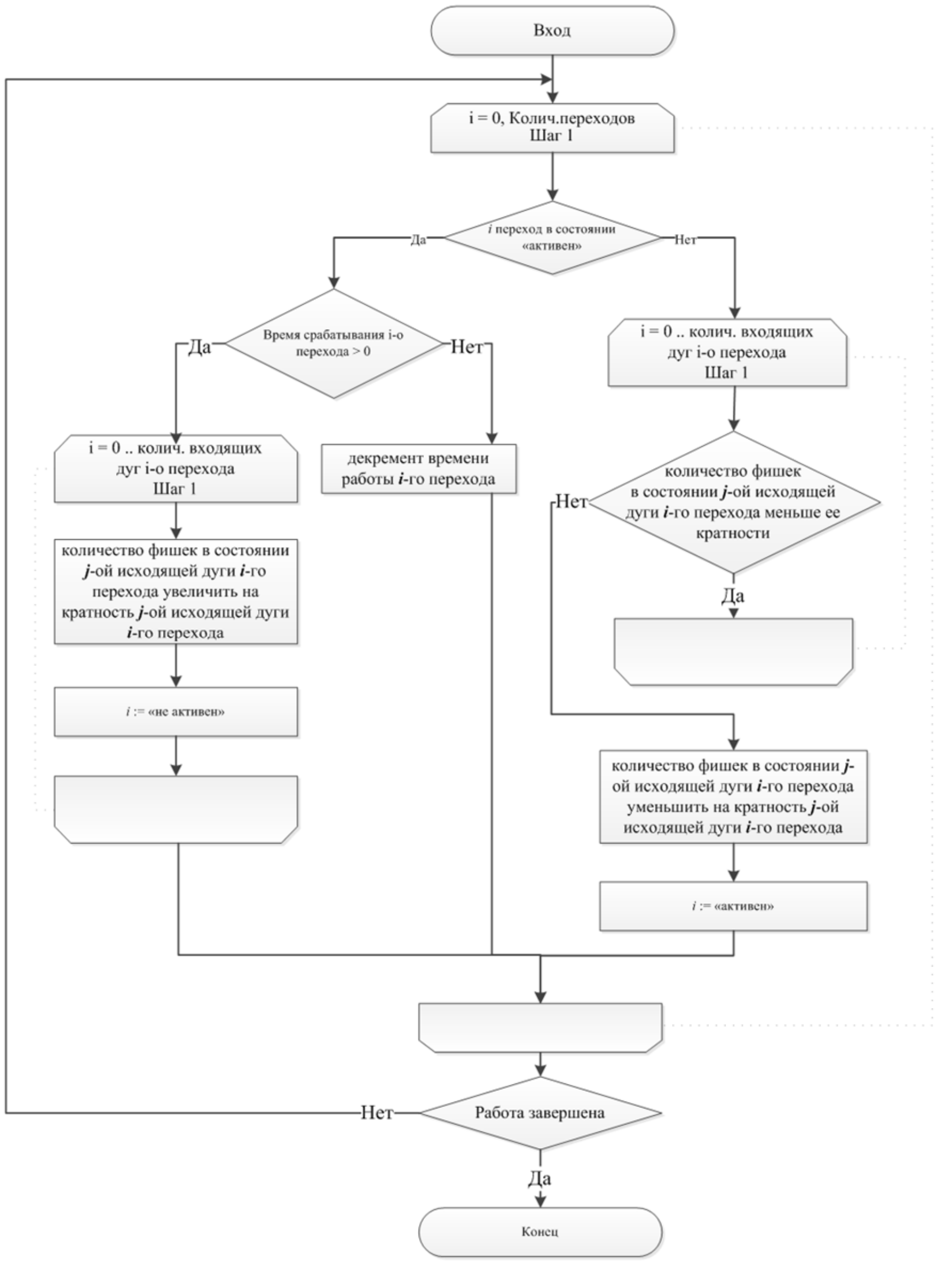

Рисунок 2. Блок-схема алгоритма моделирования работы ИС в терминах сетей Петри

Применительно ко всей ИС с SRC = 5 и пятью ПР ее работа имеет вид, представленный на рис. 3.

При моделировании учитывалось, что в реальных условиях ИС работает со случайным характером загрузки. В разработанной программе это условие было реализовано с использованием генератора случайных чисел, который задавал время предоставления ресурса системы каждому ПР: алгоритмом моделирования выполнялось дискретное разбиение временной оси τ и задавалось распределение количества событий λ на каждом промежутке времени $\Delta\tau$ в предположении, что λ и τ являются независимыми величинами, т. е. работа ПР рассматривалась как случайный марковский процесс с пуассоновским потоком событий с интенсивностью $\lambda = \lambda(\tau)$ (рис. 3).

Из результатов моделирования, представленных на диаграммах рис. 3, видно, что поскольку продолжительность предоставления ресурсов ИС является случайной величиной, запросы на предоставление ресурса от ИС поступают хаотично, время их работы с ресурсом, в соответствии с алгоритмом работы генератора случайных чисел, меняется по дискретному закону распределения.

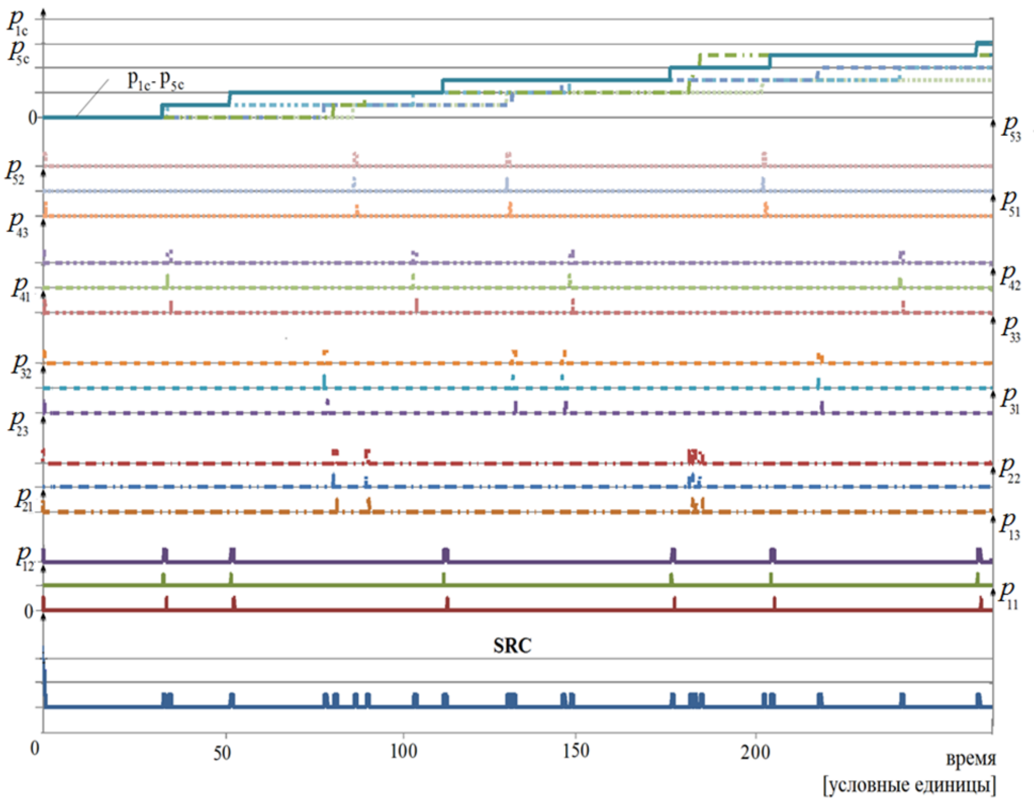

Рисунок 3. Динамический процесс работы ИС с SRC = 5 и пятью ПР при случайном времени использования ресурса

Cloud of Science. 2014. T. 1. № 2

Таким образом, анализ процессов распределения ресурсов в ИС, полученных путем моделирования, соответствует работе реальной системы, а логические связи состояний и переходов системы соответствуют процессам взаимодействия отдельных ПР с ресурсом. Если ресурсов ИС достаточно только для работы одного ПР, то второй ПР всегда находится в состоянии ожидания, пока ресурс не освободится; и только после этого ресурс становится доступен для второго ПР. При этом ресурс ИС используется непрерывно. В случае, когда ресурсов достаточно для функционирования пяти ПР, они могут работать непрерывно и независимо друг от друга, что получено при моделировании ИС.

Таким образом, полученные результаты показали, что разработана динамическая модель ИС в терминах сети Петри, которая адекватно отражает работу реальной системы, что позволяет использовать ее для моделирования процессов в ИС и определять рациональную загрузку.

Литература

[1] *Котов В. Е.* Сети Петри. — М. : Наука : Гл. ред. физ.-мат. лит., 1984.

[2] *Лескин А. А., Мальцев П. А., Спиридонов А.М.* Сети Петри в моделировании и управлении. — Л .: Наука, 1989.

[3] *Наумов В. С.* Использование сетей Петри при моделировании процесса транспортно-экспедиционного обслуживания // Автомобильный транспорт. 2009. № 24. С.120–124.

[4] *Корнев Д. А.* Моделирование динамического состояния виртуальной инфраструктуры с использованием сетей Петри // Программная инженерия. 2014. № 5. С. 14–19.

Авторы:

Корнев Дмитрий Александрович, аспирант кафедры информационных технологий Московского государственного университета путей сообщения

Логинова Елена Юрьевна, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры энергетики Московского технологического института

Investigation of Algorithms for the Information System with the Use of Petri Mathematical Networks

D. A. Korneev, E. Yu. Loginova
Moscow State University of Railway Engeneering
15, Obraztsova Street, GSP-4, Moscow, 127994

Moscow Technological Institute,
38A, Leninckiy pr., Moscow, 119334

Abstract. The article proposes a mathematical model for the study of the functioning of the information system using the mathematical formalism of extended Petri networks. The results of simulation shows hardware resources as a discrete dynamical system.

Keywords: dynamic modeling, mathematical formalism of Petri nets, Information Systems.

Reference

[1] *Kotov V. E.* (1984) Seti Petri. Moscow, Nauka Gl. red. fiz.-mat. lit. (rus)

[2] *Leskin A. A., Malcev P. A., Spiridonov A.M.* (1989) Seti Petri v modelirovanii i upravlenii. Leningrad, Nauka. (rus)

[3] *Naumov V. S.* (2009) Ispolzovanie setej Petri pri modelirovanii processa trans-portno-jekspedicionnogo obsluzhivanija. *Avtomobilny transport*, 24, 120–124.

[4] *Kornev D. A.* (2014) Modelirovanie dinamicheskogo sostojanija virtual'noj infrastruktury s ispol'zovaniem setej Petri. *Programmnaja inzhenerija*, 5, 14–19.