DOI: 10.17117/na.2017.03.03.068 **http://ucom.ru/doc/na.2017.03.03.068.pdf**
Поступила (Received): 28.03.2017

Димитриев А.П.
Моделирование изменений в расписании занятий и оценивания его качества

Dimitriev A.P.
Simulation of changes in a training schedule and evaluation of its quality

В основе имитационной модели расписания учебных занятий лежит таблица и объекты, каждый из которых располагается в отдельной строке таблицы. Разработана модель данной таблицы, которая основана на раскрашенных сетях Петри. Предлагаемая модель связана с примером, в котором используется три объекта и пять временных интервалов для их размещения. Моделируется вычисление целевой функции и перемещения объектов

Ключевые слова: *сеть Петри, расписание учебных занятий, модель*

In the basis of the simulation model of training schedule is a table, and objects, each in a separate row of the table. Developed model of the table that bases at the colored Petri nets. Purposing model relates to an example where using three objects and the five time intervals to place them. It is modeling calculation of the objective function and moving objects

Key words: *Petri net, training schedule, model*

Димитриев Александр Петрович
Кандидат технических наук, доцент
Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова
г. Чебоксары, Московский пр., 15

Dimitriev Alexander Petrovich
Candidate of Technical Sciences, Associate Professor
Chuvash state university named I.N. Ulyanov
Cheboksary, Moskovskiy ave., 15

Имитационная модель расписания учебных занятий рассмотрена в [1, с. 2], [2, с. 396], [3, с. 68], [4, с. 325]. Для моделирования расписания занятий применены также раскрашенные сети Петри (СП) [5, с. 236], [6, с. 26].

Цель работы – объединить оба подхода к моделированию расписания занятий. Задачи: разработать СП для имитационной модели, осуществить анализ полученной СП.

За основу модели расписания учебных занятий взята таблица размерностью $m \times n$ и объекты, каждый из которых находится в отдельной строке таблицы. В таблице n строк, содержащих объекты, моделирующие расписания учебных групп. Объекты характеризуются, в частности, целочисленным параметром $\pi_i \in [0,\dots,m]$, где $i = 1, \dots, n$. Параметр π_i представляет собой количество ячеек таблицы, занимаемых объектом, и моделирует семестровый план i-й группы. В модели производится минимизация целевой функции, обозначаемой C.

Метками СП представим элементы объектов, выделив по одной позиции для моделирования каждой ячейки таблицы. Наличие метки соответствует пересечению объекта столбцом таблицы и моделирует проведение в соответствующее время одного учебного занятия с конкретной группой. Такие метки, моделирующие элементы объектов, будем называть основными.

При переходе к различным вариантам размещения, в соответствии с применяемым алгоритмом оптимизации, над объектами модели производятся операции циклических сдвигов вправо по строкам. При этом некоторые ячейки таблицы освобождаются и занимаются соседние в строке. Такие операции смоделируем при помощи переходов СП.

Смоделируем также вычисление целевой функции, воспользовавшись тем, что в имитационной модели значение этой функции равно сумме ее составляющих по столбцам таблицы. Для этого введем специальные метки, цель которых – независимо друг от друга собирать информацию о наличии основных меток по подмножествам позиций, соответствующим столбцам таблицы. Затем эта информация должна обрабатываться для принятия решения об изменении в расположении объектов.

Модель, основанная на раскрашенных СП, представленная в виде полинома [6, с. 57] выглядит следующим образом:

$$p_0\sum_{j=1}^{n} t_c^j (p_c^j)^{\pi_j} + \sum_{j=1}^{n} (p_d^j)^{\pi_j} t_d^j \; p_0 + p_0 \, t_0 \prod_{i=1}^{m} p_{a,i}^1 + \prod_{i=1}^{m} p_{a,i}^n \; p_f \, t_f \, p_0 \, p_f +$$

$$+\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} p_{b,i}^j t_{a,i}^j p_{a,i}^j p_d^j + \sum_{j=1}^{n-1}\sum_{i=1}^{n} p_{a,i}^j t_{e,i}^j p_{a,i}^{j+1} +$$

$$+\sum_{j=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{m-1} p_c^j p_{a,i}^j t_{b,i}^j p_{b,i+1}^{\;j} + p_c^j p_{a,m}^j t_{b,m}^j p_{b,1}^j\right),$$

где позиции, заключенные в скобки, возводятся в степень π_j, что означает кратности соответствующих дуг.

Параметры π_i определяют также исходное количество основных меток в подсетях. Пусть для примера $n = 3$, $m = 5$, $\pi_1=2$, $\pi_2=3$, $\pi_3=4$. Тогда начальная маркировка: $p_0(1)$, $p^1_{a,3}(1)$, $p^1_{a,4}(1)$, $p^2_{a,2}(1)$, $p^2_{a,3}(1)$, $p^2_{a,4}(1)$, $p^n_{a,1}(1)$, $p^n_{a,2}(1)$, $p^n_{a,4}(1)$, $p^n_{a,m}(1)$, $p_f(1)$. Наличие основной метки в $p^i_{a,j}$, где $i = 1, \ldots, n$, $j = 1, \ldots, m$, означает, что в j-е время проводится занятие у i-й группы.

Количество вышеуказанных циклических сдвигов определяется цветом метки в p_0. Метка в p_0 имеет два цвета: α – количество оставшихся сдвигов на единицу и β – номер объекта, для которого выполняется сдвиг. Правило данной раскрашенной сети: из переходов $t^1_c, \ldots, t^n_c$ возбужден тот, верхний индекс которого равен цвету β метки в p_0, и из него исходит хотя бы одна дуга.

При извлечении из p_0 метки переходом t^i_c цвета присваиваются без изменений последующим создаваемым меткам и т.д. до тех пор, пока не сработает переход t^i_d, что приводит к созданию в p_0 метки, у которой $\alpha = \alpha - 1$, причем β остается без изменений.

Модель совмещает две подсистемы – подсистему сдвига и подсистему вычисления целевой функции. Они работают последовательно по следующей логике: пока для метки в p_0 выполняется условие $\alpha > 0$, срабатывает один из переходов $t^1{}_c$,…, $t^n{}_c$, и только если $\alpha = 0$ (либо кратность исходящей из $t^i{}_c$ дуги равна 0), срабатывает t_0.

По логике СП, на время совершения единичного сдвига некоторого объекта i действия происходят только внутри подсети, ограниченной переходами $t^i{}_c$ и $t^i{}_d$. Эта подсеть представляет собой иерархический переход $t^i{}_{cd}$ (рис. 1).

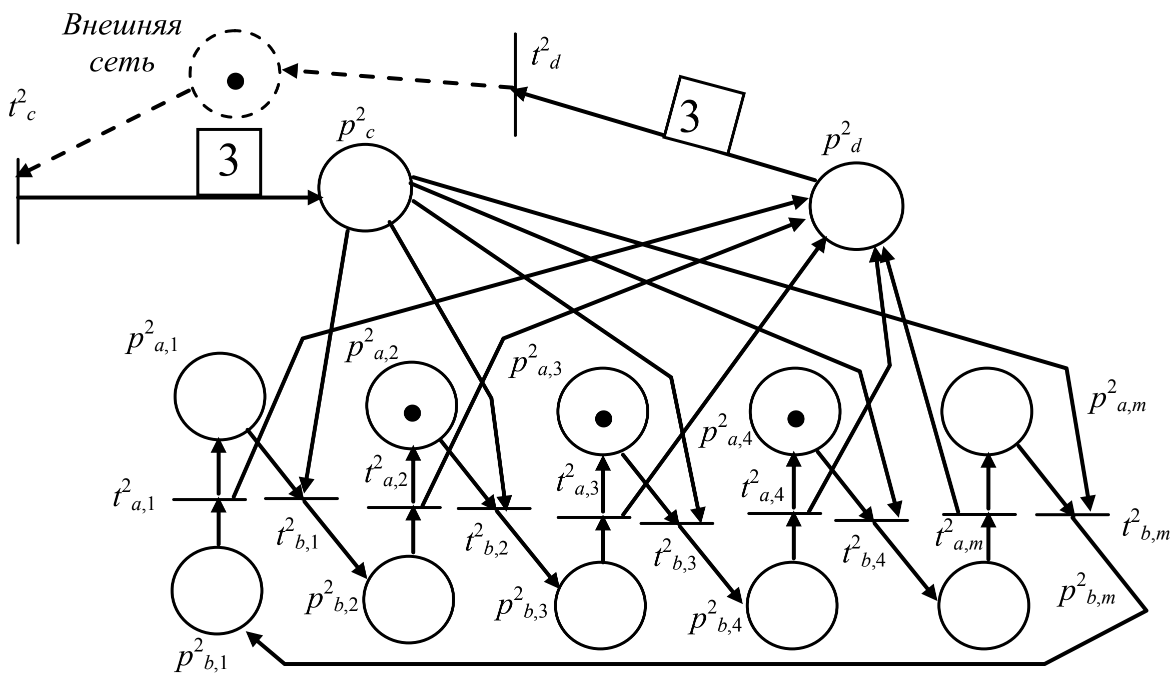

Рис. 1. Иерархический переход $t^i{}_{cd}$ (для примера при $i = 2$)

Подсистема сдвига содержит совокупность переходов $t^i{}_{cd}$, где $i = 1,…,n$, а также позицию p_0 и переход t_f с соединяющими их дугами. Переход $t^i{}_{cd}$ в зависимости от i может быть связан дугами с $t^{i+1}{}_{cd}$, t_f, t_0, а также с $t^{i-1}{}_{cd}$. Однако эти связи относятся к подсистеме вычисления целевой функции и не используются, пока срабатывает $t^i{}_{cd}$.

У переходов $t^i{}_{b,j}$ больше приоритет, чем у $t^i{}_{a,j}$, где $i = 1, …, n$, $j = 1, …, m$. Это позволяет извлечь все метки из $p^i{}_c$, прежде чем новые метки начнут появляться в $p^i{}_{a,j}$.

Построена лента достижимости для иерархического перехода $t^i{}_{cd}$, состоящая из 131 строки, 16 столбцов и 80 маркировок. Она показывает, что бесконечного накопления меток не происходит, и тупиковые состояния отсутствуют.

Количество позиций в $t^i{}_{cd}$ составляет $2m + 2$, так же как и переходов. Количество дуг равно $6m + 2\pi_i$.

Подсистема вычисления целевой функции состоит из совокупностей переходов $t^i{}_{e,j}$, где $i = 1, …, n-1$, $j = 1, …, m$, связанных с ними позиций $p^i{}_{a,j}$, где $i = 1, …, n$, $j = 1, …, m$, переходов t_0 и t_f и позиций p_0 и p_f с соединяющими их дугами. В позиции p_f находится метка, цвета которой представляют первоначальное расписание и значение для него C.

Подсистема работает следующим образом. Переходы $t^i_{e,j}$ и t_f не возбуждаются метками в своих входных позициях $p^i_{a,j}$, если цвет метки $\alpha > 0$, т.е. основными метками. Специальные метки, создаваемые переходом t_0, до перехода t_f извлекаются и создаются каждая на своём маршруте: $t_0 - p^1_{a,j} - t^1_{e,j} - p^2_{a,j} - t^2_{e,j}, \ldots, p^n_{a,j} - t_f$. При этом они собирают информацию о наличии в $p^i_{a,j}$ основных меток, где $i = 1, \ldots, n$, в виде логического массива, каждая в своем цвете δ. Когда все они соберут эту информацию, будут находиться в $p^n_{a,j}$, где $j= 1, \ldots, m$, и переход t_f будет возбужден. При своем срабатывании переход t_f вычисляет значение C на основе указанной информациикаждая го сиварают информацию равна 0)га, сравнивает с предыдущим значением из p_f и формирует метку в p_0 со значениями атрибутов α и β, полученными в результате принятия некоторого решения по логике алгоритма оптимизации. При этом, если C стало меньше, цвета метки в p_f изменяются на полученные.

Заключение

Модель изменений, происходящих в расписании занятий при его оптимизации, и оценивания его качества, построена на раскрашенных сетях Петри с приоритетами без ингибиторных дуг. Общее число позиций равно $2n(m + 1)+1$. Переходов $3nm+2n-m+2$. Дуг $2n+7mn + 2\sum_{i=1}^{n}\pi_i +2$. Меток $\sum_{i=1}^{n}\pi_i +2$. Анализ показывает, что бесконечного накопления меток и тупиковых ситуаций в модели нет.

Список используемых источников:

1. Димитриев А.П. Критерий прекращения поиска решений при дискретной оптимизации расписаний // Современные проблемы науки и образования. 2015. № 2 (часть 2). 8 с.

2. Димитриев А.П., Романова Т.Ю. Моделирование составления расписания учебных занятий методом PSO на сетях Петри // Динамика нелинейных дискретных электротехнических и электронных систем. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2015. С. 396-397.

3. Димитриев А.П., Федорова И.И. Раскрашенная сеть Петри, моделирующая составление расписания // Информационные технологии в электротехнике и электроэнергетике. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2014. С. 68-69.

4. Димитриев А.П., Викторова О.М. Табличная модель расписания учебных занятий // Информационные технологии в электротехнике и электроэнергетике. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2016. С. 324-326.

5. Димитриев А.П., Желтов В.П. Математическая модель расписания учебных занятий // Информационные технологии в электротехнике и электроэнергетике (ИТЭЭ-98). 1998. С. 235-237.

6. Желтова Л.В., Желтов В.П. Моделирование систем и дискретные математические модели. Чебоксары: ЧГУ им. И.Н. Ульянова, 1995. 124 с.