УДК 519.714.5

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АППАРАТА ТЕОРИИ СЕТЕЙ ПЕТРИ

## Д.А. ПЕТРОСОВ

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации», г. Москва

*Ключевые слова и фразы:* генетические алгоритмы; интеллектуальные информационные системы; искусственные нейронные сети; системный анализ.

Аннотация: Целью работы является создание модели искусственной нейронной сети для реализации возможности управления моделью адаптивного генетического алгоритма, решающего задачу структурно-параметрического синтеза больших дискретных систем с заданным поведением на основе вложенных сетей Петри в процессе его функционирования. В качестве гипотезы исследования предполагается, что существует возможность моделирования персептрона для распознавания образов с последующей передачей управляющего сигнала в модель генетического алгоритма. В качестве методики в работе предлагается использование теории сетей Петри, данный математический аппарат обладает большим количеством расширений, которые позволяют моделировать не только дискретные, но и непрерывные процессы. Результатом работы является предложенный подход к моделированию искусственных нейронных сетей с использованием математического аппарата теории сетей Петри, а также пример модели персептрона. Предложенный подход позволяет моделировать распознавание образов графического отображения состояния популяции в генетическом алгоритме, управление параметрами функционирования операторов эволюционной процедуры и обучение нейронной сети методом обратного распространения ошибки.

В настоящее время искусственные нейронные сети получили широкое распространений в области интеллектуальных информационных систем. Данный математический аппарат позволяет реализовать решение таких задач, как прогнозирование, распознавание образов, управление агентами и т.д. [3; 4].

В задачах интеллектуального управления генетическим алгоритмом, адаптированным к решению задачи структурно-параметрического синтеза больших дискретных систем с помощью математического аппарата вложенных сетей Петри, с использованием искусственных нейронных сетей существует проблема, которая связана с использованием однородности математического аппарата, то есть требуется осуществить моделирование искусственной нейронной сети с использованием математического аппарата теории сетей Петри.

В работе [1] был предложен подход к моде-

лированию нейросети с использованием теории сетей Петри для решения задачи оптимизации функционирования систем, но в задаче управления генетическим алгоритмом данный подход не может быть использован ввиду отсутствия модуля управления изменениями режимов функционирования операторов генетического алгоритма [2]. Поэтому становится целесообразной разработка подхода к моделированию персептрона с использованием сетей Петри, который позволит создавать многослойные нейронные сети, способные осуществлять управление моделью адаптированного генетического алгоритма непосредственно в процессе синтеза решений.

Модель элементарного персептрона состоит из следующих элементов:

- *S*-элементы;
- А-элементы;
- *R*-элементы;

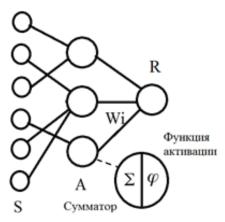


Рис. 1. Логическая схема элементарного персептрона

# W – матрица взаимодействия.

В теории искусственных нейронных сетей в логической схеме персептрона (рис. 1) принято, что S-элементы моделируют слой рецепторов, А-элементы моделируют ассоциацию, а *R*-элементы моделируют реакцию, т.е. действие, W – веса связей [3].

Тогда элементарный персептрон можно представить в следующем виде:

$$NS = \langle S, A, R, W \rangle, \tag{1}$$

$$S = (S_1, ..., S_K),$$
 (2)

где  $S_i$  – i-й рецептор персептрона;

$$A = (A_1, ..., A_I),$$
 (3)

где  $A_i$  — i-я ассоциация персептрона;

$$R = (R_1, \dots, R_M), \tag{4}$$

где  $R_i$  – i-я реакция персептрона;

$$W = (W_1, ..., W_O),$$
 (5)

где  $W_i$  – i-й вес соединения между слоями S,A и R персептрона.

При моделировании искусственной нейронной сети с помощью математического аппарата теории сетей Петри формулу (1) можно представить следующим образом:

$$PN_{NS} = \langle P_S, PN_A, P_R, PN_W, PN_{contr}, M_0, L, T \rangle$$
, (6)

где  $PN_{NS}$  – сеть Петри, моделирующая работу персептрона;  $P_S$  – позиции, моделирующие рецептор персептрона (множество входных позиций модели искусственной нейронной сети);  $PN_A$  – сеть Петри, моделирующая работу ассоциации;  $P_R$  — позиции, сохраняющие реакцию персептрона (множество выходных позиций модели искусственной нейронной сети);  $PN_{W}$  – сеть Петри, моделирующая  $w_i \times x_i$ ;  $PN_{contr}$  – сеть Петри, обеспечивающая очередность срабатывания слоев модели искусственной нейронной сети;  $M_0$  – начальная маркировка сети; L – дуги, обеспечивающие соединение компонентов в единую сеть; Т - переходы, обеспечивающие соединение компонентов в единую сеть.

Сеть Петри принято отображать в виде позиций P, переходов T, дуг L и начальной маркировки  $M_0$ :

$$PN = \langle P, T, L, M_0 \rangle. \tag{7}$$

Тогда

$$PN_A = \langle P_A, T_A, L_A, M_{0A} \rangle, \tag{8}$$

$$PN_W = \langle P_W, T_W, L_W, M_{0W} \rangle, \tag{9}$$

$$\begin{array}{ll} PN_A = \langle P_A, \, T_A, \, L_A, \, M_{0A} \rangle, & (8) \\ PN_W = \langle P_W, \, T_W, \, L_W, \, M_{0W} \rangle, & (9) \\ PN_{cont} = \langle P_{cont}, \, T_{cont}, \, L_{cont}, \, M_{0cont} \rangle. & (10) \end{array}$$

В соответствии с (8), (9), (10), формулу (6) можно представить в следующем виде:

$$\begin{split} PN_{NS} &= \langle P_S, \langle P_A, T_A, L_A, M_{0A} \rangle, P_R, \langle P_W, T_W, L_W, \\ M_{0W} \rangle, \langle P_{cont}, T_{cont}, L_{cont}, M_{0cont} \rangle, M_0, L, T \rangle. \end{split} \tag{11}$$

Для управления генетическим алгоритмом предлагается рассматривать изображение, соответствующее состоянию популяции, то есть график значения целевой функции каждой особи популяции. Данный график может быть представлен в виде черно-белого изображения.

Для моделирования рецепторов *PS* исполь-

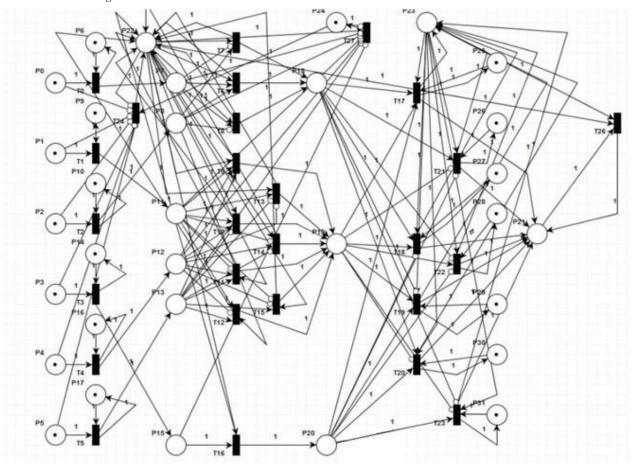


Рис. 2. Модель персептрона на основе теории сетей Петри

зуются позиции  $P_0$ ,  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ ,  $P_4$  и  $P_5$ . Для распознавания образов в черно-белом изображении в каждой позиции может размещаться метка, которая моделирует наличие черного пикселя в изображении, отсутствие метки говорит о белом пикселе. Количество позиций соответствует количеству пикселей в изображении.

Разработанная модель персептрона показана на рис. 2, моделирование выполнено с использованием специализированного программного средства *PIPE* v 4.3.0.

Для моделирования PNW предлагается использовать позиции  $P_6$ ,  $P_9$ ,  $P_{10}$ ,  $P_{14}$ ,  $P_{16}$  и  $P_{17}$ . Метки в данной позиции содержат информацию о значении весового коэффициента соответствующего соединения. При работе переходов  $T_0$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ ,  $T_4$  и  $T_5$  вычисляется значение  $w_i \times x_i$  и заносится в соответствующую позицию.

Для реализации возможности последующих вычислений метка с весовым коэффициентом возвращается в свою позицию. Сложение значений для оценки возможности активации

нейрона  $(PN_A)$  производится в переходах  $T_6$ ,  $T_7$ ,  $T_8$ ,  $T_9$ ,  $T_{10}$ ,  $T_{11}$ ,  $T_{12}$ ,  $T_{13}$ ,  $T_{14}$ ,  $T_{15}$  и  $T_{16}$ , а также позиции  $P_7$ ,  $P_8$ ,  $P_{11}$ ,  $P_{12}$ ,  $P_{13}$  и  $P_{15}$  вместе с соединительными дугами. Такое количество переходов, позиций и соединительных дуг двух типов (обычные и ингибиторные) обусловлено различными вариантами входных данных, точнее возможным отсутствием и, как следствие, комбинированием возможных вариантов срабатывания переходов  $(PN_{contr})$ .

Ингибиторные дуги в теории сетей Петри позволяют срабатывать переходам в случае отсутствия во входящей позиции метки.

Полученные результаты переходят в слой ассоциации  $PN_{A}$ , который моделируется позициями  $P_{18}, P_{19}$  и  $P_{20}.$ 

Для реализации очередности срабатывания слоев  $PN_{contr}$  введены позиции  $P_{22}$ ,  $P_{23}$  и  $P_{24}$ . Данные позиции совместно с переходами  $T_{24}$ ,  $T_{26}$  и  $T_{27}$  регулируют перемещение меток от слоя  $PN_S$  к слою  $PN_R$ , что не позволяет предложенной модели завершить свою работу

Математическое моделирование и численные методы

некорректно.

В следующем слое позиции  $P_{25}$ ,  $P_{26}$ ,  $P_{27}$ ,  $P_{28}$ ,  $P_{29}$ ,  $P_{30}$  и  $P_{31}$  также содержат значения весовых коэффициентов на соединениях между слоем A и R. Переходы  $T_{17}$ ,  $T_{18}$ ,  $T_{19}$ ,  $T_{20}$ ,  $T_{21}$ ,  $T_{22}$  и  $T_{23}$  предназначены для моделирования расчета  $w_i \times x_i$  во втором слое искусственной нейронной сети. Результат работы простейшего персептрона помещается в позицию  $P_{21}$ .

В результате моделирования задача по получению модели простейшего персептрона (рис. 1) на основе математического аппарата теории сетей Петри (рис. 2) была решена.

Полученная модель является адекватной

и позволяет говорить о возможности моделирования искусственных нейронных сетей с использованием теории сетей Петри. Подход к моделированию, предложенный в публикации, позволяет моделировать как однослойные, так и многослойные персептроны.

При моделировании искусственной нейронной сети с памятью к предложенному подходу требуется добавить слой для хранения весовых коэффициентов и реакции сети. Предложенный подход на основе сетей Петри позволяет моделировать процедуру обучения сети с использованием алгоритма обратного распространения ошибки.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 18-07-00634-А.

# Литература

- 1. Сочнев, А.Н. Оптимизация функционирования систем с использованием нейросетевых моделей сетей Петри / А.Н. Сочнев // Математическое моделирование. 2014. № 4. Т. 26. С. 119–128.
- 2. Орлов, А.Н. Комбинированный генетический алгоритм решения задачи раскроя / А.Н. Орлов, В.В. Курейчик, А.Е. Глущенко // Известия ЮФУ. Технические науки. -2016. -№ 6(179). С. 5-13.
- 3. Кононюк, А.Е. Дискретно-непрерывная математика / А.Е. Кононюк. Киев : Образование,  $2013.-443~\mathrm{c}.$
- 4. Манжула, В.Г. Нейронные сети Кохонена и нечеткие нейронные сети в интеллектуальном анализе данных / В.Г. Манжула, Д.С. Федяшов // Фундаментальные исследования. 2011. № 4. С. 108–114.

#### References

- 1. Sochnev, A.N. Optimizatsiya funktsionirovaniya sistem s ispolzovaniem nejrosetevykh modelej setej Petri / A.N. Sochnev // Matematicheskoe modelirovanie. − 2014. − № 4. − T. 26. − S. 119–128.
- 2. Orlov, A.N. Kombinirovannyj geneticheskij algoritm resheniya zadachi raskroya / A.N. Orlov, V.V. Kurejchik, A.E. Glushchenko // Izvestiya YUFU. Tekhnicheskie nauki. 2016. № 6(179). S. 5–13.
- 3. Kononyuk, A.E. Diskretno-nepreryvnaya matematika / A.E. Kononyuk. Kiev : Obrazovanie, 2013. 443 s.
- 4. Manzhula, V.G. Nejronnye seti Kokhonena i nechetkie nejronnye seti v intellektualnom analize dannykh / V.G. Manzhula, D.S. Fedyashov // Fundamentalnye issledovaniya. 2011. № 4. S. 108–114.

© Д.А. Петросов, 2020