



УДК 623.618:004.942
doi: 10.21685/2587-7704-2024-9-1-2



Open
Access

RESEARCH
ARTICLE

Формирование закона функционирования подсистемы управления автоматизированной системы управления на основе экспоненциального закона обработки информации в последовательных фазах

Ринат Жаферович Бахтияров

АО «Научно-производственное предприятие "Рубин"», Россия, г. Пенза, ул. Байдукова, 2
bahtiyarov.rinat.japh@mail.ru

Андрей Юрьевич Козлов

Пензенский государственный университет, Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40
kozlov@mail.ru

Аннотация. Рассмотрены основные вопросы определения законов функционирования элементов автоматизированной системы управления специального назначения. Сформулированы особенности оценки эффективности функционирования автоматизированной системы управления. Предложены закон доставки данных до подчиненных элементов и закон функционирования подсистемы управления на основе экспоненциального закона обработки информации в последовательных фазах.

Ключевые слова: автоматизированная система управления, экспоненциальный закон, подсистема управления, подчиненные элементы, система массового обслуживания, закон распределения, сети Петри – Маркова

Для цитирования: Бахтияров Р. Ж., Козлов А. Ю. Формирование закона функционирования подсистемы управления автоматизированной системы управления на основе экспоненциального закона обработки информации в последовательных фазах // Инжиниринг и технологии. 2024. Т. 9 (1). С. 1–6. doi: 10.21685/2587-7704-2024-9-1-2

Forming of the control subsystem functioning law of the automated control system based on the exponential law of information processing in sequential phases

Rinat Zh. Bakhtiyarov

JSC «Scientific and enterprise «Rubin», 2 Baiducova Street, Penza, Russia
bahtiyarov.rinat.japh@mail.ru

Andrey Yu. Kozlov

Penza State University, 40 Krasnaya Street, Penza, Russia
kozlov@mail.ru

Abstract. The article discusses the main issues of determining the laws of operation of elements of a special-purpose automated control system. The features of assessing the effectiveness of the functioning of an automated control system are formulated. The data delivery to subordinate elements law and the control subsystem functioning law based on the exponential law of information processing in sequential phases are proposed.

Keywords: automated control system, exponential law, control subsystem, subordinate element, queuing system, distribution law, Petri – Markov networks

For citation: Bakhtiyarov R.Zh., Kozlov A.Yu. Forming of the control subsystem functioning law of the automated control system based on the exponential law of information processing in sequential phases. *Inzhiniring i tekhnologii = Engineering and Technology*. 2024;9(1):1–6. (In Russ.). doi: 10.21685/2587-7704-2024-9-1-2



Эффективным методом исследования сложных организационно-технических систем, в качестве примера которых можно выделить автоматизированные системы управления специального назначения (АСУ СН), является применение математического аппарата сетей Петри. Отметим, что стандартные механизмы сетей Петри позволяют лишь определить достижимость состояний системы. Для определения непосредственно временных и вероятностных характеристик перехода системы в заданные состояния (т.е. моментов переключения в требуемые состояния), необходимы дополнительные инструменты, которые реализованы в сетях Петри – Маркова (СПМ), позволяющих задавать параметры, накладываемые на исходную структуру сети Петри (к примеру закон распределения времени срабатывания перехода) [1, 2].

Для оценки эффективности функционирования АСУ СН применяются различные критерии, такие как устойчивость, непрерывность, оперативность [3]. В ходе выполнения функциональных задач в контуре АСУ СН производится обмен данными по каналам связи. В таком случае устойчивость управления в АСУ СН будет зависеть от скорости восстановления нарушенного управления, при этом данный критерий является комплексным показателем, объединяющим надежность, живучесть и помехоустойчивость. Живучесть характеризует способность АСУ СН выполнять свои задачи при воздействии преднамеренных и непреднамеренных внешних факторов (включая противника), приводящих к выходу из строя элементов системы [4]. Отсюда следует, что для расчета данного показателя необходимо определить закон функционирования АСУ СН в целом либо его составных элементов.

Для описания функционирования АСУ СН с иерархической структурой используем элементы матрицы достижимости d , рассчитываемой для СПМ. Далее, в целях проведения вероятностно-временного анализа функционирования подсистемы управления (ПсУ), необходимо с использованием матрицы достижимости СПМ построить закон функционирования ПсУ АСУ СН, что позволит определить критерии изменения ее закона функционирования. Определив с помощью расчетов по СПМ пути передачи информации ко всем подчиненным элементам (ПЭ) АСУ СН, утверждаем, что суммарное время прохождения меткой (данными) каждого пути управления T_i является независимой случайной величиной.

Всего у каждой схемы управления имеется несколько последовательных разметок СПМ, представляющих собой некоторые пути управления, при этом суммарное время прохождения T_i будет иметь следующие характеристики – функцию распределения $F_i(t_i)$ и функцию плотности вероятности $f_i(t_i)$. В то же время уточним, что при функционировании i -го пути управления в качестве интегрального закона функционирования ПсУ АСУ СН будет выступать функция распределения, а в качестве дифференциального закона – функция плотности вероятности.

Определим общий закон доставки данных до ПЭ. Для этого необходимо вычислить вероятность того, что время доставки данных до ПЭ не превысит заданного времени $t_{\text{зад}}$. При некоторых предварительно заданных значениях параметров ПсУ АСУ СН данную вероятность можно получить по формуле:

$$P\{t < t_{\text{зад}}\} \equiv F_i(t_{\text{зад}}) = \int_0^{t_{\text{зад}}} f_i(t) dt. \quad (1)$$

Помимо этого, можно определить вероятность вхождения времени доставки данных до ПЭ в некоторый интервал $t_a \leq t \leq t_b$ (t_a – левая граница возможного времени доставки информационных сообщений, t_b – правая граница возможного времени доставки информационных сообщений), по следующей формуле:

$$P\{t_a \leq t \leq t_b\} \equiv F_i(t_b) - F_i(t_a) = \int_{t_a}^{t_b} f_i(t) dt. \quad (2)$$

Уточним соответствующее заданной вероятности $P_{\text{дос}}$ время $t_{\text{дос}}$ доставки данных до ПЭ:

$$F_i(t_{\text{дос}}) = \int_0^{t_{\text{дос}}} f_i(t) dt = P_{\text{дос}}. \quad (3)$$



Воспользовавшись правилом трех сигм, найдем максимально возможное значение времени t_{\max} доставки данных до ПЭ:

$$F_i(t_{\max}) = \int_0^{t_{\max}} f_i(t) dt = 0,99. \quad (4)$$

Перед тем, как перейти к последующим вычислениям, для общности формулировок опустим индекс в выражениях, определяющих функции распределения $F(t)$ и функции плотности вероятности $f(t)$.

Вычисление закона доставки информационных сообщений до ПЭ приводит нас к следующим практически важным возможностям:

- вероятностная оценка своевременности доставки сообщений до ПЭ;
- определение требований ко времени доставки сообщений (по ранее вычисленной вероятности своевременной доставки);
- обоснованный подход к заданию параметров ПсУ АСУ СН при реконфигурации ее структуры и состава (к примеру на базе времени доставки данных до ПЭ с определенной вероятностью).

Определим допущение, в котором установим, что процесс функционирования i -го пути управления имеет линейную природу, что позволит применить свертку законов распределения случайных величин. Дальнейшие рассуждения приводят нас к выводу, что рассматриваемый нами закон распределения длительности реализации линейного процесса (функционирования пути управления) является законом распределения длительности пребывания меток (информации) в некоторой многофазной системе массового обслуживания с последовательными фазами [5, 6].

Так как узлами (позициями) в ПсУ АСУ СН являются конкретные объекты (в том числе ПЭ), а в качестве информации (меток), передаваемой между позициями, выступают информационные сообщения, примем момент выхода метки из k -й позиции i -го пути управления как t_{ij} . В таком случае можно получить длительность пребывания метки в конкретной фазе $t_{ij} - t_{ij-1}$. Исходя из случайности данной величины, можно определить плотность распределения $f_{ij}(t_{ij} - t_{ij-1})$, $j = 1, 2, \dots, D_i$; $t_{i0} = 0$, где D_i – число фаз обработки сообщений в i -м пути управления, что представляет собой не что иное, как последовательную разметку СПМ.

Следовательно, можно вычислить закон распределения длительности T_i всего процесса функционирования i -го пути управления:

$$\begin{aligned} F_i(t) &= \int_{t_{i0}}^t \int_{t_{i1}}^t \int_{t_{i2}}^t \cdots \int_{t_{iD_i-1}}^t f_i(t_{i1} - t_{i0}, t_{i2} - t_{i1}, \dots, t_{iD_i} - t_{iD_i-1}) dt_{iD_i} dt_{iD_i-1} \cdots dt_{i1} = \\ &= \int_{t_{i0}}^t \int_{t_{i1}}^t \int_{t_{i2}}^t \cdots \int_{t_{iD_i-1}}^t \prod_{j=1}^{D_i} f_{ij}(t_{ij} - t_{ij-1}) dt_{iD_i} dt_{iD_i-1} \cdots dt_{i1}, \end{aligned} \quad (5)$$

причем интервалы интегрирования будут $t_{i0} \leq t_{i1} \leq t_{i2} \leq \dots \leq t_{iD_i} \leq t$, с условием, что $t_{i0} < t_{i1} \leq t$ и $t_{ij-1} \leq t_{ij} \leq t$.

Так как приведенная формула (5) потребует выполнения процедуры многократного интегрирования (в данном случае $2^{D_i} - 1$ интегралов), проинтегрируем выражение заранее и получим обобщенную формулу закона распределения для D_i фаз обработки сообщений, с учетом заранее полученной формой закона распределения времени обработки информационного сообщения в одной фазе.

Обозначим интенсивность поступления простейшего потока информации как λ_k , а интенсивность обслуживания каждого сообщения как μ_k (по экспоненциальному закону). В целях декомпозиции процесса поступления сообщений, выделим k -ю и j -ю фазы обслуживания. Тогда мы можем определить закон распределения времени обработки сообщения для рассматриваемой D_i -фазной системы массового обслуживания [7, 8]:



$$F_i(t) = 1 - \sum_{j=1}^{D_i} e^{-c_j t} \prod_{\substack{k=1 \\ j \neq k}}^{D_i} \frac{c_k}{c_j - c_k}, \quad t \geq 0, \quad (6)$$

где c_k и c_j – характеристики k -й и j -й фаз обслуживания: $c_k = (\mu_k - \lambda_k)$; $c_j = (\mu_j - \lambda_j)$.

Для получения зависимости, с помощью которой можно определить плотность распределения времени доставки информационных сообщений по j -му пути управления, необходимо продифференцировать формулу (6):

$$f_i(t) = \sum_{j=1}^{D_i} c_j e^{-c_j t} \prod_{\substack{k=1 \\ j \neq k}}^{D_i} \frac{c_k}{c_j - c_k}, \quad t \geq 0. \quad (7)$$

Обозначив для краткости записи, как:

$$a_j = \prod_{\substack{k=1 \\ j \neq k}}^{D_i} \frac{c_k}{c_j - c_k}, \quad b_j = c_j \prod_{\substack{k=1 \\ j \neq k}}^{D_i} \frac{c_k}{c_j - c_k}, \quad (8)$$

получим выражения (7) и (8) в виде:

$$F_i(t) = 1 - \sum_{j=1}^{D_i} a_j e^{-c_j t}, \quad t \geq 0, \quad (9)$$

$$f_i(t) = \sum_{j=1}^{D_i} b_j e^{-c_j t}, \quad t \geq 0. \quad (10)$$

Резюмируя вышесказанное, можно сделать вывод, что выражения (9) и (10) являются интегральным и дифференциальным законами времени доставки информационных сообщений до ПЭ по i -му пути управления ПсУ АСУ СН.

В случае, когда все фазы обслуживания одинаковые, то формула (6) преобразуется:

$$F_i(t) = 1 - e^{-ct} \sum_{k=0}^{D_i-1} \frac{c^k}{k!} t^k, \quad t \geq 0. \quad (11)$$

Для данного случая, чтобы получить зависимость для определения плотности распределения времени доставки информационных сообщений до ПЭ по i -му пути управления, продифференцируем формулу (9) по времени:

$$f_i(t) = e^{-ct} \sum_{k=0}^{D_i-1} \left\{ \frac{c^{k+1}}{k!} t^k - \frac{kc^k}{k!} t^{k-1} \right\}, \quad t \geq 0. \quad (12)$$

В качестве обоснования верности полученных выражений (9)...(12) как законов распределения времени доставки информационных сообщений по i -му пути управления до ПЭ АСУ СН, можно привести следующие доводы, что функциями такого вида пользуются:

- при аппроксимации различных законов распределения, с учетом предельности простейшего потока для всех других потоков;
- при расчете вероятностно-временных параметров пребывания сообщения в однофазной системе с приоритетами;
- при расчете вероятностно-временных параметров линейных процессов с простейшими входными потоками и экспоненциальными законами обслуживания.

Чтобы получить МОЖ m_{t_i} и СКО σ_{t_i} времени доставки данных до ПЭ по i -му пути управления, воспользуемся формулой (10):

$$m_{t_i} = \int_0^{\infty} t f_i(t) dt = \sum_{j=1}^{D_i} b_j \int_0^{\infty} t e^{-c_j t} dt, \quad (13)$$



$$\sigma_{t_i} = \sqrt{\int_0^{\infty} t^2 f_i(t) dt - m_{t_i}^2} = \sqrt{\sum_{j=1}^{D_i} b_j \int_0^{\infty} t^2 e^{-c_j t} dt - m_{t_i}^2}. \quad (14)$$

Выполнив интегрирование в выражениях (13) и (14), получим:

$$m_{t_i} = \sum_{j=1}^{D_i} \frac{a_j}{c_j}; \quad \sigma_{t_i} = \sqrt{2 \sum_{j=1}^{D_i} \frac{a_j}{c_j^2} - m_{t_i}^2}. \quad (15)$$

Выражения (11) и (12) представляют собой дифференциальный и интегральный законы функционирования ПсУ АСУ СН при реализации i -го пути управления.

Из полученных ранее выражений законов распределения времени доставки информационных сообщений до ПЭ в ПсУ АСУ СН можно рассчитать:

1) вероятности не превышения временем доставки сообщений до ПЭ заданного времени $t_{\text{зад}}$:

$$P\{t < t_{\text{зад}}\} = 1 - \sum_{j=1}^{D_i} a_j e^{-c_j t_{\text{зад}}}; \quad (16)$$

2) вероятность удовлетворения временем доставки данных до ПЭ условию $t_a \leq t \leq t_b$:

$$P\{t_a \leq t \leq t_b\} = \sum_{j=1}^{D_i} a_j \left(e^{-c_j t_a} - e^{-c_j t_b} \right); \quad (17)$$

3) время $t_{\text{дос}}$ доставки данных до ПЭ (при заданной вероятности $P_{\text{дос}}$):

$$1 - \sum_{j=1}^{D_i} a_j e^{-c_j t_{\text{дос}}} = P_{\text{дос}}; \quad (18)$$

4) максимально возможное значение времени t_{max} доставки данных до ПЭ:

$$1 - \sum_{j=1}^{D_i} a_j e^{-c_j t_{\text{max}}} = 0,99. \quad (19)$$

При проведении дальнейших исследований могут быть применены методы решения трансцендентных уравнений для нахождения времен доставки сообщений $t_{\text{дос}}$ и t_{max} [9].

В завершение стоит привести выражение, для определения времени доставки данных до ПЭ для i -го пути управления:

$$T_i = \sum_{j=1}^{D_i} t_{ij}, \quad (20)$$

где t_{ij} – время, затрачиваемое на обработку информации в k -й позиции j -го пути управления.

Список литературы

1. Ларкин Е. В. Котов В. В., Котова Н. А., Соколов В. А. К вопросу о моделировании отказоустойчивых систем с помощью сетей Петри – Маркова // Фундаментальные исследования. Технические науки. 2007. № 5. С. 74–78.
2. Шкорин А. В., Шухардин А. Н. Модель территориально-распределенной иерархической автоматизированной системы управления // Проблемы развития и совершенствования АСУ ВН : материалы IV Межведомственной НТК. СПб : Изд-во ВКА им. А. Ф. Можайского, 2020. С. 94–99.
3. Бахтияров Р. Ж. Математическая формализация артиллерийского подразделения в виде разведывательно-огневой системы с помощью теоретико-множественного представления // Проблемы информатики в образовании, управлении, экономике и технике : сб. науч. ст. XXII Междунар. науч.-техн. конф. Пенза : Приволжский дом знаний, 2022. С. 15–19.
4. Иванов А. К. Проектирование устойчивой АСУ. Ульяновск : УлГТУ, 2002. 144 с.



5. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. М. : Наука, 1969. 576 с.
6. Мхитарян В. С., Шишов В. Ф., Козлов А. Ю., Искоркин Д. В. Теория вероятностей и математическая статистика с использованием MS Excel : в 2 ч. Ч. 1. Теория вероятностей. М. : КУРС, 2019. 240 с. EDN: TJFOKW
7. Gefan G. D. Марковские процессы и системы массового обслуживания : учеб. пособие. Иркутск : ИрГУПС, 2009. 77 с.
8. Бочаров П. П., Печенкин А. В. Теория массового обслуживания. М. : Издательство РУДН, 1995. 529 с.
9. Поворазников Н. Н. Общий метод решения трансцендентных уравнений // Журнал вычислительной математики и математической физики. М. : ФИЦ ИУ РАН, 1978. Т. 18. № 4. С. 830–845.

References

1. Larkin E.V. Kotov V.V., Kotova N.A., Sokolov V.A. On the issue of modeling fault-tolerant systems using Petri–Markov networks. *Fundamental'nye issledovaniya. Tehnicheskie nauki = Fundamental research. Technical sciences*. 2007;(5):74–78. (In Russ.)
2. Shkhorin A.V., Shuhardin A.N. A model of a geographically distributed hierarchical automated management system. *Problemy razvitiya i sovershenstvovaniya ASU VN: materialy IV Mezhvedomstvennoj NTK = Problems of development and improvement of automated control systems in Russia : materials of the IV Interdepartmental Scientific and Technical Committee*. Saint Petersburg: Izd-vo VKA im. A.F. Mozhajskogo, 2020:94–99. (In Russ.)
3. Bahtijarov R.Zh. Mathematical formalization of an artillery unit in the form of a reconnaissance and fire system using a set-theoretic representation. *Problemy informatiki v obrazovanii, upravlenii, jekonomike i tehnike: sb. nauch. st. XXII Mezhdunar. nauch.-tehn. konf. = Problems of computer science in education, management, economics and technology : collection of scientific articles of the XXII century. scientific and technical conf*. Penza: Privolzhskij dom znaniy, 2022:15–19. (In Russ.)
4. Ivanov A.K. *Proektirovanie ustojchivoj ASU = Designing a sustainable automated control system*. Ul'janovsk: UIGTU, 2002:144. (In Russ.)
5. Ventcel' E.S. *Teorija verojatnostej*. Moscow: Nauka, 1969:576. (In Russ.)
6. Mhitarjan V.S., Shishov V.F., Kozlov A.Ju., Iskorkin D.V. *Teorija verojatnostej i matematicheskaja statistika s ispol'zovaniem MS Excel: v 2 ch. Ch. 1. Teorija verojatnostej = Probability theory and mathematical statistics using MS Excel : in 2 hours 1. Probability theory*. Moscow: KURS, 2019:240. (In Russ.). EDN: TJFOKW
7. Gefan G.D. *Markovskie processy i sistemy massovogo obsluzhivaniya: ucheb. posobie = Markov processes and queuing systems : studies. stipend*. Irkutsk: IrGUPS, 2009:77. (In Russ.)
8. Bocharov P.P., Pechenkin A.V. *Teorija massovogo obsluzhivaniya = Queuing Theory*. Moscow: Izdatel'stvo RUDN, 1995:529. (In Russ.)
9. Povoraznikov N.N. A general method for solving transcendental equations. *Zhurnal vychislitel'noj matematiki i matematicheskoy fiziki = Journal of Computational Mathematics and Mathematical Physics*. Moscow: FIC IU RAN, 1978;18(4):830–845. (In Russ.)

Поступила в редакцию / Received 03.03.2024

Принята к публикации / Accepted 10.04.2024