



**Мустафаев В. А.**  
**Mustafaev V. A.**

*доктор технических наук, профессор,  
заведующий кафедрой «Информатика»,  
Сумгаитский государственный  
университет,  
г. Сумгаит, Азербайджанская Республика*



**Салманова М. Н.**  
**Salmanova M. N.**

*аспирант кафедры «Информатика»,  
Сумгаитский государственный  
университет,  
г. Сумгаит, Азербайджанская Республика*

УДК 519.95

## **МОДЕЛЬ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ МЕХАНООБРАБОТКИ В ВИДЕ РАСКРАШЕННЫХ ВРЕМЕННЫХ СЕТЕЙ ПЕТРИ**

В работе рассмотрены раскрашенные временные сети Петри (РВСП), являющиеся сетями более высокого уровня и позволяющие, по сравнению с обычными сетями Петри (СП), анализировать дополнительные свойства моделируемых процессов без усложнения структуры сети. Показано, что сложность реальных систем, параллелизм процессов, взаимные синхронизации и блокировки вызывают необходимость расширения выразительных средств в моделировании, что приводит к разработке новых расширенных модификаций СП и усовершенствованию существующих. Во временных сетях переходы срабатывают с некоторой задержкой, а маркеры находятся в позициях определенное время, что дает возможность моделирования не только последовательности событий, но и их привязки ко времени. РВСП, используемые в моделировании, объединяют в себе достоинства как раскрашенных, так и временных сетей. Разработан алгоритм функционирования РВСП. Предложенный алгоритм обеспечивает эффективную форму представления структуры, динамики состояния моделей, пространство достижимых состояний и последовательность срабатывания переходов в виде совокупности векторов и матриц. Определяют распределение цветов маркеров по входным и выходным позициям переходов сети, решают задачи разрешимости срабатывания переходов, находящихся в состоянии конфликта, упрощают и ускоряют процесс моделирования. Созданы модели модулей обрабатывающего центра и транспортного манипулятора в гибкой производственной системе механообработки. Построение моделей в виде РВСП основано на множестве событий и условий, а также на некоторых очевидных причинно-следственных связях. В результате симуляции получено дерево достижимости в виде последовательности матриц. Произведен анализ модели на основе свойств РВСП.

**Ключевые слова:** модель, алгоритм, раскрашенные временные сети Петри, функция распределения цветов, симуляция модели, обрабатывающий центр, транспортный манипулятор.

## **MODEL OF FUNCTIONING OF PRODUCTION SYSTEM OF MECHANICAL PROCESSING IN THE FORM OF COLORED TIMED PETRI NETS**

Painted colored timed Petri nets (CTPN) are considered, which are networks of a higher level and allow, in comparison with conventional Petri networks (PN), to analyze additional properties of simulated processes without complicating the network structure. It is shown that the complexity

of real systems, the parallelism of processes, mutual synchronization and blocking make it necessary to expand the expressive means in modeling, which leads to the development of new extended modifications of PN and the improvement of existing ones. In time networks, transitions are triggered with some delay, and the markers are in positions for a certain time, which makes it possible to model not only the sequence of events, but also their time reference. CTPN, used in modeling, combine the advantages of both colored and temporary networks. An algorithm for the functioning of the CTPN was developed. The proposed algorithm provides an effective form of representation of the structure, dynamics of the state of models, the space of achievable states and the sequence of triggering transitions in the form of a set of vectors and matrices. the distribution of colors of markers at input and output positions of network transitions was defined, problems of the solvability of triggering of transitions in a state of conflict were solved, the process of modeling was simplified and accelerated. Models of the processing center and transport manipulator modules in a flexible production system for mechanical processing have been created. The construction of models in the form of a CTPN is based on many events and conditions, as well as on some obvious cause-effect relationships. As a result of the simulation, a reachable tree is received in the form of a sequence of matrices. The model is analyzed on the basis of the properties of the CTPN.

**Key words:** model, algorithm, colored timed Petri nets, color distribution function, model simulation, processing center, transport manipulator.

### *Введение*

Модели динамических взаимодействующих процессов можно описывать дифференциальными уравнениями в непрерывном времени, уравнениями в конечных разностях и конечными автоматами в дискретном времени [1]. В нерегулярном (событийном) времени лишь в считанные моменты в системе происходят события, изменяющие состояние, поэтому они почти не поддаются аналитическому описанию, и в таких случаях наиболее мощными инструментами являются сетевые автоматы и производственные системы [2].

Моделирование сетевыми автоматами и производственными системами в значительной степени ориентировано на детерминированные и стохастические процессы, которые не позволяют в явном виде учитывать параллелизм и динамику взаимодействия, описывать множество параметров и особенностей предметной области [3]. Инструментом для них являются модели на расширенных сетях Петри (СП), которые в определенных случаях могут служить основой для имитационных моделей. СП имеют ряд недостатков, ограничивающих их возможности. К недостаткам выразительных возможностей СП относятся [4]: непригодность для моделирования событий с приоритетами; отсутствие в структуре формальных конструктивных средств, упрощающих программирование моделей; при моделировании сложных распределенных систем значительно превышаются число позиций и переходов, необходимых для

описания моделируемого объекта, что значительно усложняет процесс моделирования; отсутствие в явном виде временных параметров. Перспективно в данном случае применение математического аппарата раскрашенных временных сетей Петри (РВСП) [5].

РВСП отражают последовательность событий, позволяют проследивать потоки информации, отражают взаимодействие параллельных процессов, позволяют одновременно моделировать несколько параллельных событий в процессе функционирования сложных систем [6]. В аналогичных моделях на основе обычных СП приходится искусственно вводить дополнительные позиции, не являющиеся отображениями элементов процесса, служащие для упорядочения запусков переходов сети, что усложняет пространственную структуру модели и затрудняет ее интерпретацию. РВСП дают возможность значительно сократить число позиций и переходов, что ускоряет процесс моделирования. В отличие от «классических» СП, в РВСП немаловажную роль играет типизация данных, основанная на понятии множества цветов, которая аналогична типизации в декларативных языках программирования [7]. В связи с этим в статье представлены в виде РВСП модели функционирования транспортного манипулятора и обрабатывающего центра в гибкой производственной системе механообработки. Разработан алгоритм функционирования РВСП.

*Правила срабатывания переходов и алгоритм функционирования раскрашенных временных сетей Петри*

Обобщенная РВСП формально определяется как набор вида [8, 9]  $C = (N, R, \Lambda, \Phi, \Psi, Z, S, \mu_0)$ , где  $N = (P, T, I, O)$  структура раскрашенной сети Петри;  $P = \{p_i\}$ , ( $i = 1, \dots, n$ ;  $n$  — число позиций)  $T = \{t_j\}$ , ( $j = 1, \dots, m$ ;  $m$  — непустое конечное множество позиций; число переходов) — непустое конечное множество переходов;  $I: P \times T \rightarrow \{0, 1\}$ ;  $O: T \times P \rightarrow \{0, 1\}$  — соответственно входная и выходная функции переходов;  $R = \{r_i\}$ , ( $i = 1, \dots, k$ ;  $k$  — число цветов) — непустое конечное множество цветов позиций и маркеров;  $\Phi: (P \times R) \times T \rightarrow (0, 1)$  и  $\Psi: T \times (P \times R) \rightarrow (0, 1)$  — функция распределения цветов маркеров соответственно по входным и выходным позициям переходов сети;  $\Lambda$  — функция распределения цветов по позициям сети;  $Z = (z_1, z_2, \dots, z_n)$  — вектор параметров временных задержек маркеров в позициях РВСП;  $S = (s_1, s_2, \dots, s_m)$  — вектор параметров времен срабатывания разрешенных переходов;  $\mu_0$  — начальная маркировка сети. Функции  $\Phi$  и  $\Psi$  задают законы срабатывания переходов и определяют распределения цветов маркеров по позициям сети в процессе ее функционирования.

Маркеры в позициях могут находиться в двух состояниях — доступном и недоступном, т.е. на маркеры в позициях действует временные задержки. По истечении времени блокировки маркеры переходят в выходные позиции разрешенных незаблокированных переходов  $t_j$  в период времени  $s_j$  по следующим правилам:

— для каждой из входных позиций перехода  $t_j$  по формуле:

$$\mu^{k+1}(p_i, r_l) = \mu^k(p_i, r_l) - \varphi(p_i, r_l) \cdot I(p_i, t_j),$$

$$i = \overline{1, |I(t_j)|}, l = \overline{1, k};$$

— для каждой из выходных позиций перехода  $t_j$  по формуле:

$$\mu^{k+1}(p_i, r_l) = \mu^k(p_i, r_l) + \varphi(p_i, r_l) \cdot O(t_j, p_i),$$

$$i = \overline{1, |O(t_j)|}, l = \overline{1, k}.$$

Каждый маркер, совершивший переход из  $p_i \in I(t_j)$  в  $p_r \in O(t_j)$ , будет недоступным в позиции  $p_r$  в течение времени  $z_r$ , начиная с момента его появления в  $p_r$  ( $z_r$  — время блокировки маркера в позиции  $p_r$ , по истечении которого маркер снова становится доступным).

Функционирование сети представляет собой процесс изменения её маркировки в результате запусков и завершений переходов. Переход завершается через  $\tau_{t_j}$  тактов времени после запуска.

Время рассматривается не как абсолютная величина, а как временные единицы, т.е. часы, секунды, наносекунды и т.д.

Учитывая вышеизложенное, разработан алгоритм функционирования РВСП.

*Начало алгоритма*

Шаг 1. Создание матрицы входных инцидентий  $D^- = [d_{ij}^-]$ , где  $i = \overline{1, n}$ ,  $j = \overline{1, m}$  ( $n$  — число позиций;  $m$  — число переходов). Элемент  $d_{ij}^-$  равен числу дуг от  $i$ -й позиции к  $j$ -му переходу:

$$d_{ij}^- = \begin{cases} 1, & \text{если } p_i \in I(t_j); \\ 0, & \text{если } p_i \notin I(t_j). \end{cases}$$

Шаг 2. Создание матрицы выходных инцидентий  $D^+ = [d_{ij}^+]$ , где  $j = \overline{1, m}$ ,  $i = \overline{1, n}$ . Элемент  $d_{ij}^+$  равен числу дуг от  $j$ -го перехода к  $i$ -й позиции:

$$d_{ij}^+ = \begin{cases} 1, & \text{если } p_i \in O(t_j); \\ 0, & \text{если } p_i \notin O(t_j). \end{cases}$$

Шаг 3. Создание матрицы начальной маркировки  $M = [\mu_{il}]$ , где  $i = \overline{1, n}$ ,  $l = \overline{1, k}$  ( $k$  — число цветов). Элемент  $\mu_{il}$  равен числу маркеров цвета  $r_l$  в позиции  $p_i$ .

Шаг 4. Создание матрицы распределения цветов по позициям  $\Lambda = [\lambda_{il}]$ , где  $i = \overline{1, n}$ ,  $l = \overline{1, k}$ :

$$\lambda_{il} = \begin{cases} 1, & \text{если } (p_i \cdot r_l) \in R; \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Шаг 5. Создание матрицы распределения цветов маркеров по входным позициям переходов  $\Phi = [\varphi_{jl}]$ , где  $j = \overline{1, m}$ ,  $l = \overline{1, k}$ :

$$\varphi_{jl} = \begin{cases} 1, & \text{если } (p_j, t_l) = r_l; \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Шаг 6. Создание матрицы распределения цветов маркеров по выходным позициям переходов  $\Psi = [\psi_{jl}]$ , где  $j = \overline{1, m}$ ,  $l = \overline{1, k}$ :

$$\psi_{jl} = \begin{cases} 1, & \text{если } (t_l, p_j) = r_l; \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Шаг 7. Создание вектора задержек маркеров в позициях:  $z = (z_1, z_2, \dots, z_n)$ .

Шаг 8. Создание вектора времени срабатывания разрешенных переходов:  $s = (s_1, s_2, \dots, s_m)$ .

Шаг 9. Начальное время функционирования сети  $\tau = 0$ . Время функционирования сети равно  $T$ .

Шаг 10. Поиск разрешенного перехода: для каждого перехода  $t_j, j = \overline{1, m}$  проверяется условие срабатывания:

10.1. Из матрицы  $D^- = [d_{ij}^-]$  определяются все входные позиции перехода  $t_j : p_{i_1}, p_{i_2}, \dots, p_{i_q}, q = |I(t_j)|$ ;

10.2. Из матрицы  $\Phi$  определяются все доступные распределения цветов по входным позициям  $t_j : r_{i_1}, r_{i_2}, \dots, r_{i_q}, i \in [1, k]$ ;

10.3. Из матрицы  $M$  выбираются числа установленного цвета маркеров во всех определенных входных позициях перехода  $t_j$ :

$$\mu_{i_q l_v} = (p_{i_q}, r_{l_v}), q = \overline{1, |I(t_j)|}, v = \overline{1, k};$$

10.4. Если для  $\forall i_q$  существует  $\exists l_v$ , при этом  $\mu_{i_q l_v} \geq d_{i_q}^-$ , то переход  $t_j$  разрешен, и выполняется переход к шагу 12.

Шаг 11. Если для перехода  $t_j$  условие срабатывания не выполняется, то индекс  $j$  увеличивается на единицу:  $j = j + 1$ . Если  $j \leq m$ , то осуществляется переход к п. 10.1, в противном случае сообщается о тупиковом состоянии и осуществляется переход к концу алгоритма.

Шаг 12. Нахождение максимального времени блокировок маркеров входных позиций перехода  $t_j$ :

$$12.1. z_{\max} = 0;$$

12.2. если для всех  $p_i \in I(t_j)$ , выполняется условие  $z_i > z_{\max}$ , то полагают  $z_{\max} = z_i$ .

Шаг 13. Вычисляется время срабатывания перехода  $t_j$ :

$$\tau = \tau + z_{\max} + s_j.$$

Шаг 14. Если  $\tau < T$ , то осуществляется переход к шагу 15, в противном случае время функционирования сети завершается и осуществляется переход к концу алгоритма.

Шаг 15. Вычисление элементов матрицы новой маркировки  $M'$ :

$$\mu'_{i_q l_v} = \mu_{i_q l_v} - \varphi_{j l_v} d_{i_q l_v}^-, q = \overline{1, |I(t_j)|}, v = \overline{1, k};$$

$$\mu'_{i_q l_v} = \mu_{i_q l_v} + \psi_{j l_v} d_{j i_q}^+, q = \overline{1, |O(t_j)|}, v = \overline{1, k}.$$

Шаг 16. Переход к шагу 10.

*Конец алгоритма.*

### *Модель функционирования обрабатывающего центра*

В состав гибкой производственной системы механообработки входят три обрабатывающих центра (ОЦ) и транспортно-накопительная система. Транспортирование необработанных и обработанных деталей осуществляет транспортный манипулятор. Накопительная система включает в себе два склада-накопителя: для необработанных и обработанных деталей.

Рассмотрим модель функционирования модуля «обрабатывающий центр» в гибкой производственной системе механообработки. Обрабатывающий центр состоит из одного персонального входного накопителя для необработанных деталей, из устройства 1 и устройства 2, выполняющих две различные операции над деталью, из робота-манипулятора, выполняющего загрузки-разгрузки устройства 1 и устройства 2 соответственно и из персонального выходного накопителя для обработанных деталей. Связь модуля с предыдущим и последующим модулями происходит соответственно с помощью вышеуказанных накопителей.

Модуль работает следующим образом: необработанные детали поступают на входной накопитель и ожидают обработку; при наличии деталей на входном накопителе робот-манипулятор осуществляет загрузку устройства 1; после обработки детали разгружаются; затем осуществляется загрузка устройства 2; после обработки детали происходит разгрузка устройства 2 и цикл повторяется.

В представленной модели, составленной с применением РВСП (рисунок 1), состояние модуля обрабатывающего центра описывается следующими позициями:

$p_1$  и  $p_2$  — обслуживание соответственно устройства 1 и устройства 2;  $p_3$  — входной накопитель необработанных деталей;  $p_4, p_8$  — загрузки соответственно устройства 1 и устройства 2;  $p_5$  и  $p_{10}$  — готовность для выполнения операций с одной деталью соответственно устройства 1 и устройства 2;  $p_6$  и  $p_9$  — завершение обработки детали устройства 1 и устройства 2;  $p_7$  и  $p_{11}$  — соответственно разгрузки устройства 1 и устройства 2;  $p_{12}$  — выходной накопитель обработанных деталей.

Возможные события в модуле обрабатывающего центра описываются следующими переходами:



$t_1$  и  $t_4$  — выполнение загрузки соответственно устройства 1 и устройства 2;  $t_2$  и  $t_5$  — обработка детали соответственно устройства 1 и устройства 2;  $t_3$  и  $t_6$  — выполнение разгрузки соответственно устройства 1 и устройства 2;  $t_7$  — транспортировка детали из выхода устройства 1

к входу устройства 2;  $t_8$  — перемещение робота-манипулятора от устройства 2 к устройству 1.

В разработанной модели имеется шесть цветов:  $r_1$  — робот;  $r_2$  — заготовка 1;  $r_3$  — устройство 1;  $r_4$  — заготовка 2;  $r_5$  — устройство 2;  $r_6$  — изделия.

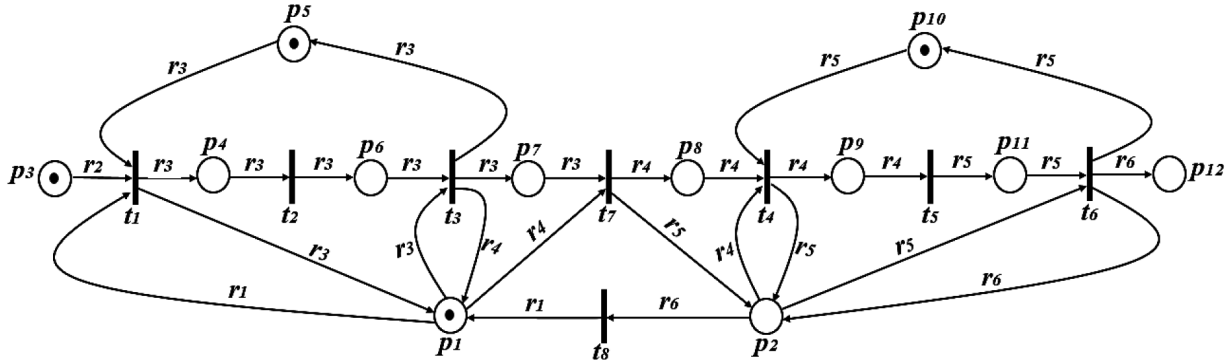


Рисунок 1. Граф модель РВСП «обрабатывающий центр» в гибкой производственной системе механообработки

Функция инцидентности множества позиций представляется матрицей  $D^-(12,8)$ :

$$D^-(8,12) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Функция инцидентности множества переходов представляется матрицей  $D^+(8,12)$ :

$$D^+(8,12) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Матрицы распределения цветов маркеров по входным и выходным позициям переходов представляются матрицами:

$$\Phi(8,6) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \Psi(8,6) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Распределение цветов по позициям и начальная маркировка сети представляются матрицами  $\Lambda(12,6)$  и  $\mu^0(12,6)$ :

$$\Lambda(12,6) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \mu^0(12,6) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Элементы вектора параметров временных задержек маркеров в позициях:

$$Z = (3, 3, 1, 1, 2, 1, 3, 4, 2, 2, 4, 3).$$

Элементы вектора параметров времен срабатывания разрешенных переходов:

$$S = (5, 2, 4, 5, 2, 5, 4, 2).$$

По вышеуказанным начальным данным проведены эксперименты симуляции сети и получены результаты в виде пространства состояний. Определены возможные траектории обслуживания робота-манипулятора параллельно функционирующим обрабатывающим центрам в гибкой производственной системе. Выбрана оптимальная траектория при симуляции модели.

Во время симуляции графа при каждом срабатывании переходов происходят изменения маркировки графа. Маркировка определяет общее состояние системы. Дерево достижимых маркировок делает возможным анализ системы. В результате симуляции получено дерево достижимости в виде последовательности матриц маркировок.

Отраженные в матрицах изменения маркировки приведены в таблице 1 (при начальной маркировке  $\mu_{1,1}^0 = \mu_{3,2}^0 = \mu_{5,3}^0 = \mu_{10,1}^0 = 1$ ).

Последовательность запусков срабатываемых переходов принимает вид  $\sigma = (t_1, t_2, t_3, t_7, t_4, t_5, t_6, t_8)$ .

*Модель функционирования транспортного манипулятора*

**Таблица 1.** Изменения маркировок в матрицах

Срабатываемые переходы	Моменты времени срабатывания переходов	Маркировки
$t_1$	$\tau_{t_1} = 8$	$\mu_{1,3}^1 = 1, \mu_{4,3}^1 = 1, \mu_{10,5}^1 = 1$
$t_2$	$\tau_{t_2} = 11$	$\mu_{1,3}^2 = 1, \mu_{6,3}^2 = 1, \mu_{10,5}^2 = 1$
$t_3$	$\tau_{t_3} = 18$	$\mu_{1,3}^3 = 1, \mu_{1,4}^3 = 1, \mu_{5,3}^3 = 1, \mu_{5,4}^3 = 1, \mu_{7,3}^3 = 1, \mu_{7,4}^3 = 1, \mu_{10,5}^3 = 1$
$t_7$	$\tau_{t_7} = 25$	$\mu_{2,4}^4 = 1, \mu_{2,5}^4 = 1, \mu_{5,3}^4 = 1, \mu_{5,4}^4 = 1, \mu_{7,4}^4 = 1, \mu_{7,5}^4 = 1, \mu_{10,5}^4 = 1$
$t_4$	$\tau_{t_4} = 34$	$\mu_{2,4}^5 = 1, \mu_{5,3}^5 = 1, \mu_{5,4}^5 = 1, \mu_{7,4}^5 = 1, \mu_{7,5}^5 = 1, \mu_{9,4}^5 = 1$
$t_5$	$\tau_{t_5} = 38$	$\mu_{2,4}^6 = 1, \mu_{5,3}^6 = 1, \mu_{5,4}^6 = 1, \mu_{7,4}^6 = 1, \mu_{7,5}^6 = 1, \mu_{11,5}^6 = 1$
$t_6$	$\tau_{t_6} = 47$	$\mu_{2,4}^7 = 1, \mu_{2,5}^7 = 1, \mu_{2,6}^7 = 1, \mu_{5,3}^7 = 1, \mu_{5,4}^7 = 1, \mu_{7,4}^7 = 1,$ $\mu_{7,5}^7 = 1, \mu_{10,5}^7 = 1, \mu_{10,6}^7 = 1, \mu_{12,5}^7 = 1, \mu_{12,6}^7 = 1$
$t_8$	$\tau_{t_8} = 52$	$\mu_{1,1}^8 = 1, \mu_{2,4}^8 = 1, \mu_{2,5}^8 = 1, \mu_{5,3}^8 = 1, \mu_{5,4}^8 = 1, \mu_{7,4}^8 = 1,$ $\mu_{7,5}^8 = 1, \mu_{10,5}^8 = 1, \mu_{10,6}^8 = 1, \mu_{12,5}^8 = 1, \mu_{12,6}^8 = 1$

В граф модели (рисунок 2), составленной с применением РВСП функционирования транспортного манипулятора в гибкой производственной системе механообработки, его состояния описываются следующими позициями:

$p_1$  — транспортный манипулятор, выполняющий загрузки-разгрузки ОЦ1, ОЦ2, ОЦ3;  $p_2, p_3, p_4$  — соответственно входные накопители необработанных деталей ОЦ1, ОЦ2, ОЦ3;  $p_5, p_6, p_7$  — соответственно конец загрузки, начало обработки деталей ОЦ1, ОЦ2, ОЦ3;  $p_8, p_9, p_{10}$  — соответственно конец обработки деталей, начало разгрузки ОЦ1, ОЦ2, ОЦ3;  $p_{11}, p_{12}, p_{13}$  — соответственно блокировки, исключающие загрузки неразгруженных ОЦ1, ОЦ2, ОЦ3;  $p_{14}, p_{15}, p_{16}$  — соответственно выходные накопители обработанных деталей ОЦ1, ОЦ2, ОЦ3.

Возможные события при функционировании транспортного манипулятора описываются следующими переходами:

$t_1, t_2, t_3$  — операции загрузки соответственно ОЦ1, ОЦ2, ОЦ3;  $t_4, t_5, t_6$  — обработка деталей соответственно ОЦ1, ОЦ2, ОЦ3;  $t_7, t_8, t_9$  — операции соответственно разгрузки ОЦ1, ОЦ2, ОЦ3.

Функция инцидентности множества позиций представляется матрицей  $D^-(16,9)$ :

$$D^-(9,16) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Функция инцидентности множества переходов представляется матрицей  $D^+(9,16)$ :

$$D^+(9,16) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

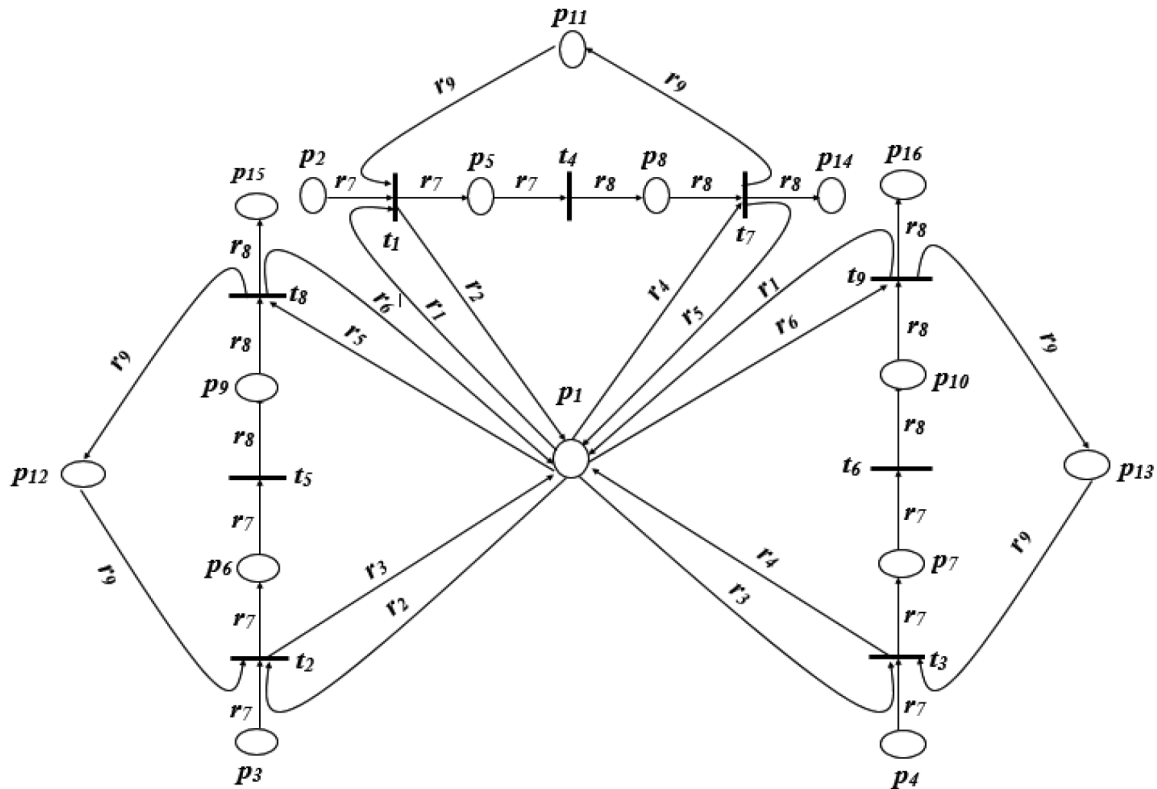


Рисунок 2. Граф-схема модели функционирования транспортного манипулятора

Матрицы распределения цветов маркеров по входным и выходным позициям переходов представляются матрицами:

$$\Phi(9,9) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \Psi(9,9) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Распределения цветов по позициям и начальная маркировка сети представляются матрицами  $\Lambda(16,9)$ :

$$\Lambda(16,9) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mu^0(16,9) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Элементы вектора параметров временных задержек маркеров в позициях:

$$Z = (3, 3, 1, 1, 2, 1, 3, 4, 2, 2, 4, 3, 6, 3, 4, 7).$$

Элементы вектора параметров времен срабатывания разрешенных переходов:

$$S = (5, 2, 4, 5, 2, 5, 4, 2, 6).$$

В результате компьютерного эксперимента получена последовательность срабатывания переходов  $\sigma = (t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7, t_8, t_9)$  из начальной маркировки:

$$\mu_{1,1}^0 = \mu_{1,2}^0 = \mu_{1,3}^0 = \mu_{2,7}^0 = \mu_{3,7}^0 = \mu_{4,7}^0 = \mu_{11,9}^0 = \mu_{12,9}^0 = \mu_{13,9}^0 = 1.$$

Отраженные в матрицах изменения маркировки приведены в таблице 2.

В разработанной модели множество цветов, связываемых с метками и дугами сети, описывается с вектором  $R = (r_1, r_2, \dots, r_9)$ . В сети раскрашены метка, имитирующая функционирование обрабатывающих центров, и дуги траектории маршрута транспортного манипулятора. Начальный цвет метки в позиции  $p_1$  равен  $r_1$  и дуга  $(p_1, t_1)$  окрашена цветом  $r_1$ . После срабатывания перехода  $t_1$  метка возвращается в позицию  $p_1$ , имея цвет  $r_2$ , поскольку дуга  $(t_1, p_1)$  раскрашена в цвет  $r_2$ . При этом срабатывается переход  $t_2$ , поскольку дуга раскрашена  $(p_1, t_2)$  в цвет  $r_2$ , после срабатывания перехода  $t_2$  в позицию  $p_1$  метка возвращается,

имея цвет  $r_3$ . Возбуждается переход  $t_3$ , поскольку дуга  $(p_1, t_3)$  раскрашена в цвет  $r_3$ , после срабатывания перехода  $t_3$  в позицию  $p_1$  метка возвращается, имея цвет  $r_4$  поскольку дуга  $(t_3, p_1)$  раскрашена в цвет  $r_4$ .

Раскрашивание дуг обеспечивает возбуждение только одного из переходов, следу-

ющих за  $p_1$ , при любом состоянии системы. При данной раскраске маршрут транспортного манипулятора представлен последовательностью срабатывающих переходов  $t_1, t_2, t_3, t_7, t_8, t_9$ , т.е. происходят загрузки ОЦ1, затем ОЦ2, ОЦ3. После загрузки ОЦ3 следует их разгрузка и цикл повторяется.

**Таблица 2.** Изменения маркировок в матрицах

Срабатываемые переходы	Моменты времени срабатывания переходов	Маркировки
$t_1$	$\tau_{t_1} = 9$	$\mu_{1,2}^1 = 2, \mu_{1,3}^1 = 1, \mu_{1,7}^1 = 1, \mu_{3,7}^1 = 1, \mu_{4,7}^1 = 1, \mu_{5,2}^1 = 1,$ $\mu_{5,7}^1 = 1, \mu_{12,9}^1 = 1, \mu_{13,9}^1 = 1,$
$t_2$	$\tau_{t_2} = 14$	$\mu_{1,2}^2 = 1, \mu_{1,3}^2 = 2, \mu_{1,7}^2 = 1, \mu_{4,7}^2 = 1, \mu_{5,2}^2 = 1, \mu_{5,7}^2 = 1,$ $\mu_{6,3}^2 = 1, \mu_{6,7}^2 = 1, \mu_{13,9}^2 = 1$
$t_3$	$\tau_{t_3} = 24$	$\mu_{1,2}^3 = 1, \mu_{1,3}^3 = 1, \mu_{1,4}^3 = 1, \mu_{1,7}^3 = 1, \mu_{5,2}^3 = 1, \mu_{5,7}^3 = 1,$ $\mu_{6,3}^3 = 1, \mu_{6,7}^3 = 1, \mu_{7,4}^3 = 1, \mu_{7,7}^3 = 1$
$t_4$	$\tau_{t_4} = 31$	$\mu_{1,2}^4 = 1, \mu_{1,3}^4 = 1, \mu_{1,4}^4 = 1, \mu_{1,7}^4 = 1, \mu_{5,2}^4 = 1, \mu_{6,3}^4 = 1,$ $\mu_{6,7}^4 = 1, \mu_{7,4}^4 = 1, \mu_{7,7}^4 = 1, \mu_{8,8}^4 = 1$
$t_5$	$\tau_{t_5} = 34$	$\mu_{1,2}^5 = 1, \mu_{1,3}^5 = 1, \mu_{1,4}^5 = 1, \mu_{1,7}^5 = 1, \mu_{5,2}^5 = 1, \mu_{6,3}^5 = 1,$ $\mu_{7,4}^5 = 1, \mu_{7,7}^5 = 1, \mu_{8,8}^5 = 1, \mu_{9,8}^5 = 1$
$t_6$	$\tau_{t_6} = 42$	$\mu_{1,2}^6 = 1, \mu_{1,3}^6 = 1, \mu_{1,4}^6 = 1, \mu_{1,7}^6 = 1, \mu_{5,2}^6 = 1, \mu_{6,3}^6 = 1,$ $\mu_{7,4}^6 = 1, \mu_{7,7}^6 = 1, \mu_{8,8}^6 = 1, \mu_{9,8}^6 = 1, \mu_{10,8}^6 = 1$
$t_7$	$\tau_{t_7} = 50$	$\mu_{1,2}^7 = 1, \mu_{1,3}^7 = 1, \mu_{1,4}^7 = 1, \mu_{1,5}^7 = 1, \mu_{1,7}^7 = 1, \mu_{1,8}^7 = 1,$ $\mu_{1,9}^7 = 1, \mu_{5,2}^7 = 1, \mu_{6,3}^7 = 1, \mu_{7,4}^7 = 1, \mu_{7,7}^7 = 1, \mu_{7,8}^7 = 1,$ $\mu_{10,8}^7 = 1, \mu_{11,5}^7 = 1, \mu_{11,8}^7 = 1, \mu_{11,9}^7 = 1, \mu_{14,5}^7 = 1, \mu_{14,8}^7 = 1, \mu_{14,9}^7 = 1$
$t_8$	$\tau_{t_8} = 55$	$\mu_{1,2}^8 = 1, \mu_{1,3}^8 = 1, \mu_{1,4}^8 = 1, \mu_{1,5}^8 = 1, \mu_{1,6}^8 = 1, \mu_{1,7}^8 = 1,$ $\mu_{1,8}^8 = 1, \mu_{1,9}^8 = 1, \mu_{5,2}^8 = 1, \mu_{6,3}^8 = 1, \mu_{7,4}^8 = 1, \mu_{7,7}^8 = 1,$ $\mu_{10,8}^8 = 1, \mu_{11,5}^8 = 1, \mu_{11,8}^8 = 1, \mu_{11,9}^8 = 1, \mu_{12,6}^8 = 1, \mu_{12,8}^8 = 1,$ $\mu_{12,9}^8 = 1, \mu_{14,5}^8 = 1, \mu_{14,8}^8 = 1, \mu_{14,9}^8 = 1, \mu_{15,6}^8 = 1, \mu_{15,8}^8 = 1, \mu_{15,9}^8 = 1$
$t_9$	$\tau_{t_9} = 64$	$\mu_{1,1}^9 = 1, \mu_{1,2}^9 = 1, \mu_{1,3}^9 = 1, \mu_{1,4}^9 = 1, \mu_{1,5}^9 = 1, \mu_{1,6}^9 = 1, \mu_{1,7}^9 = 1,$ $\mu_{1,8}^9 = 1, \mu_{1,9}^9 = 1, \mu_{5,2}^9 = 1, \mu_{6,3}^9 = 1, \mu_{7,4}^9 = 1, \mu_{7,7}^9 = 1,$ $\mu_{11,5}^9 = 1, \mu_{11,8}^9 = 1, \mu_{11,9}^9 = 1, \mu_{12,6}^9 = 1, \mu_{12,8}^9 = 1, \mu_{12,9}^9 = 1,$ $\mu_{13,1}^9 = 1, \mu_{13,8}^9 = 1, \mu_{13,9}^9 = 1, \mu_{14,5}^9 = 1, \mu_{14,8}^9 = 1, \mu_{14,9}^9 = 1,$ $\mu_{15,6}^9 = 1, \mu_{15,8}^9 = 1, \mu_{15,9}^9 = 1, \mu_{16,1}^9 = 1, \mu_{16,8}^9 = 1, \mu_{16,9}^9 = 1$

### Вывод

Разработан алгоритм функционирования РВСП, который обеспечивает: представление структурных элементов сети в матричном виде; распределение цветов маркеров по входным и выходным позициям переходов сети; решение задачи разрешимости срабатывания переходов, находящихся в состояниях конфликта; сокращение числа позиций и переходов сети; упрощение и ускорение процесса моделирования; определение режима работы сети с максимально возмож-

ной скоростью. На основе предложенного алгоритма разработаны модели функционирования транспортного манипулятора и обрабатывающего центра в гибкой производственной системе механообработки. Разработано программное обеспечение в системе программирования Delphi 7.0, которое позволяет решать задачи с матрицами достаточно большого размера, что вполне удовлетворяет требованиям к моделированию сложных распределенных систем.



**Список литературы**

1. Управление ГПС: Модели и алгоритмы / Под. общ. ред. академика АН СССР С.В. Емельянова. М.: Машиностроение, 1987. 368 с.
2. Колесов Ю.Б., Сениченков Ю.Б. Моделирование систем. Динамические и гибридные системы. СПб.: БХВ-Петербург, 2006. 284 с.
3. Ding Z., Zhou Y., Zhou M. A Polynomial Algorithm to Performance Analysis of Concurrent Systems via Petri Nets and Ordinary Differential Equations // IEEE Transactions on Automation Science and Engineering. 2015. V. 12, № 1. P. 295–308.
4. Питерсон Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем. М.: Мир, 1984. 264 с.
5. W.M.P. van der Aalst, Stahl C. Modeling Business Processes. A Petri Net Oriented Approach. The MIT Press, 2011. 400 p.
6. Lopez-Mellado E. Analysis of Discrete Event Systems by Simulation of Timed Petri Net Models // Mathematics and Computers in Simulation. 2002. Vol. 61, No. 1. P. 53–59.
7. Jensen K., Kristensen L.M., Wells L. Colored Petri Nets and CPN Tools for Modeling and Validation of Concurrent Systems // Int. Journal on Software Tools for Technology Transfer. 2007. Vol. 9, No. 3–4. P. 213–254.
8. Jensen K., Kristensen L.M. Coloured Petri Nets: Modeling and Validation of Concurrent Systems. Ist Springer Publishing Company Inc., 2009. 384 p.
9. Holliday M.A., Vernon M.K. A Generalized Timed Petri Net Model for Performance Analysis. IEEE Transactions on Software Engineering. 1987. Vol. Se–13, No. 12.

**References**

1. Management of GPS: Models and Algorithms / Ed. by Academician AN SSSR S.V. Emelyanov. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1987. 368 p. [in Russian].
2. Kolesov Yu.B., Senichenkov Yu.B. Modeling Systems. Dynamic and Hybrid Systems. Saint-Petersburg, BHV-Petersburg Publ., 2006. 284 p. [in Russian].
3. Ding Z., Zhou Y., Zhou M. A Polynomial Algorithm to Performance Analysis of Concurrent Systems via Petri Nets and Ordinary Differential Equations. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2015, Vol. 12, No. 1, pp. 295–308.
4. Peterson J. Petri Nets Theory and Systems Modeling. Moscow, Mir Publ., 1984. 264 p. [in Russian].
5. W.M.P. van der Aalst, Stahl C. Modeling Business Processes A Petri Net Oriented Approach. The MIT Press, 2011. 400 p.
6. Lopez-Mellado E. Analysis of Discrete Event Systems by Simulation of Timed Petri Net Models. Mathematics and Computers in Simulation, 2002, Vol. 61, No. 1, pp. 53–59.
7. Jensen K., Kristensen L.M., Wells L. Colored Petri Nets and CPN Tools for Modeling and Validation of Concurrent Systems. Int. Journal on Software Tools for Technology Transfer, 2007, Vol. 9, No. 3–4, pp. 213–254.
8. Jensen K., Kristensen L.M. Coloured Petri Nets: Modeling and Validation of Concurrent Systems. Ist Springer Publishing Company Inc., 2009. 384 p.
9. Holliday M.A., Vernon M.K. A Generalized Timed Petri Net Model for Performance Analysis. IEEE Transactions on Software Engineering, 1987, Vol. Se–13, No. 12.