ИСЛАМГАЛЕЕВ ДЕНИС РИНАТОВИЧ, студент
Уфимский государственный авиационный технический университет,
г. Уфа, Россия
e-mail: vrey1@bk.ru

МАТРИЦА ДОСТИЖИМЫХ СОСТОЯНИЙ ДЛЯ СЕТЕЙ ПЕТРИ

Данная статья посвящена проблеме построения матрицы достижимых состояний, которая необходима для вычисления групп гомологий сетей Петри. Алгоритм построения матрицы достижимых состояний необходим для программной реализации алгоритма из работы [2]. Эти группы гомологий были введены в работе [1], как группы гомологий категории состояний элементарной сети Петри. В работе [1] был предложен метод вычисления первых групп гомологий. В работе [3] построен алгоритм для вычисления всех групп гомологий элементарной сети Петри.

Ключевые слова: матрица достижимых состояний, алгоритм, сети Петри, гомологии, метод вычисления

Дадим основные необходимые сведения о сетях Петри и об их матрице достижимых состояний.

Сеть Петри представляет собой двудольный ориентированный граф, который состоит из вершин двух типов – мест и переходов, соединённых между собой стрелками. В местах могут размещаться метки, способные перемещаться по сети.

Сетью Петри называется пятёрка *N= (P,T , pre, post, M0),* где P – конечное множество мест; T – конечное множество переходов; pre(t)(p) = число стрелок p □□t; post(t)(p) = число стрелок t □□p ; M 0 – начальная маркировка.

Элементы из T называются переходами, из P – местами. Функция M0 : P □□N называется начальной маркировкой. Маркировкой называется произвольная функция M : P □□N , где N – неотрицательные целые числа.

Сеть Петри называется элементарной, если для каждой ее маркировки число меток в каждом месте не больше единицы.

Сеть Петри характеризуется динамикой. Срабатывание перехода t □T возможно, если M □□$pre(t)$, т.е. (□p)M (p) □□$pre(t)(p)$; в этом случае переход, который сработал, переводит разметку M в разметку M , принимающую значения M (p) □□M (p) □□$pre(t)$ □□$post(t)$.

Для сети Петри может быть построено пространство состояний – множество всех маркировок. Для этого необходимо исследовать все возможные расположения меток в местах, а также динамику сети Петри, с помощью которой можно проследить результаты допустимых срабатываний переходов (т.е. переходы из одного состояния в другие). Пространство достижимых состояний, которое отражает только те состояния, которые возможны при заданном начальном состоянии, как и пространство состояний, может быть построено для сети Петри. Для этого необходимо исследовать начальное состояние сети Петри с помощью динамики и определить, какие новые состояния могут быть достигнуты из заданного. Затем, аналогично, исследовать найденные состояния, и так далее, пока все достижимые состояния не будут найдены.

Пространство состояний отражает матрица переходов, где строками являются состояния, столбцами – события, а значениями – конечное состояние, полученное в результате действия на соответствующее состояние соответствующего события, в случае отсутствия заданного перехода в списке переходов в матрице проставляется значение минус 1. Матрица переходов приведена на рисунке 1. Где *t*0 ....*tm*□1 – переходы, *s*0 ....*sn*□1– возможные комбинации событий, которые кодируются из логики построения двоичных чисел, где число цифр равно числу мест, т.е., например, *s*0 □□00, *s*1 □□01, *s*2 □□10 , *s*3 □□11 (1 – есть метка, 0 – нет метки) для сети Петри на рисунке 2. Рассмотрим для примера элементарную сеть Петри на рисунке 2. В начальном состоянии сети Петри есть метка только в месте p1 .

	t_0	t_1	...	t_{m-1}
s_0	$s_0 \cdot t_0$	$s_0 \cdot t_1$	...	$s_0 \cdot t_m$
s_1	$s_1 \cdot t_0$	$s_1 \cdot t_1$	...	$s_1 \cdot t_m$
...	...	...	...	...
s_{n-1}	$s_n \cdot t_0$	$s_n \cdot t_1$	...	$s_n \cdot t_m$

Рисунок 1 – Матрица переходов

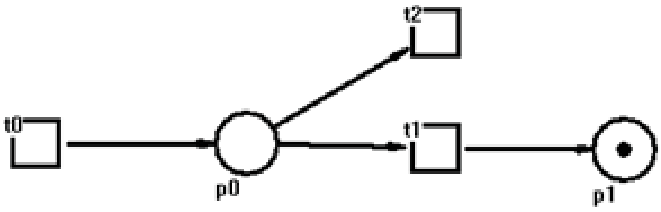

Рисунок 2 – Сеть Петри

	t_0	t_1	t_2
s_0	-1	-1	-1
s_1	3	-1	-1
s_2	-1	-1	-1
s_3	-1	-1	1

Рисунок 3 – Матрица достижимых состояний

Далее, по правилам динамики сетей Петри, описываемых выше, строится пространство достижимых состояний, исходя из данных начального состояния сети Петри. В данном случае логика алгоритма сработает следующим образом: из начального состояния, которое кодируется как s1, может сработать переход t0, который при срабатывании добавит метку в место p0 , что является состоянием s3 . Поэтому, в матрицу достижимых состояний, в ячейку *s*1 □□*t*0, записывается только индекс нового состояния s3 – 3. От нового состояния находится следующее состояние. Теперь может сработать переход t2 , который при срабатывании уберёт метку из места p0 , что является состоянием s1 . Поэтому в матрицу достижимых состояний, в ячейку *s*3 □□*t*2, записывается только индекс нового состояния s1 – 1. Больше новых состояний в данной сети Петри нет. Получившаяся матрица достижимых состояний представлена на рисунке 3.

Представим полный алгоритм построения матрицы достижимых состояний, где входными данными является элементарная сеть Петри и её начальное состояние:

1. Расставить -1 в матрице *m*□□*n*, где m – число переходов, *n* □□2*n*;
2. Установить текущее состояние как начальное;
3. Найти все переходы, которые могут сработать из текущего состояния, определить, в какие новые состояния они могут перевести сеть Петри, и записать в матрицу достижимых состояний в соответствующие ячейки (сработанный переход, текущее состояние) индекс нового состояния. Если таких переходов нет, то перейти к шагу 4;
4. Если есть новое состояние, которое ещё не рассматривалось, установить его текущим и перейти к шагу 3, иначе перейти к шагу 5;
5. Вывести матрицу достижимых состояний.

В дальнейшем, при вычислении матриц дифференциалов для вычисления групп гомологий сетей Петри, необходимо учитывать, что строки матрицы, в которых все значения равны -1, не участвуют в вычислениях.

Список литературы

1. Husainov, A. A. On the homology of small categories and asynchronous transition systems / H. A. Husainov // Homology Homotopy Appl., 2004.V.6, N 1. P. 439□471. http:// www. intlpress.com/ hha/v6/n1/a22/

2. Husainov, A. A. The Homology Groups of a Partial Trace Monoid Action and Petri Nets / H. A. Husainov // Appl.Categor.Struct. – 2013. – V.21, №6. – P.587–615.