ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ СИНТЕЗА СЕТИ ЦИФРОВОГО АДРЕСНОГО РАДИОУПРАВЛЕНИЯ В АСКУЭ 0,4 КВ С ОПТИМАЛЬНОЙ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТЬЮ

© Овсепян Е.В.[1]

Институт сферы обслуживания и предпринимательства (филиал) Донского государственного технического университета, г. Шахты

В настоящей работе рассматривается автоматизированная система контроля и учета электроснабжения (АСКУЭ), которая осуществляет управление исполнительными абонентскими устройствами (ИАУ) посредством передачи цифровых адресных команд управления по радиоканалу.

Ключевые слова: сети Петри, система контроля и учета электроэнергии.

Важнейшим параметром, влияющим на эффективность работы такой системы, является пропускная способность канала радиоуправления. От оперативности передачи информации, ее достоверности и тождественности зависит качество работы всей системы, поэтому вопрос выбора канала связи и определение его максимальной пропускной способности играет решающее значение.

На пропускную способность рассматриваемой АСКУЭ влияют следующие основные факторы:

– параметры радиоканала;
– технические характеристики используемого оборудования;
– режим работы сети связи;
– протокол передачи команд управления;
– длина сообщения;
– распределение приоритетов между командами управления;
– количество пунктов приема платежей и скорость обработки платежей.

В настоящей работе мы попробуем определить оптимальную интенсивность трафика, обеспечивающую минимальную задержку при передаче команд управления ИАУ.

Как показано в [1], задача оптимизации пропускных способностей, обеспечивающих минимальную среднюю задержку в сетях передачи данных, аналитически решена только для модели сети в виде системы массового

[1] Магистрант.

обслуживания типа $M / M / 1$ [2]. Однако, использование данной модели дает завышенные значения средней задержки, т.к. предполагает экспоненциальное распределение времени обслуживания μ^{-1} с. Это приводит к неоправданному возрастанию используемых сетевых ресурсов при попытке синтезировать сеть с достаточно малой средней задержкой. Однако в реальных сетях передачи данных при постоянной длине пакета время обслуживания оказывается фиксированным, что соответствует модели сети $M / Д / 1$.

Для системы массового обслуживания с произвольным законом распределения времени обслуживания ($M / G / 1$) среднее число пользователей определяется по формуле Поллачека-Хинчина [5]:

$$\bar{n} = \rho + \rho^2 \frac{\left(1+\nabla_в^2\right)}{2\left(1-\rho\right)}, \tag{1}$$

где $\rho = \dfrac{\lambda}{\mu} < 1$ – интенсивность трафика (т.н. коэффициент использования обслуживающего элемента);

$\nabla_в^2 = \dfrac{\sigma_в^2}{\mu^2}$ – квадрат коэффициента дисперсии времени обслуживания;

$\sigma_в^2$ – дисперсия времени обслуживания.

Для системы $M / Д / 1$ формула (1) справедлива при $\nabla_в^2 = 0$, т.е.

$$n = \frac{\rho\left(2-\rho\right)}{2\left(1-\rho\right)}, \tag{2}$$

Исходя из принципа независимости (клейнроковская аппроксимация) и формулы Литтла [5], среднее число пакетов в сети определяется как сумма пакетов по каждой i-й ветви [2]:

$$N = T_{зад}^{ср}\gamma = \sum_{i=1}^{k} n_i, \tag{3}$$

где $T_{зад}^{ср}$ – средняя задержка пакета;

k – число ветвей в сети связи;

γ – общий трафик сети, величина которого определяется количеством пакетов, поступающих в сеть и покидающих ее в единицу времени.

Таким образом, выражение (3) с учетом (2) определяет среднюю задержку в сети:

$$T_{зад}^{ср} = \frac{1}{\gamma}\sum_{i=1}^{n} \frac{\rho_i\left(2-\rho_i\right)}{2\left(1-\rho_i\right)}, \tag{4}$$

Анализ, проведенный в [1], показал, что функция (4) является выпуклой и содержит условный экстремум (минимум) при ограничении стоимости передачи удельного потока F_i на единицу пропускной способности V_i, равного коэффициенту использования канала ρ_i:

$$C_i = b\frac{F_i}{V_i}\frac{\text{бит}}{\text{с}(\text{бит/с})} = b\frac{L\lambda_i}{L\mu_i} = b\rho, \quad i = \overline{1,k}, \tag{5}$$

где b – коэффициент пропорциональности.

Просуммировав C_i по всей сети, получим ограничение в виде стоимостной функции:

$$C_{cc} = b\sum_{i=1}^{k}\rho_i \le C_{зад}, \tag{6}$$

Функционал оптимизации с учетом (4) и (6) принимает вид:

$$\Phi = \frac{1}{\gamma}\sum_{i=1}^{k}\frac{\rho_i(2-\rho_i)}{2(1-\rho_i)} + Pb\sum_{i=1}^{k}\rho_i, \tag{7}$$

При этом частные производные будут равны:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\rho_i} = \frac{(1+2Pb\gamma) - 2\rho_i(1+2Pb\gamma) + 2(1+Pb\gamma)\rho_i}{(1-\rho_i)^2} = 0.$$

В результате получаем k квадратных уравнений вида

$$\rho_i^2 - 2\rho_i + 2\frac{1+Pb\gamma}{1+2Pb\gamma} = 0,$$

из которых находим

$$\rho_i = 1 \pm \sqrt{-\frac{1}{1+2Pb\gamma}}, \; i = \overline{1,k}.$$

Так как ρ_i представляет собой функцию параметров, которые не зависят от номера ветви, то $\rho_1 = \rho_2 = \ldots = \rho_i = \ldots = \rho_k = \rho_0 = const$, т.е.

$$\rho_0 = 1 \pm \sqrt{-\frac{1}{1+2Pb\gamma}}. \tag{8}$$

Подставляя выражение (8) в формулу (6) находим неопределенный множитель Лагранжа:

$$P = -\frac{1}{2b\gamma}\left[1 + \left(\frac{bn}{C_{зад} - bn}\right)^2\right].$$

Далее подставляем полученное соотношение в (8) и находим оптимальные значения ρ_0:

$$\rho_{01} = \left(2bn - C_{зад}\right)/bn; \tag{9}$$

$$\rho_{02} = C_{зад}/bn. \tag{10}$$

Уравнение (9) соответствует особой точке, лежащей за пределами рабочей области ($\rho > 1$). Оптимальное значение ρ_{02} (10) минимизирует среднюю задержку сети:

$$T_{зад}^{\min} = \frac{nC_{зад}\left(2bn - C_{зад}\right)}{\gamma bn \cdot 2\left(bn - C_{зад}\right)}. \tag{11}$$

Если провести сравнение с выражением, описывающим минимальную среднюю задержку для $M/M/1$, приведенным в [3]:

$$T_{зад}^{\min/} = \frac{n}{\gamma}\frac{C_{зад}}{bn} \cdot \frac{1}{\left(bn - C_{зад}\right)},$$

то можно заметить, что при использовании модели сети $M/M/1$ происходит значительное завышение средней задержки. Так, если проанализировать индекс

$$k_c = \frac{T_{зад}^{\min}}{T_{зад}^{\min/}} = \frac{2}{2bn - C_{зад}},$$

то становится ясно, что при интенсивном трафике ($\rho \to 1$), когда $C_{зад} \approx bn$ и $k_c \cong 2$, время задержки будет завышено в 2 раза. Это приведет к значительному завышению стоимости сети при попытке достижения задержки, аналогичной (11).

Таким образом, при синтезе сети радиоуправления ИАУ целесообразно использовать модель в виде системы массового обслуживания в форме $M/Д/1$.

Список литературы:

1. Будко П.А., Федоренко В.В. Управление в сетях связи. Математические модели и методы оптимизации: монография. – М.: Изд-во физико-математической литературы, 2003. – 228 с.

2. Бертсекас Д., Галлагер Р. Сети передачи данных. – М.: Мир, 1989. – 399 с.

3. Мизин И.А., Богатырев В.А., Кулешов А.П. Сети коммутации пакетов / под ред. В.С. Семенихина. – М.: Радио и связь, 1986. – 408 с.

4. Фетисов В.Г., Сапронов А.А., Медведев Д.В. Аналитические методы в нелинейных динамических системах контроля и учета электроэнергии // «Математические методы в технике и технологиях»: Сборник научных трудов – Ростов-н/Д.: РГАСХМ, 2003. – С. 52-54.

5. Клейнрок Л. Вычислительные системы с очередями. – М.: Мир, 1979.

6. Фетисов В.Г. дис. … докт. физ.-мат. наук. / Ин-т матем. им. акад. С.Л. Соболева Сиб. отд. РАН. – 1996. – 280 с.

7. Фетисов В.Г. Классификация нелинейных операторов суперпозиции в связи с гипотезой проф. Немыцкого В.В. // Методы и средства измерения физиче-ских величин: тр. IV Всерос. НТК. – Ч. V. – 1999. – С. 43.

8. Круз Дж., Перкинс В.Р. Критерий оценки чувствительности систем к изменениям параметров. // Теория непрерывных автоматических систем и вопросы идентификации: тр. III Междунар. Конгресса по автоматическому управлению. – М.: Наука, 1971. – С. 120-130.

9. Климов Г.П., Мишкой Г.К. Приоритетные системы обслуживания с ориентацией. – М.: Изд-во МГУ, 1979. – 222 с.

10. Иванов В.В. Методы алгоритмизации непрерывных производственных процессов. – М.: Физматгиз, 1975. – 400 с.

11. Никульчев Е.В. Геометрический подход к моделированию нелинейных систем по экспериментальным данным: монография. – М.: МГУП, 2007. – 162 с.