6. *Красовский А.А., Буков В.Н., Шендрик В.С.* Универсальные алгоритмы оптимального управления непрерывными процессами. М., 1977.
7. *Казаков И.Е.* Статистическая теория систем управления в пространстве состояний. М., 1975.
8. *Хургин Я.И., Яковлев В.П.* Финитные функции в физике и технике. М., 1971.
9. *Булычев Ю.Г., Бурлай И.В.* // ЖВМ и МФ. 1997. Т. 37. № 9. С. 213–217.
10. *Толкачев А.П.* Математическое моделирование управляемых производственных процессов // Социально-экономические и технико-технологические проблемы развития сферы услуг: Сб. науч. тр. Ростов н/Д, 2003. Т. 2. С. 74–81.
11. *Треногин В.А.* Функциональный анализ. М., 1980.

Южно-Российский государственный университет экономики и сервиса, г. Шахты

20 января 2005 г.

УДК 681.518

МЕТОД АНАЛИЗА СЕТЕВОЙ МОДЕЛИ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ НЕЧЕТКИХ ЗНАНИЙ

© 2005 г. Д.В. Фатхи

For solving the solution of the analysis task there are definitions of the functions of the reaching and the net derivative in the article covering the model of representing knowledge.

В практике разработки и применения интеллектуальных систем управления в различных сферах человеческой деятельности все большее значение приобретают нечеткие интеллектуальные системы. Специфика вывода знаний в нечетких интеллектуальных системах состоит в обработке функций принадлежностей нечетких фактов, используемых в выводе. Повышение производительности таких систем можно осуществить путем распараллеливания процессов вывода знаний.

Признанный метод описания параллельных процессов базируется на математическом аппарате сетей Петри [1]. При маркировании позиций сети Петри функциями принадлежностей нечетких множеств, представляющих факты и реализующих в переходах сети операции над нечеткими множествами, можно осуществлять различные преобразования, в том числе, осуществлять нечеткий вывод знаний.

Известна нечеткая сеть Петри в виде биграфа [2]. Для применения нечеткой сети Петри в качестве сетевой модели представления знаний (СМПЗ) достаточно использовать лишь три вида переходов предложенной формальной системы. Тогда она представляется в виде пятерки: $FNP = \{T, P, I, O, M_o\}$, где P – конечное множество позиций, $P = \{p_i\}$, $i = \overline{1,n}$; T – конечное множество переходов, $T = \{t_i\}$, $j = \overline{1,m}$; $I : T \times P \rightarrow \{0, 1\}$ –

функция следования; $O : P \times T \rightarrow \{0, 1\}$ – функция предшествования; $M_o : P \rightarrow \{[0, 1] \vee \varnothing\}$ – начальное маркирование.

В сети *FNP* выделим множество головных (сопоставляемых множеству входов моделируемого нечеткого объекта) позиций $G(N) = \{p \mid p \in P \wedge p_{in} = \varnothing\}$ и множество хвостовых (сопоставляемых множеству выходов моделируемого объекта) позиций $H(N) = \{p \mid p \in P \wedge p_{out} = \varnothing\}$.

Маркировка нечеткой сети Петри – это вектор $M = <\mu(p_1),\ldots, \mu(p_n)>$, где $\mu(p_1)$ – переменные, принимающие значения из интервала [0, 1]; n – число позиций нечеткой сети Петри. Маркировка сети характеризует состояние моделируемой системы. Функционирование сети осуществляется сменой состояний согласно правилам запуска и срабатывания переходов (рис. 1–3).

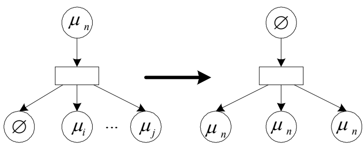

Рис. 1. Срабатывание перехода REP

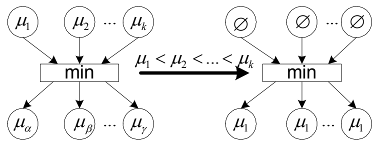

Рис. 2. Срабатывание перехода min

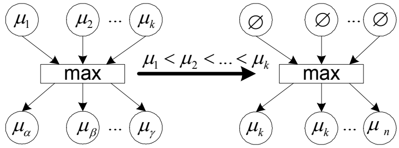

Рис. 3. Срабатывание перехода max

Рассмотрим применение нечеткой сети Петри при реализации нечеткого дедуктивного вывода, осуществляемого по правилу $F \rightarrow G$: $F` / G`$.

Определяется нечеткое отношение из правила $F \rightarrow G$; $R = F \times G$; $R = \sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{m} \mu_R(u_i; v_j)/(u_i; v_j)$, где $U = \{u_1, u_2,\ldots, u_l\}$; $V = \{v_1, v_2,\ldots, v_m\}$.

Вывод $G`$ определяется из свертки max – min множества $F`$.

$$G` = F`\bullet R = \sum_{i=1}^{m} \bigvee_{u_i \in U} (\mu_{F`}(u_i) \wedge \mu_R(u_i, v_j))/v_j, \text{ где } F, F` \subset U;\ G, G` \subset V.$$

СМПЗ, построенная на основе нечеткой сети Петри, осуществляющая рассмотренный вывод, представлена на рис. 4.

СМПЗ может быть реализована в интеллектуальных системах либо аппаратно, либо программно.

В процессе отладки и тестирования баз знаний интеллектуальных систем возникает необходимость решения следующих задач, связанных с определением достижимости определенной позиции и значением ее маркировки: 1) при каких значениях маркировки входных позиций будет получена требуемая маркировка входной позиции? 2) при каких значениях маркировок К-1 входных позиций будет получена маркировка выходной позиции, соответствующая значению маркировки К-й входной позиции.

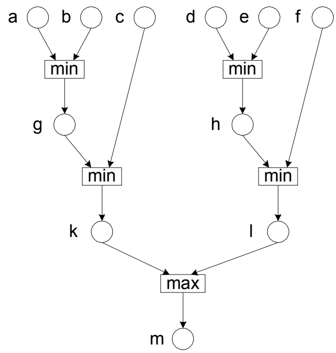

Рис. 4. Фрагмент СМПЗ

Предлагается для целей анализа СМПЗ ввести понятие функции достижимости для задания в аналитической форме логики преобразований функций принадлежностей лингвистических переменных исходных фактов в заключительные факты, соответствующие выводимым знаниям.

Под функцией достижимости будем понимать отображение множества маркировок входных позиций в маркировки выходных позиций.

Для представления в аналитической форме функций достижимости СМПЗ введем в рассмотрение μ-значную логику, которую можно рассматривать как аналог двузначной, обобщающей логические операции конъюнкции, дизъюнкции и отрицания в случае, когда переменные и результаты операций принимают значения из множества U, содержащего вещественные числа из интервала [0, 1].

$U = [A, B]$ – замкнутый и ограниченный интервал вещественных чисел [0,0, …, 0,1, …, 0,2, …, 1,0].

Операция конъюнкции двух чисел сопоставляется операции $\min(u_1,u_2)$, дизъюнкции – операции $\max(u_1,u_2)$. Операция отрицания определяется в виде $\sim u = 2M - u$, $M = (A + B)/2$.

Определение. Функцией μ-значной логики называется функция, которая: совместно со своими аргументами принимает значение из множества $U = [A, B]$; может выражаться через свои аргументы формулой в виде суперпозиции операций min, max и ~.

Другие основные операции μ-значной логики имеют вид: неэквивалентность: $g = \max\{[\min(u_1, 1 - u_2), \min(1 - u_1, u_2)]\}$; эквивалентность: $g = \min\{[\max(u_1, 1 - u_2), \max(1 - u_1, u_2)]\}$; импликация: $g = \max(1 - u_1, u_2)$.

Основные тождества μ-значной логики представляются в виде:

$\max(u_1, u_2) = 1 - \min(1 - u_1, 1 - u_2)$; $\sim \max(u_1, u_2) = 1 - \max(u_1, u_2)$;

$\min(u_1, u_2) = 1 - \max(1 - u_1, 1 - u_2)$; $\sim \min(u_1, u_2) = 1 - \min(u_1, u_2)$.

С использованием μ-значной логики СМПЗ можно сопоставить аналитическое выражение, характеризующее достижимость и значение маркировки выходной позиции.

Алгоритм А1 позволяет получить функцию достижимости СМПЗ с использованием операций и тождеств μ-значной логики.

Алгоритм А1. Записать функции непосредственных связей, введя обозначения выходных позиций внутренних переходов СМПЗ.

Путем подстановки в формулы выражений промежуточных переменных, сопоставленных промежуточным позициям, получить формулу, определяющую зависимость выходной позиции от входных позиций СМПЗ.

Функции достижимости СМПЗ, представленной на рис. 4, имеют вид: m = max(k, l) = max(min(g, c), min(h, f)) = max{min[min(a, b), c], min[(d, e), f]}.

Использование функции достижимости СМПЗ позволяет аналитически определить достижимость и значение маркировки достижимой позиции m при различных значениях маркировок входных позиций. Этим самым будет решена первая, сформулированная в работе задача.

Для решения второй задачи введем понятие сетевой производной СМПЗ.

Пусть задана функция достижимости СМПЗ $G(g) = G(g_1, g_2,\ldots, g_n)$. Для $G(g)$ сетевая производная СМПЗ по позиции g_1 определяется выражением

$$\frac{\partial G(g)}{\partial g_i} = \max\{\min[G(g_1,\ldots,g_i,\ldots,g_n)],\min[G(g_1,\ldots,\sim g_i,\ldots,g_n)]\}.$$

Пусть фрагмент СМПЗ, представленной на рис. 5, реализует функцию достижимости $G(g) = \min(g_1, g_2)$.

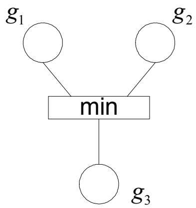

Рис. 5. Фрагмент СМПЗ

Сетевая производная для данного фрагмента имеет вид:

$$\frac{\partial G(g)}{\partial g_1} = \max(\min(\sim\min(1, g_2), \min(0, g_2)), \min(1, g_2), \sim \min(0, g_2) =$$

$$= \max[\min(\sim\max(0, \sim g_2), \min(0, g_2)), \min(\sim\min(1, g_2), \max(1, \sim g_2))] =$$

$$= \max[\min(\sim g_2, 0), \min(\sim g_2, 1)] = \max(0, g_2) = g_2,$$

т.е. g_2 должно быть максимальным (должно стремиться к 1).

Решение второй задачи, не теряя общности, продемонстрируем на примере СМПЗ, представленной на рис. 4.

Для получения маркировки входных позиций, приводящих к чувствительности выходной позиции m к маркировке входной позиции, например, позиции, обозначенной через a, необходимо рассмотреть множество путей: $\Pi = \{\Pi_1, \Pi_2\}$, $\Pi_1 = \{m, k, g, a\}$, $\Pi_2 = \{l, h, d\}$.

Используем цепной способ вычисления сетевой производной СМПЗ [3].

Для пути Π_1 $\dfrac{\partial G(\Pi_1)}{\partial a} = \min\left(\dfrac{\partial G(m)}{\partial k}, \dfrac{\partial k}{\partial g}, \dfrac{\partial g}{\partial a}\right)$.

Будем рассматривать парами функцию достижимости и получаемую производную.

$$G(m) = \max(k, l);\ \frac{\partial G(m)}{\partial k} = \max(0, \sim l) = \min(1, l) = l(\min);$$

$$k = \min(g, c);\ \frac{\partial k}{\partial g} = \min\{0, c\} = c(\max);$$

$$g = \min(a, b);\ \frac{\partial g}{\partial a} = \max\{0, b\} = b(\max);$$

$$\frac{\partial G(\Pi_1)}{\partial a} = \min\{\min l, \max c, \max b\};$$

$$\min\left\{a, \frac{\partial G(\Pi_1)}{\partial a}\right\} = \min\{a, \max b, \max c, \min l\}.$$

Для возникновения маркировки в позиции m, соответствующей значению маркировки позиции a, необходимо, чтобы $a < b$, $d < c$, $a < l$.

Для выяснения значений маркировок позиций d, e и f, представляющих минимальное значение l, необходимо по аналогии рассматривать путь Π_2.

$$\frac{\partial G(\Pi_2)}{\partial d} = \min\left(\frac{\partial l}{\partial h}, \frac{\partial h}{\partial d}\right);$$

$$l = \min(h, f);\ \frac{\partial l}{\partial h} = \max\{0, f\} = f(\max);$$

$$h = \min(d, e);\ \frac{\partial h}{\partial d} = \max\{0, e\} = e(\max);$$

$$\frac{\partial G(\Pi_2)}{\partial d} = \min\{\max f, \max e\};$$

$$\min\left(d\, \frac{\partial G(\Pi_2)}{\partial d}\right) = \min\{d, \max f, \max e\}.$$

Для создания в позиции l требуемой маркировки $l < a$ необходимо в позиции d иметь маркировку $d = l$, т.е. $d < a$, $d < f$, $d < e$.

В общем виде значения маркировок следующие: $a < b$, $a < c$, $d < a$, $d < f$, $d < e$.

При условии указанной маркировки входных позиций рассматриваемой СМПЗ значение маркировки позиции a будет сформировано в достижимой позиции m.

Литература

1. *Питерсон Дж.* Теория сетей Петри и моделирование систем: Пер. с англ. М., 1984.
2. *Фатхи Д.В.* // Автоматика и вычислительная техника. 2002. № 3.
3. *Баранова С.Н. и др.* Автоматизация проектирования цифровых устройств. Л., 1979.

Ростовский военный институт ракетных войск ***16 февраля 2005 г.***