In this thesis the research of control system of tunnel excavation complex СТЕМ – 5,6 is described. The mathematical descriptions of the elements of the complex and the general control diagram are obtained. The software products for remote control of tunnel excavation complex are presented.

Key words: tunnel excavation complex, copy-cutter, rotor, programmable logic controller, SCADA systems, control algorithm, human machine interface.

Klintsov Grigoriy Nikolaevich, student, argon-eldar@mail.ru, Russia, Tula, Tula State University,

Larkin Eugene Vasilyevich, doctor of technical science, professor, head of chair, elarkin@mail.ru, Russia, Tula, Tula State University

УДК 519.31

СТОХАСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОТКАЗОВ СИСТЕМ

В.В. Котов, Н.А. Котова, М.Л. Савин

Предложен алгоритм моделирования процесса отказов/восстановлений в сложных системах, основанный на математическом аппарате сетей Петри-Маркова и методе статистических испытаний имитационной модели. Получены выражения для оценки времени наработки на отказ по имитационной модели системы.

Ключевые слова: отказ, сложная система, имитационная модель, сеть Петри-Маркова, стохастическая матрица, матрица плотностей распределения, матрица логических условий, время наработки на отказ.

Сети Петри-Маркова (СПМ) широко используются для моделирования стохастических процессов в системах, в связи с чем применяются так- же и для описания отказов/восстановлений [1, 2, 3]. СПМ допускают последовательные упрощения и получение итоговой математической зависимости [4, 5, 6, 7], представляющей в контексте теории надежности аналитическое выражение для плотности распределения времени наработки до отказа системы, включающей ряд взаимодействующих элементов [8]. Для полученного аналитического выражения может быть найдено математическое ожидание, которое является численным показателем надежности.

Подобный подход применим лишь для моделей систем с простой структурой, так как решение задачи аналитическими методами представляет собой трудоемкий процесс. В случаях сложных систем [9] аппарат

СПМ рекомендуется применять для получения численного решения путем моделирования процесса отказов/восстановлений.

Исходными данными для моделирования являются:

описание структуры СПМ отказов как двудольного графа со структурой $\Pi = \{A, Z, O_A(Z), O_Z(A)\}$, где $A = \{a_{1(a)}, ..., a_{j(a)}, ..., a_{J(a)}\}$ – конечное множество позиций; $Z = \{z_{1(z)}, ..., z_{j(z)}, ..., z_{J(z)}\}$ – конечное множество переходов с подмножеством поглощающих переходов $Z_E \subset Z$; $O_Z(A) = \{O_Z(a_{1(a)}), ..., O_Z(a_{j(a)}), ..., O_Z(a_{J(a)}), ..., \}$ – множество выходных функций переходов; $O_A(Z) = \{O_A(z_{1(z)}), ..., O_A(z_{j(z)}), ..., O_A(z_{J(z)})\}$ – множество выходных функций позитий; $O_A(Z_E) = \varnothing$;

вектор $\boldsymbol{q} = \lfloor q_{1(z)}, ..., q_{j(z)}, ..., q_{J(z)} \rfloor$ вероятностей начала процесса в переходах множества Z;

прямоугольная матрица $\boldsymbol{p} = \lfloor p_{j(a), j(z)} \rfloor$ вероятностей выполнения полушагов в переход $z_{j(z)} \in O_Z \lfloor a_{j(a)} \rfloor$ после окончания пребывания процесса в состоянии $a_{j(a)}$;

прямоугольная матрица $\boldsymbol{f}(t) = \lfloor f_{j(a), j(z)}(t) \rfloor$ плотностей распределения времени t пребывания в состоянии $a_{j(a)}$ с последующим выполнением полушага в переход $z_{j(z)} \in O_Z \lfloor a_{j(a)} \rfloor$;

матрица $\boldsymbol{L} = \lfloor L_{j(z), j(a)} \rfloor$, определяющая логические условия выполнения полушага в позицию $a_{j(z)} \in O_A \lfloor z_{j(z)} \rfloor$.

Элементы математической модели имеют следующий физический смысл:

позиции множества $A = \{a_{1(a)}, ..., a_{j(a)}, ..., a_{J(a)}\}$ являются математическим подобием состояний элементов системы [1];

переходы множества $Z = \{z_{1(z)}, ..., z_{j(z)}, ..., z_{J(z)}\}$ моделируют взаимодействие элементов, в частности эффект "соревнования" [10];

выходная функция позиции $O_Z(a_{j(a)})$ моделирует множество вариантов изменения состояний элементов системы;

выходная функция перехода $O_A(z_{j(z)})$ моделирует множество возможных состояний, в которые попадают элементы системы в результате выполнения логических условий взаимодействия;

вероятности вектора $\boldsymbol{q}$ представляют собой стохастические параметры вариантов исходных состояний системы;

плотности распределения $\boldsymbol{f}(t)$ и вероятности $\boldsymbol{p}$ описывают параметры безотказности элементов системы;

логические условия $\boldsymbol{L}$ моделируют условия потери/сохранения работоспособности системы при отказах элементов.

С целью сокращения вычислительной сложности алгоритма моделирования систем данного типа целесообразно предварительно выполнить следующие действия:

упорядочить элементы вектора $\boldsymbol{q}$ по возрастанию и сформировать интервалы:

$$Q_{1(z)} = \left[0, q_{1(z)}\right), \ldots, \; Q_{j(z)} = \left[\sum_{j=1}^{j(z)} q_{j(z)}, \sum_{j=1}^{j(z)} q_{j(z)}\right), \ldots, \; Q_{J(z)} = \left[\sum_{j=1}^{J(z)-1} q_{j(z)}, 1\right]; \quad (1)$$

упорядочить элементы $j(a)$-й строки матрицы $\boldsymbol{p}$ по возрастанию и сформировать интервалы:

$$P_{j(a),1(z)} = \left[0, p_{j(a),1(z)}\right), \ldots, \; P_{j(a),j(z)} = \left[\sum_{j=1}^{j(z)} p_{j(a),j(z)}, \sum_{j=1}^{j(z)} p_{j(a),j(z)}\right), \ldots,$$

$$P_{j(a),J(z)} = \left[\sum_{j=1}^{J(z)-1} p_{j(a),j(z)}, 1\right]; \quad (2)$$

найти функцию распределения $F_{j(a),j(z)}(t) = \{1 - \exp[-\mu_{j(a),j(z)} t]\}$ и обратную ей функцию, считая, что все потоки отказов/восстановлений являются потоками стационарными и без последействия $f_{j(a),j(z)}(t) = \mu_{j(a),j(z)} \exp[-\mu_{j(a),j(z)} t]$, где $\mu_{j(a)j(z)}$ – интенсивность потока, соответствующего плотности распределения $f_{j(a),j(z)}(t)$:

$$t = -\frac{1}{\mu_{j(a),j(z)}} \ln(1 - \pi), \quad (3)$$

где π – случайное число, равновероятно распределенное в интервале [0, 1);

сформировать наборы булевых констант и массивы для наборов текущих булевых переменных, соответствующих элементарным конъюнкциям дизъюнктивной нормальной формы булева выражения для $L_{j(z),j(a)}$.

Процесс моделирования включает следующие алгоритмы.

Алгоритм 1. Определение перехода, в котором начинается процесс:

1) запускается генератор случайных чисел и формируется квазислучайное число π с равновероятным законом распределения;

2) выбирается переход $z_{j(z)}$, в котором начинается процесс, в соответствии с правилом: $j(z) = k(z)$, если $\pi \subset Q_{k(z)}$, $1 \le k(z) \le J(z)$;

3) конец.

Алгоритм 2. Определение направления выполнения полушагов из позиции $a_{j(a)}$ в переходы $O_Z\left(a_{j(a)}\right)$:

1) запускается генератор случайных чисел и формируется равномерно распределенное число π;

2) выбирается направление выполнения полушага позиции $a_{j(a)}$ в переходы $O_Z\left(a_{j(a)}\right)$ в соответствии с правилом: $j(z) = k(z)$, если $\pi \subset P_{j(a),k(z)}$, $1 \le k(z) \le J(z)$;

3) запускается генератор случайных чисел и формируется число π;

4) определяется момент выполнения полушага в переход $z_{j(z)}$ по зависимости (3);

5) конец работы алгоритма.

Алгоритм 3. Определение направления выполнения полушагов из переходов $z_{j(z)}$ в позиции $O_A\left(z_{j(z)}\right)$:

1) после выполнения полушага, определяемого кортежем $\left[a_{j(a)}, z_{j(z)}\right]$, во всех массивах текущих булевых переменных логические нули $[j(a), j(z)]$-й переменной меняются на логические единицы;

2) каждый набор текущих булевых переменных сравнивается с набором булевых констант, соответствующих элементарным конъюнкциям дизъюнктивной нормальной формы булева выражения для $L_{j(z),\,j(a)}$;

3) в случае совпадения хотя бы одного набора булевых переменных с набором булевых констант выставляется признак открытия перехода $z_{j(z)}$ для выполнения полушага, определяемого кортежем $\left[z_{j(z)}, a_{k(a)}\right]$;

4) после выполнения полушагов во все компоненты элементарных конъюнкций наборов булевых переменных записывается логический нуль;

5) конец работы алгоритма.

Алгоритмы 1 – 3 позволяют сформировать управляющий алгоритм моделирования, приведенный ниже.

Алгоритм 4. Моделирование процесса отказов/восстановлений:

1) устанавливается таймер в положение $t = 0$;

2) запускается алгоритм 1, и с его помощью формируется вектор состояний СПМ;

3) параметру k присваивается значение $k = 1$;

4) из перехода $z_{j(z)}$ выполняются полушаги в позиции $a_{j(a)} \in O_A\left(z_{j(z)}\right)$, таким образом формируется k-й вектор состояния;

5) перебираются позиции $a_{j(a)}$, и для каждой из них определяется направление выполнения полушагов в соответствии с алгоритмом 2. Для каждого выбранного направления определяется интервал времени выполнения полушага $\Delta t_{j(a)}$;

6) перебираются интервалы времени $\Delta t_{j(a)}$, и из них выбирается $\Delta t_{j(a)\min}$;

7) изменяется текущее время $t = t + \Delta t_{j(a)\min}$;

8) выполняется полушаг из позиции $a_{j(a)}$, соответствующей $\Delta t_{j(a)\min}$, в переход $z_{j(z)} \in O_Z\left[a_{j(a)}\right]$;

9) если переход $z_{j(z)} \in Z_E$ $z_{j(z)} \in Z_E$, то конец. В противном случае – переключение в оператор 10;

10) запускается алгоритм 3 и проверяются переходы по признаку открытия в связи с выполнением полушага $\left[a_{j(a)}, z_{j(z)} \in O_Z\left(a_{j(a)}\right)\right]$. При отсутствии открытых переходов – переключение в оператор 12;

11) при наличии открытых переходов, например $z_{k(z)}$, выполняются полушаги в позиции подмножества $O_A\left(z_{k(z)}\right)$, таким образом корректируется k-й вектор состояния;

12) $k = k + 1$, переход к оператору 5.

Итогом работы алгоритма 4 является простой статистический ряд временных интервалов $t = \{t_1, ..., t_n, ..., t_N\}$ достижения подмножества Z_E Z_E из подмножества переходов, для которых элементы вектора $\boldsymbol{q}$ не равны нулю. Алгоритм 4 должен быть выполнен достаточное количество раз для того, чтобы набрать удовлетворительную статистику по временным интервалам.

Обработка простого статистического ряда может производиться по известным методикам обработки результатов статистических испытаний [11], предусматривающим выполнение следующих операций:

1) разделение всего диапазона $0 \le t \le t_{\max}$ на равные участки $0 \le t < \tau$, $\tau \le t < 2\tau$, $2\tau \le t < 3\tau$, …, $(K-1)\tau \le t < t_{\max}$;

2) определение частот ν_k попадания временных интервалов из статистического ряда на каждый из K участков по зависимости

$$\nu_k = \frac{|\{t \mid (k-1)\tau \le t < k\tau\}|}{N},$$

где $|\{\ldots\}|$ – мощность соответствующего множества;

3) построение по частотам ν_k гистограммы

$$\gamma = \begin{pmatrix} \dfrac{\tau}{2} & \ldots & \dfrac{\tau}{2} + k\tau & \ldots & \dfrac{\tau}{2} + (K-1)\tau \\ \nu_0 & \ldots & \nu_k & \ldots & \nu_{K-1} \end{pmatrix}, \tag{4}$$

где $\dfrac{\tau}{2} + k\tau$ – середина k-го диапазона, $0 \le k \le K - 1$; ν_k – частота попадания времени в k-й диапазон;

4) определение среднего времени и дисперсии достижения поглощающего перехода по формулам

$$T=\frac{\sum_{n=1}^{N} t_n}{N};\ D=\frac{\sum_{n=1}^{N}(t_n-T)^2}{N-1}. \quad (5)$$

Найденное время T будет являться средним временем наработки системы до отказа;

5) аппроксимация гистограммы (5) определяется по аналитическому закону распределения. Указанную аппроксимацию целесообразно производить в том случае, если результаты моделирования по анализируемой модели являются промежуточными, и будут использоваться при аналитическом решении задачи проектирования отказоустойчивых систем более высокого иерархического уровня, где рассматриваемая система является элементом. Вследствие того, что в рассматриваемом случае производится хотя и машинный, но эксперимент, аппроксимацию плотности аналитическим законом распределения целесообразно проводить по критерию χ^2 Пирсона [11].

Для этого необходимо построить гистограмму (5) графически и подобрать аналитический закон $f(t)$, в наибольшей степени повторяющий форму гистограммы, у которого математическое ожидание и дисперсия совпадают с параметрами T и D, рассчитанными по зависимостям (6).

Обозначим величины плотностей вероятностей аналитического закона $f(t)$ в точках $\frac{\tau}{2}, ..., \frac{\tau}{2}+k\tau, ..., \frac{\tau}{2}+(K-1)\tau$, соответственно

$$f\left(\frac{\tau}{2}\right)=f_0^*, ...,\ f\left(\frac{\tau}{2}+k\tau\right)=f_k^*, ...,\ f\left(\frac{\tau}{2}+(K-1)\tau\right)=f_{K-1}^*.$$

Тогда критерий χ^2 для гистограммы (4) и аналитического закона $f(t)$ будет иметь вид:

$$\chi^2=N\sum_{k=0}^{K-1}\frac{\left(\nu_k-f_k^*\right)^2}{f_k^*}.$$

В соответствии с критерием χ^2 по кривой распределения определяется вероятность того, что закон распределения $f(t)$ удовлетворяет критерию близости, полученной с помощью моделирования гистограммы. Если вероятность достаточно велика, то принятая гипотеза о виде и параметрах аппроксимирующего закона распределения не противоречит результатам моделирования.

Таким образом, СПМ являются универсальным математическим аппаратом, позволяющим получать как теоретические, так и квазиэкспериментальные данные о статистических параметрах процесса отказов/восстановлений в сложных системах.

Список литературы

1. Ларкин Е.В. Об одном подходе к моделированию параметрических отказов // Известия ТулГУ: Проблемы специального машиностроения. Вып. 6. Ч. 2. Тула: ТулГУ, 2003. С. 387 – 394.

2. Ларкин Е.В. Редукция сетей Петри-Маркова // Известия ТулГУ: Серия: Математика. Механика. Информатика. Т. 1. Вып. 3. 1995. С. 99 – 109.

3. Игнатьев В.М., Ларкин Е.В. Сети Петри-Маркова. Тула: ТулГУ, 1997. 163 с.

4. Ларкин Е.В., Котов В.В., Котова Н.А. Оценка эффективности программного обеспечения робота с использованием сетей Петри-Маркова // Известия ТулГУ. Технические науки. Вып. 9. Ч. 2. Тула: Изд-во ТулГУ, 2013. С. 156 – 163.

5. Ларкин Е.В., Ивутин А.Н. Временные и вероятностные характеристики транзакций в цифровых системах управления // Известия ТулГУ. Сер. Технические науки. Вып. 1. Тула: Изд-во ТулГУ, 2013. С. 252 – 258.

6. Ларкин Е.В. Ивутин А.Н., Костомаров Д.С. Методика формирования сети Петри-Маркова для моделирования когнитивных технологий // Известия ТулГУ. Технические науки. Вып. 9. Ч. 1. Тула: Изд-во ТулГУ, 2013. С. 303 – 311.

7. Ларкин Е.В., Котов В.В., Котова Н.А. Генерация Петри-Марковских моделей в задачах оптимизации когнитивных технологий обучения // Известия ТулГУ. Технические науки. Вып. 9. Ч. 1. Тула: Изд-во ТулГУ, 2013. С. 298 – 303.

8. Ларкин Е.В., Ивутин А.Н. Обобщенная полумарковская модель алгоритма управления цифровыми устройствами // Известия ТулГУ. Сер. Технические науки. Вып. 1. Тула: Изд-во ТулГУ, 2013. С. 221 – 228.

9. Ларкин Е.В., Ивутин А.Н. Прогнозирование времени выполнения алгоритма // Известия ТулГУ. Технические науки. Вып. 3. Тула: Изд-во ТулГУ, 2013. С. 301 – 315.

10. Ларкин Е.В., Ивутин А.Н. «Соревнования» в многопроцессорных компьютерных системах // Известия ТулГУ. Сер. Технические науки. Вып. 12, ч. 2. Тула: Изд-во ТулГУ, 2012. С. 198 – 204

11. Ширяев А.Н. Вероятность. М.: Наука, 1989. 640 с.

Котов Владислав Викторович, д-р техн. наук, проф. elarkin@mail.ru, Россия, Тула, Тульский государственный университет,

Котова Наталия Александровна, канд. техн. наук, доц. elarkin@mail.ru, Россия, Тула, Тульский государственный университет,

Савин Максим Леонидович, асп., elarkin@mail.ru, Россия, Тула, Тульский государственный университет

STOCHASTIC SIMULATION OF SYSTEMS FAILURES

V.V. Kotov, N.F.Kotova, M.L.Savin

An algorithm of simulation of failures/restoration process in complex systems, based on mathematical apparatus of Petri-Markov nets and Monte-Carlo Method of imitation model is proposed. Expressions for evaluation of mean time between failures (MTBF) on simulation model are obtained.

Key words: failure, complex system, simulation (imitation) model, Petri-Markov net, stochastic matrix, densities matrix, logical conditions matrix, mean time between failures (MTBF).

Kotov Vladislav Victorovich, doctor of technical science, professor, elarkin@mail.ru, Russia, Tula, Tula State University,

Kotova Natalya Alexandrovna, candidate of technical science, docent, elarkin@mail.ru, Russia, Tula, Tula State University,

Savin Maxim Leonidovich, postgraduate, elarkin@mail.ru, Russia, Tula, Tula State University

УДК 621.38 (62 – 52)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ТРЕХФАЗНОГО ВЕНТИЛЬНОГО ДВИГАТЕЛЯ С УЧЕТОМ ОСНОВНЫХ ВОЗМОЖНЫХ ОТКАЗОВ

Д.П. Лимаренко

Предложена математическая модель работы трехфазного вентильного двигателя, отражающая электромагнитные и электромеханические процессы, проходящие в электроприводе, с учетом возможных неисправностей элементов привода.

Ключевые слова: двигатель, электромеханические процессы, электропривод, вентиль, обмотки статора.

В качестве исполнительного элемента ЭПЗА используется вентильный моментный двигатель с возбуждением от высокоэнергетических постоянных магнитов Nd-Fe-B. Рассматриваемый двигатель [2, 3, 4] представляет собой трехфазный ВМД. Подключение секций ВМД к источнику