

УДК 62-50:519.216

МАТРИЧНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СЕТЕЙ ПЕТРИ*

А.В. МАРКОВ

В работе рассматривается анализ возможных состояний сетей Петри при помощи матричной формы применительно к системе «Интернет-магазин» [1]. Описаны достоинства и недостатки данного способа.

Ключевые слова: сети Петри, дерево достижимости, матрицы.

ВВЕДЕНИЕ

Сетью Петри $(P, T, I, O)'$ называют двудольный ориентированный граф, содержащий вершины двух типов – позиции и переходы. Вершины разного типа могут быть соединены непосредственно. Позиции могут содержать метки (фишки, маркеры), способные перемещаться по сети. Событие – это срабатывание перехода, т. е. метка из входной позиций этого перехода перемещаются в выходную позицию [2].

В более ранних работах [1] упоминалась возможность анализа сетей различными способами: матричным представлением сетей, выделением языков сетей Петри [3, 4], а также генерацией пространства состояний и построением дерева достижимости [5–15].

Матричная форма представления сетей Петри (P, T, D^-, D^+) эквивалентна стандартной форме и позволяет дать определения в терминах векторов и матриц, отличие заключается лишь в появлении двух матриц D^- и D^+ , представляющих входную и выходную функции [2].

1. ОПИСАНИЕ АНАЛИЗИРУЕМОЙ СИСТЕМЫ

В [1] смоделирована система «Интернет-магазин» при помощи сетей Петри. Интернет-магазин – сайт, который организует торговлю товарами через

* Статья получена 17 декабря 2012 г.

¹ $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ – конечное множество позиций, $n \geq 0$.

$T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$ – конечное множество переходов, $m \geq 0$.

$I: T \rightarrow P^m$ является входной функцией – отображением из переходов в комплекты позиций.

$O: T \rightarrow P^n$ есть выходная функция – отображение из переходов в комплекты позиций.

интернет, позволяя пользователю найти нужный товар, осуществить покупку, выбрать способ оплаты. Также пользователю доступны функции регистрации, авторизации в системе и посещение личного кабинета.

Приведен анализ системы представлением отчета о пространстве состояний и дерева достижимости. Основной идеей, изложенной в работе [1], является представление сети в иерархическом виде и анализ получившихся подсетей и основной сети по отдельности.

Представим спроектированную ранее сеть (рис. 1) в матричном виде и исследуем ее возможные достижимости при помощи векторов и матриц.

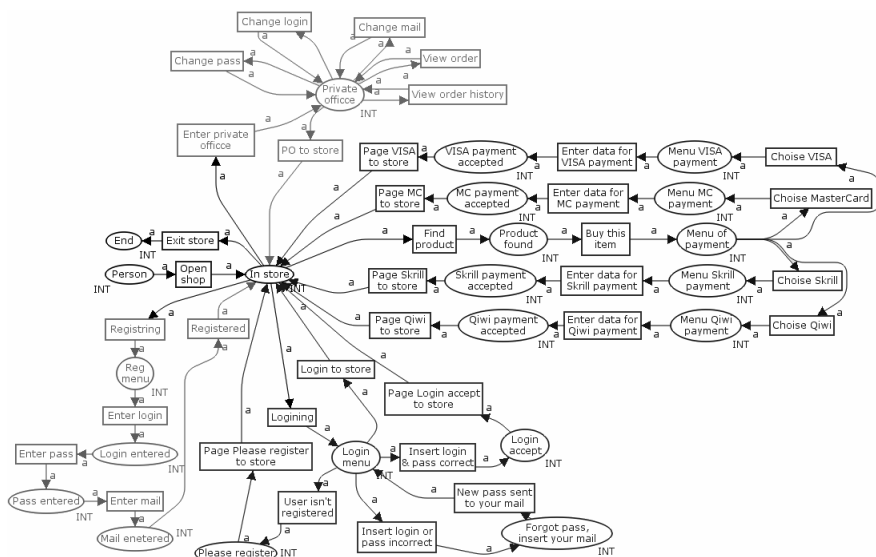


Рис. 1. Сеть Петри системы «Интернет-магазин» [1]

Опираясь [2] на описанный матричный подход анализа, который заключается в формировании входной и выходной функции с последующим представлением их в составной матрице изменений, рассмотрим систему описанную выше. Также необходимо составить вектор начального состояния системы и задать вектор запусков – срабатывание выбранных переходов.

Представим входную функцию (табл. 1) и выходную функцию (табл. 2) системы (рис. 1). Для построения матриц и векторов в данной работе использовалась система компьютерной алгебры MathCAD (version 14.0.0.163).

Входная функция сети Петри «Интернет-магазин»

[illegible]

Таблица 2

Выходная функция сети Петри «Интернет-магазин»

D2 :=

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
35	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Составная матрица изменений $D = D1 - D2$ будет иметь вид (табл. 3):

Таблица 3

Составная матрица изменений сети Петри «Интернет-магазин»

$$D =$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	-1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	-1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	1	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	1	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	1	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-1	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	1	0	0	0	0
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0
30	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
31	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0
33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0
34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1
35	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1

Как видно из табл. 3, составная матрица изменений не может полностью показать структуру спроектированной сети, но в совокупности с входной и

выходной функциями способна отразить спроектированную ранее сеть. Кроме того, составная матрица изменений необходима для последующего анализа сетей, а точнее для анализа возможных состояний сети.

Вектор начальной маркировки сети выглядит следующим образом (табл. 4).

Таблица 4

Вектор начальной маркировки

$M :=$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

2. ДОСТИЖИМОСТЬ² СЕТИ ПЕТРИ «ИНТЕРНЕТ-МАГАЗИН»

Зададим несколько возможных вариантов срабатывания переходов и оценим полученные результаты.

Для первого варианта вектор запусков выглядит следующим образом (табл. 5):

Таблица 5

Вектор запуска, первый вариант

$F1 :=$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0

Для того чтобы рассчитать получившееся состояние (табл. 6), необходимо к начальной маркировке прибавить произведение вектора запусков и составной матрицы изменений:

$$M1 = V + (F1 \cdot D).$$

Таблица 6

Вектор полученной маркировки, первый вариант

$M1 =$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

² Достижимость – возможность перехода сети из одного заданного состояния в другое.

Для второго варианта вектор запусков выглядит следующим образом (табл. 7):

Таблица 7

Вектор запуска, второй вариант

$$F2 :=$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1

$$M2 = V + (F2 \cdot D).$$

После вычислений получаем следующее состояние (табл. 8).

Таблица 8

Вектор полученной маркировки, второй вариант

$$M2 =$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Для третьего варианта вектор запусков выглядит следующим образом (табл. 9):

Таблица 9

Вектор запуска, третий вариант

$$F3 :=$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1

$$M3 = V + (F3 \cdot D).$$

После вычислений получаем следующее состояние (табл. 10).

Таблица 10

Вектор полученной маркировки, третий вариант

$$M3 =$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Для четвертого варианта вектор запусков выглядит следующим образом (табл. 11):

Таблица 11

Вектор запуска, четвертый вариант

F4 :=

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$$M4 = V + (F4 \cdot D).$$

После вычислений получаем следующее состояние (табл. 12).

Таблица 12

Вектор полученной маркировки, четвертый вариант

M4 =		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
	0	0	3	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Стоит отметить, что полученные результаты при некоторых вариантах векторов запуска система попадает в состояния ($M2$, $M4$), которые невозможно достичь. То есть отсутствует информация о последовательности в векторе запуска.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе показана возможность интерпретации и анализа сетей Петри в векторно-матричной форме.

Матричный подход к анализу сетей Петри весьма перспективен, но, в свою очередь, имеет и некоторые трудности. Основной недостаток заключается в неполном отражении структуры сети Петри матрицей D и в отсутствии указания порядка срабатывания элементов в векторе запуска.

Тем не менее, представление сети в виде матриц легче интерпретируется цифровой техникой, чем в иллюстрированном виде, и достойно более глубокого изучения.

[1] Марков А.В. Анализ иерархических сетей Петри / А.В. Марков, А.А. Воевода // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 2013. – в печати.

- [2] Питерсон Дж. Теория сетей Петри и моделирование: пер. с англ. / Дж. Питерсон. – М.: Мир, 1984.
- [3] Воевода А.А. О компактном представлении языков раскрашенных сетей Петри / А.А. Воевода, Д.О. Романников // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2008. – № 3(53). – С. 105–108.
- [4] Воевода А.А. О компактном представлении языков сетей Петри: сети с условиями и временные сети / А.А. Воевода, А.В. Марков // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2010. – № 2(60). – С. 77–83.
- [5] Коротиков С.В. Применение сетей Петри в разработке программного обеспечения центров дистанционного контроля и управления: дис. ... канд. техн. наук / С.В. Коротиков. – Новосибирск: НГТУ, 2007.
- [6] Марков А.В. Моделирование процесса поиска пути в лабиринте при помощи сетей Петри / А.В. Марков. // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2010. – № 4(62). – С. 133–141.
- [7] Романников Д.О. Обзор работ посвященным разработке ПО с использованием UML и сетей Петри / Д.О. Романников, А.В. Марков, И.В. Зимаев // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2011. – № 1(63). – С. 91–104.
- [8] Марков А.В. Моделирование процесса поиска пути в лабиринте при помощи сетей Петри для системы из двух связанных звеньев / А.В. Марков, А.А. Воевода // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2011. – № 3(65). – С. 95–104.
- [9] Марков А.В. Поиск манипулятором кратчайшего пути в лабиринте / А.В. Марков // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2011. – № 4(66). – С. 75–91.
- [10] Романников Д.О. Пример применения методики разработки ПО с использованием UML-диаграмм и сетей Петри / Д.О. Романников, А.В. Марков // Научный вестник НГТУ. – 2012. – № 1(67). – С. 175–181.
- [11] Романников Д.О. Разработка программного обеспечения с применением UML-диаграмм и сетей Петри для систем управления локальным оборудованием: дис. ... канд. техн. наук / Д.О. Романников. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2012.
- [12] Воевода А.А. Рекурсия в сетях Петри / А.А. Воевода, А.В. Марков // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2012. – № 3(69). – С. 115–122.
- [13] Воевода А.А. Понятие рекурсии в сетях Петри: факториал числа, числа Фибоначчи / А.А. Воевода, А.В. Марков // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2013. – № 1(71). – С. 72–77.
- [14] Марков А.В. Анализ сетей Петри при помощи деревьев достижимости / А.В. Марков, А.А. Воевода // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2013. – № 1(71). – С. 78–95.

[15] *Марков А.В.* Разработка программного обеспечения при совместном использовании UML-диаграмм и сетей Петри (обзор) / А.В. Марков // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2013. – № 1(71). – С. 96–131.

Марков Александр Владимирович – аспирант кафедры автоматики Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – исследование свойств сетей Петри и UML-диаграмм. Имеет более 10 публикаций. E-mail: muviton3@gmail.com

A.V. Markov

Matrix representation of Petri nets

In this paper the analysis of possible states of Petri nets using matrix form with respect to the "Internet-shop" [1]. Describes the advantages and disadvantages of this method.

Key words: Petri net, reachability tree, matrix.