

УДК 519.71+004.021

## Наследственные свойства модульных сетей

Башкин В.А.<sup>1</sup>

*Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова*

*e-mail: v\_bashkin@mail.ru*

*получена 22 июля 2012*

**Ключевые слова:** сети Петри, активные ресурсы, модульная верификация, ограниченность, живость

Свойство графа называется наследственным, если каждый подграф также обладает этим свойством (например, планарность). Модульные сети активных ресурсов — формализм, эквивалентный по выразительной мощности сетям Петри, но при этом обладающий простым модульным синтаксисом. Ограниченность и живость — фундаментальные семантические свойства моделей, основанных на сетях Петри.

Показано, что ограниченность и живость, не являясь наследственными свойствами в общем случае, становятся наследственными вниз (от сети к подсети) и наследственными вверх (от подсети к сети) для специальных типов АР-модулей. Также показано, что ограниченность наследуется вниз, а неограниченность наследуется вверх для произвольных модулей в сетях, подвергнутых достаточно простому и не нарушающему их поведение преобразованию интерфейсов модулей — процедуре Р-нормализации.

### 1. Введение

Сети Петри [12] определяют класс систем с бесконечным множеством состояний, строго менее мощный, чем машины Тьюринга. Они широко используются для моделирования и верификации параллельных и распределенных процессов и алгоритмов.

Сети Петри достаточно выразительны и, как следствие, не вполне анализируемы. Так, обе фундаментальные поведенческие эквивалентности — языковая и бисимуляционная — для них неразрешимы [9]. С другой стороны, для сети Петри разрешимы проблемы останова (терминации), достижимости, ограниченности и некоторые другие. К сожалению, все известные алгоритмы для этих проблем экспоненциальны по памяти. Это объясняет значительные усилия исследователей, направленные на разработку композиционных [5, 6, 10] и модульных [3, 8, 11, 13] методов анализа сетей Петри.

---

<sup>1</sup>Работа поддержана РФФИ (11-01-00737, 11-07-00549, 12-01-00281-а, 12-01-31508) и программой “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” (проект 14.В37.21.0392).

Определение сети активных ресурсов (АР-сети) [1] является своего рода дуализированным определением сети Петри. Множество дуг явным образом разделено на два непересекающихся множества *входных дуг* и *выходных дуг*. С другой стороны, множества переходов и позиций объединены в единое множество *узлов*. Каждый узел может содержать *фишки* (маркеры). Фишка в узле может сработать, потребляя другие фишки через соответствующие входные дуги этого узла и производя фишки через соответствующие выходные дуги. Таким образом, фишки могут одновременно моделировать и активные, и пассивные компоненты системы. АР-сети хорошо подходят для моделирования систем с явным определением агента [2].

В работе [4] мы определили модульный вариант АР-сетей. Модуль определяется тривиально — как подсеть, заданная некоторым подмножеством узлов исходной сети. Интерфейсом модуля (набором его *связей*) является множество дуг, связывающих узлы модуля с узлами внешней подсети. Таким образом, модуль может иметь четыре типа связей: вход, выход, производство и потребление. Первые два из них представляют действия самого модуля, два других представляют действия соседей. Синтаксически модуль с инцидентными связями можно рассматривать как узел с инцидентными дугами — это обобщение является вполне естественным и не влияет на “однородность” графа сети.

В данной работе мы исследуем наследственность ограниченности и живости в модульных сетях. В отличие от синтаксиса сетей Петри, однородная структура узлов АР-сетей позволяет определить наследственные свойства в простой и компактной форме. Показано, что ограниченность и живость можно анализировать композиционально при условии введения некоторых ограничений на тип интерфейса модуля. Кроме того, ограниченность является наследственным свойством для так называемых Р-нормализованных модулей со специфически трансформированным интерфейсом.

Статья организована следующим образом. В разделе 2 приведены основные определения и обозначения для сетей активных ресурсов. В разделе 3 определяются модули, межмодульные связи и их типы. В разделе 4 изучаются наследственные свойства сетей. Раздел 5 содержит некоторые выводы и направления возможных дальнейших исследований.

## 2. Предварительные сведения

Пусть  $S$  — конечное множество. *Мультимножеством*  $M$  над множеством  $S$  называется отображение  $M : S \rightarrow Nat$ , где  $Nat$  — множество неотрицательных целых чисел. Обозначим через  $\mathcal{M}(S)$  множество всех конечных мультимножеств над  $S$ .

Операции и отношения теории множеств естественно расширяются на конечные мультимножества. Пусть  $M_1, M_2, M_3 \in \mathcal{M}(S)$ . Полагаем:

- $M_1 \subseteq M_2 \quad \Leftrightarrow \quad \forall s \in S : M_1(s) \leq M_2(s);$
- $M_1 = M_2 + M_3 \quad \Leftrightarrow \quad \forall s \in S : M_1(s) = M_2(s) + M_3(s);$
- $M_1 = M_2 \cup M_3 \quad \Leftrightarrow \quad \forall s \in S : M_1(s) = \max\{M_2(s), M_3(s)\}.$

Для  $M \in \mathcal{M}(S)$  и  $S' \subseteq S$  определим *проекцию*  $M[S'] \in \mathcal{M}(S')$  мультимножества  $M$  на подмножество  $S'$ :  $\forall s \in S' : M[S'](s) = M(s)$ .

**Определение 1.** [1] *Сетью активных ресурсов (АР-сетью) называется набор  $N = (V, I, O)$ , где*

- $V$  — конечное множество узлов (вершин);
- $I \subseteq \mathcal{M}(V \times V)$  — отношение потребления (входные дуги);
- $O \subseteq \mathcal{M}(V \times V)$  — отношение производства (выходные дуги).

Графически узлы сети изображаются кружками, потребляющие дуги — пунктирными стрелками, производящие дуги — непрерывными стрелками.

*Размеченной сетью активных ресурсов* назовём пару  $(N, M_0)$ , где  $N$  — сеть активных ресурсов,  $M_0 \in \mathcal{M}(V)$  — её начальная разметка. Графически разметка изображается при помощи соответствующего количества фишек в узлах.

Для узла  $v \in V$  через  $I(\bullet, v)$ ,  $O(v, \bullet)$ ,  $I(v, \bullet)$  и  $O(\bullet, v)$  обозначим мультимножества *предусловий*, *постусловий*, *потребителей* и *производителей*:  $\forall w \in V$

$$\begin{aligned} I(\bullet, v)(w) &=_{\text{def}} I(w, v); & O(v, \bullet)(w) &=_{\text{def}} O(v, w); \\ I(v, \bullet)(w) &=_{\text{def}} I(v, w); & O(\bullet, v)(w) &=_{\text{def}} O(w, v). \end{aligned}$$

Узел  $v \in V$  *активен* при разметке  $M$ , если

- $M(v) > 0$  (в сети есть агент  $v$ ) и
- $I(\bullet, v) \subseteq M$  (потребляемых ресурсов достаточно).

Активный при разметке  $M$  узел  $v$  может *сработать*, порождая новую разметку  $M'$ , где  $M' =_{\text{def}} M - I(\bullet, v) + O(v, \bullet)$  (обозначается  $M \xrightarrow{v} M'$ ).

Естественным образом вводятся следующие термины:

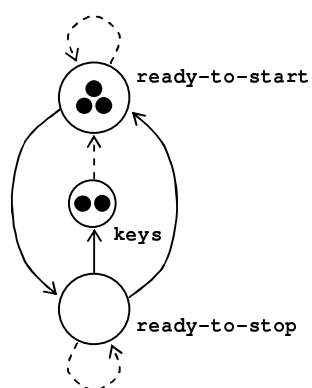
Пусть  $i = (v_1, v_2)$  — потребляющая дуга. Тогда дуга  $i$  называется *входной* для вершины  $v_2$  и *уничтожающей* для вершины  $v_1$ . Ресурс в вершине  $v_1$  — *потребляемый* по дуге  $i$ , агент в вершине  $v_2$  — *потребляющий* по дуге  $i$ .

Пусть  $o = (v_1, v_2)$  — производящая дуга. Тогда дуга  $o$  называется *выходной* для вершины  $v_1$  и *создающей* для вершины  $v_2$ . Агент в вершине  $v_1$  — *производящий* по дуге  $o$ , ресурс в вершине  $v_2$  — *производимый* по дуге  $o$ .

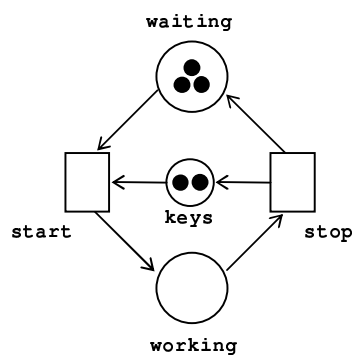
Таким образом, в срабатывании вершины (в качестве агента) участвуют её входные и выходные дуги, в изменении разметки вершины (трансформации соответствующего ресурса) — её потребляющие и производящие дуги.

По определению не бывает выходных уничтожающих и входных создающих дуг. Один и тот же ресурс/агент может быть одновременно производящим, потребляющим, производимым и потребляемым (по разным инцидентным дугам). Он даже может сам себя копировать (по производящей дуге-петле) или потреблять (по потребляющей дуге-петле).

Пример АР-сети приведен на Рис. 1(а). Моделируется система, состоящая из трех процессов, каждый из которых может запросить эксклюзивный доступ к одному из двух общих ресурсов. Процессы моделируются фишками в узлах `ready-to-`



(а) AP-сеть



(б) сеть Петри

Рис. 1. Модель семафора (mutex) с тремя процессами и двумя ресурсами

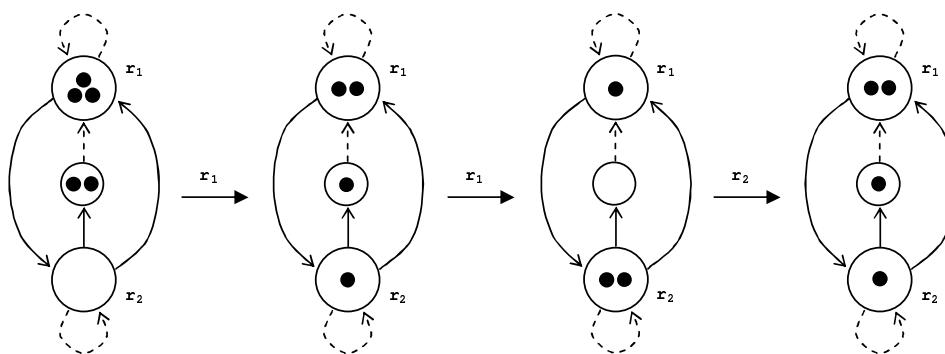


Рис. 2. Последовательность срабатываний узлов в AP-сети

**start** и **ready-to-stop**, ключи доступа — фишками в узле **keys**. Гарантируется, что никогда два процесса не получают одновременного доступа к одному ресурсу. Пример последовательности срабатываний приведен на Рис. 2 (здесь  $r_1$  обозначает **ready-to-start**,  $r_2$  — **ready-to-stop**).

На Рис. 1(b) также приведена эквивалентная сеть Петри. Обратите внимание на разницу этих двух моделей. В АР-сети более простая структура узлов и более сложная структура дуг позволяет использовать один и тот же узел для моделирования и позиции, и перехода. Например, узел **ready-to-start** выступает в качестве замены для позиции **waiting** и перехода **start**. Фишки в этом узле производят другие фишки (в **ready-to-stop**) и производятся другими фишками (**ready-to-stop**), потребляют другие фишки (из **keys**) и даже самих себя (через дугу-петлю).

Понятие срабатывания стандартным образом обобщается на случай последовательностей: для последовательности  $\sigma \in V^*$ , такой что  $\sigma = \sigma'v$  для некоторого  $v \in V$ , мы будем говорить, что  $M \xrightarrow{\sigma} M'$ , если  $M \xrightarrow{\sigma'} M'' \xrightarrow{v} M'$  для некоторого  $M''$ .

*Множество достижимых разметок:*  $\mathcal{R}(N, M_0) =_{\text{def}} \{M \in \mathcal{M}(V) \mid \exists \sigma \in T^* : M_0 \xrightarrow{\sigma} M\}$ .

Синтаксис сетей активных ресурсов существенно отличается от синтаксиса сетей Петри. Сеть активных ресурсов — это два ориентированных псевдографа на общем множестве вершин, тогда как сеть Петри — это двудольный ориентированный мультиграф. Однако два формализма равноможны, то есть определяют один и тот же класс систем [1].

Узел  $v$  *ограничен* в размеченной сети  $(N, M_0)$ , если существует натуральное  $n \in \text{Nat}$ , такое что для любой достижимой разметки  $M \in \mathcal{R}(N, M_0)$  выполняется  $M(v) \leq n$ . Размеченная сеть *ограничена*, если все её узлы ограничены.

Узел  $v$  *жив* в  $(N, M_0)$ , если для любой  $M \in \mathcal{R}(N, M_0)$  найдётся  $M' \in \mathcal{R}(N, M)$ , такая что  $v$  активен в  $M'$ . Размеченная сеть *жива*, если живы все узлы, обладающие инцидентными входными или выходными дугами <sup>2</sup>.

Ограниченность и живость — фундаментальные проблемы в теории сетей Петри. Они позволяют проверить такие свойства системы, как отсутствие тупиков, избыточность узла, бесконечное поведение, переполнение и т.д. Обе эти проблемы разрешимы для обычных сетей Петри, однако все известные алгоритмы требуют экспоненциального объема памяти. Также заметим, что преобразование АР-сети в эквивалентную ей сеть Петри полиномиально по времени [1], так что все алгоритмические свойства сетей Петри переносятся на АР-сети.

### 3. Модульные сети

Пусть  $N = (V, I, O)$  — АР-сеть. *Модуль*  $\mu$  сети  $N$  определяется некоторым подмножеством узлов  $V_\mu \subseteq V$ . Для модуля  $\mu$  сети  $N$  обозначим:

- $I_\mu = \{(v, v') \in I \mid v, v' \in V_\mu\}$  — внутренние входные дуги;
- $O_\mu = \{(v, v') \in O \mid v, v' \in V_\mu\}$  — внутренние выходные дуги;

<sup>2</sup>Узлы-ресурсы, имеющие только потребляющие или производящие дуги, являются “структурно мёртвыми”, поэтому их мы не учитываем.

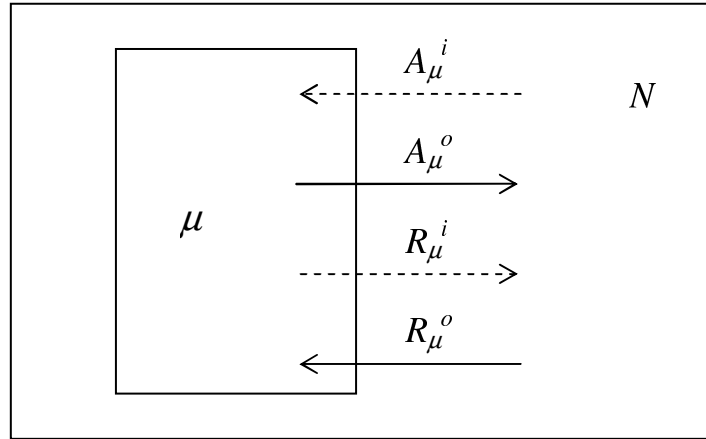


Рис. 3. Четыре типа связей в модульных АР-сетях

- $N_\mu = (V_\mu, I_\mu, O_\mu)$  – сеть модуля  $\mu$ ;
- $A_\mu^i = \{(v, v') \in I \mid v \in (V \setminus V_\mu), v' \in V_\mu\}$  – входные связи;
- $A_\mu^o = \{(v, v') \in O \mid v \in V_\mu, v' \in (V \setminus V_\mu)\}$  – выходные связи;
- $R_\mu^i = \{(v, v') \in I \mid v \in V_\mu, v' \in (V \setminus V_\mu)\}$  – потребляющие связи;
- $R_\mu^o = \{(v, v') \in O \mid v \in (V \setminus V_\mu), v' \in V_\mu\}$  – производящие связи.

Неформально, А-связи описывают наблюдаемое поведение модуля, R-связи описывают его роль в качестве ресурса (Рис. 3).

Для размеченной сети  $(N, M_0)$  и модуля  $\mu$  размеченная сеть модуля  $(N_\mu, (M_0)_\mu)$  определяется очевидным образом:  $(M_0)_\mu =_{\text{def}} M_0[V_\mu]$ .

Определим также *дополнение*  $\bar{\mu}$  модуля  $\mu$  как модуль, заданный подмножеством узлов  $V \setminus V_\mu$ . Дополнение модуля может рассматриваться как *системная подсеть* сети.

На Рис. 4 приведена хорошо известная модель обедающих философов. Для простоты мы рассматриваем только двух участников. Определен модуль, представляющий первого философа. Заметим, что он имеет только входные и выходные связи (элементы множеств  $A_\mu^i$  и  $A_\mu^o$ ), то есть этот модуль может рассматриваться в качестве чистого агента.

Модуль в АР-сети внешне очень похож на отдельный узел: он тоже может производить и потреблять ресурсы других модулей, а его ресурсы, в свою очередь, могут быть потреблены или произведены другими модулями. Более того, взаимосвязи между модулями естественным образом обозначены теми же конструктивными элементами, что и на “низком” уровне узлов: входными и выходными дугами (связями). Таким образом, получающийся иерархический синтаксис весьма универсален и компактен.

Особенно интересны модули, обладающие не всеми четырьмя типами связей. Мы будем называть модуль  $\mu$  А-модулем (соответственно R-модулем), если он име-

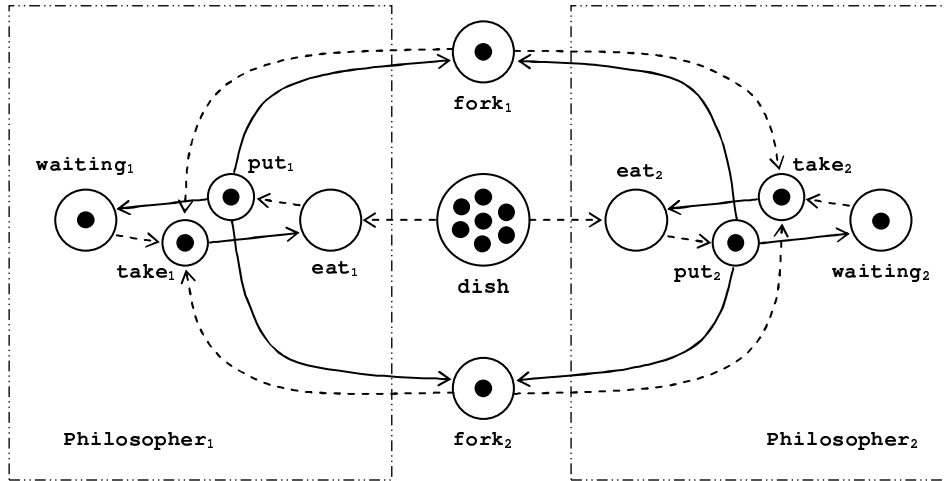


Рис. 4. Два обедающих философа.

ет только А-связи (соответственно R-связи). Например,  $\text{philosopher}_1$  является А-модулем. Модули с более ограниченным интерфейсом будут обозначаться с использованием соответствующего верхнего индекса: например,  $A^i R^o$ -модуль имеет только входные и производящие связи.

Произвольная AP-сеть может рассматриваться как композиция модулей различных типов (Рис. 5).

## 4. Наследственные свойства

Рассмотрим понятие наследственного свойства из теории графов [14, 7]. Свойство  $Prop$  называется наследственным, если из наличия  $Prop$  у графа  $G$  следует наличие  $Prop$  у произвольного подграфа  $H$  графа  $G$ .

Примерами наследственных свойств являются полнота, планарность, двудольность, ацикличность. Не является наследственной связность.

Здесь мы рассмотрим два основных семантических свойства сетей Петри — ограниченность и живость. Очевидно, что они не являются наследственными в общем случае. Тем не менее, классификация модулей позволяет найти некоторые случаи конструктивного наследования (направленного как вниз — от сети к подсетям, так и вверх — от подсети к сети в целом):

**Теорема 1.** Пусть  $(N, M_0)$  — размеченная сеть,  $\mu$  — модуль сети  $N$ . Тогда:

1. если  $(N, M_0)$  ограничена, а  $\mu$  —  $A^o R$ -модуль, то  $(N_\mu, (M_0)_\mu)$  ограничена;
2. если  $(N, M_0)$  жива, а  $\mu$  —  $A^o R^i$ -модуль, то  $(N_\mu, (M_0)_\mu)$  жива;
3. если  $(N_\mu, (M_0)_\mu)$  не ограничена, а  $\mu$  —  $A^o R$ -модуль, то  $(N, M_0)$  не ограничена;
4. если  $(N_\mu, (M_0)_\mu)$  не жива, а  $\mu$  —  $A^o R^i$ -модуль, то  $(N, M_0)$  не жива;

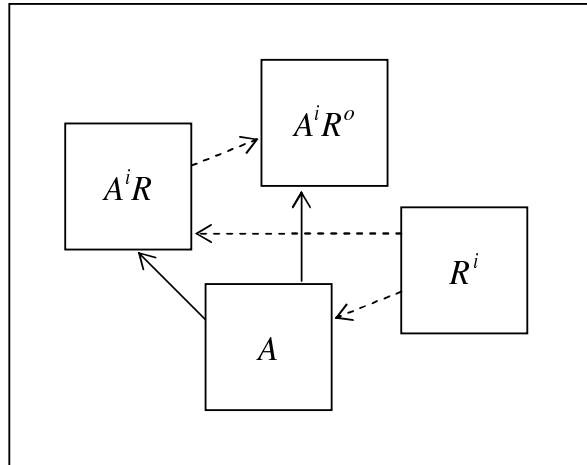


Рис. 5. Связи определяют роль модуля в системе

5. если  $(N_\mu, (M_0)_\mu)$  жива, а  $\mu$  —  $A^o$ -модуль, то  $(N_{\bar{\mu}}, (M_0)_{\bar{\mu}})$  не ограничена;
6. если  $(N_\mu, (M_0)_\mu)$  ограничена, а  $\mu$  —  $R^i$ -модуль, то  $(N_{\bar{\mu}}, (M_0)_{\bar{\mu}})$  не жива.

*Доказательство.* (1) Очевидно, удаление выходных дуг не может сделать ограниченную сеть неограниченной. Следовательно, сеть  $(N', M_0)$ , где  $N'$  получена из  $N$  удалением всех  $A^o$ -связей модуля  $\mu$ , всё так же ограничена.

Теперь модуль  $\mu$  является R-модулем, и, следовательно, не зависит от статической разметки системной подсети  $\bar{\mu}$  — только от её активных действий (срабатываний узлов). Системная подсеть с точки зрения R-модуля — множество чистых агентов (переходов сети Петри) с “непредсказуемым” поведением. Но удаление агентов (переходов) не может сделать сеть неограниченной — в противном случае было бы достаточно рассмотреть последовательности срабатываний только “прочих” (оставшихся) переходов в исходной сети для доказательства её неограниченности.

(2) Срабатывания  $A^oR^i$ -модуля не зависят от разметки системной подсети  $\bar{\mu}$ . С другой стороны, срабатывания  $\bar{\mu}$  могут только уменьшить разметку  $\mu$ . Следовательно, не-живость узла  $v$  в  $\mu$  повлекла бы за собой не-живость этого же узла в сети в целом.

Утверждения (3) и (4) двойственны к (1) и (3) (если рассматривать модуль  $\bar{\mu}$ ).  
 (5)-(6) Очевидно. □

Среди всех 11 возможных типов модулей чистые A- и R-модули (агенты и ресурсы) являются наиболее важными. Любой интерфейс между любыми двумя модулями может быть преобразован в эквивалентный относительно достижимости A/R-интерфейс, при котором один из модулей является агентом, другой — ресурсом. Рассмотрим простую процедуру преобразования входных и выходных связей в производящие и потребляющие связи:

**Лемма 1.** [4] Пусть  $(N, M_0)$  — размеченная AP-сеть,  $v \in V$  — узел, такой что  $I(\bullet, v) \neq \emptyset$  или  $O(v, \bullet) \neq \emptyset$  ( $v$  активен: он может потреблять и/или производить фишки).



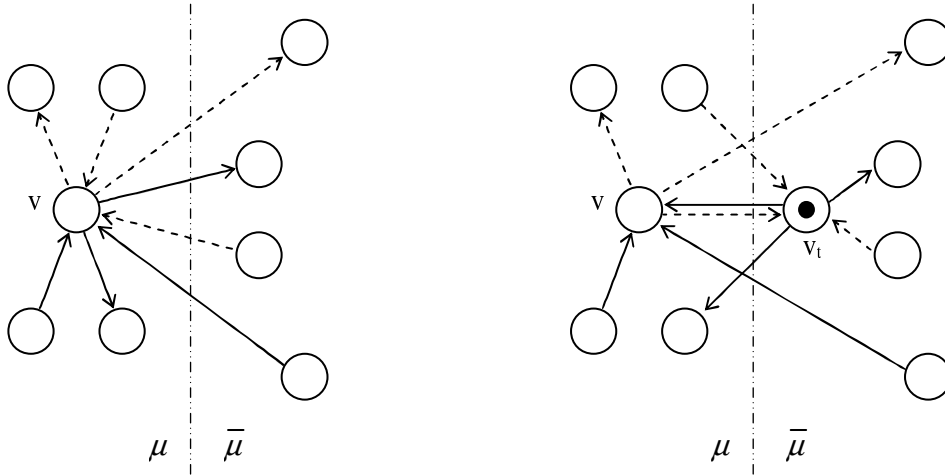


Рис. 6. Трансформация узла в пару (позиция, переход)

Пусть  $N'$  — сеть, построенная из  $N$  удалением всех дуг, задействованных в  $I(\bullet, v)$  и  $O(v, \bullet)$  ( $v$  становится пассивным), и добавлением нового узла  $v_t$  с  $I(v_t, \bullet) = O(\bullet, v_t) = \emptyset$  ( $v_t$  не может быть произведен или потреблен),  $I(\bullet, v_t) = I(\bullet, v) \cup \{(v, v_t)\}$ ,  $O(v_t, \bullet) = O(v, \bullet) \cup \{(v_t, v)\}$  ( $v_t$  симулирует в  $N'$  срабатывание  $v$  в  $N$ ).

Пусть  $M'_0$  — разметка сети  $N'$ , такая что  $M'_0[V] = M_0$ ,  $M'_0(v_t) = 1$ . Тогда

$$\text{Reach}(N, M_0) = \text{Reach}(N', M'_0) \cap (V \times V) \text{ и } \forall M' \in \mathcal{R}(N', M'_0) \quad M'(v_t) = 1.$$

Изображение подобной трансформации приведено на Рис. 6. Рассмотрены все возможные связи узла. В действительности мы всего лишь разделили активные и пассивные свойства узла  $v$ . Новый узел  $v_t$  является *переходом*: он ведёт себя в точности так же, как переход обыкновенной сети Петри. Аналогично, узел  $v$  в  $N'$  по терминологии сетей Петри является *позицией*.

Реструктуризация, описанная в Лемме 1, расширяет множество узлов сети на один узел-переход, *всегда* помеченный одной фишкой. Так что мы можем не учитывать его при рассмотрении множества достижимости новой сети.

**Следствие 1.** [4] *Произвольный модуль AP-сети может быть преобразован в R-модуль без изменения множества достижимости сети.*

Мы будем называть такую трансформацию *R-нормализацией* модуля  $\mu$  и обозначать  $\mu^{(R)}$ .

**Следствие 2.** *Пусть  $(N, M_0)$  — размеченная AP-сеть,  $\mu$  — модуль сети  $N$ . Тогда*

1.  $(N, M_0)$  ограничена  $\Rightarrow (N_{\mu^{(R)}}, (M_0)_{\mu^{(R)}})$  ограничена;
2.  $(N_{\mu^{(R)}}, (M_0)_{\mu^{(R)}})$  не ограничена  $\Rightarrow (N, M_0)$  не ограничена.

*Доказательство.* Следует из Теоремы 1 (утверждения (1) и (3)) и определения нормализации. Заметим, что нормализованная сеть обладает тем же отношением достижимости, что и исходная, и, следовательно, сохраняет ограниченность.  $\square$

## 5. Модульный анализ сетей Петри

Сети активных ресурсов по выразительной мощности эквивалентны обыкновенным сетям Петри [1]. Более того, трудоёмкость соответствующих процедур трансформации линейно зависит от размера сети. Очевидная процедура преобразования сети Петри в АР-сеть состоит в замене позиций на “узлы–ресурсы” (обычные АР-узлы), переходов — на “узлы–агенты” (обычные АР-узлы с одной дополнительной фишкой начальной разметки), дуг от позиций к переходам — на потребляющие АР-дуги, а дуг от переходов к позициям — на производящие. Очевидно, что в силу двудольности графа исходной сети Петри все инцидентные узлу-ресурсу дуги будут создающими и уничтожающими, все инцидентные узлу-агенту — входными и выходными, а единичная разметка узла-агента никогда не изменится.

Из самой возможности подобной трансформации видно, что сети Петри в синтаксическом смысле можно рассматривать как частный случай АР-сетей (равномощный в смысле выразительности) — двудольные АР-сети, в которых узлы первого типа ведут себя как чистые ресурсы (имеют инцидентными только создающие и уничтожающие дуги), а узлы второго типа — как чистые агенты (только входные и выходные дуги). Таким образом, предложенные в данной статье методы модульного анализа вполне применимы и к обыкновенным сетям Петри. Легко видеть, что, например, А-модуль — это подсеть сети Петри, в которой все интерфейсные дуги инцидентны только переходам модуля. Соответственно, в R-модуле интерфейс подключен только к позициям, а процедура R-нормализации “огораживает” произвольный модуль своеобразными “портами” — ресурсными позициями для связи с внешним миром.

Как уже отмечалось во введении, для обыкновенных сетей Петри существует достаточно много методов модульного и композиционного анализа [3, 5, 6, 8, 10, 11, 13]. Основное отличие нашего подхода состоит в том, что в качестве межмодульного интерфейса рассматривается не множество каких-то общих элементов (разделяемых ресурсов-позиций [8, 11] или синхронизирующих переходов [8, 13]), а набор связей между узлами двух соединяемых модулей (т.е. набор дуг, пересекающих “периметр”). Тем самым упрощается математическое определение самого модуля — не требуется никаких дополнительных обозначений (меток синхронизации [13], разделяемых позиций [8], интерфейсных переходов [11] и т.п.) и ограничений на исходную структуру сети. Отметим также, что предложенный способ декомпозиции в силу своей простоты допускает, в частности, очевидные многоуровневые и рекурсивные обобщения.

## 6. Заключение

Основным результатом данной работы является метод модульного анализа ограниченности и живости для АР-сетей. Предложено эффективное преобразование (R-нормализация), позволяющее связать ограниченность/неограниченность любой сети и любого её модуля.

Поскольку АР-сети эквивалентны по выразительной мощности сетям Петри (более того, эти две модели полиномиально трансформируемы друг в друга [1]), все результаты, упомянутые в данной статье, могут быть применены и к стандартному синтаксису сетей Петри (в терминах позиций и переходов). Однако, в отличие от обычных сетей Петри, множество узлов АР-сети однородно, и, следовательно, определение модуля получается более простым и естественным. Кроме того, благодаря однородности множества вершин сети наследование свойств может быть определено стандартным для теории графов способом.

Возможные направления дальнейших исследований:

- наследования композициональности других семантических свойств сетей Петри (покрываемость, справедливость и т.д.);
- разрешимость некоторых специальных видов эквивалентностей модулей;
- построение наиболее эффективных (относительно различных критериев) разбиений данной сети на модули;
- уточнение узлов (сохраняющая поведение замена узлов модулями);
- алгебраические манипуляции с АР-сетями и модулями.

## Список литературы

1. Башкин В.А. Сети активных ресурсов // Моделирование и анализ информационных систем. 2007. Т. 14, № 4. С. 13–19.
2. Башкин В.А. Формализация семантики систем с ненадежными агентами при помощи сетей активных ресурсов // Программирование. 2010. № 4. С. 3 – 15.
3. Bashkin V.A., Lomazova I.A. Resource Driven Automata Nets // Fundamenta Informaticae. 2011. V. 109(3). P. 223–236.
4. Башкин В.А. Модульные сети активных ресурсов // Автоматика и вычислительная техника. 2012. №1. С. 5–18.
5. Best E., Devillers R., Koutny M. Petri Net Algebra // EATCS Monographs on TCS. Springer, Berlin, 2001.
6. Best E., Frączak W., Hopkins R.P., Klaudel H., Pelz E. M-nets: an algebra of high level Petri nets, with an application to the semantics of concurrent programming languages // Acta Inf. 1998. Vol. 35. P. 813–857.
7. Borowiecki M., Broere I., Frick M., Mihok P., Peter S. A survey of hereditary properties of graphs // Discuss. Mathem.: Graph Theory. 1997. Vol. 17. P. 5–50.
8. Christensen S., Petrucci L. Modular analysis of Petri nets // The Computer Journal. 2000. Vol. 43(3). P. 224–242.

9. Jančar P. Decidability questions for bisimilarity of Petri nets and some related problems // Proc. of STACS'94. 1994. LNCS 775. P. 581–592.
10. Kindler E. A compositional partial order semantics for Petri net components // Proc. of ATPN'1997. LNCS 1248. Springer, 1997. P. 235–252.
11. Klai K., Haddad S., Ilić J.-M. Modular Verification of Petri Nets Properties: A Structure-Based Approach // Proc. of FORTE'2005. LNCS 3731. 2005. P. 189–203.
12. Котов В.Е. Сети Петри. М.: Наука, 1984.
13. Lomazova I.A. Nested Petri nets — a Formalism for Specification and Verification of Multi-Agent Distributed Systems // Fundamenta Informaticae. 2000. V. 43. P. 195–214.
14. Харари Ф. Теория графов. М.: Мир, 1973.

## On the Hereditary Properties of Modular Nets

Bashkin V.A.

**Keywords:** Petri nets, active resources, modular verification, boundedness, liveness

Hereditary graph properties are those that can be inherited from the graph to all its subgraphs (such as planarity). Modular nets of active resources is a (Petri nets)-powerful formalism with simple modular syntax. Boundedness and liveness are fundamental semantic properties for Petri net models. It is shown that boundedness and liveness, being not hereditary in general, are downward-hereditary (net-to-subnet) and upward-hereditary (subnet-to-net) for the particular types of AR-subnets. It is also shown that boundedness is downward-hereditary and unboundedness is upward-hereditary for arbitrary subnets after a specific module interface transformation (so-called R-normalization).

### Сведения об авторе:

**Башкин Владимир Анатольевич,**

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова,

канд. физ.-мат. наук,

доцент кафедры теоретической информатики