



РАЗРАБОТКА МОДИФИЦИРОВАННОГО АППАРАТА СЕТЕЙ ПЕТРИ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМ С ПЕРЕМЕННЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ ИСПОЛЬЗУЕМЫХ РЕСУРСОВ

Т.Ю. САВВА

*Государственный
университет –
учебно-научно-
производственный
комплекс*

*e-mail:
t.savva@mail.ru*

Представлен анализ подходов к моделированию систем с переменными характеристиками используемых ресурсов на основе модификаций аппарата сетей Петри. Предложен подход к моделированию указанного вида систем, позволяющий учитывать выделенные присущие им особенности с помощью модифицированного автором аппарата сетей Петри. Указанный подход может быть использован для исследования широкого класса организационно-технических и производственных систем.

Ключевые слова: сети Петри и их модификации, моделирование систем, использование ресурсов с изменяющимися характеристиками.

Введение

Аппарат сетей Петри и его модификации являются мощными средствами моделирования поведения различного рода систем. Разнообразие модификаций сетей Петри обусловлено необходимостью учета специфических особенностей моделируемых систем в рамках конкретной постановки задачи. Предметом нашего рассмотрения в данной статье является анализ применимости существующих модификаций сетей Петри к моделированию поведения систем с переменными характеристиками используемых ресурсов с последующей разработкой модифицированного аппарата сетей Петри, наиболее полно отражающего специфику указанного вида систем.

1. Особенности систем с переменными характеристиками используемых ресурсов

Рассматриваемый класс систем характеризуется следующими особенностями:

- совокупность используемых ресурсов подразделяется на два непересекающихся множества: предназначенные для обработки с ограниченным сроком годности (ингредиенты) и используемые в качестве средства обработки (инструменты);
- каждый i -ый вид ингредиента ($i=1, \dots, N$) описывается $f(i)=\{x_p | p=1, 2, \dots\}$ параметрами; каждый j -ый вид инструмента ($j=1, \dots, M$) описывается $g(j)=\{y_p | p=1, 2, \dots\}$ параметрами;
- поступление i -го вида ингредиента в систему осуществляется партиями k_i ($k_i=1, \dots, V_i$) и распределено во времени согласно заранее составленному плану;
- значения подмножества параметров $f^*(i) \subseteq f(i)$ для каждого i -го вида ингредиента устанавливаются отдельно по каждой партии k_i ;
- поступление i -го вида ингредиента на обработку на j -ом виде инструмента влечет за собой изменения значений подмножества параметров $f^*(i)$;
- параметр $x_1 \in f^*(i)$ задает объем k_i партии i -го вида ингредиента; параметр $y_1 \in g(j)$ задает количества j -го вида инструментов;
- порядок обработки N видов ингредиентов с помощью M видов инструментов задается множеством работ $L=\{l_r | r=1, 2, \dots\}$, где каждая l_r -ая работа описывается четверкой параметров:

$$l_r = \langle M_{\text{before}}(r), q(r), t(q(r), j), M_{\text{after}}(r+1) \rangle,$$

где $M_{\text{before}}(r)$, $M_{\text{after}}(r)$ – подмножества видов инструментов, используемых на непосредственно предшествующих и последующих работах соответственно, $M_{\text{before}}(r) \subseteq M$, $M_{\text{after}}(r) \subseteq M$;
 $q(r)$ – подмножество ингредиентов в заданном объеме работы r , полученных в результате работы $r-1$;



$t(q(r), j)$ – время обработки подмножества ингредиентов $q(r)$ с помощью инструмента j при выполнении работы r ;

- время нетехнологического пролёживания ингредиентов может быть ограничено.

Согласно описанному способу задания отношений между множествами ингредиентов и инструментов, множество работ L может быть представлено в виде ориентированного графа $G = \langle U, W \rangle$, где U – множество узлов, соответствующих работам, W – множество направленных дуг, связывающих пары узлов таким образом, что начальный узел соответствует работе, непосредственно предшествующей работе, осуществляемой в конечном узле. Последовательность дуг от узла u' до u'' определяет путь перемещения ингредиентов, при этом узел u' соответствует работе r' , для которой $M'_{\text{before}}(r') = \emptyset$, а узел u'' – работе r'' , для которой $M'_{\text{after}}(r'') = \emptyset$.

Однако представление рассмотренного типа систем с помощью орграфа не является исчерпывающим с точки зрения выделенных особенностей. Вследствие чего в [3] нами были проанализированы подходы к построению математической модели такого рода систем, позволяющих учесть присущую им специфику. По нашему мнению, среди рассмотренных подходов наиболее удачен подход, основанный на аппарате сетей Петри, дополненном определенными функциональными возможностями.

2. Анализ применимости сетей Петри и их основных модификаций к моделированию систем с переменными характеристиками используемых ресурсов

В зависимости от характеристик исследуемых систем при моделировании в настоящее время используются различные модификации аппарата сетей Петри. В общем случае для известных [1-2] [6] модификаций сетей Петри справедливы следующие положения:

- в сети определены два непересекающихся подмножества вершин, ассоциируемых с вершинами-позициями и вершинами-переходами соответственно;
- между вершинами разных подмножеств установлены отношения инцидентности;
- выполнением сети управляют число и распределение маркеров (фишек);
- сеть может быть представлена в виде двудольного орграфа, узлами которого являются вершины-позиции и вершины-переходы, а дуги отражают заданные отношения инцидентности между вершинами разных типов.

Дж. Питерсон в своей работе [2] отмечает, что принципиальные отличия между определениями сетей Петри, предложенными различными авторами, заключаются в наличии возможности задания кратных дуг, петель в сети, а также в наличии или отсутствии требования пустых выходных вершин-позиций для разрешенности перехода. В настоящее время к основным модификациям сетей Петри относят: временную, стохастическую, функциональную, цветную, ингибиторную, иерархическую, *WF*-сеть, *E*-сеть, *Комби*-сеть и др.

Пусть для рассматриваемой системы задана модифицированная сеть Петри, где вершины-переходы соответствуют ресурсам-инструментам, вершины-позиции отождествляются с определенным состоянием ресурсов-ингредиентов, которое описывается значениями их параметров. Под маркером понимается партия некоторого ресурса-ингредиента в установленном объеме. Следовательно, наличие маркера в вершине-позиции однозначно определяет количественную и качественную характеристики партии ресурса-ингредиента. Выполнение модифицированной сети Петри – есть последовательное изменение соответствующих количественной и качественной характеристик для множества партий всех видов ресурсов-ингредиентов, поступающих в определенные модельные моменты времени, в результате срабатывания вершин-переходов.

Согласно выделенным особенностям систем с переменными характеристиками ресурсов их моделирование на основе аппарата сетей Петри требует его модификации путем включения ряда дополнительных описательных свойств таких, как:



– **выделение начальной (-ых) и конечной (-ых) вершин-позиций.** Для каждого вида ресурса-ингредиента должна быть определена пара вершин-позиций, где, соответственно, генерируется маркер при моделировании события поступления ресурса-ингредиента в систему, а также где маркер удаляется из модели, если предусмотренный структурой сети путь полностью пройден. Таким образом, по аналогии с *WF*-сетями, в графе модифицированной сети Петри можно выделить один или более путей перемещения маркеров, за исключением того, что в *WF*-сети предполагается наличие одной начальной и одной конечной вершины-позиции, что соответствует началу и концу выполнения комплекса работ. В разрабатываемой модифицированной сети Петри число таких вершин-позиций теоретически неограниченно, и, соответственно, завершение каждого из множества путей для каждого маркера интерпретируется, как выполнение одного из процессов, присущих моделируемой системе;

– **возможность установления временной задержки.** Идея установления задержки для вершин-переходов реализована в временных сетях Петри и *E*-сетях. В разрабатываемой модифицированной сети Петри такая задержка необходима для вершин-переходов, чтобы учесть время обработки подмножества ингредиентов с помощью инструмента;

– **определение допустимых интервалов между срабатыванием вершин-переходов.** Данная проблема может быть решена путем установления допустимых временных интервалов для вершин-позиций. Установление временных задержек для вершин-позиций допускает аппарат временных сетей Петри;

– **обеспечение возможности разделения доступа к ресурсам с постоянными характеристиками (ресурсам-инструментам).** В общем случае аналогичные проблемы рассматривались в ходе решения ряда задач синхронизации, где на срабатывание вершин-позиций накладываются ограничения за счет установления определенной структуры сети. Среди таких них можно назвать задачу о взаимном исключении, о чтении/записи, о производителях/потребителях, об обедающих мудрецах и др. Представленные в литературе подходы к решению большинства задач синхронизации сводятся к введению с сеть одной или более вершин-позиций, выполняющих функцию буфера. В случае, если необходимо обеспечить блокировку доступа процессов к критическому участку на период его резервирования каким-либо одним процессом (задача о взаимном исключении), достаточно установить буферную вершину позицию таким образом, что помещение в нее маркера соответствует ситуации снятия блокировки на критический участок для множества процессов, а извлечение сигнализирует о том, что один из процессов резервирует данный участок. Если постановка задачи предполагает синхронизацию процессов на основе установления ограничений на число маркеров в специально создаваемых буферных вершинах-позициях (например, задача о производителях/потребителях, о чтении/записи), то ее решение также может быть получено на основе аппарата сетей Петри, но требует отслеживания выполнения заданного ограничения при каждом событии перемещения маркеров в или из буферной вершины-позиции. Одним из самых популярных механизмов синхронизации был предложен Дейкстрой [2] и заключается в установлении *P*- и *V*-операции, уменьшающих и увеличивающих значение инцидентной им вершины-семафора (по сути, буферной вершины-позиции) соответственно. Важным условием при построении модифицированных сетей Петри, реализующих подход Дейкстры, является требование примитивности вводимых *P*- и *V*-операции. Это означает, что никакая другая операция не может изменить значение вершины-семафора одновременно с ними.

Для решения задачи моделирования рассматриваемого класса систем можно использовать комбинацию подхода к решению задачи о взаимном исключении и подхода Дейкстры о включении в сеть *P*- и *V*-операции. На рисунке 1 представлено схематичное объединение указанных подходов на примере фрагментов сетей Петри, в которой необходимо реализовать разделения доступа к ресурсам. Здесь в сеть добавлена буферная вершина S_b , в которой может находиться не более b -маркеров. Между вершинами-переходами T_1 и T_2 и буферной вершиной установлены дуги, отражающие отношения инцидентности между указанными вершинами. Для вершин-переходов, согласно выше ска-



занному, установлены временные задержки. Таким образом, срабатывание вершины-перехода T_1 (T_2) возможно, когда фактическое число маркеров $fact(S_b)$ в вершине S_b больше нуля, т.к. оно по определению неотрицательно, а для допустимости вершины-перехода необходимо наличие хотя бы одного маркера во всех входящих вершинах-позициях; само срабатывание требует выполнения P -операции, для которой:

$$fact^P(S_b) = fact(S_b) - 1,$$

где $fact^P(S_b)$ – фактическое число маркеров в вершине S_b после срабатывания; высвобождение вершины-перехода по истечении временной задержки сопровождается выполнением V -операции, для которой:

$$fact^V(S_b) = fact(S_b) + 1,$$

где $fact^V(S_b)$ – фактическое число маркеров в вершине S_b после высвобождения вершины-перехода.

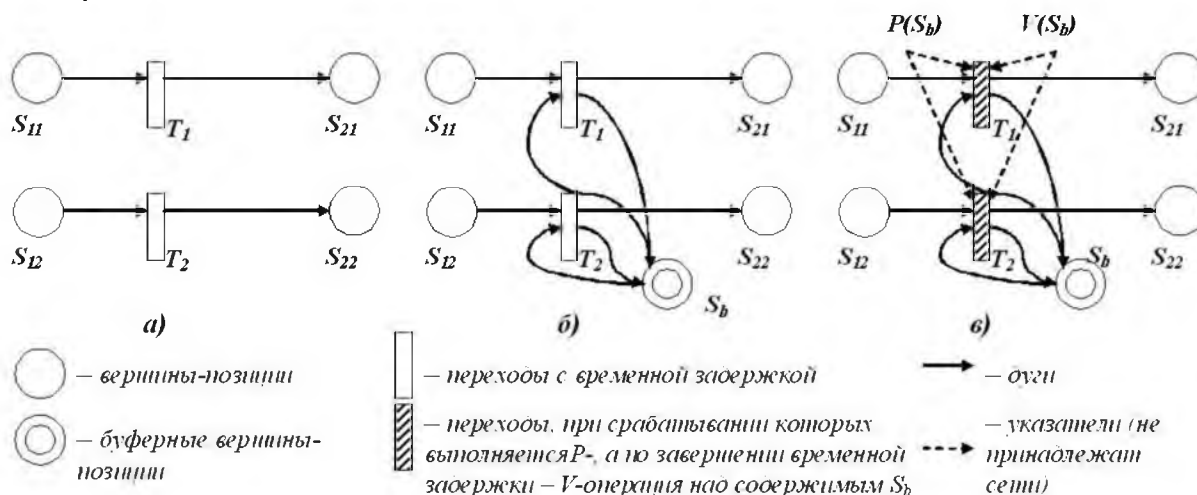


Рис. 1. Моделирование процессов с разделением доступа к общему ресурсу на основе комбинации существующих подходов к модификации аппарата сетей Петри

Отдельного рассмотрения требует случай, когда вершина-переход обладает емкостью, отличной от единицы, т.е. имеет место разделение представленного в ограниченном количестве ресурса при срабатывании перехода для кратного числа комплектов маркеров во входящих вершинах. Эта ситуация также может быть смоделирована в рамках предложенного комбинированного подхода и представляет собой частный случай, где только одна вершина-переход связана с буферной вершиной-позицией;

– **установление функций для определения разрешенности вершин-переходов, использующих в качестве параметров изменяющиеся значения характеристик используемых ресурсов (ресурсов-ингредиентов).** Прежде всего, следует отметить, что с учетом постановки задачи и описанных выше модификаций необходимо выделить маркеры-ингредиенты и буферные маркеры. При этом партия некоторого ресурса-ингредиента в установленном объеме в сети отображается как маркер-ингредиент, а буферные маркеры находятся в соответствующих буферных вершинах-позициях, а извлекаются оттуда и вновь помещаются только в результате выполнения P - и V -операций инцидентных конкретной буферной вершине-позиции вершин-переходов. Движение маркеров-ингредиентов возможно по всем вершинам-позициям, кроме буферных. Таким образом, разрабатываемая модифицированная сеть Петри является цветной.

Согласно постановке задачи, для каждой партии ресурсов-ингредиентов могут быть заданы значения множества параметров, первый из которых характеризует количественную оценку партии. Известно, что именно значение этого параметра в наибольшей степени подвержено изменениям для рассматриваемой предметной области. Кроме того, значение этого параметра оказывает влияние на путь перемещения маркеров-ингредиентов, моделирующих движение партий ресурсов-ингредиентов. Описанный выше подход к соотношению части качественных характеристик ресурсов-

ингредиентов с положением в них маркеров был предложен в ходе исследований по моделированию сетями Петри химических систем. Однако для рассматриваемой задачи соответствующую модификацию сети необходимо дополнить указанием ряда характеристик и, прежде всего, количественной составляющей, для маркеров-ингредиентов. Данный подход принципиально отличен от положения о допустимости теоретически неограниченного числа маркеров в вершинах-позициях, которых широко используется во многих модификациях, начиная с работ Хольта и Коммонера, т.к. здесь важно отразить не саму количественную составляющую маркера-ингредиента, а то, каков суммарный объем партий ресурсов с эквивалентными значениями прочих параметров. Сравнительное графическое отображение сетей Петри для химических систем и для моделирования систем с переменными характеристиками используемых ресурсов представлено на рисунке 2.

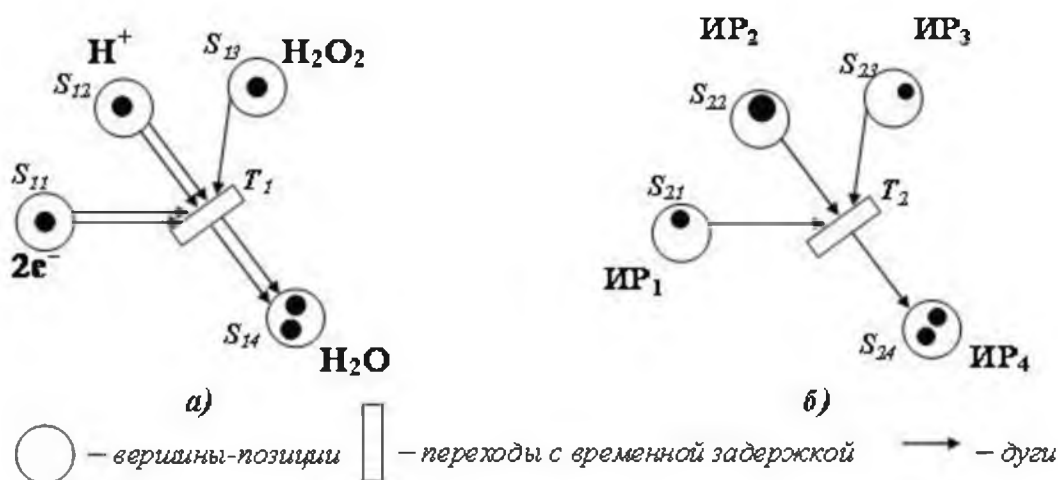
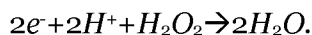


Рис. 2. Примеры моделирования химических систем (а) и систем с переменными характеристиками используемых ресурсов (б) посредством модифицированных сетей Петри

Фрагмент модифицированной сети Петри (а) построен для моделирования уравнения реакции [2]:



Для каждого вещества-ингредиента выделена отдельная вершина-позиция: S_{11} , S_{12} , S_{13} , объем вещества при этом измеряется только числом маркеров в этих позициях. В соответствии с правилами срабатывания вершин-переходов для сетей Петри с кратными дугами реакция возможна, если во входных вершинах-позициях есть 2, 2 и 1 маркер соответственно, и сопровождается помещением двух маркеров в вершину-позицию S_{14} . Таким образом, для разметки, указанной на рисунке 2, вершина-переход T_1 не разрешена.

Фрагмент сети (б) не содержит кратных дуг; во входных вершинах-позициях, созданных для ресурсов-ингредиентов: IP_1 , IP_2 , IP_3 , согласно текущей разметке находится то же количество маркеров-ресурсов. Однако для каждого маркера установлено некоторое значение объема, что на рисунке показано черными закрашенными кругами разного радиуса. Допустимость вершины-перехода T_2 зависит не только от числа, но и от объема маркеров-ингредиентов, поэтому для ситуации, представленной на рисунке 2(б), нельзя сделать вывод о том, что переход запрещен. Таким образом, для вершин-переходов в модифицированной сети Петри для моделирования систем с переменными характеристиками используемых ресурсов необходимо явно задавать функцию для определения их разрешенности. В качестве параметров функция разрешенности принимает суммарный объем маркеров-ингредиентов для каждой их входных вершин-позиций. Следует отметить, что объем помещаемых непосредственно после высвобождения вершины-перехода T_2 в выходную вершину-позицию S_{24} маркеров одинаков и также определяется функцией разрешенности этого перехода. Изменение объема маркеров в сети происходит, главным образом, за счет несовпадения в общем случае числа



и объема маркеров-ингредиентов при перемещений через множество вершин-переходов с собственными функциями разрешённости.

Таким образом, указанные выше требования по расширению аппарата сетей Петри могут быть учтены путем заимствования ряда известных расширений их функционала, а также дополнения его новыми свойствами, позволяющими в полной мере учесть специфику моделируемого класса систем.

3. Разработка модифицированного аппарата сетей Петри для моделирования систем с переменными характеристиками используемых ресурсов.

Проведенный анализ позволил выделить ряд требований к модификации аппарата сетей Петри для решения поставленной задачи. Определим модифицированную сеть Петри, отвечающую указанным требованиям. Так, в сети должны быть заданы:

- множество вершин-переходов, соответствующих работам, выполняемым с помощью инструмента определенного вида;

- маркеры двух типов: маркеры-ингредиенты, которые характеризуются значениями параметров $f(i)$, где i – вид ингредиента; маркеры-резервы, обладающие одним параметром b_j – число единиц инструментов j -го типа, которые включены в две или более работы, где $b_j \geq 1$;

- подмножество вершин-позиций, являющихся генераторами маркеров-ингредиентов (стартовые вершины), соответствующих ингредиентам (маркеры-ингредиенты указанного типа помещаются в вершины-позиции указанного подмножества в момент модельного времени согласно заранее заданному плану);

- подмножество вершин-позиций, являющихся поглотителями маркеров-ингредиентов (финальные вершины), соответствующих ингредиентам (как только маркеры-ингредиенты попадают в вершины-позиции указанного подмножества, они извлекаются из сети);

- подмножество внутренних вершин-позиций, которые предназначены для размещения маркеров-ингредиентов в перерывах между смежными работами;

- подмножество буферных вершин-позиций, связанных петлей с подмножеством, состоящим из двух или более вершин-переходов, соответствующих одинаковому виду инструмента; таким образом, в общем случае, вершины-позиции данного типа могут отсутствовать в сети; в буферных вершинах-позициях могут располагаться от только маркеры-резервы;

- функции прямой и обратной инцидентности между вершинами-позициями и вершинами-переходами;

- функция срабатывания вершин-переходов, в качестве аргумента принимающая значение параметра x_i для каждого i -го вида ингредиента из подмножества $q(r)$, где r – номер работы, для которой создана вершина-позиция.

Для каждой вершины-позиции, кроме буферной, может быть задан допустимый временной интервал, в течение которого в нем может находиться маркер. Для каждой вершины-перехода устанавливается время задержки, а для вершин-переходов, инцидентных какой-либо вершине-позиции, по умолчанию срабатывают P - и V -операции при срабатывании и высвобождении указанного перехода соответственно.

Таким образом, разрабатываемая модифицированная сеть Петри в матричной форме задается следующим образом:

$$C = \langle S, T, M, D(S), D(T), F(T) \mu^0 \rangle,$$

где S – вектор-столбец, включающий идентификаторы вершин-позиций сети соответствующих типов:

$$S = \langle S^C, S^F, S^B, S^B \rangle,$$

где S^C, S^F, S^B, S^B – вектор-столбцы, включающие идентификаторы стартовых, финальных, внутренних и буферных вершин-позиций соответственно;

T – вектор-столбец вершин-переходов сети;

M – матрица инцидентности сети, построенная на основе заданных функций прямой и обратной инцидентности для вершин-переходов и вершин-позиций, элементы которой равны:

$$M[i, j] = \begin{cases} v(i, j), & \text{если } S_i \hat{a} T_j, \\ 0, & \text{если } S_i \in T_j, \\ -v(i, j), & \text{если } T_j \hat{a} S_i, \\ \infty, & \text{если } S_i \in T_j; \end{cases}$$

где $v(i, j)$ – объем ингредиента, находящегося в i -ой вершине-позиции, необходимый для срабатывания вершины-перехода j -ой работы;

S_i – вершина-позиция, $i=1, 2, \dots$;

T_j – вершина-переход, $j=1, 2, \dots$;

$D(S)$ – вектор-столбец, содержащий сведения о допустимых интервалах вершин-позиций сети, кроме буферных;

$D(T)$ – вектор-столбец, содержащий сведения о временных задержках, установленных для вершин-переходов;

$F(T)$ – вектор-столбец, содержащий сведения о функциях определения разрешимости вершин-переходов;

μ^0 – вектор-столбец, определяющий начальную разметку сети.

Пример графического описания фрагмента предложенной модифицированной сети Петри приведен на рисунке 1. Пунктиром обозначены подмножества вершин-переходов, связанных общей буферной вершиной.

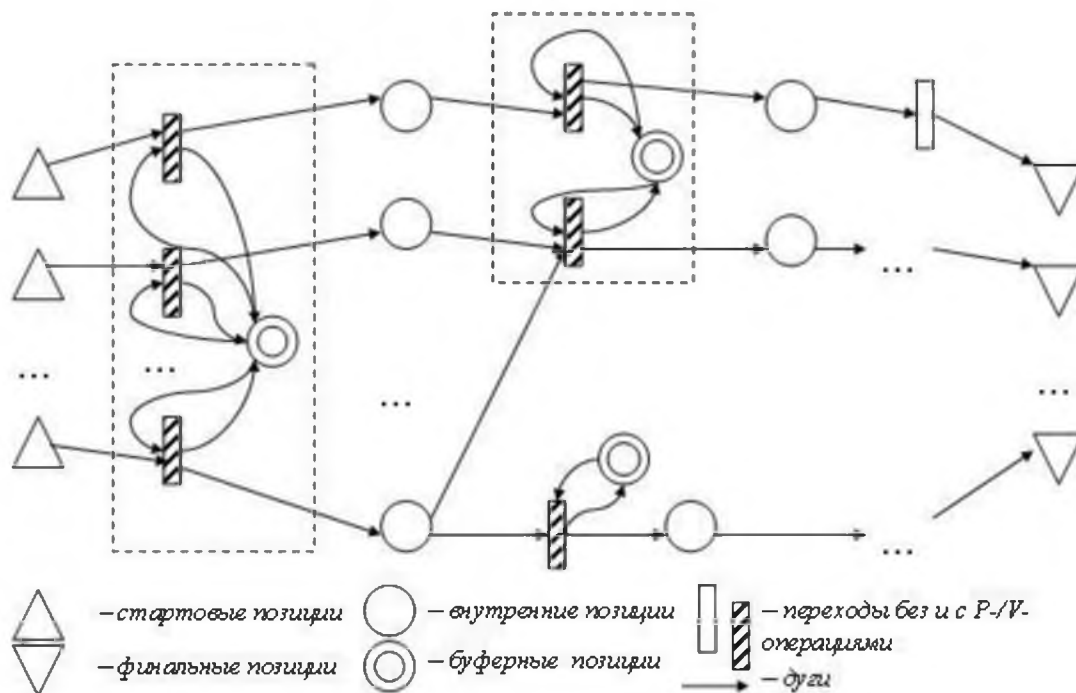


Рис. 3. Пример графического описания фрагмента модифицированной сети Петри

Разметка модифицированной сети Петри включает число маркеров обоих видов, находящихся в вершинах из множества S , и обновляется всякий раз, когда происходит перемещение маркеров между вершинами, в том числе и при выполнении P- и V-операций. Таким образом, вектор-столбец разметки μ включает столько же позиций, сколько вектор-столбец S . Начальная разметка обязательно включает требуемое по условию задачи число маркеров-резервов. В противном случае, выполнение сети будет некорректным. Далее, согласно предварительно разработанному плану, в стартовых вершинах-позициях в нужные моменты модельного времени генерируются маркеры-ингредиенты с определенными значениями требуемых параметров. Выполнение мо-



дифицированной сети Петри завершается, когда из сети удален последний маркер-ингредиент. Ввиду того, что значение параметра объема маркера-ингредиента используется при оценке разрешимости перехода, число таких маркеров в сети изменяется не только при генерации или удалении, но и при группировке или разбиении маркера-ингредиента согласно функции $F(T)$.

Заключение

Проведенный анализ применимости подходов к моделированию систем с помощью модификаций сетей Петри показал, что для решения рассматриваемой задачи целесообразно разработать отличную модификацию сетей Петри, учитывающую особенности функционирования систем с переменными характеристиками используемого сырья. По сравнению с представленными в литературе [1, 2, 6] описаниями сети Петри и ее модификаций, предложенная модификация сети обладает набором вершин-позиций четырех типов, функцией определения разрешимости вершин-переходов, а также маркерами с переменным объемом, выступающим в качестве параметра указанной функции, за счет чего можно моделировать движение партий изменяющегося объема.

Исследование показало, что описанный модифицированный аппарат сетей потенциально применим для моделирования некоторых организационно-технических и производственных систем. Такого рода системы часто характеризуются динамикой значений множества факторов, оперативный учет которых представляет определенную сложность, но необходим для организации качественного управления ими. [5] В работе [4] автор предлагает использовать подобный аппарат для моделирования загрузки оборудования на предприятии по переработке скоропортящегося сырья. Таким образом, описанный модифицированный аппарат позволяет наиболее полно учесть выделенные особенности указанного класса систем.

Литература

1. Вирбицкайте, И.Б. Сети Петри: модификации и расширения. – Новосибирск: Изд-во НГУ, 2005. – 123 с.
2. Питерсон, Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем: пер. с англ. – М.: Мир, 1984. – 264 с., ил.
3. Савва, Т.Ю. Математическое моделирование переработки скоропортящегося сырья // Прикладная математика, управление и информатика. – Тез. докл., Белгород: ИД «Белгород», 2012. – Т.1. – С.256-259.
4. Савва, Т.Ю. Разработка математической модели загрузки оборудования на предприятии по переработке скоропортящегося сырья // Информационные системы и технологии, 2012. – № 6 (74). – С. 47-56.
5. Савина, О.А. Организация информационно-аналитического обеспечения управленческой деятельности // Экономические и гуманитарные науки, 2009. – № 6 (212) – С. 83-92.
6. René, D. Discrete, Continuous, and Hybrid Petri Nets / D. René, A. Alla. – Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010. – 550 с. – ISBN 978-3-642-10668-2.

DEVELOPMENT OF THE MODIFIED APPARATUS OF PETRI NETS FOR MODELING OF THE SYSTEMS WHICH USE RESOURCES WITH VARIABLE CHARACTERISTICS

T. Yu. SAVVA

State University – ESPC

e-mail:

t.savva@mail.ru

An analysis of approaches to modeling systems which use resources with variable characteristics based on modified apparatus of Petri nets is described. There is proposed an approach to the modeling of this kind of systems, which allows to take into account the selected inherent features with apparatus of Petri nets modified by the author. The above method can be used to study a broad class of organizational, technical, and production systems.

Key words: Petri nets and modified apparatus of them, modeling of systems, using of resources with variable characteristics.