5. *Днестровский Ю.Н., Костомаров Д.П.* Математическое моделирование плазмы. – М.: Наука, 1993. – 336 с.

6. *Гавриков М.Б.* Основные уравнения двухжидкостной магнитной гидродинамики. Ч. I. – Препринт №59, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 2006. – 28 с.

7. *Гавриков М.Б., Таюрский А.А.* Влияние инерции электронов на течение несжимаемой плазмы в плоском канале // Математическое моделирование. – 2012. – Т.24, №9. – С.79-96.

8. *Гавриков М.Б., Таюрский А.А.* Пространственное нелинейное затухание альфвеновских волн в диссипативной плазме // Математическое моделирование. – 2013. – Т.25, №8. – С.65-79.

9. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т.6. Гидродинамика. – М.: Наука, 1986. – 736 с.

10. *Грим Г.* Процессы излучения в плазме. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 641 с.

11. *Чукбар К.В.* Лекции по явлениям переноса в плазме: учебное пособие. – Долгопрудный: Издательский дом “Интеллект”, 2008. – 256с.

УДК 519.87

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ПОСТРОЕНИЮ СЕТЕВОЙ МОДЕЛИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ПРЕДПРИЯТИЯ

Гармаев В.Д., Гармаева С.С.
Восточно-Сибирский государственный университет технологий и управления,
Россия, Улан-Удэ, gavede@mail.ru

Рассматривается подход к моделированию процесса функционирования предприятий с использованием сетей Петри. Для определения всех возможных состояний процесса и переходов между ними строится граф достижимости. Определение вероятностных характеристик производится с помощью цепи Маркова.

Ключевые слова: *математическое моделирование, сети Петри, цепи Маркова.*

ABOUT ONE APPROACH TO BUILDING A NETWORK MODEL OF FUNCTIONING OF THE ENTERPRISE

Garmaev V.D., Garmaeva S.S.
East Siberia State University of Technology and Management,
Russia, Ulan-Ude, gavede@mail.ru

An approach to modeling the process of functioning of enterprises using Petri nets is considered. To determine all possible states of the process and transitions between them, an accessibility graph is constructed. The definition of probability characteristics is carried out using the Markov chain.

Key words*: Mathematical modeling, Petri nets, Markov chains.*

Введение

Одним из распространенных инструментов для математического моделирования и исследования разного рода систем являются сети Петри. Целью представления любой системы в виде сети Петри и последующего анализа этой сети является получение важной информации о структуре и динамическом поведении моделируемой системы. Эта информация затем может использоваться при оценке моделируемой системы и выработке мероприятий по ее усовершенствованию.

Сети Петри находят широкое применение при разработке и анализе моделей функционирования предприятий разного рода деятельности. Полученная при этом информация позволяет оценить процесс функционирования данного предприятия, определить состояния в которых может находиться предприятие в процессе своей деятельности, выявить нежелательные состояния и выяснить каким образом можно их избежать, каким образом можно добиться требуемого состояния.

Постановка задачи

Согласно [1], сеть Петри представляет собой набор объектов $C=(P, T, I, O)$, где совокупность переходов, отражающих происходящие события, $k \geq 0$. $P=\{p_1, p_2, .., p_n\}$ – совокупность позиций, отражающих условия, предшествующие реализации события (предусловия) и условия, возникающие в результате его наступления (постусловия), $n \geq 0$. Множество переходов и множество позиций не пересекаются: $P \cap T = \varnothing$. $I:T \rightarrow P^{\infty}$ – входная функция, определяющая для каждого перехода комплект условий, необходимых для реализации этого перехода. $O:T \rightarrow P^{\infty}$ – выходная функция, определяющая для каждого перехода комплект условий, которые возникают в результате реализации перехода. Мощность множества позиций P это есть число n, а мощность множества переходов T равна числу k.

Состояние процесса определяется вектором маркировки $\vec{m}=(m_1, m_2, ..., m_n)$, $n=|P|$, который определяет количество фишек в каждой позиции p_i, $i=1,2,...,n$ сети Петри. Начальное состояние процесса определяется вектором $\vec{m}^{(0)}=\left(m_1^{(0)}, m_2^{(0)}, ..., m_n^{(0)}\right)$. Множество достижимости сети Петри $D\left(C, \vec{m}^0\right)$ представляет собой совокупность маркировок, которые могут получиться в результате реализации переходов сети исходя из начальной маркировки $\vec{m}^{(0)}=\left(m_1^{(0)}, m_2^{(0)}, ..., m_n^{(0)}\right)$.

Рассмотрим вопрос построения модели функционирования предприятия в виде сети Петри, с последующим графическим представлением в виде графа достижимости и привлечением аппарата цепей Маркова для анализа этого процесса. На рис. 1 представлена сеть Петри, моделирующая функционирование страховой компании, занимающейся как страхованием физических лиц, так и предприятий различной формы собственности.

Совокупность P содержит 7 позиций:

p_1 – имеется возможность работы с клиентом;

p_2 – проведен анализ представленного комплекта документов;

p_3 – подготовлены документы для выплаты страхового возмещения;

p_4 – подготовлены документы для отказа в выплате страхового возмещения;

p_5 – проведен судом анализ представленного комплекта документов;

p_6 – подготовлены судом документы для отказа в выплате страхового возмещения;

p_7 – подготовлены судом документы о выплате страхового возмещения и штрафа за несоблюдение в добровольном порядке удовлетворения требований потребителя, взыскании расходов на проведение судебной экспертизы и услуги юристов.

Совокупность T содержит 9 переходов:

t_1 – заявление принято к рассмотрению;

t_2 – принято решение о выплате страхового возмещения;

t_3 – принято решение об отказе в выплате страхового возмещения;

t_4 – представление документов в суд;

t_5 – судом принято решение о выплате страхового возмещения и штрафа за несоблюдение в добровольном порядке удовлетворения требований потребителя, взыскании расходов на проведение судебной экспертизы и услуги юристов;

t_6 – судом принято решение об отказе в удовлетворении иска;

t_7 – компанией добровольно выплачено страховое возмещение;

t_8 – компанией доведены до клиента решения суда;

t_9 – решения суда о выплате страхового возмещения и штрафа за несоблюдение в добровольном порядке удовлетворения требований потребителя, взыскании расходов на проведение судебной экспертизы и услуги юристов выполнены.

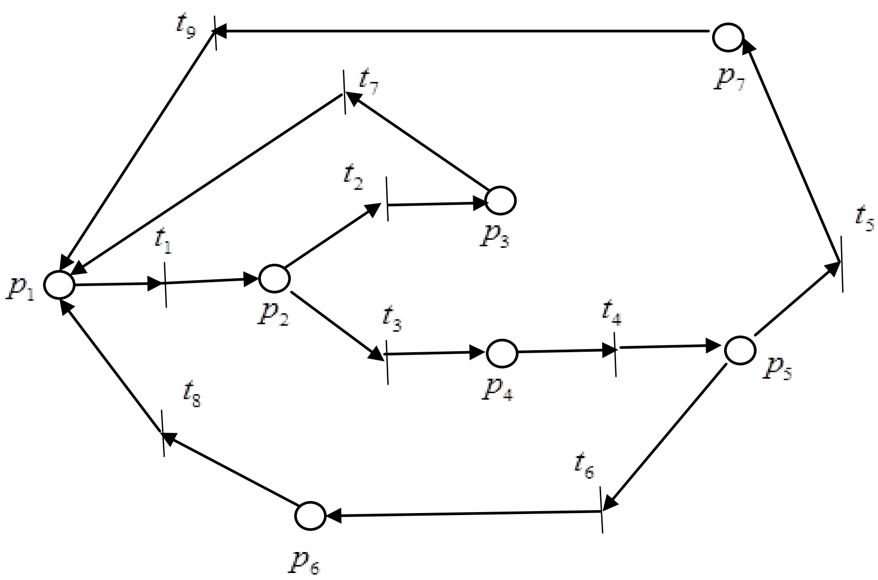

Рис. 1. Модель обслуживания заявления страхователя

Граф достижимости имеет вид $G=(M,R)$, где *M*- множество вершин- маркировок, достижимых из начальной маркировки, *R*- множество дуг, соединяющих вершины в соответствии с отношением следования между маркировками. Каждой дуге соответствует переход, срабатывание которого приводит к изменению маркировки. Граф достижимости сети Петри, моделирующей процесс представляет собой совокупность всех возможных состояний процесса и последовательность в их изменении.

Пусть начальное состояние процесса определяется вектором $\vec{m}^{(0)}=(1,0,0,0,0,0,0)$, которое означает готовность к работе с поступившим заявлением от клиента. Дальнейшие состояния S_i, $i=1,2,...,7$ можно представить в виде графа достижимости (рис. 2):

$(1,0,0,0,0,0,0)-S_1$

$\downarrow t_1$

$(0,1,0,0,0,0,0)-S_2$

$\swarrow t_2 \qquad \searrow t_3$

$(0,0,1,0,0,0,0)-S_3 \qquad (0,0,0,1,0,0,0)-S_4$

$\downarrow t_7 \qquad \downarrow t_4$

$(1,0,0,0,0,0,0)-S_1 \qquad (0,0,0,0,1,0,0)-S_5$

$\swarrow t_5 \qquad \searrow t_6$

$(0,0,0,0,0,0,1)-S_7 \qquad (0,0,0,0,0,1,0)-S_6$

$\searrow t_9 \qquad \swarrow t_8$

$(1,0,0,0,0,0,0)-S_1$

Рис. 2. Граф достижимости маркировок сети Петри

Цепь Маркова для данного процесса имеет вид:

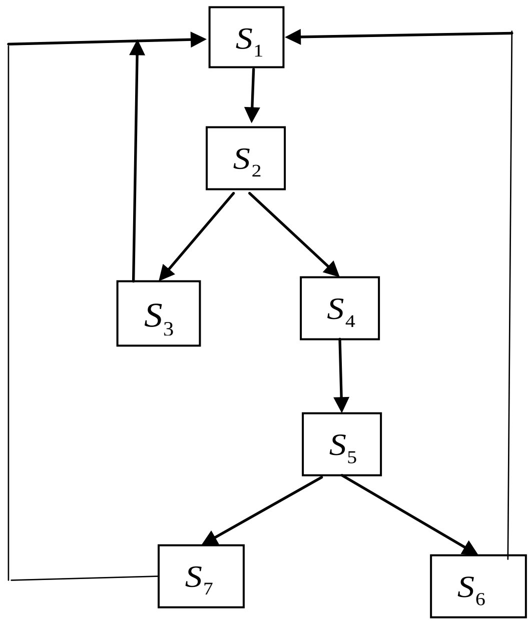

Рис. 3. Представление процесса в виде цепи Маркова

По структуре представленного на рис. 3 графа состояний цепи Маркова видно, что она является эргодической [2], то есть с возрастанием номера шага k в ней устанавливается стационарный режим, при котором вероятности $r_i(k),\ i=1,2,...,7$ состояний $S_i,\ i=1,2,...,7$ от номера шага k уже не зависят.

Для эргодической цепи Маркова можно определить предельные (финальные) вероятности $r_1, r_2, ..., r_7$ состояний $S_1, S_2, ..., S_7$.Пусть матрица $P=(p_{ij}),\quad i,j=1,2,...,7$ является матрицей переходных вероятностей, в которой представлены вероятности p_{ij} перехода из состояния S_i в состояние S_j. Составим балансовые уравнения по каждому состоянию, кроме одного, в данном случае, кроме первого состояния, поскольку если составить балансовые уравнения по всем состояниям, то одно из уравнений будет являться линейной комбинацией остальных уравнений:

$$\begin{cases} r_1 p_{12} = r_2(p_{23} + p_{24}), \\ r_2 p_{23} = r_3 p_{31}, \\ r_2 p_{24} = r_4 p_{45}, \\ r_4 p_{45} = r_5(p_{56} + p_{57}), \\ r_5 p_{56} = r_6 p_{61}, \\ r_5 p_{57} = r_7 p_{71}. \end{cases}$$

Если добавить нормировочное условие:

$$r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5 + r_6 + r_7 = 1,$$

то получим систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных $r_1, r_2, ..., r_7$, которая имеет единственное решение.

Поскольку в данной цепи «задержек» не имеется, то

$$p_{12} = 1,\ \ p_{23} + p_{24} = 1,\ \ p_{31} = 1,\ \ p_{45} = 1,\ \ p_{56} + p_{57} = 1,\ \ p_{61} = 1,\ \ p_{71} = 1.$$

Система уравнений, состоящая из балансовых уравнений и нормировочного условия для определения предельных вероятностей примет вид:

$$\begin{cases} r_1 = r_2, \\ r_2 p_{23} = r_3, \\ r_2 p_{24} = r_4, \\ r_4 = r_5, \\ r_5 p_{56} = r_6, \\ r_5 p_{57} = r_7, \\ r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5 + r_6 + r_7 = 1. \end{cases}$$

Решая систему находим, что

$$r_1 = r_2 = \frac{1}{3 + 2p_{24}},\ r_3 = \frac{p_{23}}{3 + 2p_{24}},\ r_4 = r_5 = \frac{p_{24}}{3 + 2p_{24}},\ r_6 = \frac{p_{24} p_{56}}{3 + 2p_{24}},\ r_7 = \frac{p_{24} p_{57}}{3 + 2p_{24}}.$$

Как видно, полученное решение в значительной степени зависит от численного значения переходной вероятности p_{24}, вероятности перехода из состояния S_2 в состояние S_4, то есть принятия компанией решения об отказе в выплате страхового возмещения.

Заключение

Рассмотренный подход, основанный на использовании сетей Петри и цепей Маркова применим к моделированию и анализу процесса функционирования предприятий различного рода деятельности, в частности предприятий сферы услуг.

Библиография

1. *Питерсон Дж.* Теория сетей Петри и моделирование систем: Пер. с англ.– М.: Мир, 1984. – 264 с.
2. *Вентцель Е.С., Овчаров Л.А.* Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. − М.: КНОРУС, 2013.– 448 с.

УДК 519.62, 519.63

АВТОМАТИЗАЦИЯ ПОСТРОЕНИЯ И ИССЛЕДОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ СИСТЕМ ТВЕРДЫХ ТЕЛ, ПРИКРЕПЛЕННЫХ К БАЛКЕ ЭЙЛЕРА-БЕРНУЛЛИ*

Гармаева В.В.

Восточно-Сибирский государственный университет технологий и управления,
Россия, Улан-Удэ, gfiksiv@gmail.com

Данная статья посвящена автоматизации построения и исследования класса механических систем с сосредоточенными и распределенными параметрами описываемого обобщенной математической моделью. Под обобщенной математической моделью имеется ввиду система гибридных дифференциальных уравнений заданной структуры, описывающая динамику балки Эйлера-Бернулли с прикрепленной системой взаимосвязанных твердых тел. Программа реализована на языках Фортран и C#..

Ключевые слова: *балка Эйлера-Бернулли, система твердых тел, математическая модель, программное обеспечение.*

AUTOMATION OF CONSTRUCTION AND RESEARCH OF MATHEMATICAL MODELS OF SYSTEMS OF SOLIDS BELONGED TO THE EULER-BERNOULLI BEAM

Garmaeva V.V.

East-Siberian State University of Technology and Management,
Russia, Ulan-Ude, gfiksiv@gmail.com

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 15-08-00973а