

УДК 519.711.3

Звягин Данил Сергеевич, преподаватель кафедры информационной безопасности; Zvyagin Danil Sergeevich, Lecturer, Department of Information Security

Воронежского института МВД России

Voronezh Institute of the Ministry of Internal Affairs of Russia

## ПРИМЕР ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МАТРИЧНОГО ПОДХОДА ДЛЯ АНАЛИЗА СТОХАСТИЧЕСКОЙ СЕТИ ПЕТРИ С ЧЕТЫРНАДЦАТЬЮ ПОЗИЦИЯМИ И ПЕРЕХОДАМИ

## EXAMPLE OF USING THE MATRIX APPROACH FOR ANALYSIS OF A STOCHASTIC PETRI NET WITH FOURTEEN POSITIONS AND TRANSITIONS

Аннотация: в данной статье рассматривается матричный подход для анализа сетей Петри. Приводится пример применения данного подхода к форме сетей Петри – стохастические сети. Предлагается использование максимальных значений второй строки вектора запуска переходов для определения тех переходов, срабатывание которых приведет к конечному или желаемому результату стохастической сети Петри. Рассматривая пример, граф которого приводится в статье, поэтапно указываются все вычисления, позволяющие решить задачу достижимости.

Abstract: This article discusses a matrix approach for analyzing Petri nets. An example of the application of this approach to the form of Petri nets - stochastic nets is given. It is proposed to use the maximum values of the second row of the transition triggering vector to determine those transitions, the triggering of which will lead to the final or desired result of the stochastic Petri net. Considering the example, the graph of which is given in the article, all the calculations that allow solving the reachability problem are indicated step by step.

Ключевые слова: достижимость, стохастическая сеть, запуск переходов.

Key words: reachability, stochastic network, transition triggering.

Матричные уравнения – один из основных методов анализа сетей Петри, позволяющие решить ряд проблем, связанных с достижимостью сети, а также последовательности запуска переходов [1, 2].

Для определения активных переходов, срабатывание которых необходимо для достижения конечного результата рассматриваемого при помощи аппарата сетей Петри процесса, необходимо определить значения вектора запуска переходов  $x$ , которое определяется из матричного уравнения:

$$\mu^{s*} = \mu^s + x \times D,$$

получаем:

$$x = (\mu^{s*} - \mu^s) \times D^{-1}. \quad (1)$$

Рассмотрим пример применения данного матричного уравнения к стохастическим сетям Петри.

Стохастическая сеть Петри – это форма сетей Петри, задержки в срабатывании переходов происходят с какой-то вероятностью [3]. Данная сеть состоит из пары:

$$M_s = \{C, \mu^s\},$$

где  $C = \{P, T, I, O\}$ ,  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_{14}\}$ ,  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_{14}\}$  (рис. 1).

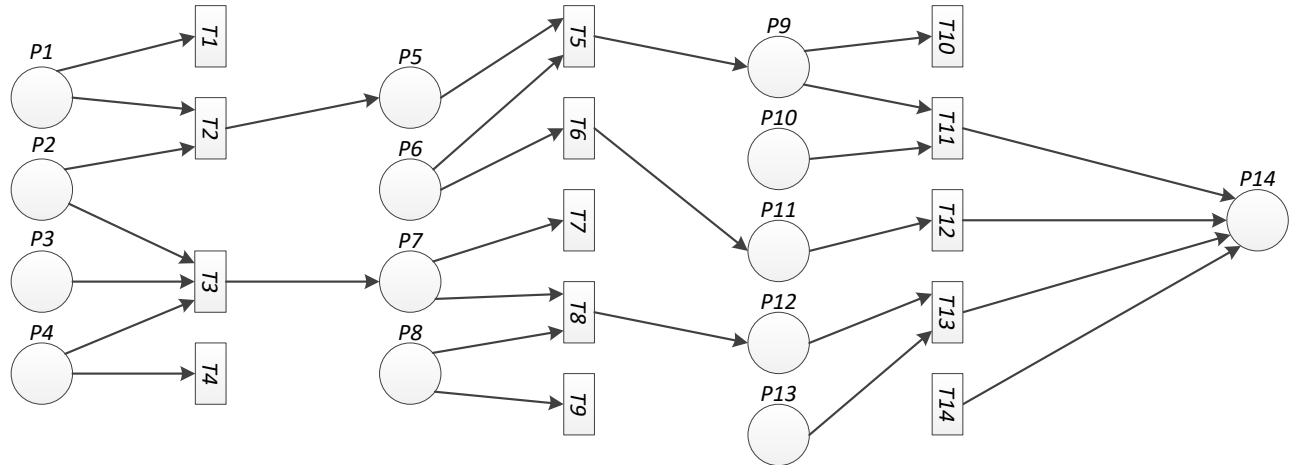


Рисунок 1. Пример стохастической сети Петри.

Начальная маркировка данной стохастической сети Петри:

$$\mu^s = \begin{pmatrix} 1 & 0,2 & 0,3 & 1 & 0,1 & 1 & 1 & 0,4 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0,3 & 1 \\ 0 & 0,8 & 0,7 & 0 & 0,9 & 0 & 0 & 0,6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,7 & 0 \end{pmatrix}.$$

Конечная маркировка сети:

$$\mu^{s*} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0,788 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,212 \end{pmatrix}.$$

$D$  – составная матрица изменения:

$$D = D^+ - D^-,$$

исходя из рассматриваемого на рисунке 1 графа, равна:

$$D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Исходя из вышеописанных данных и используя матричное уравнение

(1), получаем вектор запуска переходов, состоящий из четырнадцати столбцов и двух строк:

$$x = \begin{pmatrix} 0,1 & -0,1 & -0,7 & -0,2 & 0 & -0,1 & 0 & -0,7 & 0,1 & 0 & 0 & -0,1 & -0,7 & 0,588 \\ -0,1 & 0,1 & 0,7 & 0,2 & 0 & 0,1 & 0 & 0,7 & -0,1 & 0 & 0 & 0,1 & 0,7 & -0,588 \end{pmatrix}.$$

Столбцы в данной матрице – это переходы слева направо соответствующие  $t_1, t_2, \dots, t_{14}$ .

Для определения переходов, срабатывание которых приведет к решению задачи, построенной при помощи стохастической сети Петри, процесса, необходимо, как описывалось выше, выбрать максимальные значения во второй строке матрицы  $x$ . В данной матрице максимальными значениями являются 0,7, что соответствует переходам  $t_3, t_8$  и  $t_{13}$ .

Для достоверности вышеописанного вычислим еще одно значение вектора запуска переходов с иными входными данными сети.

$$\mu^s = \begin{pmatrix} 1 & 0,4 & 0,1 & 1 & 0,4 & 1 & 1 & 0,2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0,1 & 1 \\ 0 & 0,6 & 0,9 & 0 & 0,6 & 0 & 0 & 0,8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,9 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\mu^{s*} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0,767 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,233 \end{pmatrix}.$$

Составная матрица изменения остается неизменной, так как она зависит от построенного графа.

$$x = \begin{pmatrix} -0,3 & 0,3 & -0,9 & 0,3 & 0 & 0,3 & 0 & -0,9 & 0,1 & 0 & 0 & 0,3 & -0,9 & 0,367 \\ 0,3 & -0,3 & 0,9 & -0,3 & 0 & -0,3 & 0 & 0,9 & -0,1 & 0 & 0 & -0,3 & 0,9 & -0,367 \end{pmatrix}.$$

Рассмотрев данный пример, удостоверяемся в правильности выбора активных переходов.

Полученные результаты исследования, полученные в ходе рассмотрения примера с четырнадцатью позициями и переходами, а также с альтернативными путями, показывают, что помимо дерева достижимости, к стохастическим сетям Петри можно, для анализа сети, применять и матричный подход, позволяющий решить задачи достижимости [4].

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Питерсон Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем / Дж. Питерсон. — М.: Мир, 1984. — 264 с.
  2. Лескин А.А. Сети Петри в моделировании и управлении / А.А. Лескин, П.А. Мальцев, А.М. Спиридонов — Л: Наука, 1989. — 133 с.
  3. Звягин Д.С. Моделирование процесса производства судебной почерковедческой экспертизы с использованием стохастических сетей Петри / Д.С. Звягин // Вестник Воронежского института МВД России. 2020. № 2. С. 154–163.
- Звягин Д.С. Алгоритм построения дерева достижимости для стохастических сетей Петри / Д.С. Звягин // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2020. Т. 16. № 2.