ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ МЕТРОЛОГИИ

УДК 681.58

Ю. П. Муха, В. С. Поляков, С. В. Поляков
Y. P. Muha, V. S. Poljakov, S. V. Poljakov

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТЕОРИИ АВТОМАТОВ, МАШИН ТЬЮРИНГА И СЕТЕЙ ПЕТРИ ДЛЯ СОЗДАНИЯ КОНЦЕПЦИИ НЕЙРОПОДОБНЫХ СИСТЕМ
USE OF THE THEORY OF AUTOMATA, TURING MACHINES AND PETRI NETS FOR CREATING THE CONCEPT OF NEURAL SYSTEMS

Волгоградский государственный технический университет
Volgograd State Technical University
E-mail: vt@vstu.ru

В работе рассматривается возможность использования математического аппарата матриц инцидентора для разрабатываемых нейроподобных систем с параллельным функционированием элементов, строящихся на базе нейронных сетей, конечных автоматов, машин Тьюринга и сетей Петри.

Ключевые слова: граф, конечный автомат, сеть Петри, параллелизм.

In this paper the concept of creating a developed neural systems, showing its advantages in comparison with existing ones. Describes a new technique based on the use of elements of the theory of automata, Turing machines and Petri nets.

Keywords: graph, finite automaton, Petri net, parallelism.

При построении формального описания сложных систем используются в основном четыре различных подхода: метод конечных или функциональных автоматов; метод задания сетей Петри; метод задания нейронных сетей; метод, базирующийся на описании машин Тьюринга [1]. В настоящей работе показано, что приняв за основу нейронную сеть (НС) и используя перечисленные методы в качестве вспомогательных, взаимодействующих с НС, можно получить подход, позволяющий синтезировать сложные нейросетевые системы с совершенно иных позиций.

Теория автоматов (*ТА*) в своем наиболее классическом определении – раздел дискретной математики, изучающий абстрактные автоматы, представляемые в виде математических моделей [1].

Отметим, что теория автоматов наиболее тесно связана с теорией построения алгоритмов и их применением для решения практических задач. *Конечный автомат* (*КА*) – объект, осуществляющий пошаговое преобразование дискретной информации в дискретные моменты времени. Конечный результат, таким образом, формируется исходя из шагов заданного разработчиком алгоритма. Объект же, что особо важно для некоторых задач, может быть как гипотетический, так и материальный. Это позволяет нам применять теорию КА как для чисто теоретических исследований, так и для решения сугубо практических задач.

Математик и исследователь Алан Тьюринг впервые с должной степенью проработки описал так называемую машину Тьюринга – абстрактное устройство, в теории обладающее всеми свойствами современной вычислительной техники.

Исследования Тьюринга и его последователей о «вычислимых и невычислимых задачах» позволили разделить задачи относительно эффективности решения на вычислительных машинах на две основные группы:

– задачи, которые могут быть решены эффективно;

– задачи «трудноразрешаемые», которые могут быть решены принципиально, но потребуют для этого много машинного времени.

После обоснования подобного разделения исследователями приводились четкие доказательства [1] того, что даже при экспоненциальном росте быстродействия ЭВМ возможность решения большинства «труднорешаемых» задач маловероятна.

Современные вычислительные устройства достигли быстродействия, на порядки более высокого, нежели в те времена; однако возросла и сложность задач, которые ставятся перед разработчиками сложных систем в науке и промышленности. К тому же, здесь возникли проблемы параллелизма, в большинстве случаев переводимые в область подмены его псевдопараллелизмом, когда за счет мощностей ЭВМ параллельные операции заменяются множеством последовательных. С возрастанием сложности систем подобный подход становится все менее и менее эффективным, поэтому разработчикам требуется инструмент, созданный специально для моделирования систем с параллельными взаимодействующими компонентами.

Такой инструмент под названием *сети Петри* впервые предложил Карл Адам Петри, сформулировав основные понятия теории связи асинхронных компонент вычислительной системы. Но у сетей Петри обнаружился серьезный недостаток: при увеличении числа параллельно функционирующих компонентов системы увеличивается и число возможных состояний сети. Как только оно перевышает несколько сотен, сеть Петри теряет свою эффективность, то есть она демонстрирует эффективнную работу лишь в случае несложных циклических моделей.

В [1–4] показано, что как нейронная сеть, так и сеть Петри, конечный автомат и машина Тьюринга могут быть представлены графом или композицией графов. Если к любому скрытому слою нейронной сети подсоединить сеть Петри, конечный автомат или машину Тьюринга, получим сеть, которая уже не будет нейронной. Назовем такую сеть *нейроподобной*:

Рис. 1. Структура нейроподобнной сети

Как известно, и конечные автоматы, и сети Петри, и машины Тьюринга описываются своими, соответствующими только им способами. Но в каждом из методов используются элементы теории графов: например, конечные автоматы представляются «графоидами» и матрицами соединений [2, 3]; сети Петри описываются двудольными графами.

Следовательно, необходим такой математический аппарат, который позволяет задавать любую из вышеперечисленных структур, пригодный для описания большого числа параллельно функционирующих компонентов. Такой аппарат был разработан для описания технологических процессссов с параллельно функционирующими компонентами [5–7], а затем распространен на конечные автоматы и сети Петри.

В качестве примера рассмотрим простейшую нейроподобную сеть с одним скрытым слоем, с которым соединена сеть Петри (рис. 2):

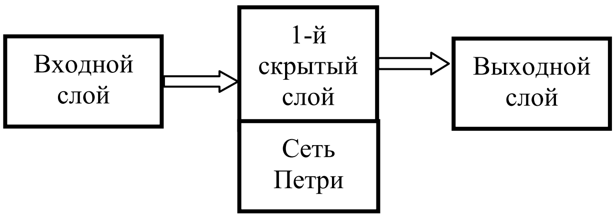

Рис. 2. Структура нейроподобнной сети

На рис. 3 показан оператор нейроподобной сети. В связи с громоздкостью данного оператора (нейронная сеть + сеть Петри) представим его в блочном виде. Это дает нам более наглядное представление и позволяет рассматривать во всех подробностях лишь тот блок, который необходим в настоящий момент.

Более подробно нейроподобная сеть (нейронная сеть + сеть Петри) представлена на рис. 4.

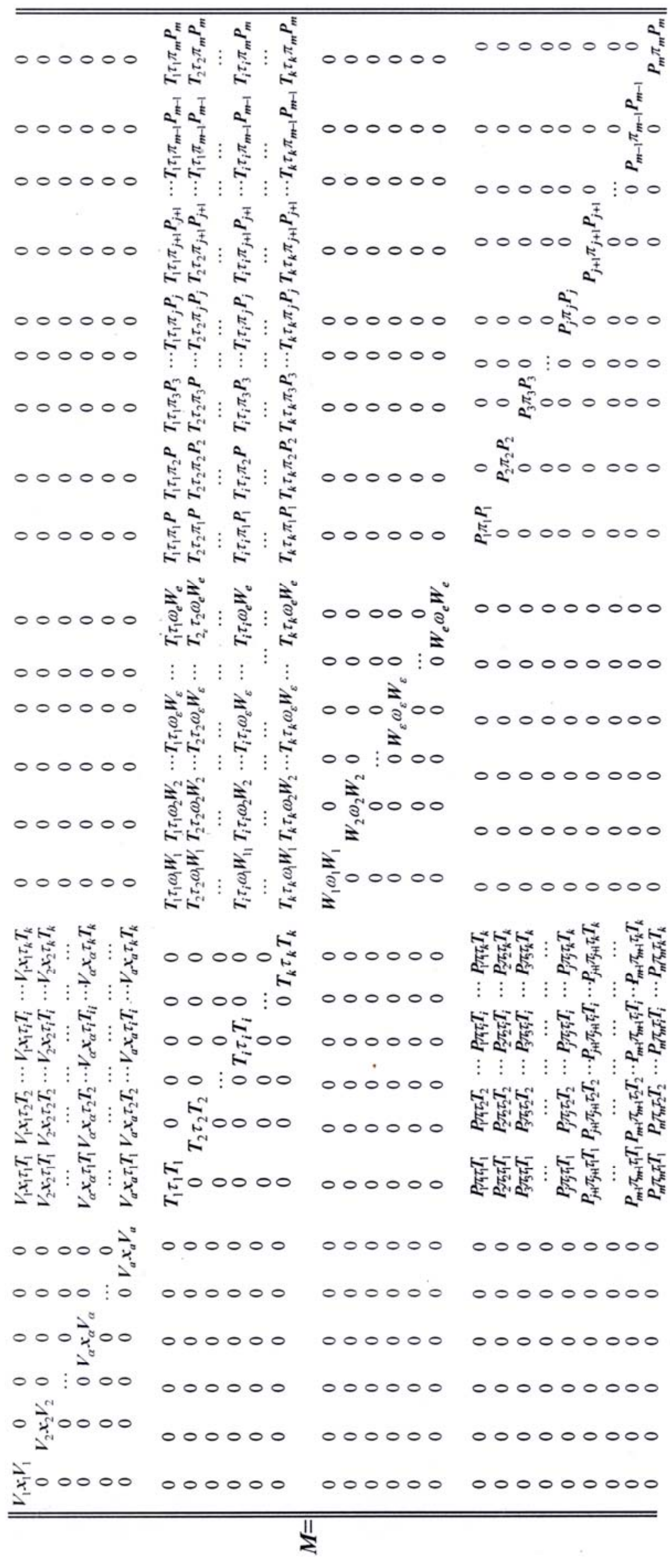

Рис. 3. Оператор нейроподобной сети (нейронная сеть + сеть Петри)

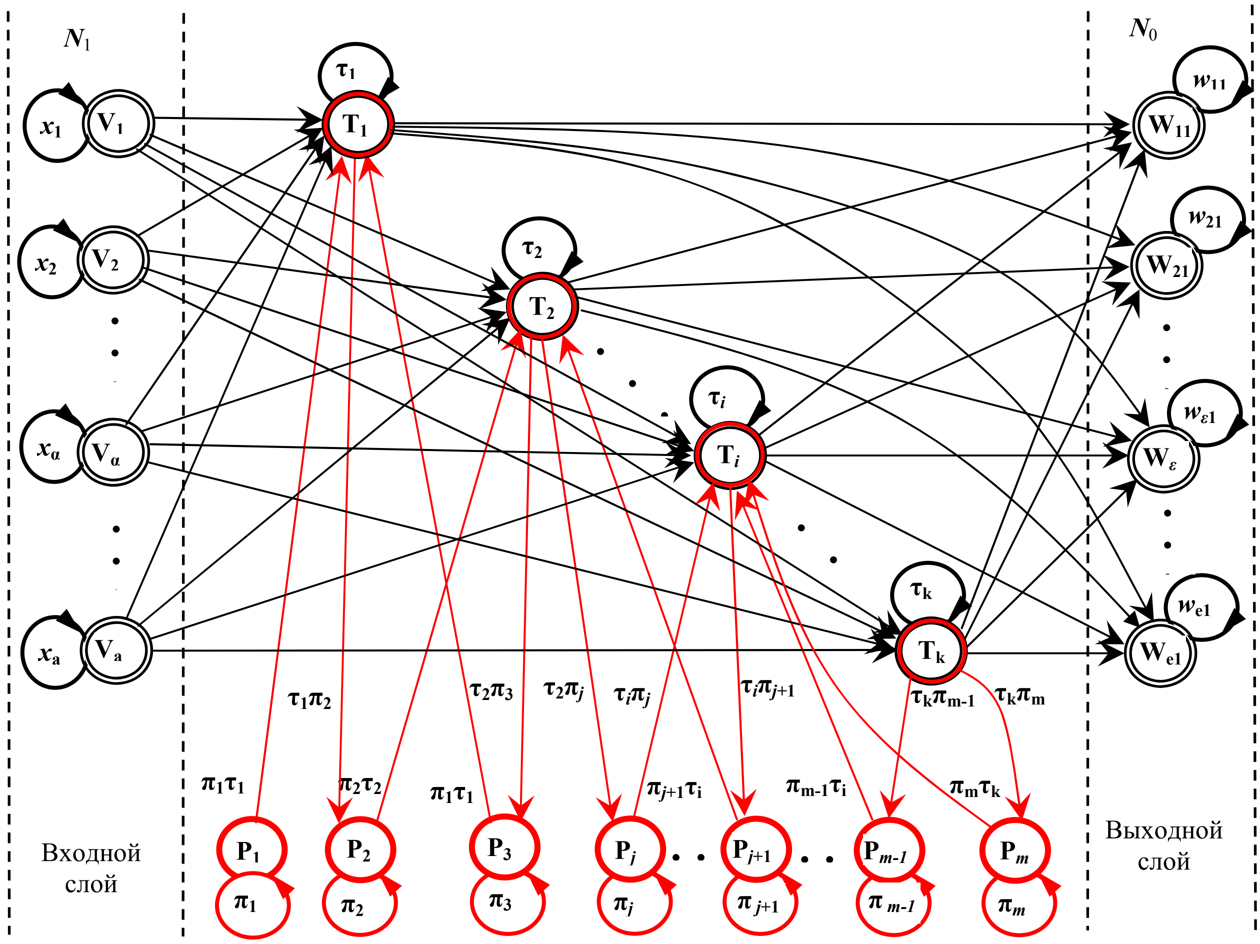

Рис. 4. Граф нейроподобной сети (нейронная сеть + сеть Петри)

$$M_{\text{НПС}} = \begin{Vmatrix} V & V\text{-}T & 0 & 0 \\ 0 & T & T\text{-}W & T\text{-}P \\ 0 & 0 & W & 0 \\ 0 & P\text{-}T & 0 & P \end{Vmatrix}$$

Рис. 5. Оператор нейроподобной сети (нейронная сеть + сеть Петри) в блочном виде

Ниже приведены элементы-блоки этой матрицы:

V – входной слой;

T – элементы сети Петри (вершины переходов);

W – выходной слой;

P – слой решателей (вершины позиций сети Петри);

V-T – переход от вершин входного слоя к вершинам переходов сети Петри;

T-W – переход от вершин переходов сети Петри к вершинам выходного слоя;

T-P – переход от вершин переходов сети Петри к ее вершинам позиций;

P-T – переход от вершин позиций сети Петри к ее вершинам переходов.

Запишем в качестве примеров несколько представленных блоков в виде соответствующих операторов.

Подставив вышеприведенные блоки в матрицу рис. 5, получим матрицу инцидентора нейроподобной сети (нейронная сеть + сеть Петри) рис. 3.

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{V}}=\begin{Vmatrix} V_1x_1V_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & V_2x_2V_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & V_\alpha x_\alpha V_\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & V_a x_a V_a \end{Vmatrix}$$

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{T\text{-}P}}=\begin{Vmatrix} T_1\tau_1\pi_1P & T_1\tau_1\pi_2P & T_1\tau_1\pi_3P_3 & \cdots & T_1\tau_1\pi_jP_j & T_1\tau_1\pi_{j+1}P_{j+1} & \cdots & T_1\tau_1\pi_{m-1}P_{m-1} & T_1\tau_1\pi_mP_m \\ T_2\tau_2\pi_1P & T_2\tau_2\pi_2P_2 & T_2\tau_2\pi_3P & \cdots & T_2\tau_2\pi_jP_j & T_2\tau_2\pi_{j+1}P_{j+1} & \cdots & T_1\tau_1\pi_{m-1}P_{m-1} & T_2\tau_2\pi_mP_m \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ T_i\tau_i\pi_1P_1 & T_i\tau_i\pi_2P & T_i\tau_i\pi_3P_3 & \cdots & T_i\tau_i\pi_jP_j & T_i\tau_i\pi_{j+1}P_{j+1} & \cdots & T_i\tau_i\pi_{m-1}P_{m-1} & T_i\tau_i\pi_mP_m \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ T_k\tau_k\pi_1P_1 & T_k\tau_k\pi_2P_2 & T_k\tau_k\pi_3P_3 & \cdots & T_k\tau_k\pi_jP_j & T_k\tau_k\pi_{j+1}P_{j+1} & \cdots & T_k\tau_k\pi_{m-1}P_{m-1} & T_k\tau_k\pi_mP_m \end{Vmatrix}$$

Рис. 6. Примеры блоков, составляющих оператор нейроподобной сети

На рис. 6 приведены примеры блоков, составляющих оператор нейроподобной сети.

При рассмотрении четырехслойной нейроподобной сети (рис. 7) блочная матрица инцидентора которой представлен на рис. 8, с ней могут быть объединены уже две сети Петри.

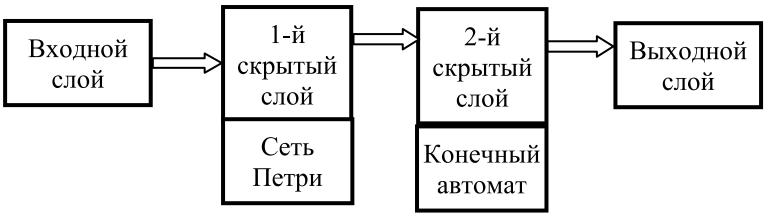

Рис. 7. Структура нейроподобной сети

$$\mathrm{M}_{\mathrm{HC}}=\begin{Vmatrix} \boldsymbol{V} & \boldsymbol{V\text{-}T} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{T}^1 & \boldsymbol{T}^1\text{-}\boldsymbol{T}^2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \boldsymbol{T}^2 & \boldsymbol{T}^2\text{-}\boldsymbol{W} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \boldsymbol{W} \end{Vmatrix}$$

Рис. 8. Блочная матрица оператора четырехслойной нейроподобной сети

Представим второй и третий слои этой сети, как и в первом случае, соответствующими сетями Петри, вершины переходов которых являются вершинами второго и третьего слоев нейронной сети. Таким образом, получим нейроподобную сеть, но уже с двумя промежуточными слоями.

На рис. 9 представлена блочная матрица оператора этой нейроподобной сети.

$$\mathrm{M}_{\mathrm{HC}}=\begin{Vmatrix} \boldsymbol{V} & \boldsymbol{V}\text{-}\boldsymbol{N}^1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{N}^1 & \boldsymbol{N}^1\text{-}\boldsymbol{N}^2 & \mathbf{0} & \boldsymbol{N}^1\text{-}\boldsymbol{P}^1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \boldsymbol{N}^2 & \boldsymbol{N}^2\text{-}\boldsymbol{W} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \boldsymbol{N}^2\text{-}\boldsymbol{A}^2 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \boldsymbol{W} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{P}^1\text{-}\boldsymbol{N}^1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \boldsymbol{P}^1 & \boldsymbol{P}^1\text{-}\boldsymbol{T}^1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \boldsymbol{T}^1\text{-}\boldsymbol{P}^1 & \boldsymbol{T}^1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \boldsymbol{A}^2\text{-}\boldsymbol{N}^2 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \boldsymbol{A}^2 \end{Vmatrix}$$

Рис. 9. Блочная матрица оператора

V – входной слой;

$\boldsymbol{N}^1$ – элементы, являющиеся первым слоем нейронной сети;

$\boldsymbol{N}^2$ – элементы, являющиеся вторым слоем нейронной сети;

W – выходной слой;

$\boldsymbol{P}^1$ – слой решателей, являющийся вершинами позиций сети Петри ;

$\boldsymbol{T}^1$ – слой решателей, являющийся вершинами переходов сети Петри ;

$\boldsymbol{A}^2$ – слой решателей, являющийся вершинами конечного автомата;

$\boldsymbol{V}$-$\boldsymbol{N}^1$ – переход от вершин входного слоя к первому слою нейронной сети;

$\boldsymbol{N}^1$-$\boldsymbol{N}^2$ – переход между вершинами слоев нейронной сети;

$\boldsymbol{N}^2$-$\boldsymbol{W}$ – переход от вершин второго слоя нейронной сети к вершинам выходного слоя;

$\boldsymbol{N}^1$-P^1 – переход от вершин первого слоя нейронной сети к вершинам позиций сети Петри ;

$\boldsymbol{N}^2$-$\boldsymbol{A}^2$ – переход от вершин второго слоя нейронной сети к входам КА;

A^2-$\boldsymbol{N}^2$ – переход от выходов КА к второго слоя нейронной сети;

$\boldsymbol{P}^1$-$\boldsymbol{T}^1$ – переход от вершин позиций сети Петри 2 к вершинам переходов сети Петри;

$\boldsymbol{T}^1$-$\boldsymbol{P}^1$ – переход от вершин переходов сети Петри к вершинам позиций сети Петри.

Оператор функционирования четырехслойной нейроподобной сети из-за своей громоздкости не приводится. Однако она по сути своей будет соответствовать матрице, показанной на рис. 3.

Нейроподобные системы, основывающиеся на представленной выше методике, способны работать со сложными зависимостями, в том числе нелинейными, что делает их практически незаменимыми при разработке систем управления, контроля и диагностики. Также стоит отметить, что данные системы способны самосовершенствоваться, обучаясь в процессе использования по специально разработанным алгоритмам. Использование таких структур предоставляет широкие возможности для поиска эффективных решений самых различных задач, многие из которых ранее не имели решения с удовлетворительной точностью.

Также не стоит забывать, что структуру нейроподобной сети можно представить в виде графа, так как сеть Петри представляет собой двудольный граф, а нейронная сеть – полихромный граф. Подобный аспект позволяет нам использовать как аппарат теории графов, так и элементы теории предикатов, что следует из опыта работы с матрицей инцидентора, ее оператором и прочими разработками авторов [6, 7].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Хопрофт, Д.* Введение в теорию автоматов, языков и вычислений. /Д. Хопкрофт, Р. Мотвани, Д. Ульман. – М.: Вильямс, 2002. – 528 с.

2. *Мелихов, А. Н.* Ориентированные графы и конечные автоматы / А. Н. Мелихов. – М.: Наука, 1971. – 416 с.

3. *Зыков, А. А.* Теория конечных графов / А. А. Зыков. – Новосибирск : Наука, 1968. – 545 с.

4. *Муха, Ю. П.* Нейросетевые измерительные системы. Диагностика состояния сложных объектов / Ю. П. Муха, М. Г. Скворцов. – М.: Радиотехника, 2007. – 336 с.

5. *Поляков, С. В.* Построение модели для диагностирования технологических процессов с использованием графов / С. В. Поляков, С. Б. Сластинин // Контроль. Диагностика. – 2001. – № 2. – С. 46–48.

6. *Поляков, В. С.* Моделирование параллельно протекающих процессов блоками взаимодействующих компонентов / В. С. Поляков, С. В. Поляков // Контроль. Диагностика. – 2008. – № 8. – С. 70–73.

7. *Поляков, В. С.* Использование экстраполирующей модели для управления, контроля и диагностики технологических процессов / В. С. Поляков, С. В. Поляков // Известия ВолгГТУ : межвуз. сб. науч. ст. № 1 / ВолгГТУ. – Волгоград, 2004. – (Серия «Автоматизация технологических процессов в машиностроении» ; вып. 1). – С. 53–55.

8. *Галушкин, А. И.* Нейрокомпьютеры и их применение. Кн. 8. Нейросетевые системы управления : учеб. пособие для вузов под общ. ред. А. И. Галушкин. – М.: ИНРЖР, 2002. – 480 с.