

УДК 658.52.011.56

ПРИМЕНЕНИЕ СЕТЕЙ ПЕТРИ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫХ СИСТЕМ (ОБЗОР)

С.К. Кузнецов

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65
E-mail: SKuznetsov@bk.ru

А.И. Потехин

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65
E-mail: apot@ipu.ru

Ключевые слова: дискретно-событийные модели, сети Петри, супервизор, железнодорожная сеть, участок, перегон, блок-участок

Аннотация: Дан обзор работ, посвященных проблемам моделирования железнодорожных сетей с помощью сетей Петри.

1. Введение

Системы управления транспортом (и, в частности, железнодорожным) относятся к классу структурно-сложных систем, которые при математическом описании не сводятся к последовательно-параллельным или древовидным структурам, а описываются структурами сетевого типа с циклами.

Современные мировые научные разработки в области железнодорожного транспорта направлены, в первую очередь, на решение вопросов безопасности движения. Сейчас безопасность обеспечивается системами сигнализации, обнаружения и блокирования аварийных ситуаций, контроля движения поездов. Ввиду недопустимости ошибок в таких системах необходимо использовать формальные методы проектирования и моделирования этих систем.

Есть несколько причин для использования сетей Петри (СП) при моделировании железнодорожных сетей (ж/д сетей): они имеют точную математическую семантику, что позволяет достаточно точно интерпретировать ж/д сети, парадигма параллельности СП хорошо подходит к реальной параллельности ж/д сетей, графическое представление моделей компонентов ж/д сетей с помощью СП позволяет привлекать к работе ж/д экспертов, не являющихся экспертами в математических дисциплинах. Движение поездов и контроль этого движения удобно моделировать в СП: поезда моделируются метками, перегоны представляются вершинами. Переходы соединяют вершины и реализуют передвижение поездов по перегонам. В отличие от событийных моделей, СП всегда точно определяют состояние ж/д сети, положение поездов, стрелок. Поскольку состояние всей системы непосредственно определяется текущей разметкой, модели ж/д сетей на базе СП могут использоваться как основа для программной поддержки мониторинга, моделирования и анализа ж/д движения.

2. Моделирование с использованием сетей Петри

СП можно рассматривать как модель системы с параллельными процессами, имеющую графическое представление, точный математический язык и методы анализа поведения этой системы.

В наиболее общей форме, эта модель состоит из позиций, переходов, ребер и меток, размещенных на графе. Позиции и переходы – это два типа вершин графа. Ориентированные ребра соединяют позиции с переходами и наоборот, при этом вершины одного типа не могут соединяться. Метки размещаются в позициях. Добавление меток в и удаление меток из позиций представляют динамическое поведение сети. Это случается, когда срабатывает переход, с которым соединены позиции, и добавляет и удаляет метки в соответствии с условиями, установленными на ориентированных ребрах.

Базовая модель может развиваться в более сложные формы. Так, добавляя шкалу времени, получают СП с таймером; добавляя вероятности событий, получают стохастические СП. Когда метки в СП получают дальнейшую спецификацию, они начинают различаться по их значениям. Одним из вариантов такого развития являются СП с раскраской.

В процессе моделирования очень важно определить цели модели и уровень абстрагирования от реальной системы (какие элементы и какие связи должны быть отображены в модели) прежде чем создавать модель в виде СП.

Основные цели при создании СП-моделей:

- описание реальной системы,
- имитация поведения реальной системы посредством моделирования различных ситуаций, которые в реальной системе не так просто воспроизвести,
- анализ поведения системы на наличие блокировок (дедлоков),
- получение статистических результатов по поведению системы.

Поскольку СП это компактный, формальный и графический язык со встроенной параллельностью, он очень удобен для моделирования ж/д систем. Однако получаемые модели столь объемны, что необходимо абстрагироваться от деталей. Решением является введение иерархии СП моделей. На нижнем уровне строят детальные модели элементов ж/д сети, получая библиотеку базовых элементов. На этом уровне, как правило, решаются задачи обеспечения безопасности. На следующем уровне используется более абстрактные модели для решения проблемы живучести (отсутствия блокировок – дедлоков).

3. Моделирование железнодорожных сетей

Ж/Д сеть в общем виде представляется совокупностью железнодорожных станций, соединенных между собой перегонами с разъездами (вставками).

Наличие автоматических блокировок в современных ж/д сетях позволяет каждый перегон между станциями представить в виде совокупности электрически изолированных блок-участков (секций) с соответствующими датчиками состояния и светофорами. Это обстоятельство позволяет перейти от традиционных непрерывных моделей компонентов движения поездов к дискретно-событийным моделям (ДС-моделям).

Для представления ДС-моделей основных компонентов ж/д сети вместо конечных автоматов целесообразно применить сети Петри. Преимущества СП как моделей дискретно-событийного управления включают: графическое представление, развитую ма-

тематику, наличие средств моделирования и формального анализа и наличие программных средств для моделирования, анализа и управления.

Всю ж/д сеть можно рассматривать как композицию определенного числа элементарных модулей, а именно, блок-участков с датчиками и светофорами, стрелок, станций. Для этих модулей строятся СП-модели.

Набор таких моделей образует библиотеку компонентов. Библиотека отображает определенные свойства системы типа безопасности, обнаружения коллизий, управления стрелками, контроль времени. Компонентно-ориентированный подход позволяет анализировать компоненты автономно, и поскольку сети собираются из компонентов по строгим правилам, свойства могут быть доказаны путем расширения (индукции) на число соединений между компонентами. Топология ж/д сети служит как слой спецификации. Композиция базовых компонентов может формировать более крупные сети, что дает возможность моделировать сложные ж/д сети.

В рассмотренных работах используются разные СП-модели базовых элементов ж/д сетей, разные способы их композиции для представления сложных сетей, разные способы обеспечения безопасности и живучести (включая различные расширения стандартных СП). Ниже приведены некоторые примеры.

4. Обзор работ по моделированию ж/д сетей с помощью сетей Петри

В работе [1] исследуется задача моделирования ж/д сети сетями Петри (СП) таким образом, чтобы можно было применить теорию супервизорного управления дискретно-событийной системой для автоматического проектирования системного контроллера.

Автоматизация ж/д систем (а в общем, распределенных дискретно-событийных систем большого размера) является сложной задачей, которую можно разделить на несколько подзадач. Необходимо иметь возможность построить модель объекта, промоделировать его, получить соответствующую логику для того, чтобы не возникали недопустимые ситуации типа коллизий или блокировок. Предлагается использовать СП, что дает два преимущества. Во-первых, все подзадачи можно решать в рамках одного формального подхода. Во-вторых, математические методы, используемые для нахождения решений на всех шагах, основаны на простых матричных вычислениях. Сети Петри предоставляют мощную среду для анализа и управления распределенными и параллельными системами.

Логическое управление имеет дело со структурными задачами, оно должно удовлетворять набору ограничений для обеспечения безопасности (исключение коллизий), ограничений для обеспечения живучести (отсутствие блокировок).

Используется модульное представление ж/д сети (станции, стрелки, блок-участки с датчиками и светофорами). Общая модель представляется сетью «вершина/переход», при этом переходы могут быть (не)управляемыми и/или (не)наблюдаемыми, следуя парадигме супервизорного управления. Возможности, предоставляемые супервизорным управлением для обработки таких примитивов как неуправляемые и ненаблюдаемые события, позволяют получить достаточно простую модель, которую непосредственно можно использовать на последующих этапах синтеза управления.

В данной работе используются две основные модели: на нижнем уровне используется детальная модель для решения проблемы безопасности, на следующем уровне используется более абстрактная модель для решения проблемы живучести (отсутствие блокировок – дедлоков).

Блок-участок делится на пять секций двумя датчиками и двумя светофорами на концах перегона (рис. 1). Датчики обнаруживают прохождение поезда безотносительно их направлению. Светофор слева может остановить поезд, идущий влево, а также способен обнаружить поезд, идущий влево, т.е., переход, соответствующий светофору, является и наблюдаемым, и управляемым.

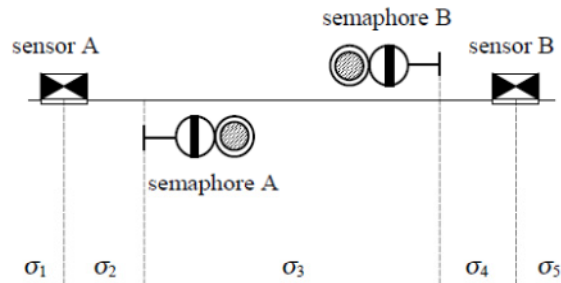


Рис. 1. Схема блок-участка.

Стрелка имеет $n+1$ вершин и $2n$ переходов. Когда отмечена вершина p_i ($i = 1, n$), поезд направляется на i -ый путь (рис. 2).

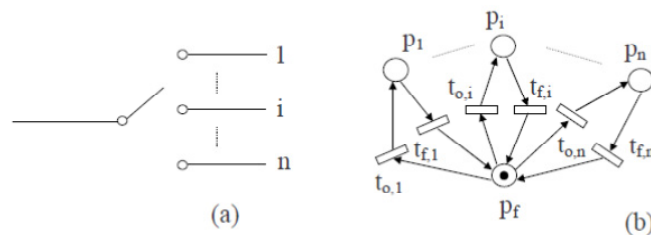


Рис. 2. Схема стрелки и ее модель СП.

Супервизор сети Петри для ж/д сети должен обеспечить безопасность и живучесть, другими словами, контроллер супервизора должен гарантировать движение двух поездов по сети в одном или противоположных направлениях без столкновений, при этом исключив возможные блокировки.

Существует ряд методов автоматического синтеза контроллеров для сетей «вершина/переход» с неуправляемыми и ненаблюдаемыми переходами. В работе показано, как ограничения для исключения коллизий могут быть выражены как *Generalized Mutual Exclusion Constraints* (GMECs), и как соответствующий контроллер принимает форму набора вершин монитора.

Однако, известно, что в общем случае такой подход может не быть максимально разрешительным. В работе показано, что ограничения, связанные с прибытием и отправлением поездов на станции как раз тот случай, когда синтезированный управляющий контроллер слишком ограничивающий, что может привести к блокировке, когда два поезда, идущие в противоположных направлениях, встречаются на станции. Это называется локальной блокировкой (локальным дедлоком), поскольку не зависит от состояния сети в целом, а только от положения этих двух поездов. Стратегия максимально разрешительного управления в этом случае соответствует набору допустимых разметок, который не является конвексным (выпуклым) и таким образом не может быть реализована вершиной монитора. Однако, эту проблему можно решить созданием управляющей структуры, которая достаточно проста и принимает форму «монитора с петлями» (monitor with self-loops).

Привлекательная особенность всего подхода заключается в том, что проблема управления в целом может быть разбита на определенное число подзадач, что делает предложенную процедуру управления подходящей даже для задач большой размерности.

Хотя контроллер, спроектированный на предыдущей фазе, свободен от локальных блокировок, по мере увеличения числа поездов в сети могут возникать различные ситуации блокировок, т.н. глобальных блокировок. Большинство результатов по управлению блокировками получено в рамках систем AGV (Automated Guided Vehicles – автоматически управляемых передвижных средств). Wu и Zhou представили CROPN (Colored Resource-Oriented Petri Net) метод моделирования конфликтов и блокировок в системах AGV. Li и Zhou используют анализ сифонов, при этом минимизируется число дополнительных вершин для предотвращения ситуаций, когда сифоны пусты.

В данной работе упрощается модель ж/д сети до абстрактной «скелетной сети», показывается, что она принадлежит классу ES2PR (Extended Simple Sequential Process with Resources - расширенный простой последовательный процесс с ресурсами) сетей. Проще говоря, ES2PR сеть получается посредством сильно связанной машины состояний, где все цепи содержат общую вершину p_0 путем добавления набора вершин, представляющих разделяемые ресурсы.

Для класса сетей ES2PR исключение блокировок гарантирует живучесть и может таким образом характеризоваться анализом сифонов. В частности, хорошо известно, что для отсутствия блокировок в простых (вес на всех дугах =1) сетях может достигаться добавлением новых мониторов, управляющих сифонами сети таким образом, чтобы не дать им стать пустыми.

Особенность предлагаемого подхода – для определения мониторов, обеспечивающих живучесть, используется очень эффективный линейный алгебраический метод, не требующий полного перебора всех сифонов, число которых может быть очень большим даже для небольших сетей.

Предлагается добавлять в сеть мониторы, следуя итеративной процедуре по мере увеличения числа поездов, разрешенных в сети. Первоначально предполагается, что только два поезда могут присутствовать в сети, т.е. скелетная сеть имеет только две метки. Определяется, существует ли из исходной разметки достижимая разметка такая, что сифон пуст, если да, то добавляется вершина монитора, не позволяющая стать сифону пустым.

Если получена сеть для k меток, рассматривается исходная маркировка с $k+1$ метками. Так продолжается до $k=K$ достаточно большого, чтобы удовлетворить практический интерес.

ГМЕС-ограничения вводятся для обеспечения безопасности, т.е., должны гарантировать, что каждая пара вершин, соответствующая одному и тому же сегменту однопутного перегона не отмечены одновременно, а каждая вершина не содержит больше одной метки.

Каждое ГМЕС-ограничение – это пара (w, k) , где $w: P \rightarrow Z$ вектор $m \times 1$ и $k \in Z$. Для сети (N, m_0) ГМЕС-ограничение определяет множество разрешенных разметок $M(w, k) = \{m \in N^m \mid w^T m \leq k\}$. Разметки, которые не являются разрешенными, являются запрещенными. Управляющий агент, называемый супервизором, должен гарантировать непопадание в запрещенные разметки. Таким образом, множество разрешенных разметок под управлением супервизора – это $M_c(w, k) = M(w, k) \cap R(N, m_0)$.

При наличии множественных ограничений все ограничения могут группироваться и записаны матричной форме как $W^T m \leq k$, где $W \in Z^{m \times nc}$ и $k \in Z^{nc}$. Множество разрешенных разметок $M(W, k) = \{m \in N^m \mid W^T m \leq k\}$.

ГМЕС-ограничение может обеспечиваться добавлением в сеть новой вершины, так называемой вершины монитора. В случае n_c ограничений будет n_c мониторов и каждому из них будет соответствовать дополнительная строка в матрице инцидентности замкнутой системы. Сконструированный таким образом контроллер является максимально разрешающим, т.е., он запрещает только те переходы, которые приводят к запрещенным разметкам. Сеть с контроллером имеет n_c вершин мониторов, при этом не добавляется ни одного перехода.

Используемые в работе определения:

Сеть «Вершина/Переход» (*Place/Transition net* – P/T net) это структура $N = (P; T; Pre; Post)$, где P – это набор m позиций; T – это набор n переходов; $Pre : P * T \rightarrow N$ и $Post : P * T \rightarrow N$ есть *pre*- и *post*- инцидентные функции, которые определяют дуги; $C = Post - Pre$ является матрицей инцидентности.

Разметка – это вектор $m: P \rightarrow N$, присваивающий каждой вершине сети положительное целое число меток.

Сеть (N, m_0) это сеть N с начальной разметкой m_0 , а набор достижимых разметок обозначается как $R(N, m_0)$.

P/T сеть называется ординарной (*ordinary*), когда вес всех ее ребер равен 1. Машина состояний (*state machine*) – это ординарная СП такая, что каждый переход t имеет точно одну входную вершину и одну выходную вершину. Сеть является сильно связанной (*strongly connected*) если существует направленный путь от любой вершины в $P \cup T$ к каждой другой вершине.

Сифон (*siphon*) ординарной сети – это множество вершин $S \subseteq P$ таких, $U_s * p \subseteq U_{sp} *$, что множество переходов входящих в них ребер принадлежит множеству исходящих из них ребер.

В работе [2] используется строго компонентный подход: СП-модель естественным образом соответствует компонентам ж/д сетей, которые включают разнообразные композиции из этих компонентов (блок-участки (рис. 3), пересечения, стрелки).

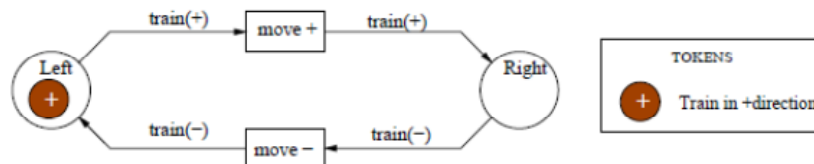


Рис. 3. Представление блок-участка СП.

Набор таких компонентов образуют библиотеку компонентов. Библиотека отображает определенные свойства системы типа безопасности, обнаружения коллизий, управления стрелками, контроль времени. Сети Петри можно анализировать автоматизировано или вручную. Компонентно-ориентированный подход позволяет анализировать компоненты автономно, и поскольку сети собираются из компонентов по строгим правилам, свойства могут быть доказаны путем расширения (индукции) на число соединений между компонентами. Топология ж/д сети служит как слой спецификации, а базовые компоненты сети создаются с использованием СП с раскраской (СПР). Композиция базовых компонентов может формировать более крупные сети. Основная цель – показать возможность моделирования сложной ж/д сети. При моделировании метка поезда содержит список элементов, реализующих его маршрут, в соответствии с которым устанавливаются нужные стрелки (или переход блокируется, если какой либо элемент уже занят другим маршрутом).

В работе [3] предлагается новый подход для быстрого создания больших моделей ж/д сетей. Компьютерные модели ж/д сетей страдают от недостатка понимания большого объема статической и динамической информации в ж/д сетях. В статье показано, как компонентно-ориентированный подход облегчает конструирование и уточнение базовых моделей ж/д с помощью эффективных методов, так что различные модели с важными свойствами могут обрабатываться в рамках одной системы. Исходные ж/д сети преобразуются в определенные виды, в сети, которые являются безопасными, допускают обнаружение коллизий, включают время и чувствительны к своему окружению. Поскольку языком нижнего уровня являются СП, выразительность соединяется с простотой, анализ поведения моделей ж/д становится удобным.

Необходимо быстро создавать надежные и эффективные модели, обеспечивающие по максимуму статическую и динамическую информацию. Вопросы, которые можно адресовать к моделям:

- где поезд сейчас?
- является ли опасным маршрут поезда?
- какое наиболее эффективное расписание в течение дня?
- какие части сети создают узкое место?
- что случится с графиком при добавлении новой линии?
- существуют ли опасные ситуации, которые могут возникнуть в будущем?

И для пассажиров и для провайдеров важно иметь надежную информацию о поездах в реальном времени, а также понимать поведение системы в перспективе. Предлагаемые модели СП предоставляют такую информацию. Эти модели поддерживают моделирование, мониторинг, управление и анализ ж/д системы. Одна и та же модель может быть использована для моделирования графика на следующий день, как имитатор для машиниста, автоматическая система управления поездами, как база для моделирования и контроля безопасности и пропускной способности.

В предлагаемой модели вершина характеризуется идентификатором, видом, цветом. Переход характеризуется идентификатором, именем, видом и выражением.

Для ж/д выделяются два вида: путь и управление (track, control). Часть ж/д сети вида путь моделирует движение поездов. Часть вида управление реализует маршрутизацию движения поездов.

В работе [4] для моделирования ж/д сетей вводится понятие Автоматной Сети Петри (АСП), которая является расширением СП. Стандартная СП дополняется запрещающими дугами, направленными от вершин к переходам, разрешающими дугами, направленными от вершин к переходам, условиями срабатывания переходов и конечным набором действий, сопоставляемых вершинам, при этом добавляемые дуги не влияют на число меток в вершинах, а только разрешают или запрещают переход. АСП позволяют с достаточной степенью достоверности моделировать движение поездов в ж/д сети и управление сигнальной системой. Полученная модель легко реализуется на программируемом контроллере для проверки точности предложенной модели на примере фрагмента ж/д сети.

СП с начальной разметкой – $PN = (P, T, Pre, Post, M0)$

- $P : \{p1, p2, \dots, pn\}$, конечное число вершин.
- $T : \{t1, t2, \dots, tn\}$, конечное число переходов.
- $Pre : (P \times T) \rightarrow N$, направленные дуги от вершин к переходам (N – множество положительных целых).
- $Post : (T \times P) \rightarrow N$, направленные дуги от переходов к вершинам.
- $M0 : P \rightarrow N$, начальная разметка.

Расширение АСП получается добавлением четырех свойств (рис. 4):

- $In : (P \times T) \rightarrow N$, запрещающие ребра от вершин к ребрам.
- $En : (P \times T) \rightarrow N$, разрешающие ребра от вершин к ребрам.
- $\chi : \{\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_m\}$, условия выполнения соответствующих переходов.
- $Q : \{q_1, q_2, \dots, q_n\}$, конечный набор действий, который может быть сопоставлен вершинам.

АСП = $(P, T, Pre, Post, In, En, \chi, Q, M_0)$

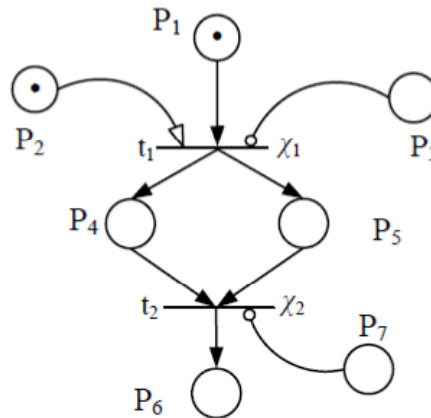


Рис. 4. Пример АСП.

ТСС (Traffic Command Centre – Центр управления движением) – все операции на ж/д сети выполняются из этого центра. Все полевые элементы (стрелки, светофоры) контролируются и управляются из этого центра диспетчером.

Система блокировок (СБ) – представляет собой безопасный интерфейс между ТСС и полевыми элементами, пропуская только допустимые команды и блокируя недопустимые.

Из ТСС резервируется маршрут для входящего поезда путем запроса к СБ, которая проверяет реализуемость маршрута и устанавливает стрелки и сигналы.

Ж/д путь разбивается на участки в соответствии с положением электрических цепей. Каждый участок представляется вершиной (в том числе и стрелки). Полученный граф, отображающий топологию ж/д пути, дополняется управляющими вершинами, реализующими систему блокировок. Именно от этих вершин проводятся разрешающие или запрещающие линии к переходам между вершинами, представляющими ж/д участки. В зависимости от маркировки управляющих вершин резервируется требуемый маршрут входящему поезду и устанавливаются необходимые стрелки и сигналы. Размещение меток в управляющих вершинах осуществляется из ТСС и в работе не рассматривается.

В работе [5] внимание уделяется проблеме получения формальной спецификации на разработку модели. При проектировании сложных систем с критическими требованиями (например, для обеспечения безопасности) часто используются формальные модели для анализа, прежде чем приступить к дорогостоящей реализации в железе. Однако, написание формальных спецификаций на базе текстовых описаний является сложной задачей. Предлагается решение этой задачи в контексте алгебраической спецификации, которая затем адаптируется к СП. Показано, как можно применить такой метод для получения модульных сетей Петри с раскраской. В качестве примера использована ж/д сеть, где модульность является ключевым фактором.

СП успешно используются для спецификации параллельных систем. Среди преимуществ – комбинация графического языка и эффективной формальной модели, которые могут быть использованы для формальной верификации. В то время как использо-

вание СП становится все проще с применением новых сред разработки, мало работ посвящено методам спецификации для проектирования СП.

Представлен подход с точными правилами построения модульной СП с раскраской из текстового описания системы.

В работе [6] СП используются для моделирования переезда ж/д путей. Шлагбаум, дорожный сигнал и ж/д сигнал – три основные физические компоненты переезда. СП с таймером использованы для отображения временной сущности сигнальной системы. В работе также присутствует анализ безопасности. При этом допускается несколько путей и движение поездов в обоих направлениях.

Дается стандартное определение СП.

Список ограничений СП:

- Метки анонимны, т.е., присутствие метки в вершине может означать только присутствие сообщения в буфере, а не содержание сообщения.
- Политика выбора между более чем одним возможным переходом нельзя определить в модели СП.
- СП не может работать с временными задачами (критическими для определенных приложений).

СП со временем (СПВ) были введены для преодоления временные ограничения СП. В СПВ метка в вершине p_m перехода t считается «живой» только в пределах stipulated интервала $[t_{min}, t_{max}]$ перехода t . По истечению t_{max} метка считается «мертвой». Таким образом, для того, чтобы переход был возможен, присутствие требуемого числа меток в каждой из входных вершин должно быть гарантировано в интервале $[t_{min}, t_{max}]$. После t_{max} все метки во входных вершинах будут деактивированы.

Физические компоненты переезда включают шлагбаумы, дорожные сигналы, ж/д сигналы, различные датчики, предупреждающие устройства (рис. 5).

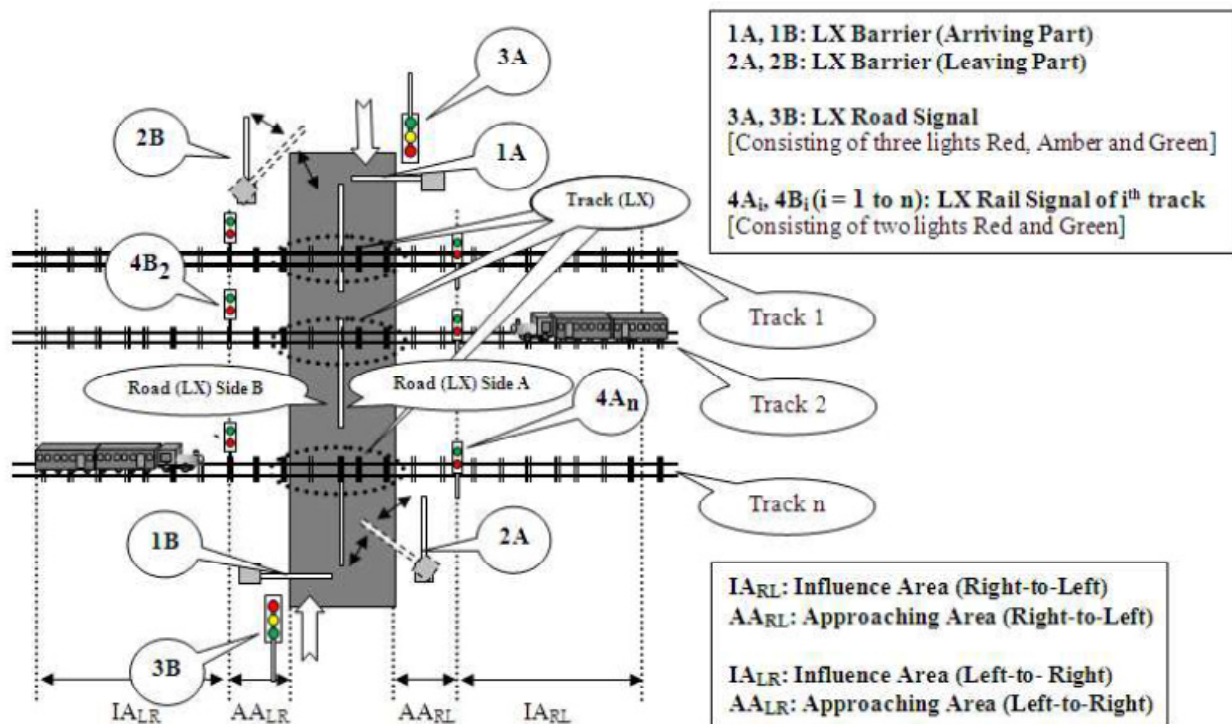


Рис. 5. Схема переезда.

Управляющий блок обеспечивает управление физическими компонентами таким образом, чтобы ж/д движение было непрерывным и не возникало опасных ситуаций.

Строятся модели СПВ для шлагбаума, дорожного сигнала (красный, желтый, зеленый), ж/д дорожного сигнала (красный, зеленый). Каждый путь требует два сигнала.

СПВ помогает в анализе условий безопасности, определении потенциально опасных ситуаций.

Список литературы

1. Alessandro Giua, Carla Seatzu. Modeling and supervisory control of railway networks using Petri nets // IEEE Trans. on Automation Science and Engineering. 2008. Vol. 5, No. 3, P. 431-445.
2. Joakim Bjørk, Anders M. Hagalisletto, Pal Enger. Large scale simulations of Railroad Nets Precise Modeling and Analysis. Department of Informatics, University of Oslo, 2008.
3. Anders M. Hagalisletto, Joakim Bjørk, Ingrid C. Yu, Pal Enger. Constructing and Refining Large Scale Railway Models Represented by Petri Nets. 2006
4. Mehmet T. Söylemez, Mustafa S. Durmuş, Uğur Yıldırım, Serhat Türk, Arcan Sonat. The Application of Automation Theory to Railway Signalization Systems: The Case of Turkish National Railway Signalization Project // Preprints of the 18th IFAC World Congress. Milano (Italy) August 28 - September 2, 2011.
5. Christine Choppy, Laure Petrucci, Gianna Reggio. A modelling approach with coloured Petri nets // LIPN. Institut Galilée - Université Paris XIII. France, DISI, Università di Genova, Italy. In: Proc. 13th International Conference on Reliable Software Technologies ADA-Europe. Venice, Italy. 2008. Vol. 5026 of Lecture Notes in Computer Science, Springer. P. 73-86.
6. Prasun Hajra, Ranjan Dasgupta. Modelling of a Multi-Track Railway Level Crossing System Using Timed Petri Net // World Academy of Science, Engineering and Technology. 2012. 71.