2. Чернышов А.В. Система ввода, обработки и документирования измерительной информации рабочего места контроля бортовой телеметрической аппаратуры. // Информационные технологии. – № 2. – 2007.

3. Чернышов А.В. Язык подготовки заданий на обработку телеметрической информации. // Информационные технологии. – № 7. – 2006.

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ЛИНЕЙНЫХ ОКРЕСТНОСТНЫХ СИСТЕМ, ПРЕДСТАВЛЯЮЩИХ СЕТИ ПЕТРИ

© Шмырин А.М., Седых И.А.
Липецкий государственный технический университет, г. Липецк

В статье рассмотрены два класса дискретных систем: линейные окрестностные системы и сети Петри. Показано, что сети Петри являются частным случаем линейных окрестностных систем. Проведена идентификация линейных окрестностных системам, моделирующих сети Петри.

Введение

В работе [1] введены и исследованы окрестностные модели, обобщающие традиционные дискретные модели, допускающие неоднозначность трактовки характера переменных, отличающиеся гибкостью описания с помощью окрестностей (шаблонов соседства) структуры связей между узлами системы по состоянию и входу, что позволяет улучшить управление объектом.

В то же время, дискретные модели – сети Петри можно рассматривать как разновидность линейных окрестностных систем с некоторыми ограничениями. Это позволяет исследовать сети Петри с более общих позиций и использовать изложенные в [1] алгоритмы идентификации и управления линейными окрестностными системами.

1. Краткое описание сетей Петри

Графически сети Петри представляются в виде графов. Множество вершин в таких графах состоит из непересекающихся подмножеств позиций: $P=\left\{p_i\right\}$, i=1,…, n и переходов: $T=\left\{t_j\right\}$, j=1,…,m , а множество дуг E разделяется на два подмножества: $\left\{\left(p_i,\, t_j\right)\right\} \subseteq P\times T$ и

$\{(t_j, p_i)\} \subseteq T \times P$. Дуги (p_i, t_j) ориентированы от позиций к переходам, а дуги (t_j, p_i) – от переходов к позициям. Другие комбинации связей в графе не допускаются. В изображении графов, представляющих сети Петри, позиции принято обозначать кружками, а переходы – барьерами (планками) [2].

Каждой позиции p_i сети Петри сопоставим целое неотрицательное число (количество фишек), которое назовем маркировкой i-ой позиции. Маркировкой сети называется вектор $M \in \mathbf{N}^n$, состоящий из маркировок позиций. В процессе функционирования сети Петри количество и положение фишек может изменяться.

Наряду с рассмотренным графическим представлением сетей Петри часто используется матричный способ их описания: $C = (R, M_0)$ или $C = (R^+, R^-, M_0)$, где $R = (r_{ij})$ – матрица инциденций сети размера $n \times m$.

$$r_{ij} = \begin{cases} W(p_i, t_j), p_i \in O(t_j), t_j \in T, p_i \in P\ ; \\ \text{-}W(p_i, t_j), p_i \in I(t_j), t_j \in T, p_i \in P\ ; \\ 0, \text{иначе}\ ; \end{cases} \tag{1}$$

$$R = R^+ - R^-\ ; R^+ = (r_{ji}^+)\ , R^- = (r_{ji}^-)\ ; \tag{2}$$

$$r_{ij}^+ = \begin{cases} W(p_i, t_j), p_i \in O(t_j), t_j \in T, p_i \in P\ ; \\ 0, \text{иначе} \end{cases} \tag{3}$$

$$r_{ij}^- = \begin{cases} W(p_i, t_j), p_i \in I(t_j), t_j \in T, p_i \in P; \\ 0, \text{иначе} \end{cases} \tag{4}$$

где функция $W : E \to \mathbf{N}$ означает разметку кратностей дуг.

Вектор начальной разметки (маркировки) сети:

$$M_0 = (M_0(p_i)) = m_{0i} \in \mathbf{N},\ i \in \{1, 2, ..., n\} \tag{5}$$

где m_{0i} – число, которым помечается позиция $p_i \in P$ при маркировке.

Если M_l – некоторая разметка сети Петри, то неравенство:

$$M_l \geq R^- \cdot \mu(k) \tag{6}$$

выражает условие возбуждения перехода $t_k \in T$, а уравнение:

$$M_{l+1} = M_l + R \cdot \mu(k) \tag{7}$$

формально задает правило нахождения новой маркировки сети, возникающей в ней сразу после срабатывания перехода t_k. Здесь $\mu(k)$ – вектор-столбец длины m с единицей на k-ом месте.

2. Представление сетей Петри в виде линейных окрестностных систем

Покажем, что сеть Петри является частным случаем линейной окрестностной вероятностной системы со специальными ограничениями.

В соответствии с [1], модель линейной окрестностной системы:

$$\sum_{\alpha \in O_x[a]} w_x[a,\alpha] x[\alpha] = \sum_{\beta \in O_v[a]} w_v[a,\beta] v[\beta], \tag{8}$$

$O_x[a]$, $O_v[a]$ – окрестности по x, v узла a, $a \in A = \{a_1,...,a_N\}$, $x[a] \in R^n$, $v[a] \in R^m$ – состояние и вход в узле a системы, $w_x[a,\alpha] \in R^{c\times n}$, $w_v[a,\beta] \in R^{c\times m}$ – матрицы-параметры.

Модель (8) с явно выделенным временем (динамическая) имеет вид:

$$\begin{aligned} &\sum_{\alpha \in O_x[t+1,a]} w_x[t+1,a,\alpha] x[t+1,\alpha] + \sum_{\alpha \in O_x[t,a]} w_x[t,a,\alpha] x[t,\alpha] = \\ &= \sum_{\beta \in O_v[t,a]} w_v[t,a,\beta] v[t,\beta], \end{aligned} \tag{9}$$

$O_x[t+1,a], O_x[t,a]$ – окрестности узла a по x соответственно в моменты времени $t+1$ и t, $O_v[t,a]$ – окрестность узла a по v в момент времени t, $a \in A = \{a_1,...,a_N\}$, $x[t+1,a] \in R^n$, $x[t,a] \in R^n$ – состояния в узле a системы соответственно в моменты времени $t+1$ и t, $v[t,a] \in R^m$ – вход в узле a системы в момент времени t, $w_x[t+1,a,\alpha] \in R^{c\times n}$, $w_x[t,a,\alpha] \in R^{c\times n}$, $w_v[t,a,\beta] \in R^{c\times m}$ – матрицы-параметры.

Модель (9) можно представить в виде:

$$W_x\left[t+1\right]\cdot X\left[t+1\right]=W_x\left[t\right]\cdot X\left[t\right]+W_v\left[t\right]\cdot V\left[t\right], \tag{10}$$

где $W_x\left[t+1\right]$, $W_x\left[t\right]$ – матрицы коэффициентов по состояниям в моменты времени $t+1$ и t соответственно, $W_v\left[t\right]$ – матрица коэффициентов по входам в момент времени t.

Недетерминированной по окрестности линейной окрестностной системой будем называть окрестностную систему, в которой задаются несколько окрестностей каждого узла системы, и выбор конкретной окрестности осуществляется с некоторой заданной вероятностью.

Покажем, что любую сеть Петри можно представить в виде недетерминированной динамической линейной окрестностной системы. Рассмотрим произвольную сеть Петри $C=\left(R^+, R^-, M_0\right)$, $P=\left\{p_1, p_2,..., p_n\right\}$, $T=\left\{t_1, t_2,..., t_m\right\}$. Пусть заданы матрицы R^+ и R^-, а также вектор начальной маркировки M_0. Матрица инциденций сети равна $R=R^+-R^-$.

Поставим в соответствие позициям сети Петри $P=\left\{p_1, p_2,..., p_n\right\}$ узлы окрестностной системы $A=\left\{a_1, a_2,..., a_n\right\}$. Маркировки позиций сети Петри будут соответствовать состояниям узлов окрестностной системы, начальная маркировка сети – состоянию окрестностной системы в начальный момент времени: $X\left[0\right]=M_0$. На каждый узел a_i $\left(i=1,...,n\right)$ окрестностной системы в каждый момент времени t воздействует управляющий сигнал $v\left[a_i,t\right]$, определяющий величину изменения состояния этого узла.

Каждому переходу сети $t_k\in T$, $\left(k=1,...,m\right)$ поставим в соответствие совокупность элементарных окрестностей (слой), матрица смежности $S^k\in R^{n\times n}$ которого формируется на основе k-го столбца матриц R^+ и R^- по описанному ниже правилу.

$$S^k=R_k^-\cdot\left(R_k^+\right)^T+E, \tag{11}$$

где E – единичная матрица размера $n\times n$.

Таким образом, в недетерминированной динамической линейной окрестностной системе, моделирующей заданную сеть Пети, существует m

совокупностей элементарных окрестностей, каждая из которых соответствует конкретному переходу сети Петри и определяется своей матрицей смежности S^k.

Общую матрицу смежности окрестностной системы, эквивалентной сети Петри, обозначим S. Каждый элемент s_{ij} матрицы S $\left(i=1,\dots,n,\ j=1,\dots,n\right)$ определяется как максимальный из соответствующих элементов s_{ij}^k матриц S^k $\left(k=1,\dots,m\right)$:

$$S=\left\{s_{ij}\right\},\ s_{ij}=\max_k s_{ij}^k,\ \left(i=1,\dots,n,\ j=1,\dots,n,\ k=1,\dots,m\right) \tag{12}$$

Для каждого k-го слоя окрестностной системы уравнение (10) будет иметь вид:

$$W_x^k\left[t+1\right]\cdot X\left[t+1\right]=W_x^k\left[t\right]\cdot X\left[t\right]+W_v^k\left[t\right]\cdot V\left[t\right], \tag{13}$$

где $W_x^k\left[t+1\right]$, $W_x^k\left[t\right]$ – матрицы коэффициентов k-го слоя по состояниям в моменты времени $t+1$ и t соответственно, $W_v^k\left[t\right]$ – матрица коэффициентов k-го слоя по входам в момент времени t.

В каждый момент времени $t=\left\{0,1,2,\dots,l,\dots\right\}$ на основании текущего состояния узлов системы $X\left[t\right]$ формируется случайный вектор $D\in R^m$ $D=\left[d_1\quad d_2\quad \dots\quad d_m\right]^T$ (диспетчер), состоящий из нулей и одной единицы в позиции, соответствующей выбираемому слою k, по уравнениям которого происходит пересчет состояний узлов окрестностной системы в следующий момент времени $t+1$: $X\left[t\right]\to X\left[t+1\right]$.

Для всех слоев окрестностной системы имеем:

$$\begin{array}{c}
W_x^1\left[t+1\right]\cdot d_1\cdot X\left[t+1\right]=W_x^1\left[t\right]\cdot d_1\cdot X\left[t\right]+W_v^1\left[t\right]\cdot d_1\cdot V\left[t\right]\\
W_x^2\left[t+1\right]\cdot d_2\cdot X\left[t+1\right]=W_x^2\left[t\right]\cdot d_2\cdot X\left[t\right]+W_v^2\left[t\right]\cdot d_2\cdot V\left[t\right]\\
\dots\\
W_x^m\left[t+1\right]\cdot d_m\cdot X\left[t+1\right]=W_x^m\left[t\right]\cdot d_m\cdot X\left[t\right]+W_v^m\left[t\right]\cdot d_m\cdot V\left[t\right]
\end{array}, \tag{14}$$

Таким образом, уравнение недетерминированной по окрестности динамической линейной окрестностной системы, моделирующей сеть Петри, будет иметь вид:

$$\begin{aligned}&\left[W_x^1[t+1] \quad W_x^2[t+1] \quad \ldots \quad W_x^m[t+1]\right]\cdot D\cdot X[t+1]=\\&=\left[W_x^1[t] \quad W_x^2[t] \quad \ldots \quad W_x^m[t]\right]\cdot D\cdot X[t]+\\&+\left[W_v^1[t] \quad W_v^2[t] \quad \ldots \quad W_v^m[t]\right]\cdot D\cdot V[t]\end{aligned} \tag{15}$$

Идентификация полученной модели недетерминированной по окрестности динамической линейной окрестностной системы дает следующие результаты:

1. Все матрицы коэффициентов k-го слоя равны между собой: $W_x^k[t]=W_x^k[t+1]=W_v^k[t]=W^k \quad (k=1,\ldots,m)$.

2. Матрица коэффициентов любого слоя в уравнениях системы совпадает с матрицей смежности этого слоя: $W^k=S^k \quad (k=1,\ldots,m)$.

3. Вектор $V[t]$ зависит от выбранного слоя: $V[t]$ = $[R_1 \quad R_2 \quad \ldots \quad R_m]\cdot D\cdot$

Тогда уравнение (15) принимает вид:

$$\begin{aligned}&\left[W^1 \quad W^2 \quad \ldots \quad W^m\right]\cdot D\cdot X[t+1]=\\&=\left[W^1 \quad W^2 \quad \ldots \quad W^m\right]\cdot D\cdot X[t]+\\&+\left[W^1 \quad W^2 \quad \ldots \quad W^m\right]\cdot D\cdot V[t]\end{aligned} \tag{16}$$

Преобразуя (16), получаем:

$$\left[W^1 \quad W^2 \quad \ldots \quad W^m\right]\cdot D\cdot\left(X[t+1]-X[t]-V[t]\right)=0 \tag{17}$$

С учетом пункта 3:

$$\left[W^1 \quad W^2 \quad \ldots \quad W^m\right]\cdot D\cdot\left(X[t+1]-X[t]-[R_1 \quad R_2 \quad \ldots \quad R_m]\cdot D\right)=0 \tag{18}$$

Здесь выражение в скобках соответствует левой части уравнения (7), записанного в виде:

$$M_{l+1}-M_l-R\cdot\mu(k)=0 \tag{19}$$

Таким образом, в статье предложен способ моделирования сетей Петри с помощью линейных окрестностных систем, что позволит подойти к теории сетей Петри с более общих позиций.

Список литературы:

1. Блюмин С.Л., Шмырин А.М. Окрестностные системы: монография. – Липецк: ЛЭГИ, 2005. – 132 с.

2. Питерсон Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем. – М.: Мир, 1984. – 264 с.