УДК 519.6

В.В. Кожевников

МЕТОД АНАЛИЗА ДОСТИЖИМОСТИ ИНГИБИТОРНЫХ СЕТЕЙ ПЕТРИ [1]

Кожевников Валерий Владимирович, *кандидат технических наук, окончил Пушкинское высшее командное училище радиоэлектроники, доцент кафедры «Телекоммуникационные технологии и сети» Ульяновского государственного университета. Имеет публикации в области теории проектирования микроэлектронных систем. [e–mail: vvk2861955@mail.ru].*

Аннотация

В работе приводятся результаты исследований по решению задачи анализа достижимости ингибиторных сетей Петри (СП). Основу метода составляет свойство ортогональности сети. Метод обеспечивает возможность анализа как обычных, так и ингибиторных СП.

Ключевые слова: метод, анализ, логика, ингибиторные сети Петри, уравнение состояний.

Valerii Vladimirovich Kozhevnikov, *Candidate of Engineering; graduated from Pushkin Higher Command School of Radio-Electronics; Associate Professor at the Department of Telecommunications Technology and Networks of Ulyanovsk State University; an author of articles in the field of microelectronic system design. e–mail: vvk2861955@mail.ru.*

Abstract

The paper presents the research findings for the problem solving of the accessibility analysis of inhibitory Petri nets. The method is based on the orthogonal characteristic of the network. The method makes it possible to analyze both conventional and inhibitory Petri nets.

Keywords: method, analysis, logic, inhibitory Petri nets, an equation of state.

Введение

СП [1] представляют собой двудольный ориентированный граф, содержащий два типа вершин – позиции и переходы, соединенные между собой ориентированными дугами. При этом граф позволяет задать структуру сети статически. Динамику в структуру сети вносит движение фишек, регулируемое правилами запуска переходов и смены разметки (маркировки) сети. Собственно, правила запуска (разрешения) переходов и смены разметки сети, предложенные К. Петри (правило срабатываний переходов сети), и определяют двудольный ориентированный граф, как СП или сеть с заданной (жесткой) логикой функционирования. Единство статического и динамического аспектов достигается в результате представления сети в виде уравнения состояний СП из класса уравнений Мурата [2] или системы линейных алгебраических уравнений.

Множество достижимых разметок сети определяет пространство состояний или мощность моделирования сети, которая для СП ограничена правилами Петри. Мощность разрешения сети зависит от возможностей ее анализа. Как правило, попытки повышения мощности моделирования сети приводят к снижению мощности разрешения (ингибиторные СП) и наоборот (маркированные графы и автоматные СП).

Ингибиторные СП [3] или СП со сдерживающими дугами [1] отличаются от СП правилами запуска переходов и, соответственно, логикой функционирования сети. При этом все другие предложенные расширения СП либо на самом деле не являются расширениями, либо эквивалентны СП со сдерживающими дугами [1].

Проблема заключается в том, что ингибиторные сети и их расширения утрачивают базовые свойства СП и не могут быть представлены в виде матрицы инцидентности. Представление ингибиторных сетей в виде матрицы инцидентности с неявно заданными ингибиторными дугами и, соответственно, с неявно заданной логикой обеспечивает решение проблемы и возможность представления ингибиторных СП в виде уравнений состояний СП. Сохранение свойств ингибиторных СП и возможность анализа достигается за счет применения методов исчисления инвариантов, которые могут быть использованы для анализа как обычных СП, так и ингибиторных СП. При этом ингибиторные СП в данном случае отличаются от обычных только неявно заданной логикой запуска переходов. Логика запуска переходов задается (определяется) в процессе генерации покрытия сети.

В результате полученная сеть с неявно заданной логикой по своей моделирующей мощности эквивалентна ингибиторной СП. В то же время возможность применения методов исчисления инвариантов обеспечивает мощность разрешения маркированных графов и автоматных СП.

Задача анализа достижимости состояний (разметок) сети сводится к решению уравнения состояний СП. При

1 Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ – грант 12-07-00140 а

этом критерий достижимости формируется в процессе решения уравнения состояний СП. Особое место занимает проблема анализа достижимости СП, обусловленная наличием в сети обратных связей и , как следствие, возможностью получения так называемых недействительных решений [1].

В работе приводятся результаты исследований по решению задачи анализа и построения протоколов достижимости для ординарных и безопасных ингибиторных СП, которые обычно используются для моделирования логики. Но данное ограничение не исключает возможности использования метода и в более общем случае.

1 Определение математического аппарата ингибиторных СП

В общем случае уравнение состояний СП представляется в следующем виде:

$$\Delta\mu = A \cdot x, \qquad (1)$$

где $\Delta\mu = \mu - \mu_0$,

μ_0 – вектор начальной разметки сети,

μ – вектор конечной разметки сети;

x – вектор покрытия переходов сети,

$x \in S$, где S – покрытие переходов сети;

A – матрица инцидентности сети,

где $A = A^+ - A^-$, $a_{ij} = \{0, 1, -1\}$ для ординарных сетей и $a_{ij} = \{0, 1, -1, \alpha\}$ для ординарных ингибиторных сетей.

Для ингибиторных СП уравнение (1) не выполняется и может быть выполнено только в случае неявного определения логики запуска переходов. Каждая ингибиторная дуга в матрице инцидентности определяется неявно как:

$$a^-_{ij} = \alpha \Rightarrow a^-_{ij} = 0,$$

где α – условное обозначение ингибиторных дуг в матрице инцидентности.

Все множество позиций сети разбивается на множество входных, внутренних и выходных позиций $P = \{P^-, P^0, P^+\}$. Аналогичным образом все множество переходов сети разбивается на множество входных, внутренних и выходных переходов $T = \{T^-, T^0, T^+\}$. Множество размеченных позиций сети выводится из состава внутренних.

Особенность ингибиторных СП в случае неявного определения логики запуска переходов заключается в том, что позиции, связанные с переходом неявно заданными ингибиторными дугами, являются внутренними, равно как и переходы. Данная особенность обеспечивает возможность применения известных методов для анализа достижимости ингибиторных СП.

2 Анализ достижимости ингибиторных СП

Задача анализа достижимости сводится к решению уравнения (1). Для решения уравнения (1) могут быть использованы методы исчисления инвариантов СП. Инварианты СП являются мощным инструментом исследования структурных свойств сетей и представляют собой решения однородных систем уравнений. Как известно [2], уравнение (1) имеет решение x тогда и только тогда, когда вектор $\Delta\mu$ ортогонален любому решению y соответствующего однородного уравнения:

$$A^T \cdot y = 0, \qquad (2)$$

где A^T – транспонированная матрица инцидентности сети,

$y \in R$ – вектор покрытия позиций сети, R – покрытие позиций сети для заданного вектора $\Delta\mu$.

Следует отметить, что система уравнений (2) справедлива только для подкласса однородных СП. Поэтому матрица A^T в общем случае определяется только на множестве переходов, входящих в состав каждого вектора x, а матрица A в уравнении (1) определяется только на множестве позиций, входящих в состав каждого покрытия R.

Свойство ортогональности СП составляет основу метода анализа достижимости ингибиторных СП и позволяет определить каждый вектор $\Delta\mu$ в системе уравнений (1) равным нулю на множестве неразмеченных внутренних позиций сети P^0_y, входящих в состав соответствующего покрытия R, и уравнение (2) равным нулю на множестве внутренних переходов T^0_x, входящих в состав соответствующего вектора покрытия x:

$$A(P^0_y, T) \cdot x\,(T) = 0 \qquad (3)$$

и $A^T\,(P, T^0_x) \cdot y(P) = 0$, (4)

где $x\,(T)$ – S-инвариант сети,

$y(P)$ – R-инвариант сети.

Вектор x является решением уравнения (1), если для него выполняется условие:

$$\Delta\mu \cdot R = 0. \qquad (5)$$

Условие (5) является необходимым при решении системы уравнений (1) с неявно определяемой логикой и служит в качестве критерия достижимости. При этом каждый вектор покрытия сети $x \in S$, в данном случае, определяет не только состав, но и логику запуска соответствующих переходов сети, а покрытие S – логику функционирования сети.

Фундаментальное уравнение СП (1) представляет собой систему линейных диофантовых уравнений [2]. Решения этой системы интерпретируются как векторы счета допустимых последовательностей срабатывания переходов и поэтому должны быть неотрицательными целыми числами, что обусловливает специфику задачи. Известные методы решения линейных систем уравнений в целых неотрицательных числах [4, 5] имеют асимптотически экспоненциальную вычислительную сложность, что затрудняет их применение для анализа реальных систем.

Для решения однородных уравнений (1) и (2) или уравнений (3) и (4) в общем случае может быть использован метод направленного перебора комбинаций столбцов и строк матрицы A [6]. Процедура генерации вектора покрытия x начинается с генерации вектора минимальной длины и до тех пор, пока не будет получено первое решение для заданного вектора $\Delta\mu$. Процедура генерации вектора покрытия позиций y для каждого вектора x также начинается с генерации вектора минимальной длины и до тех пор, пока не будет получено покрытие R, удовлетворяющее условию (5). Метод позволяет избежать полного перебора комбинаций столбцов и строк матрицы A. Тем не менее, метод не решает проблемы экспоненциальной зависимости времени перебора от количества столбцов и строк матрицы A.

Решение проблемы может быть получено в результате вычисления минимального порождающего множества решений путем частичного определения вектора покрытия переходов x. Предлагаемый метод заключается в определении активности смежных по входу переходов в составе соответствующего вектора x для каждого перехода. Множество определенных таким образом векторов покрытия переходов составляет минимальное порождающее множество решений уравнения состояний (1). Процедура генерации множества решений осуществляется путем объединения пересекающихся векторов порождающего множества. Решением является вектор покрытия x, для которого выполняется условие (5).

В случае, если вектор $\Delta\mu$ изначально не определен или определен частично, задача анализа достижимости сводится к решению уравнений (3) и (4). Доопределение вектора $\Delta\mu$ для каждого полученного вектора x выполняется путем простого умножения вектора x на матрицу инцидентности A. Вычисление вектора начальной разметки сети μ_0 и вектора конечной разметки сети μ на множестве позиций, входящих в состав обратных связей, выполняется в результате решения уравнений:

$$\mu_0(P^q) = A^{-}(P^q,T)\,x \ \text{ и } \ \mu(P^q) = A^{+}(P^q,T)\,x,$$

где P^q – множество внутренних позиций сети, входящих в состав обратных связей (условные точки разрыва) и определяющих устойчивое состояние сети.

Состояние сети $\mu(P^q)$ определяется как достижимое, если для него существует решение, удовлетворяющее условию: $\Delta\mu(P^q) \neq 0$, и как устойчивое, если для него существует решение, удовлетворяющее условию: $\Delta\mu(P^q) = 0$.

Возможность вычисления вектора начальной разметки сети μ_0 и вектора конечной разметки сети μ на множестве позиций, входящих в состав обратных связей, обеспечивает решение проблемы недействительных решений матричного анализа СП. Каждый полученный вектор покрытия переходов x, вектор начальной разметки сети μ_0 и вектор конечной разметки сети μ служат в качестве исходной информации для построения протоколов достижимости СП.

3 Построение протоколов достижимости ингибиторных СП

Для построения протоколов достижимости ингибиторных СП могут быть использованы стандартные методы построения протоколов достижимости обычных СП. В общем случае процедура построения протоколов достижимости сводится к вычислению последовательности векторов запуска переходов и текущих разметок сети для каждого вектора x, начиная с вектора начальной разметки μ_0 и до тех пор, пока не будет достигнута разметка μ.

Последовательность векторов запуска переходов и векторов текущей разметки может быть получена путем итеративного решения уравнения:

$$\mu_k = \mu_{k-1} + A \cdot u_k, \qquad (6)$$

где μ_k – вектор текущей разметки сети,

u_k – вектор запуска переходов в сети, для которого на каждом шаге итерации $k = 1,n$ выполняется условие:

$$\mu_{k-1} + A \cdot u_k \geq 0. \qquad (7)$$

Уравнение (6) определяет правило смены разметки СП, условие (7) – правило запуска переходов СП соответственно. Каждый переход, входящий в состав вектора x, проверяется на выполнение условия (7). Все переходы, каждый и все одновременно, удовлетворяющие условию (7), составляют вектор u_k. На каждом шаге итерации $x = x - u_k$.

4 Приложение метода для анализа достижимости устойчивых состояний цифровых автоматов на примере синхронного RS-триггера

4.1 Процедура построения математической модели синхронного RS-триггера

Структурная схема синхронного RS-триггера может быть представлена в виде маркированного графа (рис. 1).

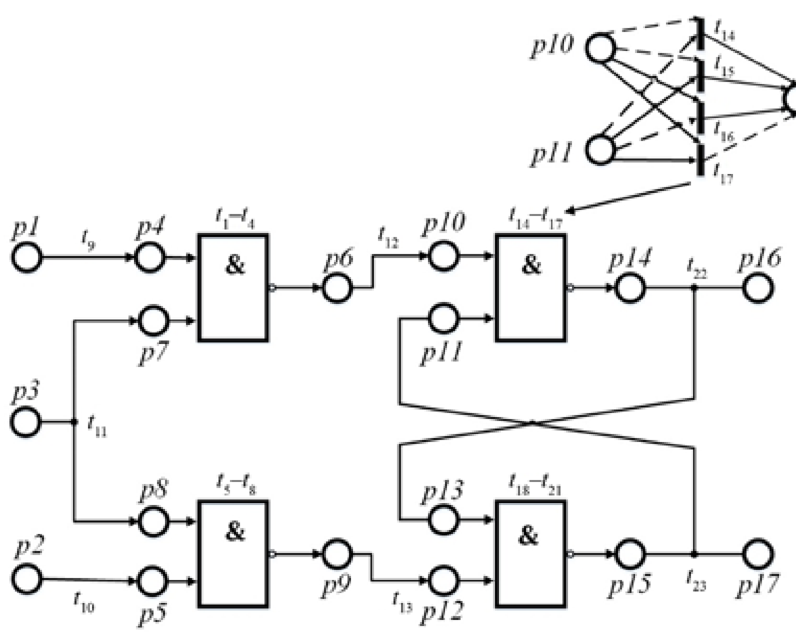


Рис. 1. Маркированный граф схемы синхронного RS-триггера

Маркированный граф схемы синхронного RS-триггера в свою очередь может быть представлен в виде матрицы инцидентности $A = A^{+} - A^{-}$, где A^{-} – матрица, задающая множество отношений между входными позициями и переходами, A^{+}– матрица, задающая множество отношений между переходами и выходными позициями переходов. Таблицы истинности компонентов схемы, где единичные значения входных переменных берутся со знаком минус, а выходные – со знаком плюс, представляют собой матрицы инцидентности компонентов.

Матрица инцидентности A может быть представлена в следующем виде:

$$A = \begin{array}{cc} & \begin{matrix} t_1 & t_2 & t_3 & t_4 & t_5 & t_6 & t_7 & t_8 & t_9 & t_{10} & t_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} & t_{15} & t_{16} & t_{17} & t_{18} & t_{19} & t_{20} & t_{21} & t_{22} & t_{23} \end{matrix} \\ \begin{matrix} p1 \\ p2 \\ p3 \\ p4 \\ p5 \\ p6 \\ p7 \\ p8 \\ p9 \\ p10 \\ p11 \\ p12 \\ p13 \\ p14 \\ p15 \\ p16 \\ p17 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0&0&0&0&0&0&0&0&-1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&-1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&-1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&-1&-1&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&-1&0&-1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&-1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&-1&0&-1&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&-1&-1&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&1&1&1&0&0&0&0&0&-1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&-1&-1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&-1&0&-1&0&0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&-1&0&-1&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&-1&-1&1&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&0&0&0&0&0&-1&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&0&0&-1 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix} \end{array}.$$

Построение уравнения состояния синхронного RS-триггера осуществляется путем подстановки матрицы инцидентности в уравнение состояний (1). В результате подстановки уравнение состояний (1) примет вид:

$$\begin{bmatrix} y \\ y \\ y \\ y \\ y \\ y \\ y \\ y \\ y \\ y \\ y \\ y \\ y \\ y \\ y \\ y \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0&0&0&0&0&0&0&0&-1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&-1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&-1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&-1&-1&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&-1&0&-1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&-1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&-1&0&-1&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&-1&-1&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&1&1&1&0&0&0&0&0&-1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&-1&-1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&-1&0&-1&0&0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&-1&0&-1&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&-1&-1&1&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&0&0&0&0&0&-1&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&0&0&-1 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ x \\ x \\ x \\ x \\ x \\ x \\ x \\ x \\ x \\ x \\ x \\ x \\ x \\ x \\ x \\ x \\ x \\ x \\ x \\ x \\ x \\ x \end{bmatrix}.$$

Вектор $\Delta\mu$ определяется равным нулю на множестве внутренних позиций исходя из свойства однородности сетевой модели: $\Delta\mu(P_0)=0$. Моделирование разрыва обратных связей для последовательностных схем осуществляется путем исключения соответствующих позиций из состава внутренних позиций сети. При этом задача выбора точек разрыва обратных связей имеет принципиальное значение с точки зрения анализа.

В результате получаем однородное уравнение состояний для синхронного RS-триггера:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ x \\ x \\ x \\ x \\ x \\ x \\ x \\ x \\ x \\ x \\ x \\ x \\ x \\ x \\ x \\ x \\ x \\ x \\ x \\ x \\ x \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Далее выполняется частичное определение вектора x на множестве переходов t_1–t_4, t_5–t_8, t_{14}–t_{17}, t_{18}–t_{21}:

	τ_1	τ_2	τ_3	τ_4	τ_5	τ_6	…	τ_{12}	…	τ_{251}	τ_{252}	τ_{253}	τ_{254}	τ_{255}	τ_{256}
t_1	0	0	0	0	0	0	…	0	…	1	1	1	1	1	1
t_2	0	0	0	0	0	0		0		0	0	0	0	0	0
t_3	0	0	0	0	0	0		0		0	0	0	0	0	0
t_4	1	1	1	1	1	1		1		0	0	0	0	0	0
t_5	0	0	0	0	0	0		0		1	1	1	1	1	1
t_6	0	0	0	0	0	0		0		0	0	0	0	0	0
t_7	0	0	0	0	0	0		0		0	0	0	0	0	0
t_8	1	1	1	1	1	1		1		0	0	0	0	0	0
t_{14}	0	0	0	0	0	0		0		1	1	1	1	1	1
t_{15}	0	0	0	0	0	0	…	1	…	0	0	0	0	0	0
t_{16}	0	0	0	0	1	1		0		0	0	0	0	0	0
t_{17}	1	1	1	1	0	0		0		0	0	0	0	0	0
t_{18}	0	0	0	1	0	0		1		0	1	0	0	0	1
t_{19}	0	0	1	0	0	0		0		1	0	0	0	1	0
t_{20}	0	1	0	0	0	1		0		0	0	0	1	0	0
t_{21}	1	0	0	0	1	0	…	0	…	0	0	1	0	0	0

Генерация минимального порождающего множества решений или комбинаций столбцов (переходов) сетевых моделей компонентов выполняется исходя из того, что при одновременной активности всех составных переходов сетевой модели автомата одновременно может быть активизирован только один простой переход в составе сетевой модели каждого компонента. Соответственно, количество единиц (активных переходов) в комбинации постоянно и равно количеству компонентов схемы. Данное ограничение необходимо для минимизации перебора комбинаций переходов и исключения возможных недействительных решений.

4.2 Процедура решения уравнения состояния синхронного RS-триггера

Процедура решения уравнения состояния (1) начинается с подстановки одной из комбинаций переходов t_1–t_4, t_5–t_8, t_{14}–t_{17}, t_{18}–t_{21}.

Для комбинации переходов τ_2 = [0001000101001000] уравнение примет вид:

$$\begin{bmatrix}
0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1
\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ x \\ x \\ x \\ x \\ x \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ x \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

В результате решения уравнения состояния методом Гаусса получаем доопределенный вектор τ_2:

τ_2 = [00010001111000100100011].

Подставляя вектор τ_2 в уравнение состояний (1), вычисляем $\Delta\mu_2$:

$\Delta\mu_2$ = [-1-1-100000000010011].

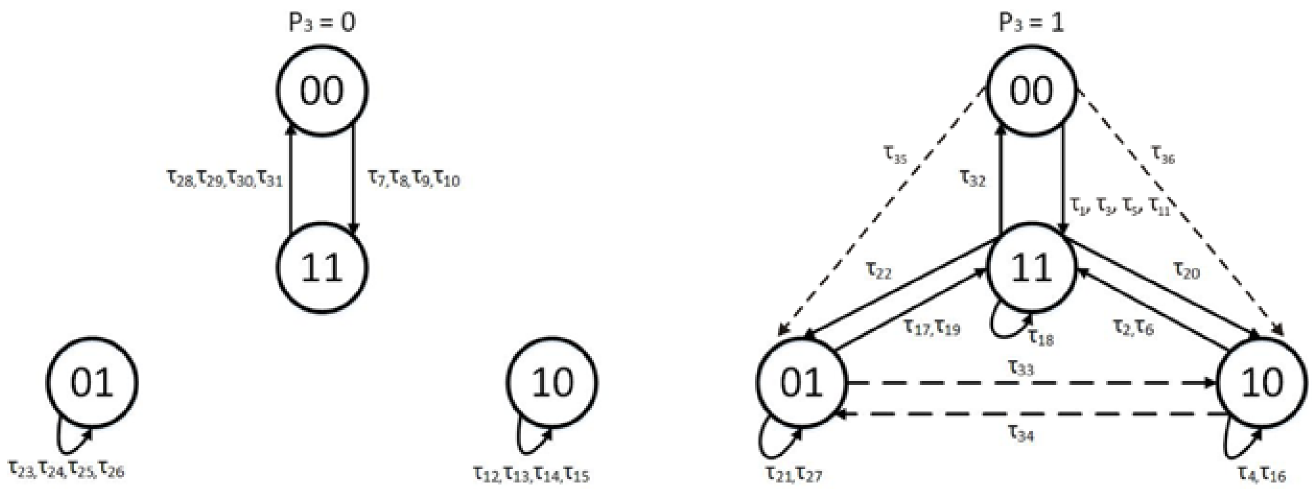
В результате разложения вектора $\Delta\mu_2$ на вектор начальной μ_{20} и конечной разметки μ_{2f} имеем:

μ_{20}= [11100000001000000] и

μ_{2f} = [00000000001010011].

На множестве всех решений можно построить диаграмму переходов и состояний (диаграмму Мура) RS-триггера (рис. 2):

Решения τ_{33} и τ_{34}, τ_{35} и τ_{36} являются альтернативными для одной и той же начальной разметки и позволяют преодолевать неустойчивое состояние RS-триггера {11}. В результате проведенных исследований установлено, что задача анализа достижимости устойчивых состояний синхронного RS-триггера разрешима. Используемый в работе метод обеспечивает решение задачи. Проблема неоднозначности решений при переключении RS-триггера из одного устойчивого состояния в другое обусловлена необходимостью преодоления неустойчивого состояния



а) б)

Рис. 2. Диаграмма Мура синхронного RS-триггера:
а) при нулевом значении синхросигнала; б) при единичном значении синхросигнала

RS-триггера {11}, которое при запрещенной входной комбинации сигналов теоретически является устойчивым. Другими словами, проблема вызвана несовершенством конструкции самого RS-триггера, допускающей возможность нахождения RS-триггера в неопределенном состоянии. Теоретически решение проблемы может быть достигнуто путем исключения возможности нахождения модели RS-триггера в неопределенном неустойчивом состоянии. Практически проблема решается путем введения механизма синхронизации и исключения возможности переключения RS-триггера во время нахождения его в неопределенном неустойчивом состоянии.

4.3 Процедура построения протоколов достижимости устойчивых состояний синхронного RS-триггера

Для решения $\{\tau_2 \Delta \mu_2\}$ процедура построения протоколов начинается с начальной разметки

μ_{20}= [11100000001000000] и продолжается до тех пор, пока не будет достигнута конечная разметка

μ_{2f}= [00000000001010011]. Последовательность векторов запуска переходов и векторов текущей разметки может быть получена путем итеративного решения уравнений (6) и (7).

В итоге для τ_2 получаем следующую последовательность векторов запуска переходов и текущих разметок:

$$\begin{aligned}
\tau_2 &= [0001000111100010010001 1],\\
u_{21} &= [00000000111000100100000],\\
u_{22} &= [00010001000000000000011],\\
\boldsymbol{\mu}_{20} &= [11100000001000000],\\
\boldsymbol{\mu}_{21} &= [00011011000001100],\\
\boldsymbol{\mu}_{22} &= [00000000001010011],\\
\boldsymbol{\mu}_{2f} &= [00000000001010011].
\end{aligned}$$

Аналогичным образом могут быть полученны протоколы достижимости для всего множества решений уравнения состояний синхронного RS-триггера.

Заключение

Существенным ограничением метода является проблема размерности СП. Практическая реализация метода возможна только для сетей ограниченного размера и ограниченной кратности вхождения переходов в вектор покрытия переходов сети.

Тем не менее, метод значительно расширяет возможности матричного подхода к анализу СП [2]. Метод может быть использован для решения задачи анализа достижимости СП с заданной (жесткой) логикой функционирования. Формирование критерия достижимости, в данном случае, выполняется в процессе решения задачи.

Таким образом, метод обеспечивает увеличение не только мощности моделирования, но и мощности разрешения СП. Для ингибиторных и обычных СП достигается мощность разрешения автоматных СП и маркированных графов, хотя это и приводит к увеличению сложности вычислений. Кроме того, логика функционирования ингибиторных СП соответствует обычной математической логике. Метод может быть использован для моделирования и анализа логических схем цифровых автоматов [7].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Питерсон Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем.– М. : Мир, 1984. – 264 с.

2. Мурата Т. Сети Петри. Свойства, анализ, приложения // ТИИЭР. – 1989. – Т. 77, № 4. – С.41–85.

3. Котов В.Е. Сети Петри. – М. : Наука, 1984. – 217 с.

4. Крывый С.Л. О некоторых методах решения и критериях совместимости систем линейных диофантовых уравнений в области натуральных чисел // Кибернетика и системный анализ. – 1999. – № 4. – С. 12–36.

5. Зайцев Д.А. К вопросу о вычислительной сложности метода Тудика // Искусственный интеллект. – 2004. – № 1. – С. 29–37.

6. Хан А.А., Хура Г.С., Сингх Х., Нанда Н.К. О нахождении решения уравнения состояний сетей Петри из класса уравнений Мураты // ТИИЭР. – 1981. – Т. 69, № 4. – С. 71–72.

7. Кожевников В.В. Метод математического моделирования логических схем цифровых автоматов // Автоматизация процессов управления. – 2012. – № 4 (30). – С. 97–101.