

УДК 681.3.063

Т.Ю. САВВА

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЗАГРУЗКИ ОБОРУДОВАНИЯ НА ПРЕДПРИЯТИИ ПО ПЕРЕРАБОТКЕ СКОРОПОРТЯЩЕГОСЯ СЫРЬЯ

В данной статье автор освещает проблему учета специфики организации загрузки оборудования скоропортящимся сырьем в ходе моделирования технологических процессов предприятия. В качестве возможного решения проблемы предлагается использование расширенного аппарата сетей Петри.

Ключевые слова: моделирование; задача загрузки оборудования; сети Петри.

ВВЕДЕНИЕ

Решение задачи оперативного планирования загрузки оборудования имеет важное значение в структуре организации производственных процессов на предприятии. Разработанный план загрузки эффективен, если соблюдены сроки и иные условия реализации производственной программы, а периоды простоя оборудования минимальны. Для предприятия по переработке скоропортящегося сырья в плане загрузки также должны быть учтены специфические характеристики сырья. Вследствие влияния на производственный процесс ряда факторов, сформированный план загрузки оборудования может быть неоднократно скорректирован. При этом вносимые изменения должны быть направлены на получение наиболее эффективного плана загрузки в текущих условиях. В ходе реализации оперативного планирования загрузки оборудования необходимо учитывать производственную программу и состав производственных мощностей, а также множество факторов, влияющих на реализацию плана, и особенностей, связанных с переработкой скоропортящегося сырья. Для решения указанной задачи процесс оперативного планирования загрузки оборудования может быть автоматизирован. В основу автоматизации должна быть положена математическая модель данного процесса, адекватно отражающая перечисленные особенности задачи.

ОСОБЕННОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ ПЕРЕРАБАТЫВАЮЩЕГО ПРОИЗВОДСТВА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СКОРОПОРТЯЩЕГОСЯ СЫРЬЯ

Рассмотрим технологический процесс по переработке скоропортящегося сырья. Производственной программой предусмотрено получение некоторого числа конечных продуктов, для каждого из которых задан технологический маршрут и карта. Цикл по переработке сырья включает следующие этапы: поступление сырья на склад перерабатывающего предприятия; выполнение предусмотренных технологическим маршрутом операций (обработка и пролеживание) и контроль качества сырья, предусматривающий его изъятие в случае выявления несоответствия установленным в технологической карте нормам; упаковка готовой продукции. При использовании в перерабатывающем производстве скоропортящегося сырья необходимо помимо требований классической задачи загрузки оборудования [2], учесть специфические особенности такого сырья. Ключевые особенности, а также обоснование необходимости их учета, представлены в таблице 1.

Таблица 3 – Особенности организации перерабатывающего производства с использованием скоропортящегося сырья

№ п/п	Особенности переработки скоропортящегося сырья	Влияние на планирование загрузки оборудования	Возможные негативные последствия
1	время осуществления закупки сырья определяется его наличием в заданном качественном состоянии, например, сырье в пищевой промышленности характеризуется сезонным временем созревания	время поступления в производство сырья не может быть выбрано произвольно и зависит от ряда факторов; в том числе, оно может быть определено как случайная величина	несвоевременная закупка скоропортящегося сырья может привести к получению конечного продукта со свойствами, отличными от нормативных
2	для получения сырья с заданными качественными характеристиками график поставок может включать несколько поступлений сырья, при этом загрузка на обработку должна осуществляться однородными по качеству партиями сырья (а затем, полуфабрикатов)	формирование партий для загрузки на оборудование должно осуществляться не только исходя из нормативных мощностей оборудования, но и с учетом однородности сырья (полуфабрикатов) по качественным показателям	загрузка партии неоднородного по качеству сырья (полуфабрикатов) может привести к получению неудовлетворительного по качеству (непригодного к использованию в производстве) полуфабриката
3	использование скоропортящегося сырья в производстве требует проведения периодического контроля качества сырья (полуфабрикатов) с целью выявления непригодного к дальнейшей обработке	осуществление контроля качества сырья (полуфабрикатов) может приводить к частичному или полному его изъятию из производства	поступление на обработку сырья (полуфабрикатов), не прошедшего контроль качества, приводит к получению готовой продукции ненадлежащего качества

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЗАГРУЗКИ ОБОРУДОВАНИЯ СКОРОПОРТЯЩИМСЯ СЫРЬЕМ В РАМКАХ ТЕОРИИ СЕТЕЙ ПЕТРИ

Целью разработки и последующего анализа модели загрузки оборудования является решение ряда задач, связанных с организацией планирования загрузки производственных мощностей в ходе технологического процесса, использующего скоропортящееся сырье. Составление эффективного плана загрузки оборудования с точки зрения минимизации потерь сырья, а также максимизации прибыли от реализации готовой продукции заданного качества, предполагает решение следующих задач: наглядное представление системы технологических маршрутов, включенных в технологический процесс с целью выявления участков обработки, где необходимо решать проблему параллельной загрузки (конкурентный доступ к оборудованию); анализ и оценка имеющихся производственных мощностей, складских площадей и пропускной способности оборудования при заданном объеме сырья; выработка системы правил принятия решений о загрузке оборудования в ситуациях конкурентного доступа к нему (решение о приоритетной загрузке того или иного вида сырья должно производиться на основании данных о текущем состоянии сырья, его объеме, соблюдении плана выпуска соответствующей продукции, анализа финансовых результатов от продажи полуфабрикатов (продукции) или списания их в отходы и т.д.); выявление потенциальных путей корректировки плана загрузки оборудования, например, в случае изменения сроков поставки сырья.

С учетом специфики рассматриваемого технологического процесса его моделирование было решено осуществлять с помощью сетей Петри (СП) [1]. В рамках теории СП существуют большие описательные возможности параллельных процессов и динамики поведения систем. В литературе выделяют несколько расширений сетей Петри [1] [М]: иерархические (срабатывание не мгновенного перехода приводит к выполнению работы сети, вложенной, возможно, также иерархической), временные (переход может быть запущен, только если он был разрешен к определенному моменту времени и если он является разрешенным, то должен быть запущен до наступления заданного момента времени), стохастические (периоды возбуждения переходов могут определяться случайными величинами), цветные (фишки характеризуются сложным набором атрибутов, значения которых влияют на срабатывание переходов сети), функциональные (время возбуждения переходов могут определяться как функции некоторых аргументов), ингибиторные (срабатывание переходов зависит от наличия фишек в сдерживающих выходных позициях), Е-сети (сеть содержит несколько типов вершин и переходов, в том числе, вершины, определяющие правила срабатывания переходов) [3], [4] и т.д. Однако анализ требований и ограничений рассматриваемой задачи позволяет сделать вывод о необходимости построения модели с использованием аппарата расширенных СП. Используемый аппарат должен обеспечивать возможность учета ряда характеристик производственного процесса. В ходе производственного процесса используются разные типы сырья; на некоторых участках обработки необходимо моделировать временные задержки, соответствующие, например, длительности процесса обработки с учетом особенностей технологической обработки. Время и объем поставок сырья может меняться под влиянием различных факторов, а значит, необходимо предусмотреть способ представления в модели функции принятия решений о приоритетной загрузке. На некоторых этапах технологического маршрута сырье (полуфабрикаты) должно проходить контроль качества. Таким образом, в модели следует учесть процедуру контроля и изъятия сырья (полуфабрикатов), не соответствующих установленным нормам качества.

Для организации возможности учета выделенных особенностей задачи при построении модели аппарат теории СП необходимо дополнить рядом элементов. По аналогии с классическим определением СП, а также основываясь на элементах, введенных в аппараты представленных в литературе расширений, вводимая расширенная сеть Петри (РСП) также представляет собой двудольный ориентированный граф. Аналитически РСП может быть задана следующим образом:

$$C=(P,D,T,I(T),O(T),D(T),\mu_0),$$

где P – множество вершин-позиций сети (состояний), помещение фишки в которые соответствует выполнению условия, например, завершения какого-либо этапа обработки. Данное подмножество обязательно включает начальное состояние, именуемое также вершина-генератор, помещение фишки в которую соответствует событию поступления сырья в производство, а также финальную позицию сети – вершину-поглотитель. Фишки, поступающие в данную вершину, удаляются из модели (ситуация изъятия со склада готовой продукции);

D – множество решающих вершин-позиций. В вершины из данного подмножества фишки не могут быть помещены, но наличие исходящей из них дуги, направленной к переходу, дополняет условие срабатывания перехода некоторым правилом;

T – множество вершин-переходов. Каждый переход определен для технологической операции и остается возбужденным в течение заданного модельного времени;







$I(T)$, $O(T)$ – функции прямой и обратной инцидентности сети, задающие множество входных и выходных дуг перехода.

$D(T)$ – функция инцидентности для дуг, связывающих решающие вершины-позиции и вершины-переходы;

μ_0 – начальная разметка сети. Генерирование фишек осуществляется только в вершине-генераторе. В модели используются фишки двух типов: фишка первого типа соответствует партии сырья (полуфабриката) на некотором этапе технологического маршрута. Фишки второго типа используются при организации обратной связи в модели, например, при высвобождении оборудования. Понятие начальной разметки сети в рассматриваемой постановке задачи соответствует ситуации, когда свободны все единицы оборудования. Оборудование занято, если переход возбужден, а время возбуждения отлично от нуля (аналогично временным сетям Петри [1]).

Для сети справедливо: $P \neq \emptyset$, $T \neq \emptyset$, $P \cap T \neq \emptyset$. В таблице 2 приведены определенные для РСП виды позиций и переходов, их графическое отображение и математическая запись.

Таблица 4 – Графическое отображение и математическая запись для элементов расширенной сети Петри

№ п/п	Элемент расширенной сети Петри	Графическое отображение элемента	Математическая запись
1	Вершина-генератор		p_I
2	Вершина-поглотитель		p_N
3	Состояние (всего в сети N)		p_i , где $i = \overline{2, N-1}$
4	Переход (всего в сети T)		t_j , где $j = \overline{1, T}$
5	Решающая вершина (всего в сети R)		d_k , где $k = \overline{1, R}$
6	Дуга		(p_i, t_j) или (t_j, p_i) или (d_k, t_j) , где $i = \overline{1, N}$, $j = \overline{1, T}$, $k = \overline{1, R}$

Имитационное моделирование с использованием аппарата СП осуществляется путем сбора сведений о перемещениях фишек между вершинами графа. Период модельного времени от момента генерации фишки в вершине-генераторе до момента ее извлечения из модели в вершине-поглотителе в контексте рассматриваемой задачи соответствует временному интервалу между поступлением сырья на склад до изъятия со склада готовой продукции. В производственном процессе могут использоваться несколько типов сырья, для каждого из которых определен график поставок партиями. Учитывая специфику скоропортящегося сырья, в модели следует отслеживать партии сырья определенного типа, однородного по качеству, а также размер партии. По аналогии с описанным в литературе расширением СП – цветными СП [5] – было решено ввести для фишек первого типа два дополнительных параметра-характеристики: объем партии однородного по качеству сырья и состояние сырья. Учет данных параметров необходим для соблюдения требований к загрузке на обработку сырья однородного качества согласно производственным мощностям. В ходе имитационного моделирования происходит перемещение фишек от вершины-генератора к вершине-поглотителю через ряд вершин-состояний. Решающие вершины не используются в процессе движения фишек по сети. Включение решающих вершин в модель обусловлено необходимостью управлять движением фишек в зависимости от направления, продиктованного содержанием технологических маршрутов. Кроме того, результат срабатывания перехода и соответствующие изменения в маркировке могут зависеть от значений параметров фишек первого типа. На рисунке 1 представлен пример РСП для технологического процесса по переработке двух видов сырья. Путь по вершинам графа $p_1, t_1, p_2, t_2, p_3, t_3, p_4, t_4, p_{11}$ соответствует последовательности операций, выполняемых над сырьем первого типа согласно технологическому маршруту. Аналогично, путь $p_1, t_1, p_5, t_5, p_6, t_3, p_4, t_4, p_{11}$ определен для сырья второго типа. Переходы в рассматриваемой сети могут быть интерпретированы следующим образом: t_1 – прохождение контроля качества и распределение поступившего сырья на складе соответственно выявленным характеристикам, например, по виду сырья; t_2, t_4, t_5 – технологическая операция над сырьем первого типа; t_3 –

технологическая операция, включенная в технологические маршруты двух типов сырья, при этом имеет место конкурентный доступ сырья на обработку.

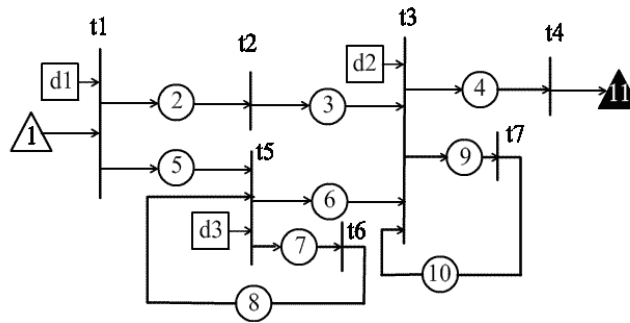


Рисунок 1 – Пример расширенной сети Петри

Последовательности t_5, p_7, t_6, p_8, t_5 и $t_3, p_9, t_7, p_{10}, t_3$ позволяют организовать обратную связь при высвобождении оборудования. Вершины d_1, d_2, d_3 связаны функциями прямой инцидентности с переходами t_1, t_3 и t_5 . Это означает, что возбуждение переходов и распределение фишек в их выходные позиции подчинено некоторым решающим правилам. В рассматриваемой сети использованы решающие вершины с различными правилами: d_1 – устанавливает правило для распределения фишек в одну из выходных позиций; d_2 – определяет порядок загрузки сырья из позиций p_3 или p_6 (при этом учитывается наличие фишки в позиции p_{10} , что свидетельствует о высвобождении оборудования, после возбуждения перехода t_3 фишка, соответствующая сырью, помещается в позицию p_4 , а фишка второго типа – в позицию p_9); d_3 – устанавливает правило возбуждения перехода t_5 с учетом обратной связи (распределение фишек в выходные позиции осуществляется аналогично вершине d_2). Прямая и обратная функции инцидентности для представленной на рисунке 1 РСП, а также функция инцидентности для решающих вершин заданы:

$$\begin{array}{llllll}
 I(t_1)=\{p_1\}; & I(t_5)=\{p_5, p_8\}; & O(t_1)=\{p_2, p_5\}; & O(t_5)=\{p_6, p_7\}; & D(t_1)=\{d_1\}; & D(t_5)=\{d_3\}; \\
 I(t_2)=\{p_2\}; & I(t_6)=\{p_7\}; & O(t_2)=\{p_3\}; & O(t_6)=\{p_8\}; & D(t_2)=\{\}; & D(t_6)=\{\}; \\
 I(t_3)=\{p_3, p_6, p_{10}\}; & I(t_7)=\{p_9\}; & O(t_3)=\{p_4, p_9\}; & O(t_7)=\{p_{10}\}; & D(t_3)=\{d_2\}; & D(t_7)=\{\}; \\
 I(t_4)=\{p_4\}; & & O(t_4)=\{p_{11}\}; & & D(t_4)=\{\}. &
 \end{array}$$

Помимо аналитического и графического способа задания СП широко используется матричный способ:

$$C=(P, D, T, M^I, M^O, M^D, \mu^0),$$

где P – вектор-столбец N вершин-позиций за исключением решающих вершин;

D – вектор-столбец R решающих вершин-позиций;

T – вектор-столбец переходов сети;

M^I, M^O – матрицы прямой и обратной инцидентности, задающие связи между позициями и переходами за исключением решающих вершин-позиций. Матрица инцидентности сети

$M = M^O - M^I$, элементы которой равны:

$$M[i, j] = \begin{cases} -1, & \text{где есть дуга из } p_i \text{ в } t_j; \\ 0, & \text{где нет дуги между } p_i \text{ и } t_j; \\ 1, & \text{где есть дуга из } t_j \text{ в } p_i. \end{cases}$$

Для сети, представленной на рисунке 1, данные матрицы имеют вид:

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

M^D – матрица инцидентности, задающая связи между решающими вершинами и переходами. Элемент $M^D[i,j]$ может принимать значение 0 и 1. Представленная на рисунке 1 матрица M^D имеет вид:

$$M^D[i,j] = \begin{cases} 1, & \text{где есть дуга из } d_i \text{ в } t_j, \\ 0, & \text{где нет дуги между } d_i \text{ и } t_j; \end{cases} \quad M^D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

μ^0 – вектор-столбец, определяющий начальную разметку сети.

Таким образом, модель процессов, связанных с организацией технологической обработки скоропортящегося сырья, может быть описана в рамках предложенной модификации теории СП. Однако осуществлению имитационного моделирования на ее основе должен предшествовать анализ свойств полученной модели.

СВОЙСТВА РАСШИРЕННОЙ СЕТИ ПЕТРИ, ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ПРИ ПОСТРОЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЗАГРУЗКИ ОБОРУДОВАНИЯ

Разработанная математическая модель может быть использована в ходе имитационного эксперимента. Ввиду того, что его проведение и обработка полученных данных могут быть как протяженными во времени, так и дорогостоящими, организацию эксперимента следует осуществлять после проверки качества построенной модели для минимизации ошибок в данных, полученных в ходе эксперимента. В литературных источниках, посвященных теории СП и практике их применения в моделировании, исследователи выделяют ряд свойств [1], присущих СП. Учитывая особенности рассматриваемой задачи в ходе построения модели загрузки оборудования скоропортящимся сырьем в рамках теории СП, необходимо установить, какие свойства присущи сети, построенной в терминах предложенной РСП. Ниже представлен перечень основных свойств, присущих СП и ее расширениям [1], [5], а также обоснована целесообразность проведения обязательной проверки указанных свойств для рассматриваемой РСП.

Маркировка μ' достижима из некоторой маркировки μ , если для данной СП возможно указать последовательность срабатывания переходов, которая переводит маркировку μ в маркировку μ' . Сеть обладает свойством живости, если все переходы сети являются потенциально живыми в любой достижимой маркировке, т.е. для каждого перехода существует хотя бы одна последовательность запусков, приводящая к его возбуждению. Маркировка сети тупиковая, если она t -тупиковая для всех переходов сети. Сеть не содержит t -тупиков, если каждый переход является потенциально живым. Сеть безопасна, если безопасны все ее позиции. Позиция сети безопасна при заданной начальной маркировке μ^0 , если в процессе работы этой сети в данной позиции никогда не появится более одной фишки. Сеть k -ограничена в заданной начальной маркировке μ^0 , если в процессе работы этой сети в каждой из позиций никогда не появится более k -фишек. Сеть обладает свойством консервативности, если в ней сохранятся взвешенная сумма фишек относительно определенного весового вектора w с натуральными компонентами: $w\mu = w\mu^0 = \text{const}$. Если существует последовательность запуска переходов, которая может быть запущена произвольное количество раз, то сеть повторяема. Если такая последовательность приводит сеть в исходную маркировку, то сеть обладает свойством стационарной повторяемости. Сеть

устойчива, если для двух любых разрешенных переходов запуск одного из них не приводит к запрету срабатывания другого. Сеть обратима, если для маркировки μ , достижимой из μ^0 , а из μ^0 достижима μ . Сеть также может включать состояние приема, если есть такая маркировка, которая достижима из любой достижимой маркировки сети.

Применительно ко введенной РСП при построении математической модели загрузки оборудования с учетом специфики сырья необходимо исследование на следующие свойства: достижимость маркировки (для установления возможности прохождения фишек по путям, соответствующим технологическим маршрутам), живость (для исключения из сети избыточных или же приводящих сеть в тупик переходов), беступиковость маркировки. Исследование сети на устойчивость также обязательно и производится с учетом правил, задаваемых решающими вершинами. Свойство стационарной повторяемости для рассматриваемой РСП может быть интерпретировано как наличие пути (путей) переходов, срабатывание которых приведет к установлению фишек второго типа в начальную маркировку μ^0 . Расположение фишек первого типа при этом не учитывается, т.к. их движение по сети соответствует движению сырья по технологическому маршруту, а значит, они не могут повторяться для одной и той же партии. Аналогично нецелесообразно проводить исследование на обратимость сети. Анализ на повторяемость также не несет существенных для моделирования сведений для данной задачи. Условие, определяемое свойством безопасности, не может быть соблюдено для предложенной РСП ввиду специфики моделируемого процесса. Так, фишка в некоторой позиции означает наличие партии сырья (полуфабриката) на некотором этапе обработки, при этом в модели должна быть учтена возможность хранения сырья (полуфабрикатов), а значит, на некоторых этапах фишки могут накапливаться. Условие ограниченности, аналогично условию безопасности, не может быть строго выполнено для рассматриваемой задачи во многом потому, что поставки скоропортящегося сырья распределены во времени, а количество и объем партий, и реальное время поступления сырья связаны с рядом внешних факторов. Исследование сети на консервативность нецелесообразно для решаемой задачи загрузки оборудования ввиду того, что назначение разрабатываемой модели состоит в выявлении «узких» мест в организации технологических процессов, а количество партий сырья, отображаемых в сети фишками первого типа, не может быть известно заранее. Движение и накопление в вершинах-позициях P данных фишек исследуется в ходе модельного эксперимента. В общем случае модель должна учитывать несколько технологических маршрутов, а значит, указание некоторого состояния, достижимого из любой маркировки, невозможно. Следовательно, рассматриваемая РСП, не обладает состоянием приема в общем случае.

Выводы относительно выделенных для обязательного исследования свойств РСП можно сделать на основе дерева достижимости сети, которое представляет собой граф, где вершины соответствуют достижимым разметкам сети в результате срабатывания перехода (цепочки переходов) из множества T . Для введенной РСП алгоритм построения дерева достижимости [1] должен учитывать также правила, определяемые решающими вершинами из множества D и устанавливающие порядок смены маркировок при возбуждении связанных с такими вершинами переходов.

На рисунке 2 представлено дерево достижимости РСП для начальной μ^0 , соответствующей ситуации, когда сырье еще не поступило на склад предприятия (фишки первого типа отсутствуют), а все единицы оборудования готовы к загрузке (фишки второго типа установлены в позиции p_8 и p_{10}). Дуги с наименованиями $+\Phi$ и $-\Phi$ обозначают событие генерации фишки в сети в вершине p_1 (поступление партии сырья на склад) и удаление из сети фишки в позиции p_{11} (соответствующей завершению технологического процесса для партии сырья). Дуги в виде сплошных стрелок с наименованиями t_j ($j = \overline{1, T}$) указывают на переходы, возбуждение которых приводит к смене маркировки сети. Дуги с аналогичными наименованиями в виде пунктирных стрелок указывают на то, что маркировка после срабатывания перехода эквивалентна одной из уже представленных в дереве достижимости маркировок. Это обусловлено стремлением избежать избыточности и соблюдения правил

построения для дерева достижимости. Очевидно, что распределенное во времени поступление партий сырья в сети представляется как генерация фишки в вершине p_1 и приводит к изменению текущей разметки сети. Однако движение фишек по сети единообразно и не зависит от времени генерации. В случае накопления фишек первого типа в некоторых вершинах их множества P в маркировке появляются значения, превышающие единицу.

Построенное дерево достижимости позволяет провести анализ свойств рассматриваемой РСП. Данная сеть обладает свойствами живости (для каждого перехода существует хотя бы 1 путь, ведущий к его возбуждению) и безтупиковости. Сеть устойчива, а срабатывание переходов, характеризующихся потенциальной возможностью конфликта t_1 , t_3 , t_5 , регулируется решающими вершинами d_1 , d_2 , d_4 . Анализ дерева достижимости также показал перечень всех достижимых маркировок при генерации одной фишки первого типа и пути переходов, для каждого их моделируемых технологических маршрутов приводящие к маркировкам, характеризующимся наличием фишки первого типа в вершине-поглотителе, а значит, каждая генерируемая фишка может достигнуть финальной вершины и быть изъята из сети. При этом сеть стационарно повторяема относительно разметки μ^0 (в направлении движения фишек второго типа) следовательно, движение вновь генерируемых фишек может производиться теоретически неограниченное число раз.

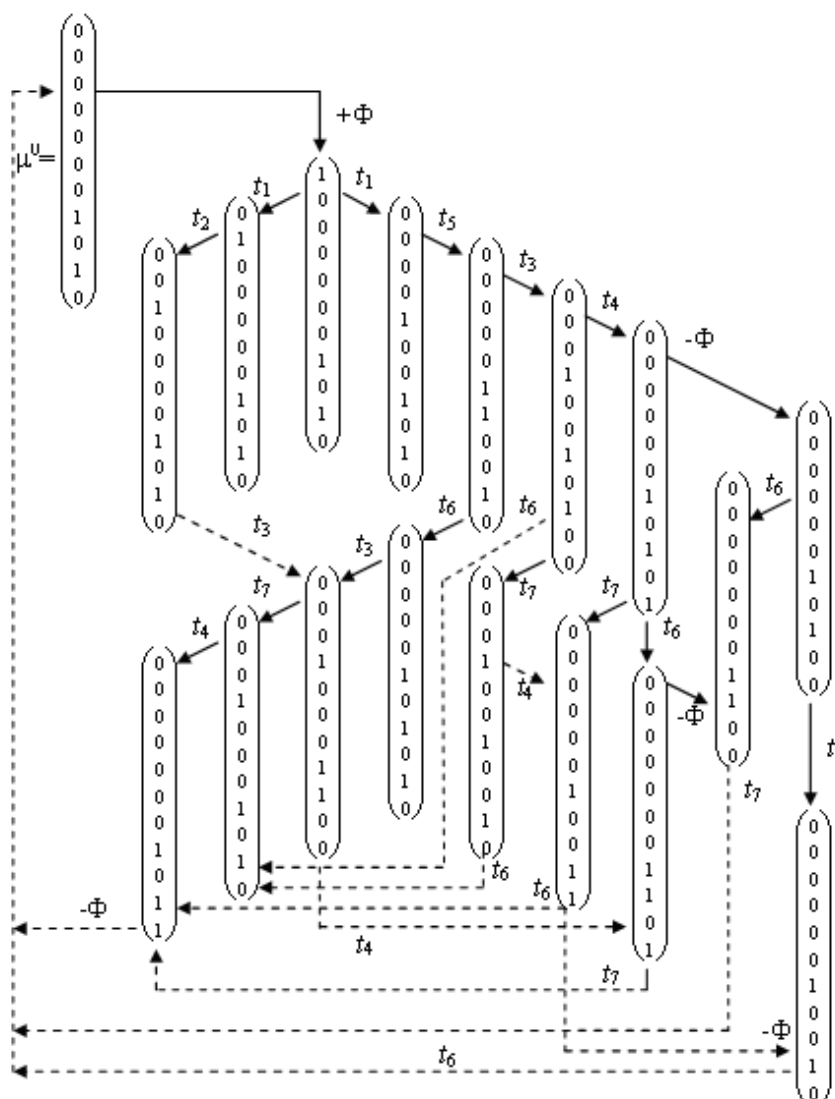


Рисунок 2 – Дерево достижимости расширенной сети Петри для разметки μ^0

Следует отметить, что при разработке моделей более сложных по структуре технологических процессов исследование свойств получаемой сети путем построения дерева достижимости графическим методом нецелесообразно. Недостатки графического метода могут быть решены путем автоматизации построения такого дерева на основе матричного задания РСП. В ходе алгоритмических вычислений над определенными для сети векторами и матрицами может быть использовано следующее равенство [1], [4]:

$$\mu' = \mu_s^0 + M \cdot t',$$

где μ_s^0 – вектор-столбец, содержащий разметку сети после генерации фишки первого типа;
 t' – вектор-столбец, содержащий число срабатываний для каждого перехода из множества T на пути к разметке μ' (если μ' недостижима из μ_s^0 , элементы t' равны 0);

μ' – вектор-столбец, содержащий некоторую разметку сети;

M – матрица инцидентности сети.

Определим, достижима ли разметка μ' из μ_s^0 для рассматриваемой РСП:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -x_1 = -1, \\ x_1 - x_2 = 0, \\ x_2 - x_3 = 0, \\ x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 - x_5 = 0, \\ -x_3 + x_5 = 0, \\ x_5 - x_6 = 0, \\ -x_5 + x_6 = 0, \\ x_3 - x_7 = 1, \\ -x_3 + x_7 = -1, \\ x_4 = 1; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1, \\ x_2 = 1, \\ x_3 = 1, \\ x_4 = 1, \\ x_5 = 1, \\ x_6 = 1, \\ x_7 = 0. \end{cases}$$

Так, разметка μ' достижима из μ_s^0 в результате срабатывания переходов $t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6$. Переход t_7 не задействован в цепочке. Учитывая, что разрабатываемая модель ориентирована на технологические процессы, часть которых может протекать параллельно, а часть операций совпадать, получение цепочки переходов должно быть проанализировано с этой точки зрения. Так, для одной фишки первого типа в ходе ее движения из переходов цепочки $t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6$ возможно выделение двух маршрутов. Срабатывание всех переходов в этом случае исключается (из-за решающего правила d_1). Таким образом, можно сделать вывод, что разметка μ' достижима из μ_s^0 вследствие двух вариантов последовательностей срабатывания переходов: t_1, t_2, t_3, t_4 и t_1, t_5, t_6, t_4 . Следует отметить, что при данном методе исследования порядок возбуждения переходов в цепочке не учитывается.

На основе указанных взаимосвязей может быть разработан алгоритм построения дерева достижимости и проверки свойств соответствующей РСП.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведенные результаты анализа специфики задачи загрузки оборудования скоропортящимся сырьем показали необходимость учета данных особенностей при решении данной задачи. В ходе исследования было выявлено, что данное решение может быть получено путем моделирования технологических процессов, при этом целесообразно использовать расширенный аппарат сетей Петри. Предложенная РСП обладает необходимым рядом описательных возможностей для моделирования технологических процессов в выделенном классе задач, а применение рассмотренного подхода к их решению позволит повысить эффективность плана загрузки оборудования скоропортящимся сырьем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Питерсон Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем: пер. с англ. – М.: Мир, 1984. – 264 с., ил.
2. Таха, Хемди А. Введение в исследование операций. 7-е издание: пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. – 912 с.
3. Буханько А.Н., Дуравкин Е.В. Применение нечеткой логики в управляющих переходах Е-сетей // Системы обработки информации. – Х.: ХНУРЭ, 2008. – № 3(70). – С. 44-48.
4. Дуравкин Е.В., Амер Таксин Каламех Абу Джаккар. Использование аппарата Е-сетей для анализа распределенных программных систем // Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы. – Херсон: ХНТУ, 2005. – № 1(15) – С. 47-51.
5. Моделирование систем [Электронный ресурс] – URL: <http://www.sardismusic.com/topics/t10.html> (дата обращения: 25.03.2012).

Савва Татьяна Юрьевна

ФГБОУ ВПО «Государственный университет – УНПК», г. Орел
Аспирантка кафедры «Информационные системы»
Тел.: 8 953 620 14 80
E-mail: t.savva@mail.ru

T.Yu. SAVVA (*Post Graduate Student of the Department of «Informational Systems»
State University – ESPC, Orel*)

DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL MODEL FOR DOWNLOAD EQUIPMENT AT THE PLANT FOR THE PROCESSING OF PERISHABLE MATERIALS

In given article authors shine a problem of taking into account the specifics of the organization of download equipment of perishable materials during the modeling of technological processes at the plant. It suggests using of advanced machine of the Petri nets as a possible solution to the problem.

Keywords: *modelling; the task of download equipment; Petri nets.*

BIBLIOGRAPHY (TRANSLITERATED)

1. Piterson Dzh. Teoriya setej Petri i modelirovanie sistem: per. s angl. – M.: Mir, 1984. – 264 s., il.
2. Taxa, Xemdi A. Vvedenie v issledovanie operacij. 7-e izdanie: per. s angl. – M.: Izdatel'skij dom «Vil'yams», 2005. – 912 s.
3. Buxan'ko A.N., Duravkin E.V. Primenenie nechotkoj logiki v upravlyayushhix perexodax E-setej // Sistemy obrabotki informacii. – X.: XNURE', 2008. – № 3(70). – S. 44-48.
4. Duravkin E.V., Amer Taksin Kalamex Abu Dzhakkar. Ispol'zovanie apparata E-setej dlya analiza raspredelyonny'x programmny'x sistem // Avtomatika. Avtomatizaciya. E'lektrotexnicheskie komplekсы' i sistemy'. – Xerson: XNTU, 2005. – № 1(15) – S. 47-51.
5. Modelirovanie sistem [E'lektronny'j resurs] – URL: <http://www.sardismusic.com/topics/t10.html> (data obrashheniya: 25.03.2012).