

## Список литературы

1. Ларкин Е.В., Котов В.В. Титов С.В. Аппроксимация взвешенной суммы плотностей распределения вероятностным законом // Известия Тульского государственного университета. Проблемы специального машиностроения. 2000. Вып. 3. Ч. 1. С. 389 - 393.
2. Ларкин Е.В., Ивутин А.Н., Костомаров Д.С. Методика формирования сети Петри-Маркова для моделирования когнитивных технологий // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2013. Вып. 9. Ч. 1. С. 303 - 311.

Гришин Константин Анатольевич, асп., [GrishKons92@yandex.ru](mailto:GrishKons92@yandex.ru), Россия, Тула, Тульский государственный университет

### APPROXIMATION OF PLANE COMPOSITION BY LAW OF DISTRIBUTION

K.A. Grishin

*Approximation of numerical characteristics obtained as a result of simplifications of elementary Petri-Markov subnets by the method of direct calculation, gamma distribution with the same numerical characteristics is considered. A method for finding the minimum value of an error in the presence of constraints is proposed.*

*Key words: approximation, Petri-Markov subnet, gamma distribution, mathematical expectation, variance.*

Grishin Konstantin Anatolyevich, postgraduate, [GrishKons92@yandex.ru](mailto:GrishKons92@yandex.ru), Russia, Tula, Tula, Tula State University

УДК 519.217.2

## ПЕТРИ-МАРКОВСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТИПОВЫХ СТРУКТУР ИЗБЫТОЧНЫХ СИСТЕМ

К.А. Гришин

*Рассматривается моделирование типовых структур избыточных систем с помощью сетей Петри-Маркова. Представлена Петри-Марковская модель взаимодействия элементов в избыточной отказоустойчивой структуре, а также вероятность выполнения логических условий в дизъюнктивной нормальной форме.*

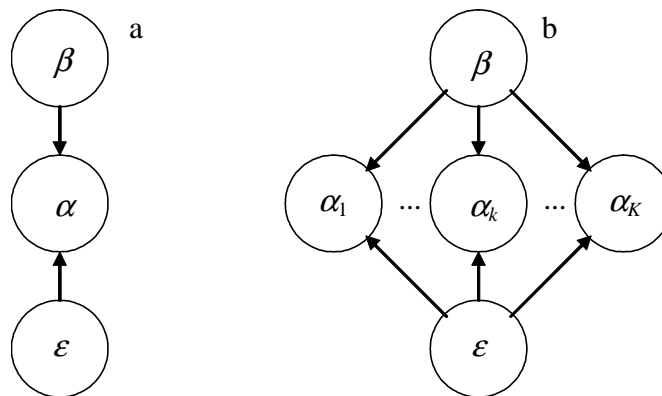
*Ключевые слова: избыточная система, сеть Петри-Маркова, дизъюнктивная нормальная форма, плотность распределения.*

Рассмотрим избыточную структуру при которой к одному источнику (информации, сигнала, электроэнергии и т.п.) и одной нагрузке подключаются  $K$  однотипных элементов:

$$G' = \{B', Z'\} \supset G, \quad (1)$$

При начале эксплуатации системы все элементы вводятся в эксплуатацию одновременно. Отказавший элемент остается в структуре системы в том смысле, что физические связи отказавшего элемента с другими элементами, а также с источником и нагрузкой не нарушаются. При этом система рассчитывается таким образом, чтобы режим функционирования резервируемых элементов был близок к режиму без резервирования, а наличие резервируемых структур не приводило к нарушению работоспособности.

На рис. 1 применены следующие обозначения:  $\beta$  - источник (энергии, сигнала), обеспечивающий воздействие на резервируемый элемент;  $\alpha$  - резервируемый элемент;  $\{\alpha_1, \dots, \alpha_k, \dots, \alpha_K\}$  - множество элементов, резервирующих элемент  $\alpha$ ;  $\varepsilon$  - нагрузка на элемент  $\alpha$ . Стрелками на ориентированных графах указаны:  $(\beta, \alpha)$  - связь, обеспечивающая воздействие на элемент  $\alpha$  со стороны источника  $\beta$ ;  $(\varepsilon, \alpha)$  - связь, обеспечивающая воздействие на элемент  $\alpha$  со стороны нагрузки  $\varepsilon$ ;  $\{(\beta, \alpha_1), \dots, (\beta, \alpha_k), \dots, (\beta, \alpha_K)\}$  - множество связей, обеспечивающих воздействие на элементы  $\{\alpha_1, \dots, \alpha_k, \dots, \alpha_K\}$  со стороны источника  $\beta$ ;  $\{(\varepsilon, \alpha_1), \dots, (\varepsilon, \alpha_k), \dots, (\varepsilon, \alpha_K)\}$  - множество связей, обеспечивающих воздействие на дублирующие элементы со стороны нагрузки.



**Рис. 1. Исходная система без резервирования (а) и с резервированием (б)**

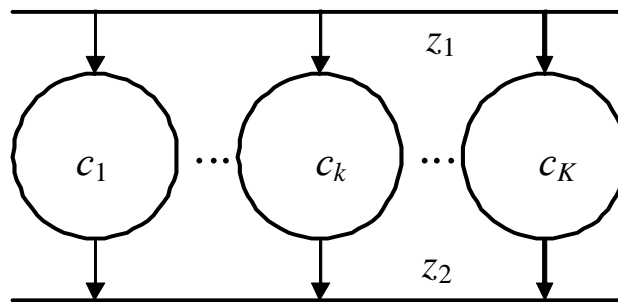
Вследствие того, что воздействие на элементы  $\{\alpha_1, \dots, \alpha_n, \dots, \alpha_N\}$  начинает осуществляться одновременно, Петри-Марковская модель будет иметь вид, приведенный на рис. 2.

Структура сети Петри-Маркова, изображенной на рис. 2, имеет вид:

$$\tilde{\Pi} = \left\{ \{c_1, \dots, c_k, \dots, c_K\}, \{z_1, z_2\}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \dots & \dots \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & \dots & 1 \\ 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad (2)$$

где  $c_k$  - подсеть  $\Pi^k$ , упрощенная до единственной позиции, моделирующая деградационно-восстановительный процесс в  $k$ -м элементе,  $1 \leq k \leq K$ ;  $z_1$  -

переход, моделирующий начало эксплуатации системы;  $z_2$  - переход, моделирующий смену состояний системы после отказа одного из элементов.



**Рис. 2. Петри-Марковская модель взаимодействия элементов в избыточной отказоустойчивой структуре**

Плотность распределения времени задержки переключения из перехода  $z_1$  в переход  $z_2$  через позицию  $c_k$  определяется зависимостью:

$$f_k(t) = \frac{h_k(t)}{p_k}. \quad (3)$$

Обозначим факт переключения из позиции  $c_k$  в переход  $z_2$  булевой переменной  $\sigma_k = (c_k, z_2)$ . Будем считать, что условие работоспособности системы в результате отказов групп элементов представлено в дизъюнктивной нормальной форме:

$$\Lambda = \bigvee_{n=1}^N \left( \bigwedge_k \Lambda_n(\sigma_k) \right), \quad (3)$$

где  $\bigvee_{n=1}^N$  - групповая дизъюнкция;  $\bigwedge_k$  - групповая конъюнкция;  $\Lambda_n(\sigma_k)$  - логическая функция  $n$ -й элементарной конъюнкции от  $k$ -й булевой переменной;  $N = 2^K$ ;

$$\Lambda_n(\sigma_k) = \begin{cases} \sigma_k, & \text{если полушаг } (c_k, z_2) \text{ должен быть сделан;} \\ \bar{\sigma}_k, & \text{если полушаг } (a_k, z_2) \text{ не должен быть сделан;} \end{cases} \quad (4)$$

где  $\bar{\sigma}_k$  - логическая операция отрицания.

Вследствие того, что выполнение полушагов из позиции  $c_k$  в переход  $z_j(z_n)$  производится в течение случайного времени, определяемого плотностью  $\hat{f}_k(t)$ , вероятность выполнения и невыполнения полушага  $\sigma_k$  в течение времени  $t$  определяются по зависимостям:

$$P(\sigma_k | \tau < t) = F_k(t) = \int_0^t f_k(\tau) d\tau; \quad (5)$$

$$P(\sigma_k | \tau > t) = 1 - F_k(t), \quad (6)$$

где  $F_k(t)$  - функция распределения, соответствующая плотности  $f_k(t)$ .

Вследствие того, что все события выполнения полушагов из позиций  $c_1, \dots, c_k, \dots, c_K$  являются независимыми, вероятности того, что будет выполнено условие  $n$ -й элементарной конъюнкции, определяется зависимостью:

$$P_n(t) = \prod_{k=1}^K \vartheta_n[f_k(t)], \quad (7)$$

$$\vartheta_n[f_k(t)] = \begin{cases} F_k(t), & \text{если } \Lambda_n(\sigma_k) = \sigma_k; \\ [1 - F_k(t)], & \text{если } \Lambda_n(\sigma_k) = \bar{\sigma}_k. \end{cases} \quad (8)$$

Вследствие того, что все возможные комбинации выполнения и невыполнения шагов  $\sigma_n$  являются несовместными событиями, вероятности различных комбинаций независимы, и в общем случае вероятность выполнения логических условий, представленных в дизъюнктивной нормальной форме (3), определяется выражением:

$$P(t) = \sum_n \prod_{k=1}^K \vartheta_n[f_k(t)]. \quad (9)$$

Таким образом, (9) представляет собой изменение вероятности перехода системы, изображенной на рис. 2, в неработоспособное состояние.

### Список литературы

1. Котов В.В., Котова Н.А., Ларкин Е.В. Метод имитационного моделирования систем с использованием сетей Петри-Маркова // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2015. Вып. 9. С. 164 - 170.

2. Ларкин Е.В., Ивутин А.Н., Костомаров Д.С. Методика формирования сети Петри-Маркова для моделирования когнитивных технологий // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2013. Вып. 9. Ч. 1. С. 303 - 311.

Гришин Константин Анатольевич, асп., [GrishKons92@yandex.ru](mailto:GrishKons92@yandex.ru), Россия, Тула, Тульский государственный университет

### PETRI-MARKOV MODELING OF TYPICAL STRUCTURES OF EXCESS SYSTEMS

K.A. Grishin

*Modeling of typical structures of redundant systems using Petri-Markov nets is considered. A Petri-Markov model of the interaction of elements in an excessive fault-tolerant structure is presented. The probability of the fulfillment of logical conditions in a disjunctive normal form is presented.*

*Key words: redundant system, Petri-Markov net, disjunctive normal form, distribution density.*

*Grishin Konstantin Anatolyevich, postgraduate, [GrishKons92@yandex.ru](mailto:GrishKons92@yandex.ru), Russia, Tula, Tula, Tula State University*

УДК 519.8

## **ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РОЯ ЧАСТИЦ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ РЕСУРСОВ В БОРТОВЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ И УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМАХ ПО КРИТЕРИЮ РАВНОМЕРНОЙ ЗАГРУЗКИ**

О.В. Есиков, С.М. Цыбин, А.И. Чернышков

*Формализованы задачи оптимизации распределения программных модулей в системе вычислительных средств бортовых информационных и управляющих систем по критерию равномерной загрузки. Предложена реализация метода роя частиц для решения разработанных математических моделей. Выполнена экспериментальная оценка эффективности применения метода роя частиц для формализованных задач.*

*Ключевые слова: бортовые информационные и управляющие системы, информационно-вычислительный процесс, дискретная оптимизация.*

Современные бортовые информационные и управляющие системы (БИУС) представляют собой сложные программно-аппаратные комплексы, построенные на единой технологической базе и предназначенные для решения широкого круга задач [1]. При этом они строятся по модульному принципу, где каждый модуль представляет собой вычислительное средство, имеющее средства сопряжения в единую БИУС.

Каждый вычислительный модуль может быть задействован как для решения фиксированного узкого круга задач, так и совокупности задач формируемой динамически в зависимости от текущей ситуации.

В первом случае каждый вычислительный модуль решает свои функциональные задачи, а информационный обмен основан на обмене данными. Данный вариант обеспечивает наибольшую простоту построения вычислительного процесса. Во втором случае перечень решаемых каждым вычислительным модулем задач может с течением времени изменяться. Данный вариант обеспечивает более гибкое управление вычислительным процессом и повышает живучесть БИУС в экстремальных условиях функционирования. Однако данный вариант требует затраты вычислительных ресурсов на решение дополнительных задач планирования построения