Mathematik für Informatiker 2
Übungsblatt 5

Lukas Vormwald Noah Mehling Gregor Seewald

Übung 5:Dienstag 12:00

Aufgabe 1

$x \leq 0 \Rightarrow f(x) = 0 \Rightarrow f'(x) = ???$
$x > 0 \Rightarrow f(x) = x \cdot \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \sqrt[\frac{3}{2}]{x}$

Aufgabe 2

$\frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \left|\frac{f(x)}{x}\right| < x$
$\Rightarrow$ Beide Seiten gehen gegen 0 $\rightarrow$ Differenzierbar

Aufgabe 3

Angenommen $x \geq y \Rightarrow$ Kein Betrag an ln , da positiv
$\Rightarrow$

$$\begin{aligned}
\ln \frac{1+e^x}{1+e^y} &\leq x-y \\
\frac{1+e^x}{1+e^y} &\leq e^{x-y} \\
1+e^x &\leq \left(e^{x-y}\right)\left(1+e^y\right) \\
&\leq e^{x-y}+e^x \\
&\geq 1
\end{aligned}$$

ist $y > x$, so ist

$$\left|\ln \frac{1+e^x}{1+e^y}\right| = \left|\left(\ln\left(1+e^x\right)\right) - \left(\ln\left(1+e^y\right)\right)\right| = \left|\left(\ln\left(1+e^y\right)\right) - \left(\ln\left(1+e^x\right)\right)\right|$$

Aufgabe 4

f ist zwei mal differenzierbar.
$\rightarrow$ Satz von Taylor: f ist $n+1$ mal differenzierbar mit $n+1$. Sei der Entwicklungspunkt $a = 0$.
$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a)$
$f(x) = f(0) + f'(0)(x)$ Mit der Vorraussetzung $f(0) = f'(0) = 0$
$f(x) = 0$.
Damit kann $f(x)$ durch das "Polynom"0 dargestellt werden mit dem Restglied nach Lagrange:
$R_1(x;0) = \frac{(x-0)^2}{2!} \cdot f''(\xi) = \frac{f''(\xi)}{2} \cdot x^2$
wähle $c \geq \frac{f''(\xi)}{2}$, so ist $|f(x)| \leq c \cdot x^2$

Aufgabe 5

$\ln(1+h) = \ln 1 + \frac{1}{1}h + \frac{1}{2}\frac{h^2}{(1+\varepsilon)^2}$
$\Rightarrow h = 0,1 \Rightarrow x = 1 - h - \frac{1}{2}\frac{h^2}{(1+\varepsilon)^2}$ für $0 \leq \varepsilon \leq 1$ $\Rightarrow x = 1 - 0,1 - \frac{1}{2}\frac{0,1}{(1+0,1)^2} = 0,95$

Aufgabe 6

a)

b)