Mathematik für Informatiker 2
Übungsblatt 9

Lukas Vormwald Noah Mehling Gregor Seewald

Übung 5:Dienstag 12:00

Aufgabe 1

$P(x) = (x - x_0) \cdot q(x) = (x - x_0)(x - x_1)...(x - x_{j-1})(x - x_{j+1})...(x - x_n)$
$P(x_j) = 1 \Rightarrow (x_j - x_0)q(x) = \underbrace{(x_j - x_0)(x_j - x_1)...(x_j - x_{j-1})}_{\neq 0 \text{ da paarweise verschieden}} a = 1$
$\Rightarrow a = \frac{1}{(x-x_0)(g(x))}$ =Lagrangebasis

Aufgabe 2

$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 \qquad P'(x) = a_1 + a_2 2x$
$y_0 = a_0$
$y_1 = y_0 + a_1(x_1 - x_0)$
$y_2 = a_1 + a_2 2(x_1 - x_0)$
$y_3 = y_0 + a_1 + a_2(x_1 - x_0)(x_1) + a_3(x_2 - x_1)(x_2 - x_0)$
$\Rightarrow a_0 = y_0$
$a_1 = \frac{y_1-y_0}{(x_1-x_0)}$
$a_2 = \frac{y_2-\frac{y_1-y_0}{(x_1-x_0)}}{2x}$
$a_3 = \frac{y_3-y_0-\left(\frac{y_2-\frac{y_1-y_0}{(x_1-x_0)}}{2x}\right)(x_1-x_0)(x_1)}{(x_2-x_1)(x_2-x_0)}$

Da $a_0...a_3$ Vorfaktoren der Standardbasis sind, ist dies ebenfalls eine Basis des $\mathbb{P}$

Aufgabe 3

a)

$$\begin{aligned} q_0 &= (x-1)^2 \\ q_1 &= -(x-1)^2 - 1 \\ q_2 &= (x-0,5)^2 - 0,25 \end{aligned}$$

Zeigen, dass q_0, q_1, q_2 Basis von $\mathbb{P}_2$:
$a \cdot (x-1)^2 + b \cdot \big(-(x-1)^2 + 1\big) + c \cdot (x-0,5)^2 - 0,25 = 0 \Rightarrow a, b, c = 0$
$a + b \cdot 0 + c \cdot 0 = 0$
$\Rightarrow a \overset{!}{=} 0$

$$\begin{aligned} x &= 1 \\ a \cdot 0 + b - c &= 0 \\ \Rightarrow b &= c \\ \Rightarrow b &= 0 \\ c &= 0 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ angegeben q_0, q_1, q_2 sind Basis.

b) $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 \qquad P'(x) = a_1 + a_2 2x$

$$\begin{aligned} 3 &= a_0 \\ 2 &= 3 + a_1 + a_2 \\ 4 &= a_1 + 2a_2 \\ a_1 &= 4 - 2a_2 \\ \Rightarrow a_1 &= 4 - \frac{10}{3} \approx 0,9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 &= 3 + 4 - 2a_2 + a_2 \\ 3a_2 &= 5 \\ a_2 &= \frac{5}{3} \end{aligned}$$