

# Mathematik für Informatiker 2

## Übungsblatt 5

Lukas Vormwald      Noah Mehling      Gregor Seewald

Übung 5:Dienstag 12:00

### Aufgabe 1

$$x \leq 0 \Rightarrow f(x) = 0 \Rightarrow f'(x) = ???$$

$$x > 0 \Rightarrow f(x) = x \cdot \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \sqrt[3]{x}$$

### Aufgabe 2

$$\frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \left| \frac{f(x)}{x} \right| < x$$

$\Rightarrow$  Beide Seiten gehen gegen 0  $\rightarrow$  Differenzierbar

### Aufgabe 3

Angenommen  $x \geq y \Rightarrow$  Kein Betrag an  $\ln$ , da positiv

$\Rightarrow$

$$\begin{aligned} \ln \frac{1+e^x}{1+e^y} &\leq x-y \\ \frac{1+e^x}{1+e^y} &\leq e^{x-y} \\ 1+e^x &\leq (e^{x-y})(1+e^y) \\ &\leq e^{x-y} + e^x \\ &\geq 1 \end{aligned}$$

ist  $y > x$ , so ist

$$\left| \ln \frac{1+e^x}{1+e^y} \right| = |(\ln(1+e^x)) - (\ln(1+e^y))| = |(\ln(1+e^y)) - (\ln(1+e^x))|$$

## Aufgabe 4

$f$  ist zwei mal differenzierbar.

→ Satz von Taylor:  $f$  ist  $n + 1$  mal differenzierbar mit  $n + 1$ . Sei der Entwicklungspunkt  $a = 0$ .

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x - a)$$

$$f(x) = f(0) + f'(0)(x) \quad \text{Mit der Voraussetzung } f(0) = f'(0) = 0$$

$$f(x) = 0.$$

Damit kann  $f(x)$  durch das "Polynom" 0 dargestellt werden mit dem Restglied nach Lagrange:

$$R_1(x; 0) = \frac{(x-0)^2}{2!} \cdot f''(\xi) = \frac{f''(\xi)}{2} \cdot x^2$$

wähle  $c \geq \frac{f''(\xi)}{2}$ , so ist  $|f(x)| \leq c \cdot x^2$

## Aufgabe 5

$$\ln(1+h) = \ln 1 + \frac{1}{1}h + \frac{1}{2} \frac{h^2}{(1+\varepsilon)^2}$$

$$\Rightarrow h = 0, 1 \Rightarrow x = 1 - h - \frac{1}{2} \frac{h^2}{(1+\varepsilon)^2} \quad \text{für } 0 \leq \varepsilon \leq 1 \Rightarrow x = 1 - 0, 1 - \frac{1}{2} \frac{0,1}{(1+0,1)^2} =$$

0,95