Aufgabe 1

a)

Aufgabe 2

$\frac{1}{1-z-z^2-z^3}$
Nullstellen von Nennerpolynom:
$z = 1$
$(z^3 - z^2 - z + 1) : (z - 1) = z^2 - 1$
$\Rightarrow z^2 = 1 \Rightarrow z_2 = 1, z_3 = -1$
$\Rightarrow \frac{1}{(z-1)^2 \cdot (z+1)} = \frac{A}{(z+1)} + \frac{B}{(z-1)} + \frac{C}{(z-1)^2}$
$\Rightarrow 1 = \frac{A \cdot (z-1)^2 - (z+1)}{(z+1)} + \frac{B \cdot (z-1)^2 \cdot (z+1)}{(z-1)} + \frac{C \cdot (z-1)^2 \cdot (z+1)}{(z-1)^2}$
$= A \cdot (z-1)^2 + B \cdot (z-1)(z+1) + C \cdot (z+1)$
$\Rightarrow z = 1 \Rightarrow 1 = 2C \Rightarrow C = 0,5$
$z = -1 \Rightarrow 1 = 4A \Rightarrow A = 0,25$
$\Rightarrow$ z beliebig, z.B 0

$$\begin{aligned} \Rightarrow 1 &= 0,25 \cdot 1 + B \cdot (-1) \cdot 1 + 0,5 \cdot 1 \\ 1 &= 0,25 - B + 0,5 \\ B &= 0,75 - 1 + 0,5 \qquad \Rightarrow B = -0,25 \end{aligned}$$

$\Rightarrow \frac{1}{1-z-z^2+z^3} = \frac{0,25}{(z+1)} - \frac{0,25}{(z-1)} + \frac{0,5}{(z-1)^2}$

Aufgabe 3

Aufgabe 4

$\frac{2x^2+7x+5}{(x^2+x+2)(x^2+1)}$
Nullstellen:
$\left(x^2 + 1\right) \Rightarrow$ keine
$x^2 + x + 2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2-1}$ ↯keine Nullstelle
$\Rightarrow \frac{Ax+B}{4x^2+x+2} + \frac{Cx+D}{x^2+1}$
$\Rightarrow \frac{2x^2+7x+5}{(x^2+x+2)(x^2+1)} = \frac{Ax+B}{x^2+x+2} + \frac{Cx+D}{x^2+1}$

$$\begin{aligned}
\frac{2x^2+7x+5}{(x^2+x+2)(x^2+1)} &= \frac{(Ax+B)\left(x^2+1\right)}{(x^2+x+2)(x^2+1)} + \frac{(Cx+D)\left(x^2+x+2\right)}{(x^2+x+2)(x^2+1)} \\
&= \frac{(Ax+B)\left(x^2+1\right)+(Cx+D)\left(x^2+x+2\right)}{(x^2+x+2)(x^2+1)} \\
&= \frac{Ax^3+Ax+Bx^2+B+Cx^3+Cx^2+2Cx+Dx^2+Dx+D}{(x^2+x+2)(x^2+1)} \\
\frac{2x^2+7x+5}{(x^2+x+2)(x^2+1)} &= \frac{x^3(A+C)+x^2(B+C+D)+x(A+2C+D)+(B+D)}{(x^2+x+2)(x^2+1)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow A+C &= 0 \qquad \Rightarrow A = C && (1)\\
B+C+D &= 2 && (2)\\
A+2C+D &= 7 && (3)\\
B+D &= 5 && (4)
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow (1) \text{ in } (3) \Rightarrow A+2A+D=7 \Rightarrow 3A+D=7 \Rightarrow D=7-3A \tag{5}$$

$$\Rightarrow (1)\&(5) \text{ in } (2) \Rightarrow B+A+7-3A=2 \Rightarrow B-2A=-5 \Rightarrow B=2A-5 \tag{6}$$

$$\Rightarrow (6)\&(5) \text{ in } (4) \Rightarrow 2A-5+7-3A=5 \Rightarrow 2A-3A=3 \Rightarrow -A=3 \Rightarrow A=-3 \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
B &= 2\cdot(-3)-5 && = 11\\
C &= A && = -3\\
D &= 7-3\cdot(-3) && = 7+9=16
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{2x^2+7x+5}{(x^2+x+2)(x^2+1)} \frac{-3x-11}{x^2+x+2} + \frac{-3x+16}{x^2+1} = \frac{3x+11}{x^2+x+2} - \frac{3x-16}{x^2+1}$$