Universität Würzburg
Institut für Informatik
Prof. Dr. Dietmar Seipel
M.Sc. Falco Nogatz

Logik für Informatiker
Wintersemester 2018/19

11. Übungsblatt

Dieses Übungsblatt ist das letzte zur Logik-Vorlesung. Um Ihnen die Möglichkeit zu bieten, noch zu allen Stoffteilen Übungsaufgaben zu lösen, ist es mit 60 Punkten umfangreicher als die vorigen. Die ersten drei Aufgaben (30 Punkte) sind wie gewohnt bis 24. Januar schriftlich abzugeben. Zu diesen Aufgaben laden wir anschließend im Wue-Campus Lösungsvorschläge hoch, zu denen Sie in den Übungen der 5. Kalenderwoche Frage stellen können. Daneben werden in den Übungen der 5. Kalenderwoche (nur) die Votieraufgaben besprochen.

Aufgabe 1 (Herbrand–Expansion, Resolution) (1+2+3+2+4=12 Punkte)

Zeigen Sie mittels des Satzes von Gödel, Herbrand und Skolem, dass die Formel

$$\forall X \exists Y \forall Z \, (\, p(X,Z) \wedge \neg p(X,Y) \,)$$

unerfüllbar ist. Gehen Sie dazu wie folgt vor:

a) Bestimmen Sie eine Skolemform F' für die Formel F.

b) Geben Sie das Herbrand-Universum $HU_{F'}$ an.

c) Bestimmen Sie die Herbrand–Expansion $\mathcal{E}(F')$ von F'. Es genügt, Anfangsstücke der Mengen – wie im Skript – anzugeben.

d) Finden Sie eine endliche, unerfüllbare Teilmenge von $\mathcal{E}(F')$. Damit ist die Unerfüllbarkeit gezeigt.

e) Weisen Sie die Unerfüllbarkeit von F außerdem mittels prädikatenlogischer Resolution nach.

Aufgabe 2 (Resolution) (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass man die leere Klausel aus der Klauselmenge $\{\, K_1, K_2, K_3 \,\}$ resolvieren kann, wobei:

$$\begin{aligned} K_1 &= \neg q(X,b) \vee \neg p(Z,X), \\ K_2 &= p(f(X,b),X), \\ K_3 &= q(X,Y) \vee \neg p(f(a,Y),X). \end{aligned}$$

Aufgabe 3 (Unifikation) **(6+2+2+4=14 Punkte)**

a) Geben Sie, falls möglich, für die folgenden Literalmengen jeweils einen allgemeinsten Unifikator an. Begründen Sie ggf., warum kein solcher allgemeinster Unifikator existiert.

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_1 &= \{\, plus(1,2,X),\, plus(2,1,X) \,\},\\
\mathcal{L}_2 &= \{\, p(Z, f(X,a), X),\, p(f(X,Y), Z, Y) \,\},\\
\mathcal{L}_3 &= \{\, b(w(u,E), r, z(b, u(r,g))),\, b(E, r, Lin) \,\},\\
\mathcal{L}_4 &= \{\, film('*', w(A), R, S),\, film('*', T, R, e(k)) \,\}
\end{aligned}$$

b) Geben Sie, falls möglich, zu folgender Substitution eine Menge von zwei verschiedenen Literalen an, für welche die Substitution θ_5 ein Unifikator ist. Begründen Sie andernfalls, warum keine solche Menge existiert.

$$\theta_5 = [X|Y][Y|Z][Z|a][Z|b]$$

c) Wir betrachten die Substitution θ_6 und Literale C_1 und C_2:

$$\begin{aligned}
\theta_6 &= [X|Y][Y|X][X|a][Y|b],\\
C_1 &= p(X, b),\\
C_2 &= p(a, Y)
\end{aligned}$$

Bestimmen Sie $C_1\theta_3$ und $C_2\theta_3$.

d) Zeigen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

(i) Der allgemeinste Unifikator ist stets eindeutig.

(ii) Zwei Literale, die sich ausschließlich aus dem einstelligen Prädikat p, der einstelligen Funktion f und der Variablen X zusammensetzen, lassen sich stets unifizieren.

Votieraufgaben **(30 Punkte)**

Die Votieraufgaben des 11. Übungsblattes werden in Kürze ergänzt.

Abgabe:	bis Donnerstag, den 24. Januar 2019, 10:30 Uhr in den Briefkasten im Hanggeschoss des Informatik–Neubaus Abgabe in 2er– bis 3er–Gruppen Die *Votieraufgaben* sind nicht schriftlich abzugeben, sondern werden in den Übungen besprochen.
Besprechung:	in den Übungen der 5. Kalenderwoche