

# Algorithmen und Datenstrukturen

Wintersemester 2018/19

11. Vorlesung

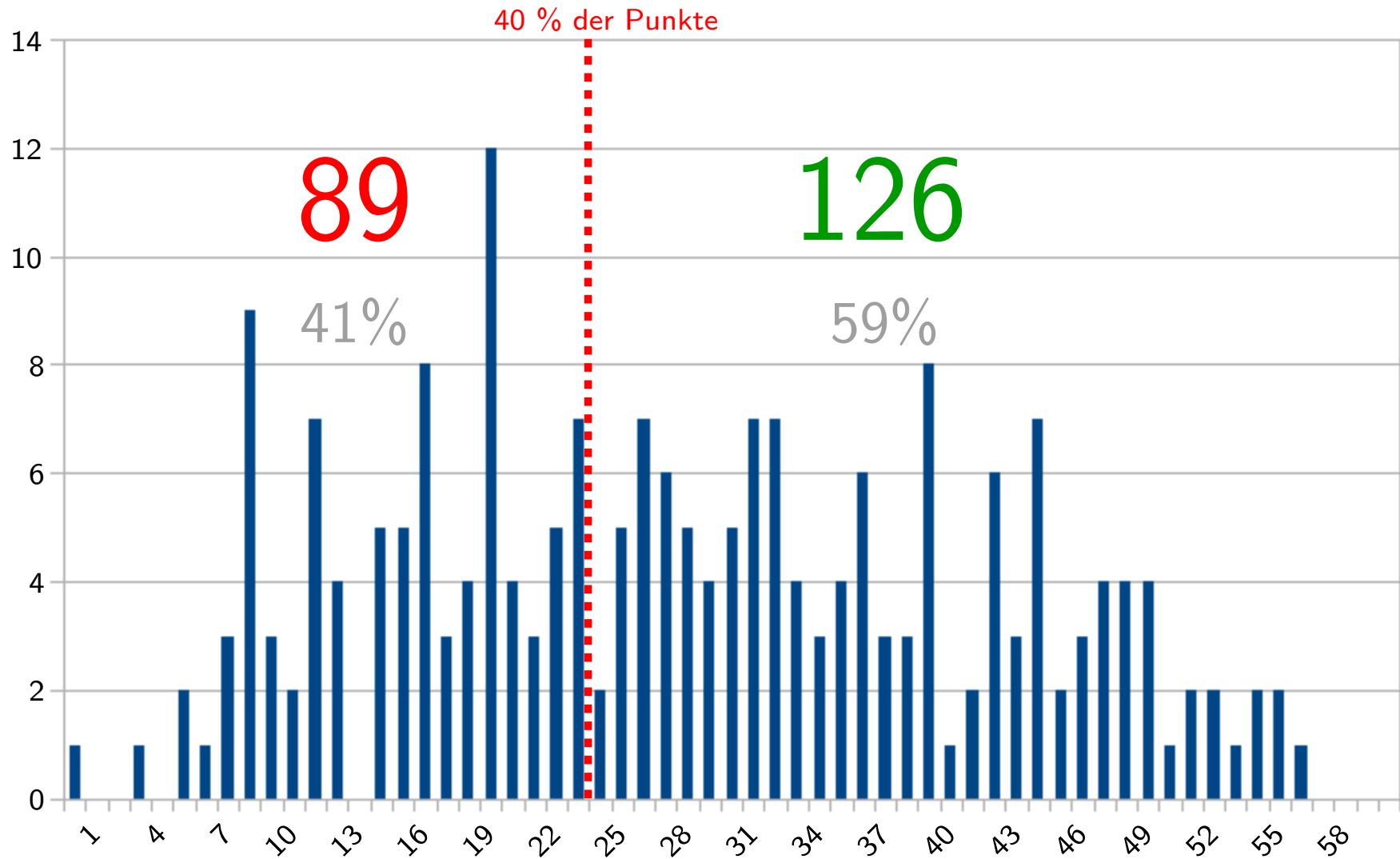
## Elementare Datenstrukturen: Stapel + Schlange + Liste

*Johannes Zink*

~~*Prof. Dr. Alexander Wolff*~~

*Lehrstuhl für Informatik I*

# Ergebnisse 1. Kurztest WS 2018/19



Mitgeschriebenen: 215

Mittelwert: 28,2 Punkte (47 % von 60 Punkten)

Median: 27 Punkte (45 % von 60 Punkten)

# Wie gut wurden die Aufgaben gelöst?

|    |                                |      |
|----|--------------------------------|------|
| 1. | Heaps                          | 58 % |
| 2. | Algorithmen                    | 52 % |
| 3. | BackwardsSort                  | 38 % |
| 4. | Meistermethode                 | 49 % |
| 5. | Groß-O-Notation                | 37 % |
| 6. | Logarithmische Laufzeitklassen | 41 % |
| 7. | Pseudocode                     | 39 % |

# Zur Erinnerung

## Datenstruktur:

Konzept, mit dem man Daten speichert und anordnet, so dass man sie schnell finden und ändern kann.

## Abstrakter Datentyp

beschreibt die „Schnittstelle“ einer Datenstruktur – welche Operationen werden unterstützt?

## Implementierung

wie wird die gewünschte Funktionalität realisiert:

- wie sind die Daten gespeichert (Feld, Liste, ...)?
- welche Algorithmen implementieren die Operationen?

# Beispiel

## Prioritätsschlange:

verwaltet Elemente einer Menge  $M$ , wobei jedes Element  $x \in M$  eine Priorität  $x.key$  hat.

### Abstrakter Datentyp

$O(1)$  stellt folgende Operationen bereit:  $O(n)$   
Insert, FindMax, ExtractMax, IncreaseKey

### Implementierung 1

- Daten werden in einem Feld (oder Liste) gespeichert
- neue Elemente werden hinten angehängt (unsortiert)
- Maximum wird immer aufrechterhalten

# Beispiel

## Prioritätsschlange:

verwaltet Elemente einer Menge  $M$ , wobei jedes Element  $x \in M$  eine Priorität  $x.key$  hat.

### Abstrakter Datentyp

stellt folgende Operationen bereit:

Insert, FindMax, ExtractMax, IncreaseKey  $O(\log n)$

$O(1)$



### Implementierung 2

- Daten werden in einem Heap gespeichert
- neue Elemente werden angehängt und raufgereicht
- Maximum steht immer in der Wurzel des Heaps

# Teil III [CLRS]



## Dynamische Menge:

verwaltet Elemente einer sich ändernden Menge  $M$

| Abstrakter Datentyp  | Funktionalität   |
|--|--|
| <code>ptr Insert(key <math>k</math>, info <math>i</math>)</code> | <ul style="list-style-type: none"><li>• lege neuen Datensatz <math>(k, i)</math> an</li><li>• <math>M = M \cup \{(k, i)\}</math></li><li>• gib Zeiger auf <math>(k, i)</math> zurück</li></ul>   |
|  | <div><math>M</math><br/><p>The diagram illustrates a dynamic set <math>M</math>. It consists of a horizontal row of elements. Each element is represented by a green-outlined box divided into two horizontal sections. The top section contains a key (<math>key_1</math>, <math>key_2</math>, ..., <math>key_n</math>) and the bottom section contains corresponding information (<math>info_1</math>, <math>info_2</math>, ..., <math>info_n</math>). Ellipses (<math>\dots</math>) are used between the second and last elements to indicate an arbitrary number of elements. The entire set of elements is enclosed within a red oval, and the label <math>M</math> is placed above the oval.</p></div> |

# Teil III [CLRS]



## Dynamische Menge:

verwaltet Elemente einer sich ändernden Menge  $M$

| <b>Abstrakter Datentyp</b>  | <i>Funktionalität</i>  |
|---|--|
| <code>ptr Insert(key <math>k</math>, info <math>i</math>)</code><br><code>Delete(ptr <math>x</math>)</code> | <ul style="list-style-type: none"><li data-bbox="946 710 1862 798">• <math>M = M \setminus \{(x.key, x.info)\}</math></li></ul> <div data-bbox="946 949 2032 1300"><p>The diagram shows a yellow oval labeled <math>M</math> at the top right. Inside the oval is a table with two rows and four columns. The first column contains <math>key_1</math> and <math>info_1</math>. The second column contains <math>key_2</math> and <math>info_2</math>. The third column contains three dots in both rows. The fourth column contains <math>key_n</math> and <math>info_n</math>. Each cell in the table is enclosed in a green rectangular border.</p></div> |



# Teil III [CLRS]



## Dynamische Menge:

verwaltet Elemente einer sich ändernden Menge  $M$

| Abstrakter Datentyp  | Funktionalität  |
|--|---|
| <code>ptr Insert(key <math>k</math>, info <math>i</math>)</code><br><code>Delete(ptr <math>x</math>)</code><br><code>ptr Search(key <math>k</math>)</code> | <ul style="list-style-type: none"><li>• falls vorhanden, gib Zeiger <math>p</math> mit <math>p.key = k</math> zurück</li><li>• sonst gib Zeiger <math>nil</math> zurück</li></ul> |

# Teil III [CLRS]



## Dynamische Menge:

verwaltet Elemente einer sich ändernden Menge  $M$

| Abstrakter Datentyp  | Funktionalität   |
|--|--|
| <code>ptr Insert(key <math>k</math>, info <math>i</math>)</code><br><code>Delete(ptr <math>x</math>)</code><br><code>ptr Search(key <math>k</math>)</code><br><code>ptr Minimum()</code><br><code>ptr Maximum()</code><br><code>ptr Predecessor(ptr <math>x</math>)</code><br><code>ptr Successor(ptr <math>x</math>)</code> | <ul style="list-style-type: none"><li>• sei <math>M' = \{(k, i) \in M \mid k &lt; x.key\}</math></li><li>• falls <math>M' = \emptyset</math>, gib <i>nil</i> zurück,</li><li>• sonst gib Zeiger auf <math>(k^*, i^*)</math> zurück, wobei <math>k^* = \max_{(k,i) \in M'} k</math></li></ul> |

# Teil III [CLRS]



## Dynamische Menge:

verwaltet Elemente einer sich ändernden Menge  $M$

| Abstrakter Datentyp  | Funktionalität                 |                     |
|--|--------------------------------|---------------------|
| <code>ptr Insert(key <math>k</math>, info <math>i</math>)</code><br><code>Delete(ptr <math>x</math>)</code><br><code>ptr Search(key <math>k</math>)</code>     | } Änderungen<br><br>} Anfragen | } <b>Wörterbuch</b> |
| <code>ptr Minimum()</code><br><code>ptr Maximum()</code><br><code>ptr Predecessor(ptr <math>x</math>)</code><br><code>ptr Successor(ptr <math>x</math>)</code> |                                |                     |

**Implementierung:** je nachdem... Drei Beispiele!

# I. Stapel

verwaltet sich ändernde Menge nach *LIFO-Prinzip*



## Abstr. Datentyp

boolean Empty()

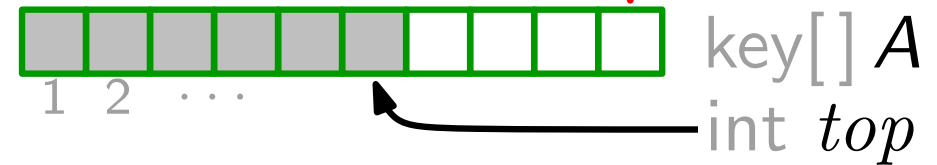
Push(key  $k$ )

key Pop()

key Top()

## Implementierung

Größe?



**if**  $top == 0$  **then return** *true*  
**else return** *false*

$top = top + 1$   
 $A[top] = k$

**if** Empty() **then error** „underflow“  
**else**

$top = top - 1$   
    **return**  $A[top + 1]$

**if** Empty() **then ... else return**  $A[top]$

# I. Stapel

verwaltet sich ändernde Menge nach *LIFO-Prinzip*



## Abstr. Datentyp

Stapel(int  $n$ )

boolean Empty()

Push(key  $k$ )

key Pop()

key Top()

## Implementierung

$A = \text{new}^* \text{key}[1..n]$   
 $top = 0$

key[]  $A$   
int  $top$

**if**  $top == 0$  **then return** *true*  
**else return** *false*

$top = top + 1$  { **if**  $top > A.length$  **then**  
 $A[top] = k$  { **error** „overflow“

**if** Empty() **then error** „underflow“  
**else**

$top = top - 1$   
    **return**  $A[top + 1]$

**if** Empty() **then ... else return**  $A[top]$

**Laufzeiten?**

Alle<sup>\*</sup>  $O(1)$ ,  
d.h. konstant.

# I. Stapel

verwaltet sich ändernde Menge nach *LIFO-Prinzip*



## Abstr. Datentyp

Stapel(int *n*)

boolean Empty()

Push(key *k*)

key Pop()

key Top()

## Implementierung

*Konstruktor*      *Attribute* {  
key[] *A*  
int *top*

*Methoden*

*Attribute* {

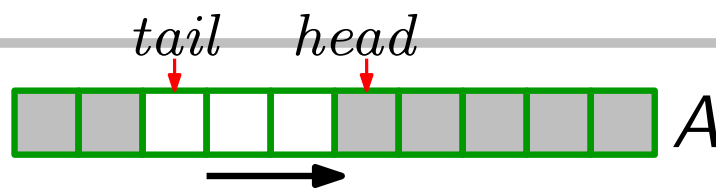
*Methoden* {

### Aufgabe:

Fertigen Sie ein UML-Diagramm für die Klasse Stapel an!

| Stapel    |                    |
|-----------|--------------------|
| Attribute | - top: int         |
|           | - A: key[]         |
| Methoden  | + Empty(): boolean |
|           | + Push(key)        |
| ...       |                    |

## II. Schlange



verwaltet sich ändernde Menge nach *FIFO-Prinzip*

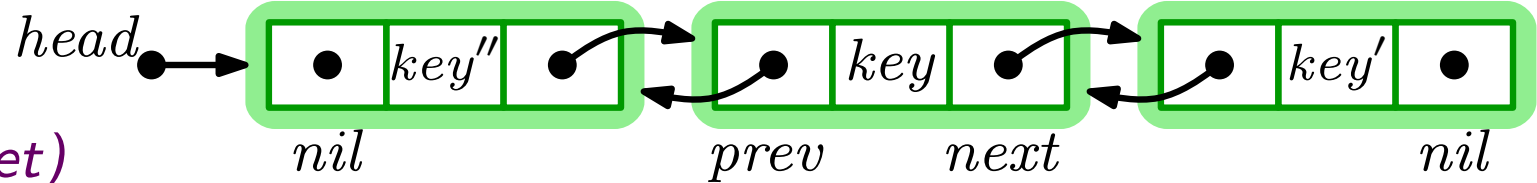


| Abs. Datentyp  | Implementierung  |  |
|--|--|--|
| Queue(int <i>n</i> )   | $A = \text{new}^* \text{key}[1..n]$<br>$\text{tail} = \text{head} = 1$   | $\text{key}[]$ A<br>int <i>tail</i><br>int <i>head</i> |
| <b>Aufgabe:</b> Fangen Sie underflow & overflow ab!                                  |  |  |
| boolean Empty()  | <b>if</b> $\text{head} == \text{tail}$ <b>then return true</b><br><b>else return false</b>   |  |
| Enqueue(key <i>k</i> )<br><i>stelle neues Element an den Schwanz der Schlange an</i> | $A[\text{tail}] = k$<br><b>if</b> $\text{tail} == A.\text{length}$ <b>then</b> $\text{tail} = 1$<br><b>else</b> $\text{tail} = \text{tail} + 1$                    |  |
| key Dequeue()<br><i>entnimmt Element am Kopf der Schlange</i>                        | $k = A[\text{head}]$<br><b>if</b> $\text{head} == A.\text{length}$ <b>then</b> $\text{head} = 1$<br><b>else</b> $\text{head} = \text{head} + 1$<br><b>return k</b> |  |

**Laufzeiten?**  
Alle<sup>\*</sup>  $O(1)$ .

# III. Liste

(doppelt verkettet)



## Abs. Datentyp

List()

ptr Search(key  $k$ )

ptr Insert(key  $k$ )

## Implementierung

$head = nil$

Item

|     |      |
|-----|------|
| key | key  |
| ptr | prev |
| ptr | next |

ptr head

$x = head$

**while**  $x \neq nil$  **and**  $x.key \neq k$  **do**

$x = x.next$

**return**  $x$

$x = \text{new Item}()$

$x.key = k$ ;  $x.prev = nil$ ;  $x.next = head$

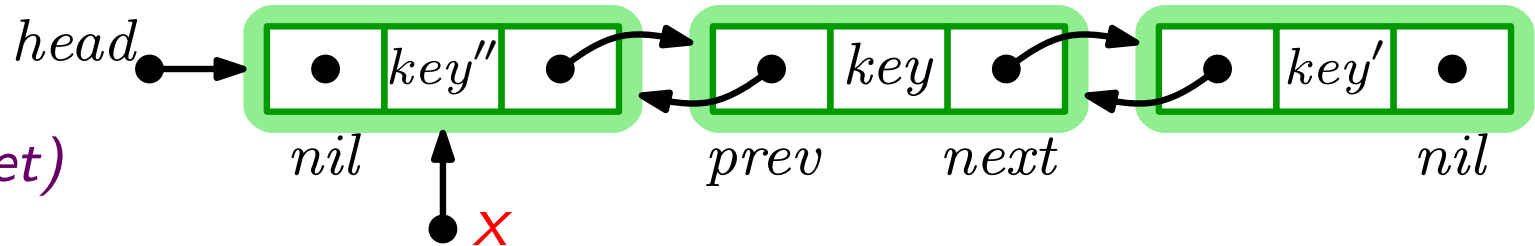
**if**  $head \neq nil$  **then**  $head.prev = x$

$head = x$ ; **return**  $x$



# III. Liste

(doppelt verkettet)



## Abs. Datentyp

List()

ptr Search(key  $k$ )

**Hausaufgabe:**

Benutzen Sie  
Stopper!

ptr Insert(key  $k$ )

**Aufgabe:**

Implementieren Sie  
Delete(ptr  $x$ )

## Implementierung

$head = nil$

Item(key  $k$ , ptr  $p$ )

$key = k$

$next = p$

$prev = nil$

Item

key key

ptr prev

ptr next

ptr  $head$

$x = head$

**while**  $x \neq nil$  **and**  $x.key \neq k$  **do**

└  $x = x.next$

**return**  $x$

$x = \text{new Item}(\rightarrow k, head)$

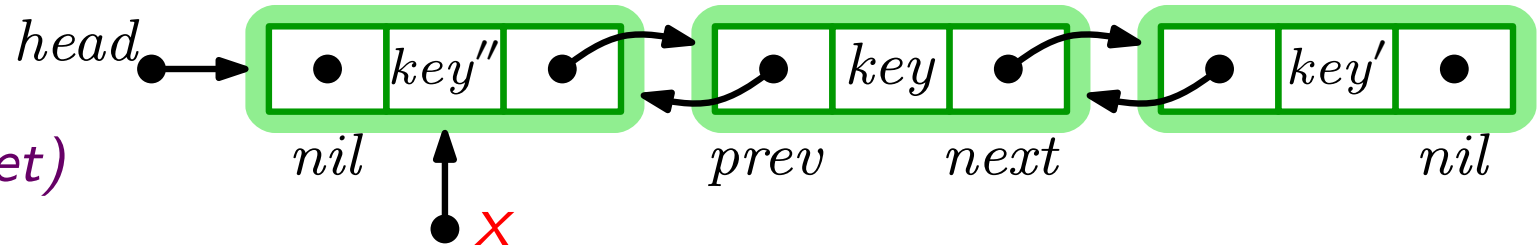
~~$x.key = k, x.prev = nil; x.next = head$~~

**if**  $head \neq nil$  **then**  $head.prev = x$

$head = x$ ; **return**  $x$

# III. Liste

(doppelt verkettet)



## Abs. Datentyp

List()  $O(1)$

**Laufzeiten?**

ptr Search(key  $k$ )  $O(n)$

ptr Insert(key  $k$ )  $O(1)$

Delete(ptr  $x$ )

## Implementierung

|              |   |   |
|--------------|---|---|
| $head = nil$ | Item(key $k$ , ptr $p$ )<br>$key = k$<br>$next = p$<br>$prev = nil$ | Item<br>$key$<br>$ptr$<br>$prev$<br>$ptr$<br>$next$ |
| ptr $head$   |   |   |

```

 $x = head$ 
while  $x \neq nil$  and  $x.key \neq k$  do
   $x = x.next$ 
return  $x$ 

```

```

 $x = \text{new Item}(k, head)$ 
 $x.key = k, x.prev = nil; x.next = head$ 
if  $head \neq nil$  then  $head.prev = x$ 
 $head = x$ ; return  $x$ 

```

# Von Pseudocode zu Javacode: (1) Item

```
public class Item {
```

```
    private Object key;  
    private Item prev;  
    private Item next;
```

```
Item(key k, ptr p)
```

```
    key = k  
    next = p  
    prev = nil
```

```
Item
```

```
    key key  
    ptr prev  
    ptr next
```

```
    public Item(Object k, Item p) {  
        key = k;  
        next = p;  
        prev = null;  
    }
```

```
    public void setPrev(Item p) { prev = p; }  
    public void setNext(Item p) { next = p; }  
    public Item getPrev() { return prev; }  
    public Item getNext() { return next; }  
    public Object getKey() { return key; }
```

setter-  
und  
getter-  
Methoden

```
}
```

# Von Pseudocode zu Javacode: (2) List

```
public class List {
```

```
    private Item head;
```

```
ptr head
```

```
    public List() {  
        head = null;  
    }
```

```
List()  
    head = nil
```

```
    public Item insert(Object k) {  
        Item x = new Item(k, head);  
        if (head != null) {  
            head.setPrev(x);  
        }  
        head = x;  
        return x;  
    }
```

```
ptr Insert(key k)  
  
    x = new Item(k, head)  
    if head  $\neq$  nil then  
        | head.prev = x  
    head = x  
    return x
```

```
    public Item getHead() { return head; }
```

# Von Pseudocode zu Javacode: (2) List

```
ptr Search(key k)
```

```
    x = head
```

```
    while x  $\neq$  nil and x.key  $\neq$  k do
```

```
         $\sqsubset$  x = x.next
```

```
    return x
```



```
public Item search(Object k) {
```

```
    Item x = head;
```

```
    while (x != null && x.getKey() != k) {
```

```
        x = x.getNext();
```

```
    }
```

```
    return x;
```

```
}
```

# Von Pseudocode zu Javacode: (2) List

Delete(ptr x)

**if**  $x.prev \neq nil$  **then**  $x.prev.next = x.next$   
**else**  $head = x.next$   
**if**  $x.next \neq nil$  **then**  $x.next.prev = x.prev$



```
public void delete(Item x) {  
    if (x == null) System.out.println("Fehler!");  
    Item prev = x.getPrev();  
    Item next = x.getNext();  
    if (prev != null) prev.setNext(next);  
    else head = next;  
    if (next != null) next.setPrev(prev);  
}
```

```
}
```

## Javacode: (3) Main

```
public class Listentest {  
    public static void main(String[] args) {  
        List myList = new List();  
        myList.insert(new Integer(10));  
        myList.insert(new Integer(16));  
        System.out.println("Die Liste enthaelt:");  
        for (Item it = myList.getHead(); it != null;  
             it = it.getNext()) {  
            System.out.println((Integer) it.getKey());  
        } Was wird hier ausgegeben?  
    }  
}
```

## Javacode: (3) Main

```
public class Listentest {  
    public static void main(String[] args) {  
        List myList = new List();  
        myList.insert(new Integer(10));  
        myList.insert(new Integer(16));  
        System.out.println("Die Liste enthaelt:");  
        for (Item it = myList.getHead(); it != null;  
             it = it.getNext()) {  
            System.out.println((Integer) it.getKey());  
        }  
        Item it = myList.search(new Integer(16));  
        myList.delete(it);  
    }  
}
```

```
Die Liste enthaelt:  
16  
10  
Fehler!
```



# Warum "Fehler!"?

Item.java

```
public Item search(Object k) {  
    Item x = head;  
    while (x != null && x.getKey() != k) {  
        x = x.getNext();  
    }  
    return x;  
}
```

Listentest.java

```
myList.insert(new Integer(16));  
...  
Item it = myList.search(new Integer(16));  
myList.delete(it);
```

```
public void delete(Item x) {  
    if (x == null) System.out.println("Fehler!");  
    Item prev = x.getPrev();  
    Item next = x.getNext();  
    if (prev != null) prev.setNext(next);  
    else head = next;  
    if (next != null) next.setPrev(prev);  
}
```

# Warum "Fehler!"?

Item.java

```
public Item search(Object k) {
    Item x = head;    !k.equals(x.getKey())
    while (x != null && x.getKey() != k) {
        x = x.getNext();
    }
    return x;
}
```

Listentest.java

```
myList.insert(new Integer(16));
... gleiche Zahlen, aber verschiedene Objekte!
Item it = myList.search(new Integer(16));
myList.delete(it);
```

```
public void delete(Item x) {
    if (x == null) System.out.println("Fehler!");
    Item prev = x.getPrev();
    Item next = x.getNext();
    if (prev != null) prev.setNext(next);
    else head = next;
    if (next != null) next.setPrev(prev);
}
```

**Unschön: Klasse Item muss public sein, so dass Anwender  
und Bibliotheksklasse List darüber kommunizieren können.**

