

## 1 Aufgabe 1

$$x_n = (1 + (-1)^n)^{\frac{n+1}{n}} + (-1)^n$$

Zunächst gilt für  $n = 2k$

(d.h.  $n$  ist gerade)

$$x_{2k} = (1 + (-1)^{2k})^{\frac{2k+1}{2k}} + (-1)^{2k}$$

$$= 2^{1+\frac{1}{2k}} + 1 \xrightarrow{k \rightarrow \infty} 3, \text{ d.h. } 3 \text{ ist HP von } (x_n)$$

Für  $n = 2k + 1$  (d.h.  $n$  ist ungerade) gilt

$$x_{2k+1} = (1 + (-1)^{2k+1})^{\frac{2k+2}{2k+1}} + (-1)^{2k+1} = -1 \xrightarrow{k \rightarrow \infty} -1, \text{ d.h. } -1 \text{ ist auch HP von } (x_n).$$

Wir zeigen noch, dass es außer 3 und -1 keine weiteren HPe gibt.

Es sei  $a$  irgendein HP von  $(x_n)$ . Dann gibt es eine Teilfolge  $(x_{n_k})_k$  von  $(x_n)$ , die gegen  $a$  konvergiert. Besteht  $(n_k)$  aus unendlich vielen geraden Zahlen, so gibt es eine Teilfolge  $(x_{n_{k_l}})_l$  von  $(x_{n_k})$  mit geraden Indizes, d.h.  $(x_{n_{k_l}})$  ist eine Teilfolge von  $(x_{2k})$  und konvergiert daher gegen 3. Also folgt  $a = 3$ . Andernfalls besteht  $(n_k)$  fast nur aus ungeraden Zahlen und es gibt eine Teilfolge  $(x_{n_{k_j}})_j$  von  $(x_{n_k})$  mit nur ungeraden Indizes. Analog folgt in diesem Fall  $a = -1$ .

## 2 Aufgabe 2

Es sei  $q = \frac{m}{l}$  für  $m \in \mathbb{Z}$  und  $l \in \mathbb{N}$ .

$$\Rightarrow nq = \frac{nm}{l} = \frac{k_n \cdot l + r_n}{l} = k_n + \frac{r_n}{l}$$

$$\lfloor nq \rfloor$$