Yrd.Doç.Dr. İbrahim Altunbaş 10.11.2005

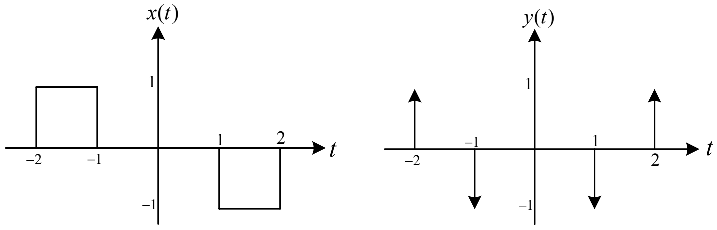
TEL 351
ANALOG HABERLEŞME
Arasınav 1

1. a) T peryotlu bir $x(t)$ işaretinin üstel Fourier serisi açılımı aşağıdaki biçimdedir:

$$x(t)=\sum_{-\infty}^{\infty}\frac{3}{4+(\pi n)^2}e^{jn\pi t}$$

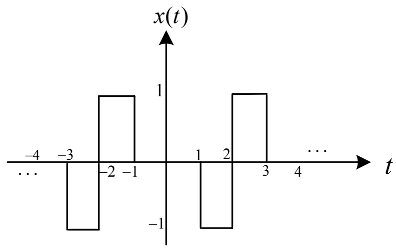
i) $x(t)$ 'nin peryodunu bulunuz.
ii) $x(t)$ 'nin ortalama değerini bulunuz.
iii) $x(t)$ 'nin Fourier dönüşümünü bulunuz ve çiziniz.

b) Şekildeki $x(t)$ işaretin Fourier dönüşümü $X(f)$ 'i bulunuz. $X(f)$ 'den yararlanarak $y(t)$ 'nin Fourier dönüşümünü bulunuz.



2. a) $x_T(t)=\begin{cases}x(t), -T/2\le t\le T/2\\ 0, \quad dışında\end{cases}$ ve $X_T(f)=F\{x_T(t)\}$ olarak tanımlanmak üzere, $x(t)$ işaretinin Fourier serisi katsayılarının $c_n=\left.\frac{X_T(f)}{T}\right|_{f=\frac{n}{T}}$ biçiminde hesaplanabileceğini ve böylece $x(t)=\frac{1}{T}\sum_n X_T(\frac{n}{T})e^{jnw_0t}$, $w_0=\frac{2\pi}{T}$ yazılabileceğini gösteriniz . Not: $x(t)=\sum_n x_T(t)*\delta(t-nT)$

b) Aşağıdaki işaretin Fourier serisi katsayılarını a) şıkkından yararlanarak bulunuz.



3. $\mathrm{x(t)}=2\sin c(40)\mathrm{t}$ işareti, transfer fonksiyonu $H(f)$ ile gösterilen bir kanaldan iletiliyor. Çıkış işareti $y(t)=20\sin c(40t-200)$ olduğuna göre,

a) $H(f)$ 'i bulunuz ve genlik-faz spektrumunu çiziniz.
b) $h(t)$ 'yi bulunuz.
c) Bu sistem bozulmasız mıdır? Sistemin girişine $x(t)=t\sin c^2 t$ işareti uygulanırsa çıkış ne olur?
d) $x(t)=2\sin c(40)t$ için, çıkışın enerji spektral yoğunluğunu bulunuz.
e) Çıkış işaretinin enerjisini bulunuz.

TEL 351

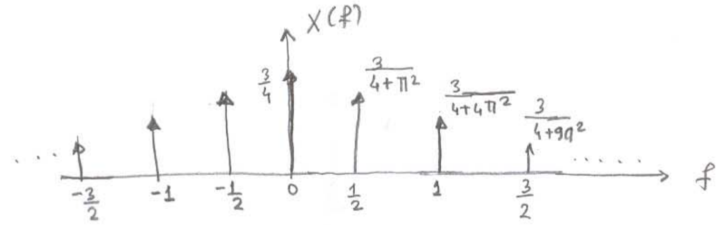
ANALOG HABERLEŞME

Arasınav 1 - Çözümleri

1 a) i) $x(t) = \sum_n c_n e^{jn\omega_0 t} \Rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \pi \Rightarrow T = 2$, $c_n = \frac{1}{T}\int_T x(t)\, e^{-jn\omega_0 t}\, dt$

ii) $\langle x(t) \rangle = \frac{1}{T}\int_T x(t)\,dt = c_0 = \frac{3}{4+(\pi n)^2}\Big|_{n=0} = \frac{3}{4}$

iii) $X(f) = \sum_n c_n \delta(f - nf_0) = \sum_n \frac{3}{4+(\pi n)^2}\,\delta(f - \frac{n}{2})$, $f_0 = \frac{1}{T} = \frac{1}{2}$



b) $x(t) = \Pi(t+\frac{3}{2}) - \Pi(t-\frac{3}{2}) \Rightarrow X(f) = e^{j2\pi f \frac{3}{2}}\,\mathrm{Sinc}(f) - e^{-j2\pi f\frac{3}{2}}\,\mathrm{Sinc}(f) = 2j \sin 3\pi f\, \mathrm{sinc}(f)$

Gösterilebilir ki, $X(f) = \frac{\cos 4\pi f - \cos 2\pi f}{j\pi f}$ dir.

$y(t) = \frac{d\,x(t)}{dt} \Rightarrow Y(f) = j2\pi f X(f) = 2\,(\cos 4\pi f - \cos 2\pi f) = -4\pi f \sin 3\pi f\, \mathrm{sinc}(f)$

2 a) $x(t) = \sum_n x_T(t-nT) = \sum_n x_T(t) * \delta(t-nT) = x_T(t) * \sum_n \delta(t-nT)$

$X(f) = \underbrace{\mathbb{F}\{x_T(t)\}}_{X_T(f)} \cdot \mathbb{F}\{\sum_n \delta(t-nT)\}$

($\sum_n \delta(t-nT) = \sum_n c_n' e^{jn\omega_0 t} \Rightarrow c_n' = \frac{1}{T}\int_T \sum_n \delta(t-nT)\, e^{-jn\omega_0 t}\, dt = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} \underbrace{\delta(t)\, e^{-jn\omega_0 t}}_{\delta(t)}\, dt = \frac{1}{T}$ (n'den bağımsız)

$\mathbb{F}\{\sum_n \delta(t-nT)\} = \sum_n c_n' \delta(f - \frac{n}{T}) = \frac{1}{T}\sum_n \delta(f-\frac{n}{T})$)

$X(f) = X_T(f) \cdot \frac{1}{T} \sum_n \delta(f - \frac{n}{T}) = \sum_n \underbrace{\frac{X_T(n/T)}{T}}_{c_n}\, \delta(f - \frac{n}{T})$

$c_n = \frac{X_T(f)}{T}\Big|_{f=\frac{n}{T}} \Rightarrow x(t) = \sum_n c_n e^{jn\omega_0 t} = \frac{1}{T}\sum_n X_T(n/T)\, e^{jn\omega_0 t}$

($x(t)$ periyodik olduğu için, $X(f) = \sum_n c_n \delta(f - \frac{n}{T})$)

b) 1. sorunun b) şıkkından, $X_T(f) = \dfrac{\cos 4\pi f - \cos 2\pi f}{j\pi f}$ yazılabilir.

$T = 4$

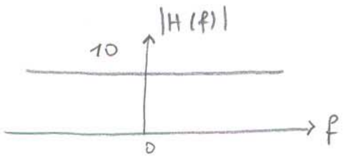
$$C_n = \left.\frac{X_T(f)}{T}\right|_{\substack{f=\frac{n}{T} \\ T=4}} = \frac{\cos(4\pi n/4) - \cos(2\pi n/4)}{4 \cdot j\pi(n/4)} = \frac{\cos(\pi n) - \cos(\pi n/2)}{j\pi n}$$

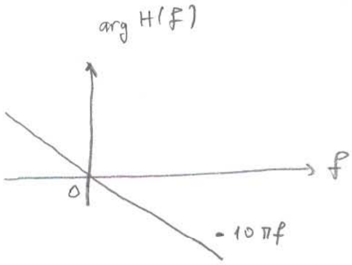
NOT : $C_0 = 0$

③ a) $x(t) = 2\,\mathrm{Sinc}(40t) \Rightarrow X(f) = \frac{2}{40}\Pi(f/40)$

$y(t) = 10x(t-5) \Rightarrow Y(f) = 10 e^{-j2\pi f.5} X(f) = \frac{20}{40} e^{-j10\pi f}\,\Pi(f/40)$

$H(f) = \dfrac{Y(f)}{X(f)} = 10 \cdot e^{-j10\pi f}$

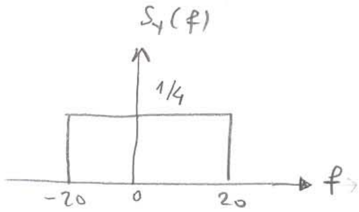




b) $h(t) = \mathcal{F}^{-1}\left\{10\, e^{-j10\pi f}\right\} = 10\,\delta(t-5)$

c) Bozulmasızdır. $x(t) = t\,\mathrm{sinc}^2 t \Rightarrow y(t) = 10\,x(t-5) = 10(t-5)\,\mathrm{Sinc}^2(t-5)$

d) $S_y(f) = |Y(f)|^2 = \frac{1}{4}\Pi\left(\frac{f}{40}\right)$ [J/Hz]



e) $E_y = \int_{-\infty}^{\infty} S_y(f)\,df = \int_{-20}^{20} \frac{1}{4}\,df = 10$ [J]