Prof. Dr. İbrahim Altunbaş
Araş. Gör. Semiha Tedik 23.10.2014

EHB 351
ANALOG HABERLEŞME
Arasınav 1

1. **a)** $x(t)=1+\cos 2\pi f_0 t$ işaretinin Fourier serisi katsayılarını bulunuz.

b) Yukarıda verilen $x(t)$ işaretinin enerji ve gücünü bulunuz. Bu bir enerji işareti mi yoksa güç işareti midir? Neden?

c) Fourier dönüşüm teoremlerinden zamanda öteleme teoremini yazınız ve ispatlayınız.

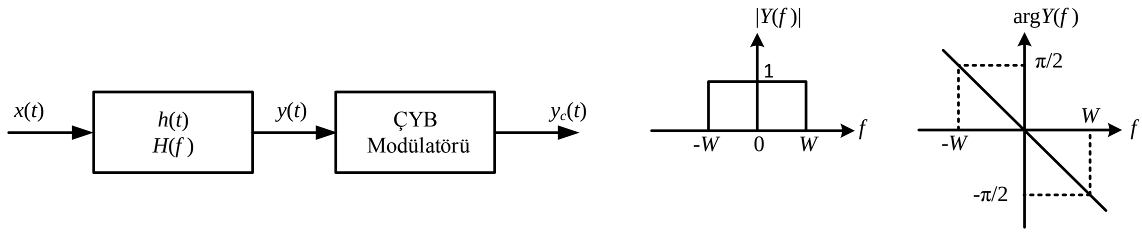
2. $x(t)=2\mathrm{W}\operatorname{sinc} 2\mathrm{W}t$ işareti Şekil 1(a)'da görülen sisteme uygulanıyor (W : pozitif sabit). Sistemin ilk bloğunun çıkışındaki $y(t)$ işaretinin genlik ve faz spektrumu Şekil 1(b)'de gösterilmektedir.

a) $x(t)$ işaretinin Fourier dönüşümünü bulunuz ve çiziniz.

b) $y(t)$ işaretini bulunuz ve çiziniz. $x(t)$ ve $y(t)$ işaretlerinin band genişliklerini yazınız.

c) İlk bloğun impuls yanıtı $h(t)$ ve transfer fonksiyonu $H(f)$'i bulunuz. Bu blok bozulmasız mıdır? Neden?

d) $y(t)$ işareti $10\cos 2\pi 100\mathrm{W}t$ taşıyıcısı ile ÇYB modülasyonuna uğratılsın. ÇYB modülasyonlu $y_c(t)$ işaretinin ifadesini yazınız ve değişimini kabaca çiziniz. $y_c(t)$'nin Fourier dönüşümü $Y_c(f)$'in ifadesini yazınız ve genlik-faz spektrumlarını çiziniz. İletim band genişliğini belirleyiniz.



(a) (b)

Şekil 1

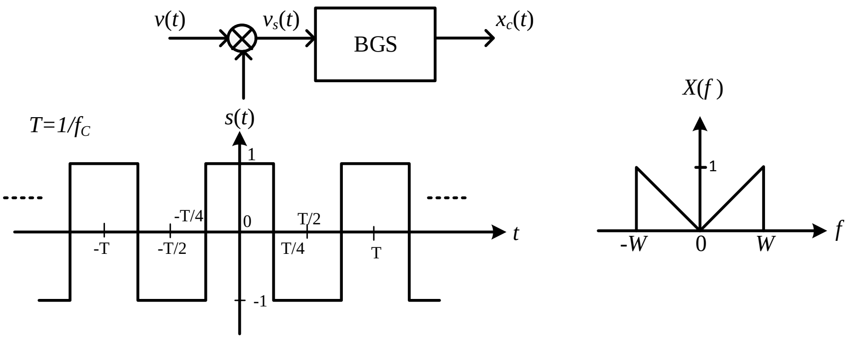
3. Şekil 2(a)'da blok diyagramı verilen çift kutuplu kıyıcı (anahtarlamalı) modülatör yapısını düşününüz. Giriş işareti $v(t)$, bilgi işareti $x(t)$'nin bir fonksiyonudur. $x(t)$'nin frekans spektrumu Şekil 2(b)'de verilmektedir.

a) BGS girişindeki işaretin aşağıdaki biçimde yazılabileceğini gösteriniz:

$$v_s(t)=\frac{4v(t)}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}\cos((2n-1)\omega_c t)$$

b) $v(t)$ ne seçilmeli ki çıkış işareti $x_c(t)$, $x(t)$ bilgi işaretini taşıyan genlik modülasyonlu (GM) bir işaret olsun? $v_s(t)$ ve $x_c(t)$'nin frekans spektrumlarını çiziniz. BGS'in merkez frekansını ve band genişliğini belirleyiniz.

c) $v(t)$ ne seçilmeli ki çıkış işareti $x_c(t)$, $x(t)$ bilgi işaretini taşıyan çift yan band (ÇYB) bir işaret olsun? $v_s(t)$ ve $x_c(t)$'nin frekans spektrumlarını çiziniz. BGS'in merkez frekansını ve band genişliğini belirleyiniz.



(a) (b)

Şekil 2

23.10.2014

EHB 351
Analog Haberleşme
(1. Arasınav Çözümleri)

19P (1) a) $x(t) = 1 + \cos 2\pi f_0 t = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t} = 1 + \frac{e^{j2\pi f_0 t} + e^{-j2\pi f_0 t}}{2} \Rightarrow c_n = \begin{cases} 1 & , n=0 \\ 1/2 & , n=\pm 1 \\ 0 & , \text{dışında} \end{cases}$ (5P)

b) $E = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)\,dt = \int_{-\infty}^{\infty} (1+\cos^2 2\pi f_0 t)^2 dt = \infty$ (2P)

$P = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x^2(t)\,dt = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} (1 + 2\cos 2\pi f_0 t + \underbrace{\cos^2 2\pi f_0 t}_{\frac{1+\cos 4\pi f_0 t}{2}})\,dt$

NOT: İşaret periyodik olduğu için limit işlemi kaldırılsa da aynı sonucu verir $(T = \frac{1}{f_0})$.

$= 1 + 2\lim_{T\to\infty}\underbrace{\int_{-T/2}^{T/2} \cos 2\pi f_0 t\,dt}_{\to 0} + \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}\frac{dt}{2} + \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\underbrace{\int_{-T/2}^{T/2}\frac{\cos 4\pi f_0 t}{2}\,dt}_{\to 0}$

$= 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}\,W$ (3P) $\qquad 0 < P < \infty$ olduğu için güç işaretidir. (2P)

c) $x(t) \longleftrightarrow X(f)$

$x(t-t_0) \longleftrightarrow e^{-j2\pi f t_0} X(f)$

İspat:

$t - t_0 = u$
$dt = du$

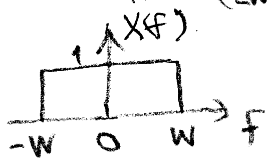
$y(t) = x(t-t_0) \Rightarrow Y(f) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t) e^{-j2\pi f t}\,dt = \int_{t=-\infty}^{\infty} x(t-t_0) e^{-j2\pi f t}\,dt = \int_{u=-\infty}^{\infty} x(u) e^{-j2\pi f(u+t_0)}\,du$

$= e^{-j2\pi f t_0}\int_{-\infty}^{\infty} x(u) e^{-j2\pi f u}\,du = e^{-j2\pi f t_0} X(f)$ (7P)

41P (2) a) $x(t) = 2W \operatorname{sinc} 2Wt \Rightarrow X(f) = ?$

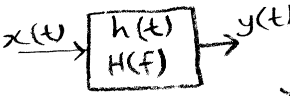
$\left.\begin{array}{l} A\Pi\left(\frac{t}{\tau}\right) \longleftrightarrow A\tau \operatorname{sinc} f\tau \\ A\tau \operatorname{sinc} t\tau \longleftrightarrow A\Pi\left(\frac{-f}{\tau}\right) = A\Pi\left(\frac{f}{\tau}\right) \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} A = 1 \\ \tau = 2W \end{array}$ seçilirse $X(f) = \Pi\left(\frac{f}{2W}\right)$ bulunur.

NOT: $X(f) = |X(f)|$
$\arg X(f) = 0$



(6P)

b)



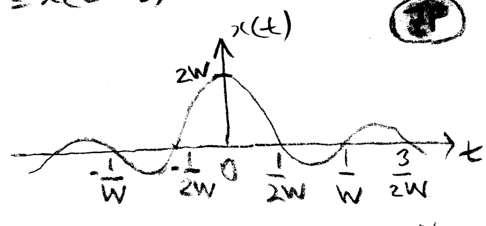
$Y(f) = |Y(f)| e^{j\arg Y(f)}$ biçiminde yazılırsa, $|Y(f)| = \underbrace{\Pi\left(\frac{f}{2W}\right)}_{X(f)}$, $\arg Y(f) = \frac{-\pi f}{2W}$ olur.

Görüldüğü gibi, $Y(f) = X(f) e^{-j\frac{\pi f}{2W}}$ yazılabilmektedir.

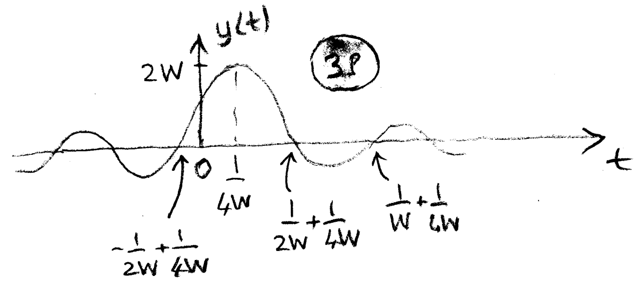
Zamanda öteleme teoremini düşünerek olursak, $t_0 = \frac{1}{4W}$ olduğu görülür ve

$y(t) = x(t-t_0) = 2W \operatorname{sinc} 2W(t-t_0)$ bulunur.

(2P)



(3P)



$x(t)$ ve $y(t)$'nin band genişlikleri W Hz.
(Öteleme band genişliğini değiştirmez.) (2P)

c) $y(t) = x(t-t_0)$ olduğu için $h(t) = \delta(t-t_0)$ (2P) ve $H(f) = e^{-j2\pi f t_0}$ (2P)

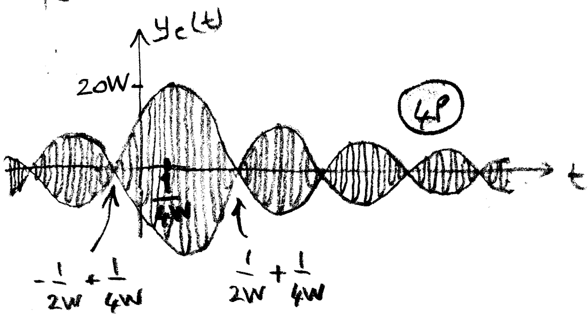
$t_0 = \frac{1}{4W}$

Blok sadece zamanda öteleme yaptığı için bozulmasızdır denilebilir. (1P)

d) $y_c(t) = y(t)\, A_c \cos 2\pi f_c t = 10 \times 2W \operatorname{sinc} 2W(t-t_0) . \cos 2\pi 100 W t$ ÇYB işaret (4P)

$A_c = 10V$

$f_c = 100W$ Hz

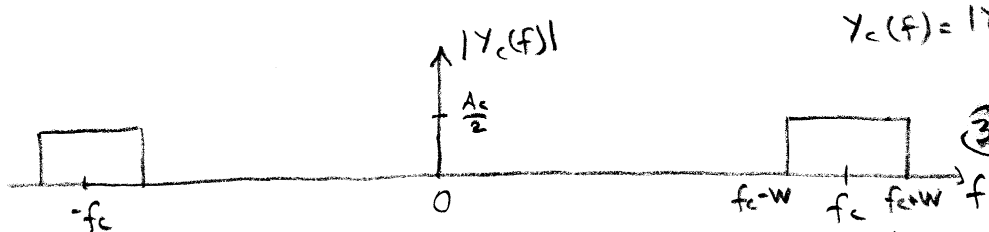


(4P)

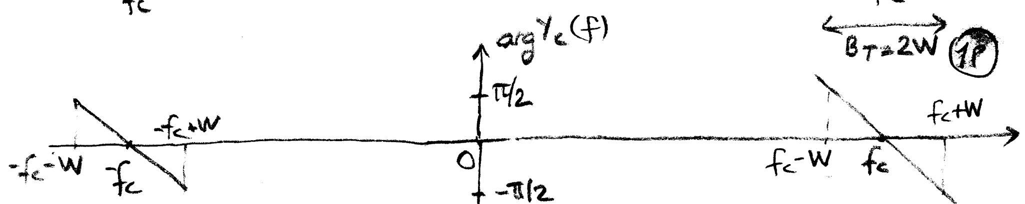
(3P)

$$Y_c(f) = \frac{A_c}{2}\left[Y(f-f_c) + Y(f+f_c)\right] = \frac{A_c}{2}\left[\Pi\left(\frac{f-f_c}{2W}\right) e^{-\frac{j\pi(f-f_c)}{2W}} + \Pi\left(\frac{f+f_c}{2W}\right) e^{-\frac{j\pi(f+f_c)}{2W}}\right]$$

$Y_c(f) = |Y_c(f)| e^{j \arg Y_c(f)}$



(3P) $f_c = 100W$



(1P) (3P)

40P (3) a) $v_s(t) = v(t) s(t)$

$$s(t) = \sum_n c_n e^{jnw_c t}$$

$$= c_0 + \sum_{n=-\infty}^{-1} c_n e^{jnw_c t} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{jnw_c t} = c_0 + \sum_{k=1}^{\infty} c_{-k} e^{-jkw_c t} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{jnw_c t}$$

$$= c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(c_n e^{jnw_c t} + c_{-n} e^{-jnw_c t}\right)$$, $s(t)$ reel ve çift old. için $c_n = c_{-n}$

$$= c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} 2 c_n \cos n w_c t$$, $c_0 = \langle s(t) \rangle = 0$

$$c_n = a_n = \langle s(t) \cos n w_c t \rangle = \frac{1}{T} \int_{-T/4}^{T/4} 1 . \cos n w_c t + \frac{1}{T} \int_{T/4}^{3T/4} (-1) \cos n w_c t\, dt$$

$$= \frac{1}{n w_c T}\left[\sin n w_c t \Big|_{-T/4}^{T/4} - \sin n w_c t \Big|_{T/4}^{3T/4}\right] = \frac{1}{n 2\pi}\left[\sin \frac{n\pi}{2} - \sin\left(\frac{-n\pi}{2}\right) - \sin \frac{3n\pi}{2} + \sin \frac{n\pi}{2}\right]$$

$$= \frac{1}{n 2\pi}\left[3 \sin \frac{n\pi}{2} - \sin \frac{3n\pi}{2}\right], \quad n \neq 0$$

$c_0 = 0,\ c_1 = \frac{2}{\pi},\ c_2 = 0,\ c_3 = \frac{-2}{3\pi},\ c_4 = 0,\ c_5 = \frac{2}{5\pi},\ c_6 = 0, \ldots$

Çift n değerleri için $c_n = 0$.

$$v_s(t) = v(t)s(t)$$

$$= \cancel{c_0}v(t) + 2v(t)\sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos n w_c t = 2v(t)\sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos n w_c t$$

($c_0 = 0$)

$$= v(t)\left[\frac{4}{\pi}\cos w_c t - \frac{4}{3\pi}\cos 3w_c t + \frac{4}{5\pi}\cos 5 w_c t - \dots\right]$$

Bu ifade, soruda verilen,

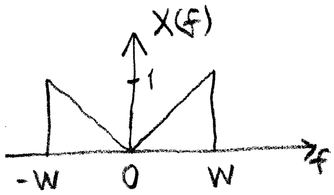
$$v_s(t) = \frac{4v(t)}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}\cos((2n-1)w_c t) = \frac{4v(t)}{\pi}\left[\cos w_c t - \frac{\cos 3 w_c t}{3} + \frac{\cos 5 w_c t}{5} - \dots\right]$$

12P

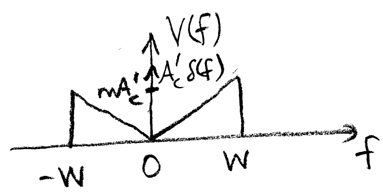
ifadesine eşittir. //

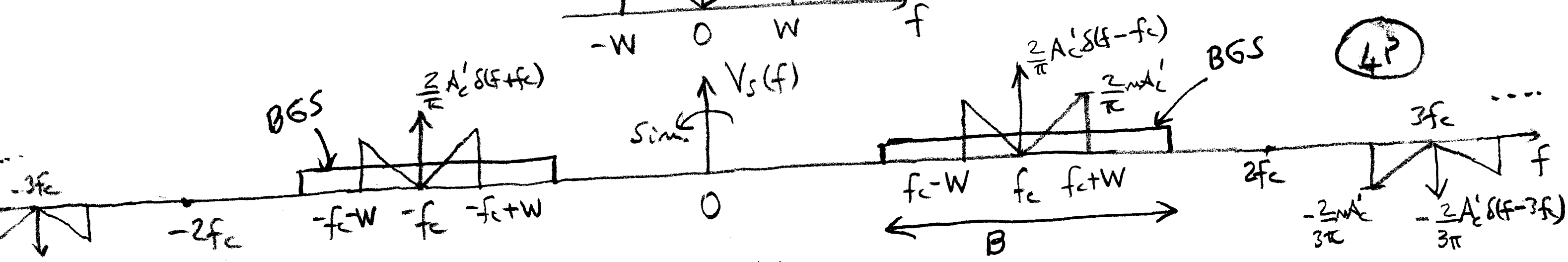
b) $v(t) = A_c'(1+mx(t))$ seçilirse,

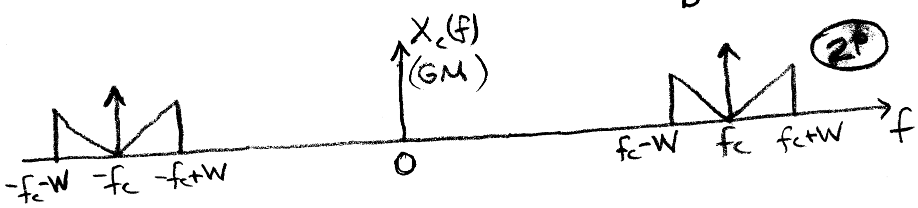
$$x_c(t) = \underbrace{\frac{4A_c'}{\pi}}_{A_c}(1+mx(t))\cos w_c t$$ GM işaret olur. 6P



BGS için 2P
$2W \leq B \leq 2f_c$
Merkez frekans f_c

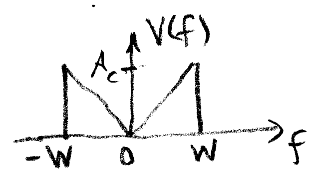




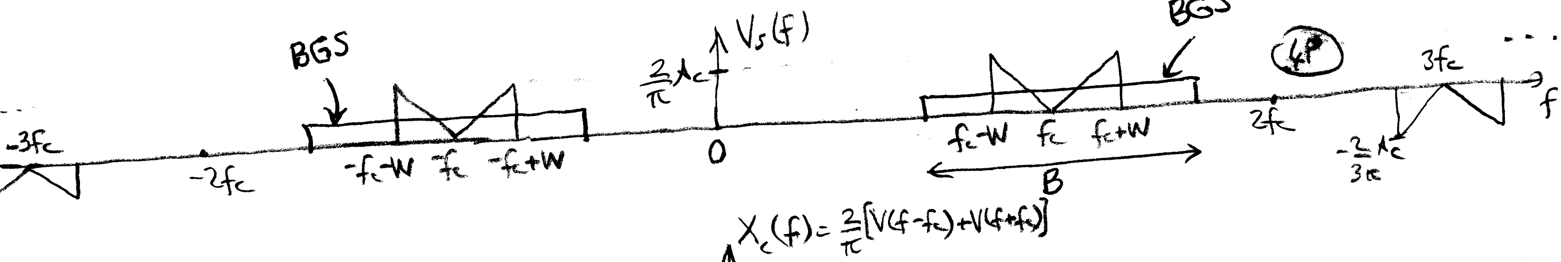


c) $v(t) = A_c x(t)$ seçilirse,

$$x_c(t) = A_c x(t)\cos w_c t$$ ÇYB işaret olur. 6P



BGS için koşullar aynı. 2P
$2W \leq B \leq 2f_c$
Merkez frekans f_c.



$X_c(f) = \frac{2}{\pi}[V(f-f_c)+V(f+f_c)]$