SAYISAL SÜZGEÇLER
FIR – IIR SÜZGEÇLER

EHB 315 – Sayısal İşaret İşleme

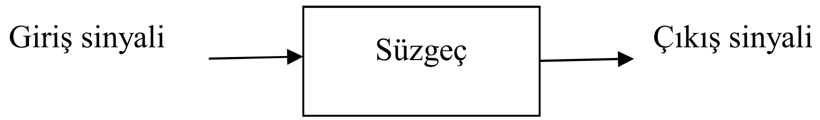
Doç. Dr. Işın Erer
Arş. Gör. İbrahim Yıldırım

yildirimib@itu.edu.tr

Güz 2020

Giriş

- Sinyal işlemede *süzgeçleme* bir sinyalin rastgele gürültü gibi istenilmeyen bileşenlerinin atılması veya sadece istenilen kısmının çıkışta elde edilmesidir. Aşağıda süzgeçleme işlemi blok diyagramı görülmektedir.

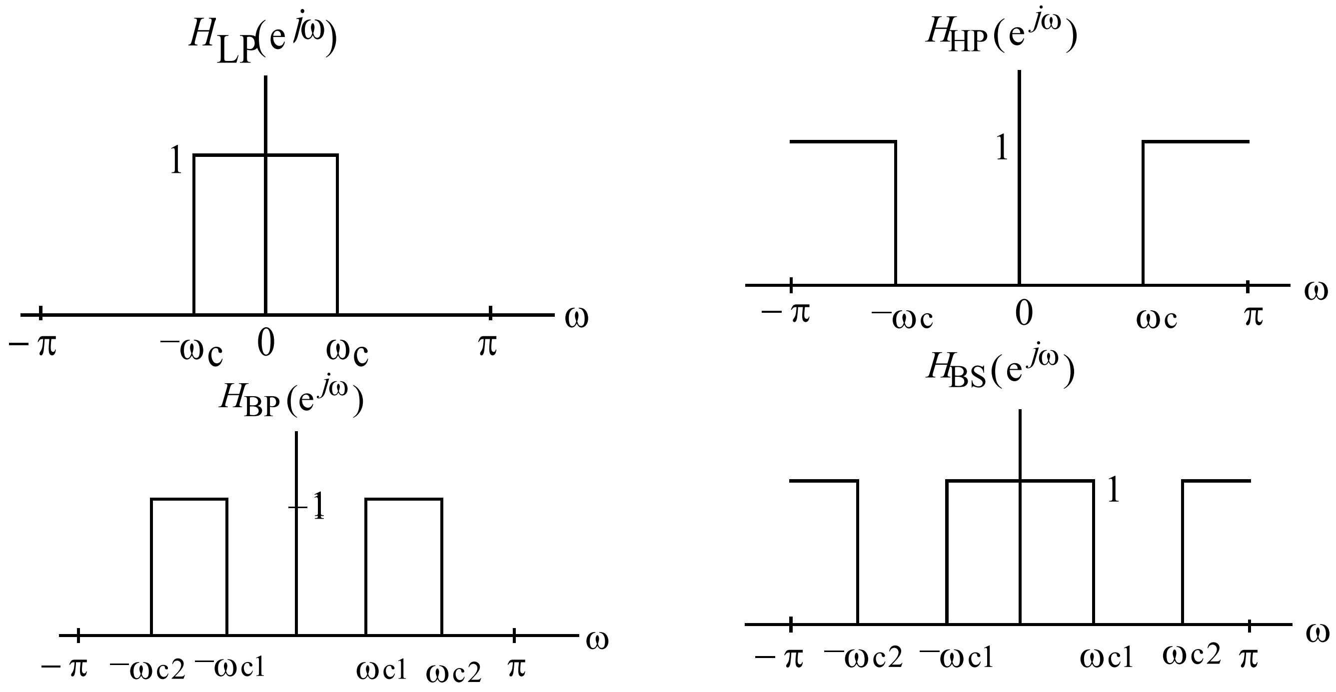


- Süzgeçler, fiziksel yapıları ve çalışma prensipleri birbirlerinden oldukça farklı olan analog ve sayısal süzgeçler olmak üzere ikiye ayrılabilir.
- Analog bir süzgeçte direnç, kapasite ve işlemsel kuvvetlendirici gibi elemanlardan oluşan analog elektronik devre elemanları kullanılır; analog süzgeç devreleri gürültü süzme ve video sinyali iyileştirmesi gibi birçok farklı alanda kullanılabilir. Analog süzgeçlere fiziksel bir sistemden elde edilen analog elektriksel gerilim veya akım işareti uygulanır; sayısal bir süzgece uygulanacak olan sinyal ise ayrık olmalıdır.

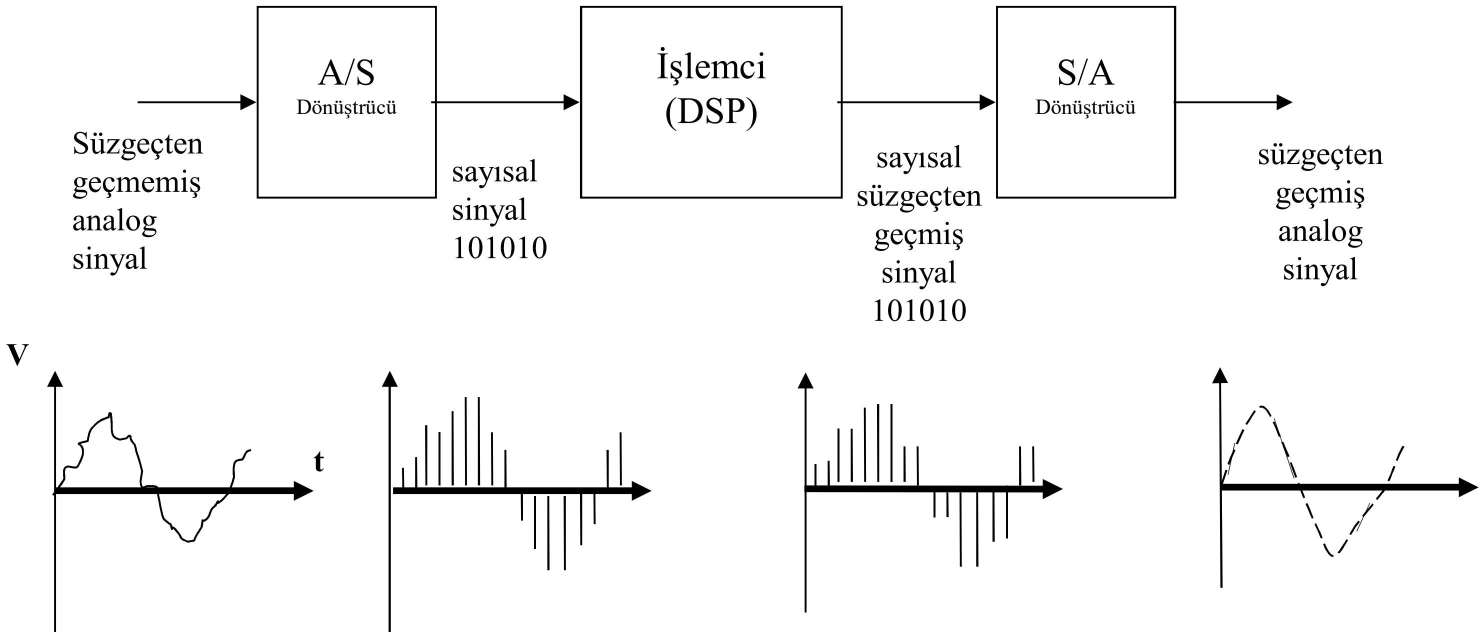
4 Basit Süzgeç – Genlik Yanıtları

Bu süzgeçler gerçeklenemez, çünkü

- Dürtü yanıtları sonsuz uzundur ve nedensel değildirler.
- Genlik yanıtı bir frekans bandı boyunca bir sabite eşit olamaz.

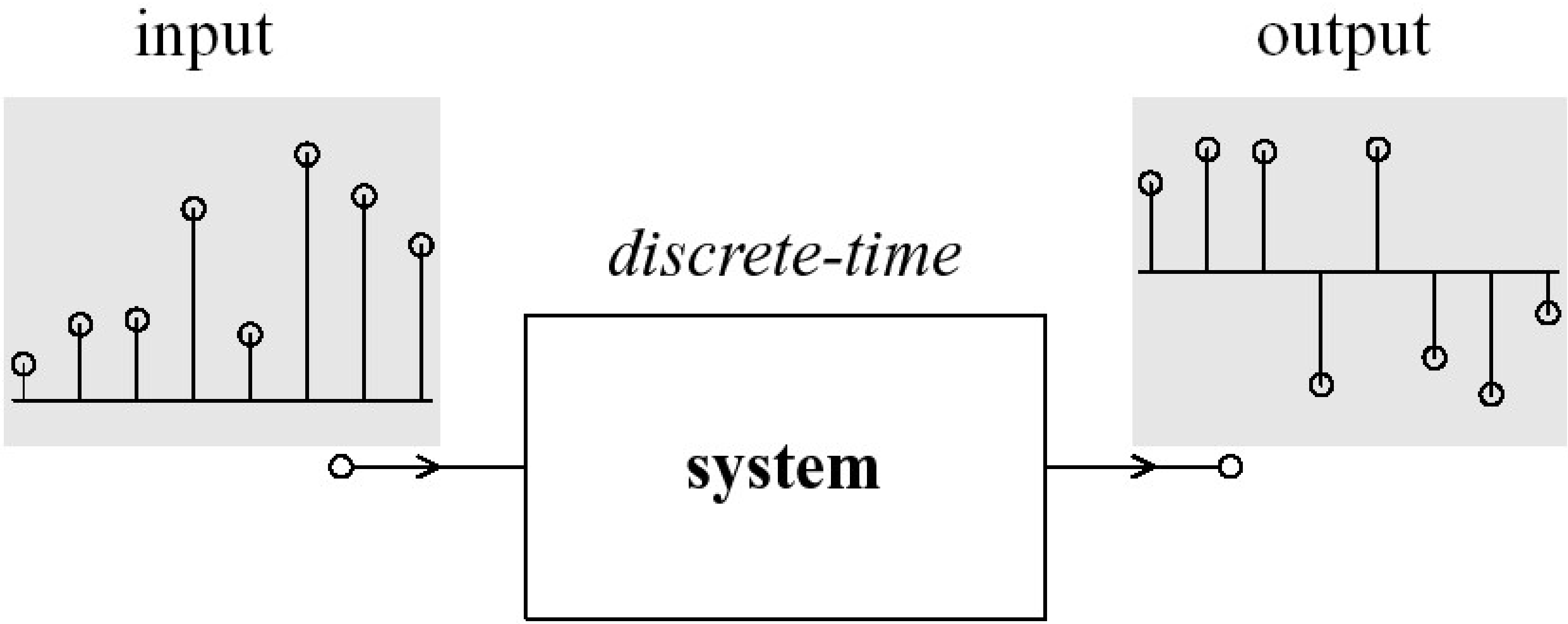


Analog Sinyalin Sayısal Süzgeçten Geçmesi



- Sayısal işlemci ile hesaplama yapılabilmesi için örneklenmiş ayrık analog işaret değerleri kullanılmalıdır. Yukarıda blok diyagramı görülen sistemde elde edilen sayısal sinyal bitleri hesaplamalarda kullanılmak üzere işlemciye gönderilir. İşlemci girişe gelen bitleri bir sabit ile çarpma ve bazı değerleri toplama gibi işlemler yaptıktan sonra süzgeçten geçen işarete ait değerleri çıkışa verir. İşlemci çıkışındaki işaret, gerekirse bir **S**ayısal - **A**nalog **D**önüştürücü (**SAD**) yardımıyla analog bir sinyale dönüştürülür.

Ayrık zamanlı sistem



Ayrık zamanlı sistemin ayrık zamanlı giriş ve çıkış işareterleri vardır

Sayısal Süzgeç Kullanmanın Avantajları

- Süzgeçleme fonksiyonları sayısal süzgeçteki işlemcinin belleğindeki bir program kullanılarak değiştirilebilir. Analog bir süzgeci değiştirebilmek için ise, devrenin yeniden tasarlanması ve donanımın değiştirilmesi gerekir.

- Sayısal süzgeçler sıradan bir bilgisayar veya iş istasyonunda kolaylıkla gerçeklenip test edilebilir.

- Özellikle aktif bileşen içeren analog süzgeç devrelerinin karakteristikleri zamandan ve sıcaklık değişimlerinden etkilenirken, sayısal süzgeçler bu tip sorunlardan etkilenmeden kararlı bir şekilde çalışabilirler.

- Sayısal süzgeçler analog sayıcı kısımları bulunmasına rağmen alçak frekanslı sinyallerle doğru olarak çalışabilirler. Sayısal işaret işleme hızı arttıkça, sayısal süzgeçler RF (radyo frekans) yüksek frekanslı sinyallere de uygulanabilirler.

- Sinyalleri farklı yöntemlerle işlemek için sayısal süzgeçler analog süzgeçlere göre çok daha kullanışlıdır. Örnek olarak bazı sayısal süzgeç tipleri sinyal karakteristiklerine göre süzgeci uyarlayabilirler.

Sayısal Süzgeç İşlemleri

- Sayısal olarak süzgeçlenecek sinyalin, *t* zaman olmak üzere, bir gerilim dalga şekliyle tanımlandığını varsayalım.

$$V = x(t)$$

- Bu sinyal *h* (örnekleme) zaman aralıklarında örneklenirse, *t* = *ih* zamanında örneklenmiş değer *xi* olur.

$$x_i = x(ih)$$

- Bundan dolayı, analog Sayısal dönüştürücüden işlemciye gönderilen sayısal değerler, *t = 0* anı örneklemenin başladığı zaman olmak üzere, *t = 0, h, 2h, 3h, …* anlarındaki sinyal dalga şeklinin değerlerine uygun olarak aşağıdaki diziyle gösterilir.

$$x_0, x_1, x_2, x_3, \ldots$$

- *t* = *nh* (*n* pozitif tamsayı) anında, işlemci belleğindeki değerler şunlardır.

$$x_0, x_1, x_2, x_3, \ldots x_n$$

- Örneklenmiş değerlerinin mevcut olmadığına dikkat edilmelidir. İşlemciden sayısal analog dönüştürücüye gönderilen değerler dizisinden oluşmaktadır. y_n değeri genellikle $x_{0,\ldots,}x_n$ değerlerinden hesaplanır. Sayısal süzgecin süzgeçleme şeklini *y*’lerin *x*’lerden hesaplanma yolu belirler.

Sayısal Süzgeç Örnekleri

- Birim Kazançlı Süzgeç $$y_n = x_n$$
- Basit Kazançlı Süzgeç $$y_n = K\, x_n$$
- Saf Geciktirme Süzgeci $$y_n = x_{n-1}$$
- İki–Terim Farkı Süzgeci $$y_n = x_n - x_{n-1}$$
- İki–Terim Ortalama Süzgeci $$y_n = \frac{x_n + x_{n-1}}{2}$$
- Üç–Terimin Ortalaması Süzgeç $$y_n = \frac{x_n + x_{n-1} + x_{n-2}}{3}$$
- Merkezi Fark Süzgeci $$y_n = \frac{x_n - x_{n-2}}{2}$$

Bir Sayısal Süzgecin Derecesi

- Bir sayısal süzgecin *derecesi,* çıkışı hesaplamak için kullanılan **önceki girişlerin** veya eğer kullanılıyorsa (işlemci hafızasında saklanan) **önceki çıkış değerlerinin sayısıdır**.

Sayısal Süzgeç Katsayıları

- Aşağıdaki ifadelerdeki *b0, b1, b2,* sabitleri süzgeç karakteristiğini belirler ve *süzgeç katsayıları* olarak adlandırılırlar. Tablo 1 örneklerdeki süzgeçlerin katsayılarını göstermektedir.

$$Sıfırıncı \quad Derece \quad y_n = b_0 x_n$$

$$Birinci \quad Derece \quad y_n = b_0 x_n + b_1 x_{n-1}$$

$$İkinci \quad Derece \quad y_n = b_0 x_n + b_1 x_{n-1} + b_2 x_{n-2}$$

Basit Sayısal Süzgeç Örnekleri Süzgeç Katsayıları

Örnek	**Derece**	b_0	b_1	b_2
1	0	1	-	
2	0	K	-	
3	1	0	1	
4	1	1	-1	
5	1	1 / 2	1 / 2	
6	2	1 / 3	1 / 3	1 / 3
7	2	1 / 2	0	-1 / 2

Özyineli ve Özyinesiz Süzgeçler

- Çıkış y_n değeri, girişin o anki x_n ve önceki değerlerinden elde edilebilen bir süzgece özyinesiz sayısal süzgeç denir.
- Özyineli süzgeç ise, giriş değerlerine ek olarak önceki çıkış değerlerini de kullanan bir süzgeçtir. Çıkışın geçmişteki değerleri girişin geçmişteki değerleri gibi işlemci belleğinde saklanır.
- Özyineli kelimesi y_n çıkış değeri bulunurken geçmişte hesaplanmış çıkış değerlerinin kullanıldığını ifade eder. Dolayısıyla, özyineli süzgeç gösterilimi, sadece giriş terimlerini değil, ancak çıkış terimlerini de içerir.
- Bir süzgeç frekans yanıtı karakteristiği özyineli süzgeç kullanılarak eşdeğer bir özyinesiz süzgeçten daha düşük bir derece ile gerçeklenebilir.

FIR ve IIR Süzgeçler

- Özyinesiz süzgeçler FIR, özyineli süzgeçler ise IIR süzgeçler olarak da adlandırılır.

- FIR ve IIR terimleri süzgeçlerin farklı dürtü yanıtları olduğunu gösterir.

- FIR süzgeç sonlu dürtü yanıtına sahipken, IIR süzgecin dürtü yanıtı teorik olarak sonsuza kadar devam eder; çünkü özyineli terimler (çıkışın önceki değerleri) süzgeç girişindeki değerlerden elde edilir ve süreç aynı şekilde devam eder.

- IIR terimi pratikte doğru değildir, çünkü IIR süzgeçlerin hemen hemen tümünün dürtü yanıtları sonlu sürede sıfır olur.

Özyineli Süzgeç Örneği

- Aşağıdaki eşitlik özyineli süzgece bir örnektir.

$$y_n = x_n + y_{n-1}$$

- Yukarıdaki eşitlikteki y_{n-1}'i bir önceki değeri ile yer değiştirirsek aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$y_0 = x_0 + y_{-1} = x_0$$

$$y_1 = x_1 + y_0 = x_1 + x_0$$

$$y_2 = x_2 + y_1 = x_2 + x_1 + x_0$$

$$y_3 = x_3 + y_2 = x_3 + x_2 + x_1 + x_0$$

- Örneğin *t = 10h* anındaki çıkışı hesaplamak için aşağıdaki eşitlik kullanılır.

$$y_{10} = x_{10} + y_9$$

- Aynı etkiyi özyinesiz süzgeç ile yapmak için ise aşağıdaki eşitliği kullanmak gerekir.

$$y_{10} = x_{10} + x_9 + x_8 + x_7 + x_6 + x_5 + x_4 + x_3 + x_2 + x_1 + x_0$$

Özyineli (IIR) Sayısal Süzgecin Derecesi

- Bir sayısal süzgecin derecesi, bir çıkış değerini üretmek için kullanılması gerekli olan geçmişteki giriş ve çıkış değerlerinin sayısıdır.
- Bu tanım o anki çıkış değerini hesaplamak için sadece o anki ve önceki girişleri kullanan özyinesiz (FIR) süzgeçler için uygundur.
- Özyineli süzgecin derecesi ise, farklı olarak, o anki çıkışı hesaplamak için gerekli olan önceki girişlerin ya da çıkış değerlerinin en büyük sayısıdır.
- Bu tanım hem FIR hem de IIR süzgeçler için geçerli olabilir.

Özyineli (IIR) Sayısal Süzgeç Katsayıları

- Birinci dereceden özyineli bir süzgeç aşağıdaki eşitlikte gösterilebilir.

$$y_n = \frac{b_0 x_n + b_1 x_{n-1} - a_1 y_{n-1}}{a_0}$$

simetrik formda yazılırsa

$$a_0 y_n + a_1 y_{n-1} = b_0 x_n + b_1 x_{n-1}$$

- İkinci dereceden bir süzgeç

$$y_n = \frac{b_0 x_n + b_1 x_{n-1} + b_2 x_{n-2} - a_1 y_{n-1} - a_2 y_{n-2}}{a_0}$$

Sayısal Süzgeç Aktarım İşlevi

- IIR süzgeç aktarım işlevinin genel ifadesi

$$\frac{y(z)}{x(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}$$

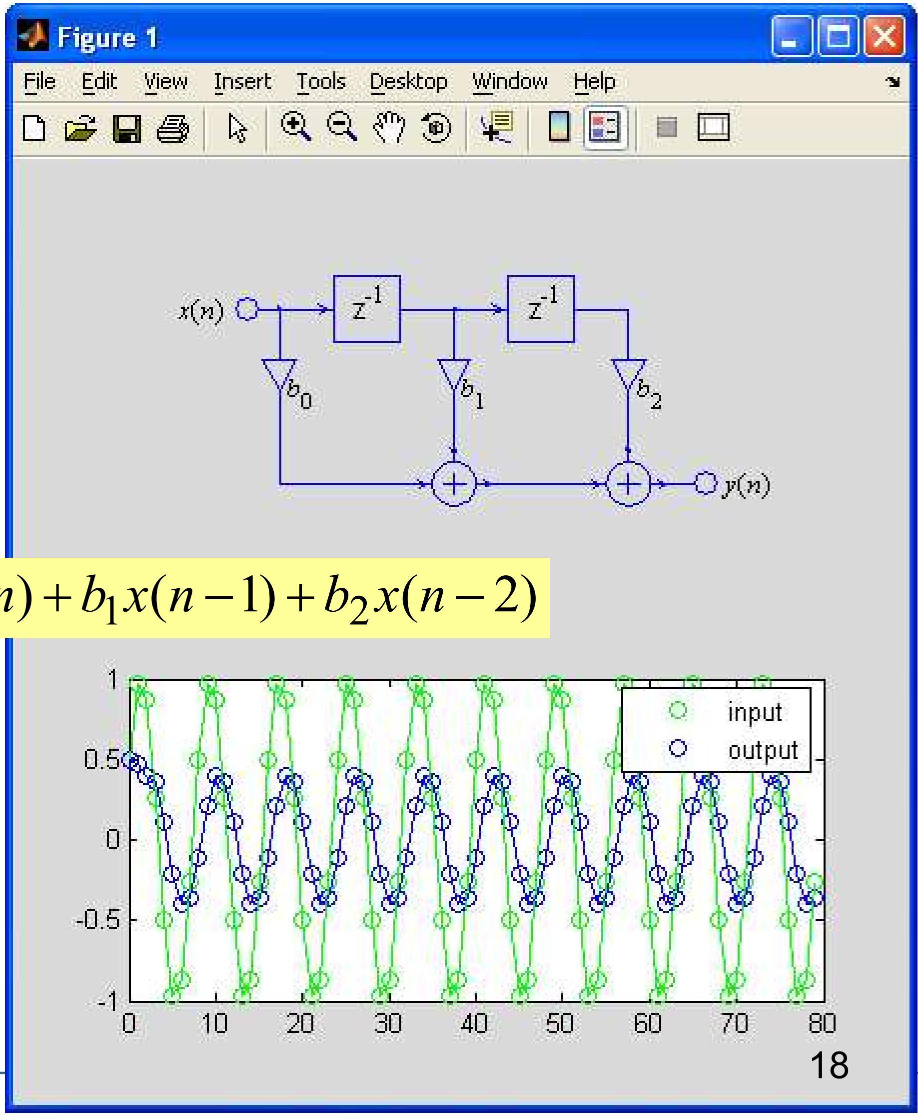
- Özyinesiz FIR süzgeç hiçbir payda terimi içermeyen aşağıdaki basit aktarım işlevine sahiptir. a_0 katsayısı genellikle 1’e eşit alınır ve tüm diğer *a* katsayıları da sıfırdır.

$$\frac{y(z)}{x(z)} = b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}$$

MATLAB örneği

```
N = 80; k = 0:(N-1);
b0 = 1;
b1 = -1;
b2 = 1;
B = [b0 b1 b2];
f = 1/8;
x = sin(2*pi*f*k+pi/6);
y = filter(B,1,x);
subplot(2,1,1)
subplot(2,1,2)
plot(k,x,'go', k,y,'bo',...
    k,x,'g-', k,y,'b-')
legend('input','output')
```

$$y(n) = b_0 x(n) + b_1 x(n-1) + b_2 x(n-2)$$



Sonlu Dürtü Yanıtlı Süzgeçler (FIR)

- Sonlu dürtü yanıtlı süzgeçler (Finite Impulse Response) sınırlı uzunlukluğu olan dürtü yanıtlarına sahiptir.
- FIR süzgeç girişi ve çıkışı arasında ilişki aşağıdaki eşitlik ile gösterilebilir.

$$y(n) = b_0 x(n) + b_1 x(n-1) + b_2 x(n-2) + \ldots + b_{M-1} x(n-M+1) = \sum_{k=0}^{M-1} b_k x(n-k)$$

- $b_0, b_1, \ldots, b_{M-1}$ süzgeç katsayıları olup, süzgeç aktarım işlevi aşağıdaki gibidir

$$H(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + \ldots + b_{M-1} z^{1-M} = \sum_{n=0}^{M-1} b_n z^{-n}$$

FIR - Süzgeç Tasarım Yöntemleri

- Frekans Örnekleme
- **Pencerleme Yöntemi**

Pencereleme Yöntemi

- Bu yöntemde ilk olarak nedensel olmayan sonsuz dürtü yanıtlı uygun bir ideal frekans seçici süzgeç belirlenir.
- Doğrusal fazlı ve nedensel sonlu dürtü yanıtlı bir süzgeç bulunabilmesi için başlangıçta seçilen süzgecin birim dürtü yanıtı pencerelenir. Bundan dolayı, uygun bir ***pencereleme*** *işlevi* ve *ideal bir süzgeç* seçilmesi önemlidir.
- **İdeal süzgeç**, geçirme bandında birim genlik kazancı ve doğrusal faz karakteristiği, söndürme bandında ise sıfır genlik kazancı olan bir süzgeçtir.

Pencereleme Yöntemi

- Aktarım işlevi $H_d(e^{j\omega})$ ($\omega_c < \pi$ band genişliğinde) ω_c kesim frekansı ve α gecikme olmak üzere şu şekildedir.

$$H_d(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1.e^{-j\alpha\omega}, & |\omega| \le \omega_C \\ 0, & \omega_C < |\omega| \le \pi \end{cases}$$

- $H_d(e^{j\omega})$'nın ters Fourier dönüşümünü alınırsa süzgecin dürtü yanıtı bulunur.

$$h_d(n) = F^{-1}\left[H_d(e^{j\omega})\right] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H_d(e^{j\omega})e^{j\omega n}d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\omega_c}^{\omega_c} 1\,.\,e^{-j\alpha\omega}e^{j\omega n}d\omega$$

$$= \frac{\sin\left[\omega_c(n-\alpha)\right]}{\pi(n-\alpha)}$$

Pencereleme Yöntemi

- $h_d(n)$ *α* ile simetriktir, bu sebeple ideal süzgecin pencerelenmesiyle elde edilecek sonlu dürtü yanıtlı süzgeç doğrusal fazlı olacaktır. *M* uzunluklu nedensel ve doğrusal fazlı sonlu dürtü yanıtlı *h (n)* süzgecini bulabilmek için aşağıdaki eşitliğin kullanımı gereklidir.

$$h(n) = \begin{cases} h_d(n), & 0 \le n \le M-1 \\ 0, & di\breve{g}er \end{cases} \qquad ve \quad \alpha = \frac{M-1}{2}$$

- Bu işleme ***'pencereleme'*** denir ve şu şekilde ifade edilir.

$$h(n) = h_d(n) W(n)$$

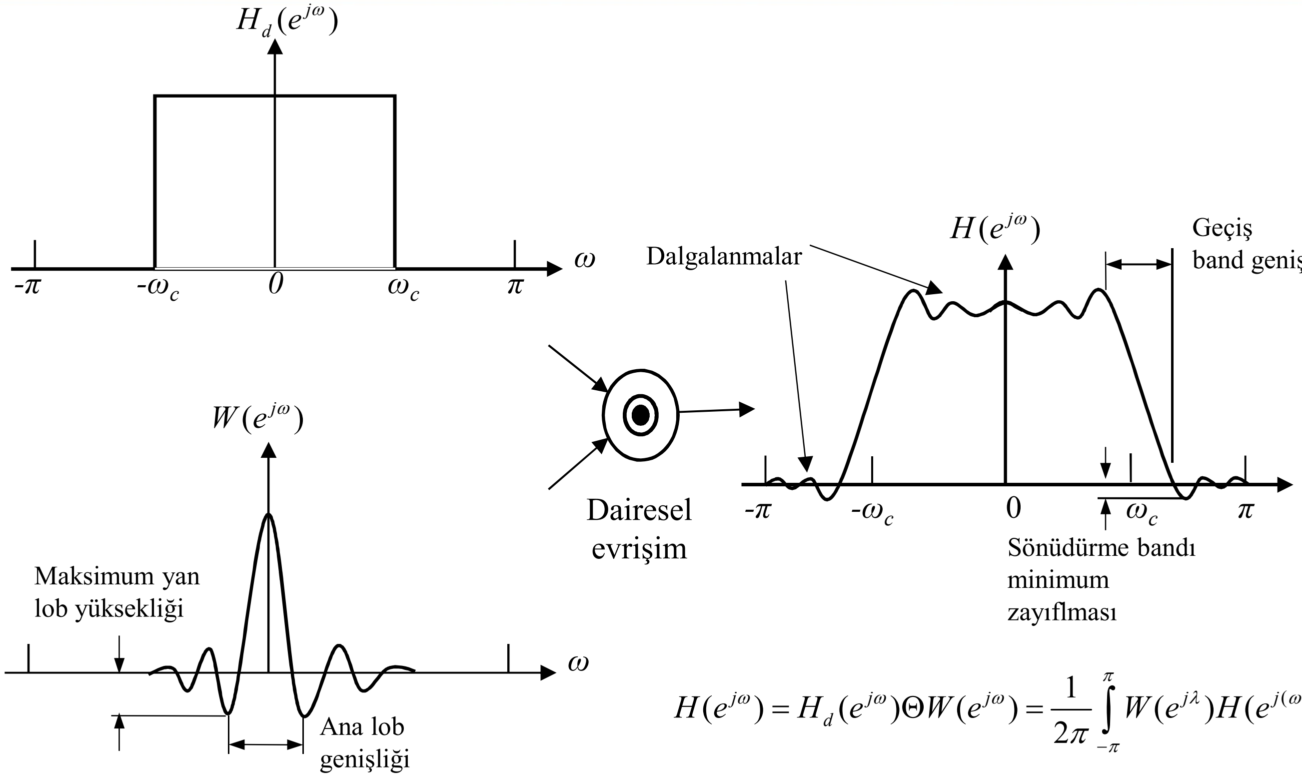
- *W(n)* pencere işlevidir.

$$W(n) = \begin{cases} \alpha' ya\ g\ddot{o}re\ simetrik\ \ fonksiyon & 0 \le n \le M-1 \\ 0, \quad di\breve{g}er \end{cases}$$

- $H(e^{j\omega})$ nedensel sonlu dürtü yanıtlı süzgeç yanıtı, $H_d(e^{j\omega})$ ve $W(e^{j\omega})$ pencere yanıtının frekans domeninde dairesel evrişimi sonucu elde edilir.

$$H(e^{j\omega}) = H_d(e^{j\omega}) \Theta W(e^{j\omega}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} W(e^{j\lambda}) H(e^{j(\omega-\lambda)}) d\lambda$$

Frekans Domeninde Pencereleme



$$H(e^{j\omega}) = H_d(e^{j\omega})\Theta W(e^{j\omega}) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} W(e^{j\lambda})H(e^{j(\omega-\lambda)})d\lambda$$

1. *W*(*n*) pencere işlevi sınırlı *M* uzunluğuna sahip olduğundan, frekans domeni ifadesi tepe yapan ana loba ve daha küçük yükseklikli yan loblara sahip olur.
2. Ana lob, $H(e^{j\omega})$'daki geçirme band genişliğinin ortaya çıkmasını sağlar. Ana lobun büyük olması ile geçirme band genişliği de büyük olur.
3. Yan loblar geçirme ve söndürme bandında birbirine benzer biçimleri olan dalgalanmalar (ripples) ortaya çıkmasına sebep olur.

Farklı Özellikli Pencereler

Pencere adı	ΔW Geçiş genişliği		Minimum söndürme bandı zayıflatması
	Yaklaşık değerler	Tam değerler	
Dikdörtgen	4π / M	1.8π / M	21 dB
Bartlett	8π / M	6.1π / M	25 dB
Hanning	8π / M	6.2π / M	44 dB
Hamming	8π / M	6.6π / M	53 dB
Blackman	12π / M	11π / M	74 dB

→ MATLAB *M* noktalı dikdörtgen pencere işlev kodları:

- "boxcar(M)"
- Bartlett "triang(M)"
- Hanning "hanning(M)"
- Hamming "hamming(M)"
- Blackman "blackman(M) "
- beta değerli M noktalı dikdörtgen "kaiser(M, beta) "

MATLAB Pencereleme ile Süzgeç Tasarımı

- MATLAB ile pencereleme yaparak sonlu uzunluklu dürtü yanıtı olan süzgeçler tasarlanabilir. FIR süzgeç tasarlanırken ideal alçak geçiren dürtü yanıtı $h_d(n)$ ifadesinin de elde edilmesi gerekir.

$$h_d(n) = \frac{\sin\left[\omega_c(n-\alpha)\right]}{\pi(n-\alpha)}$$

% h_d(n) elde edilmesi

```
function hd = ideal_lp(wc, M);
% Ideal alçak geçiren süzgeç hesaplaması
%----------------------------------------------------
% [hd] = ideal_lp(wc, M)
% hd = 0 ile M-1 arasındaki ideal birim dürtü yanıtı
% wc = radyan cinsinden kesim frekansı
% M = ideal süzgecin uzunluğu
alpha = (M-1) / 2;
n = [0 : 1 : (M-1)];
m = n - alpha + eps; % sıfıra bölme hatasını önlemek için en
küçük sayıyı ekler
hd = sin(wc*m) ./ (pi*m);
```

MATLAB fir1 ve freqz komutu

- MATLAB’te pencere işlevi ile FIR süzgeç tasarlayan **fir1** adlı komut vardır.
- Sayısal süzgeçlerin frekans bölgesindeki genlik ve faz yanıtlarını gösteren **freqz** komutu da bulunur. Aşağıda kod ile **freqz** komutu kullanılarak **freqz_m** adlı fonksiyon elde edilmektedir. Bu fonksiyon (bağıl dB ölçeği ile) mutlak ölçekte genlik yanıtını hesaplar.

```
function [dB, mag, w] = freqz_m(b, a);
% freqz komutunun değiştirilmiş hali ----------
% [db, mag, w] = freqz_m(b, a);
% db = 0 - pi radyan arasında hesaplanmış dB cinsinden bağıl genlik
% mag = 0 - pi radyan arasında hesaplanmış mutlak genlik
% w = 0 - pi radyan arasında 501 frekans örneği
% b = H(z) nin pay polinomu (FIR icin b = h)
% a = H(z) nin payda polinomu (FIR icin a = [1])
% [H,W] = FREQZ(B,A,N,'whole') %Matlab help: uses N points around the
whole unit circle.-----
[H,w] = freqz(b, a, 1000, 'whole');
H = (H(1:1:501))'; w = (w(1:1:501))';
mag = abs(H);
dB = 20*log10((mag+eps)/max(mag));
```

Örnek

- Aşağıdaki özellikleri sağlayan uygun bir pencere işlevi seçerek alçak geçiren bir süzgeç tasarlayınız. Bu süzgecin zaman domenindeki birim dürtü yanıtını ve frekans yanıtını (genlik ve faz yanıtı olmak üzere) çizdiriniz.
- $\omega p = 0.2\ \pi$, $Rp = 0.25$ dB
- $\omega s = 0.3\ \pi$, $As = 50$ dB

Çözüm:

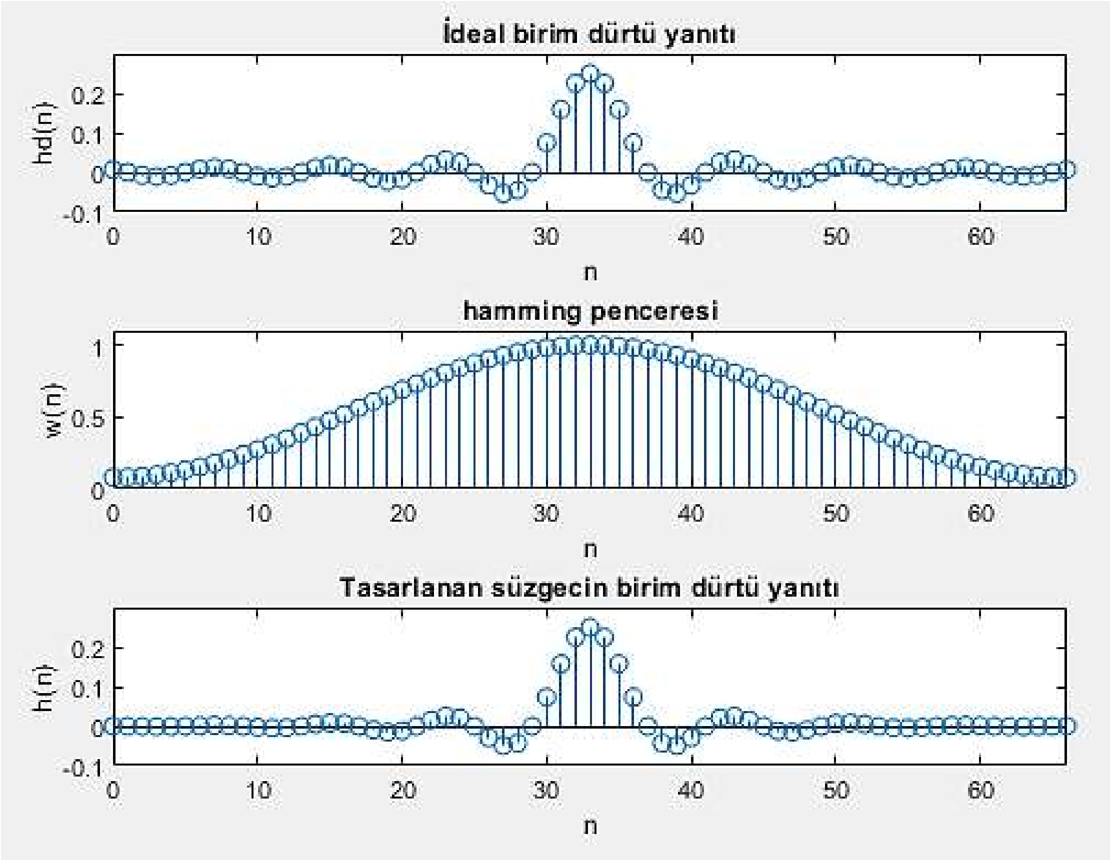
Hamming ve Blackman pencereleri söndürme bandında 50 dB'den daha fazla zayıflatma sağlar. Daha küçük geçiş bandı ve dolayısıyla daha küçük dereceye sahip olan hamming penceresini seçebiliriz. $R_p = 0.25$ dB geçirme bandı dalgalanma değerini kullanmamamıza rağmen tasarladığımız süzgecin ana dalgalanma değeri kontrol edilmelidir. Böylece istenilen toleransın da sağlandığı doğrulanır. Tasarım adımları MATLAB kodunda görülebilir.

Örnek Matlab kodu

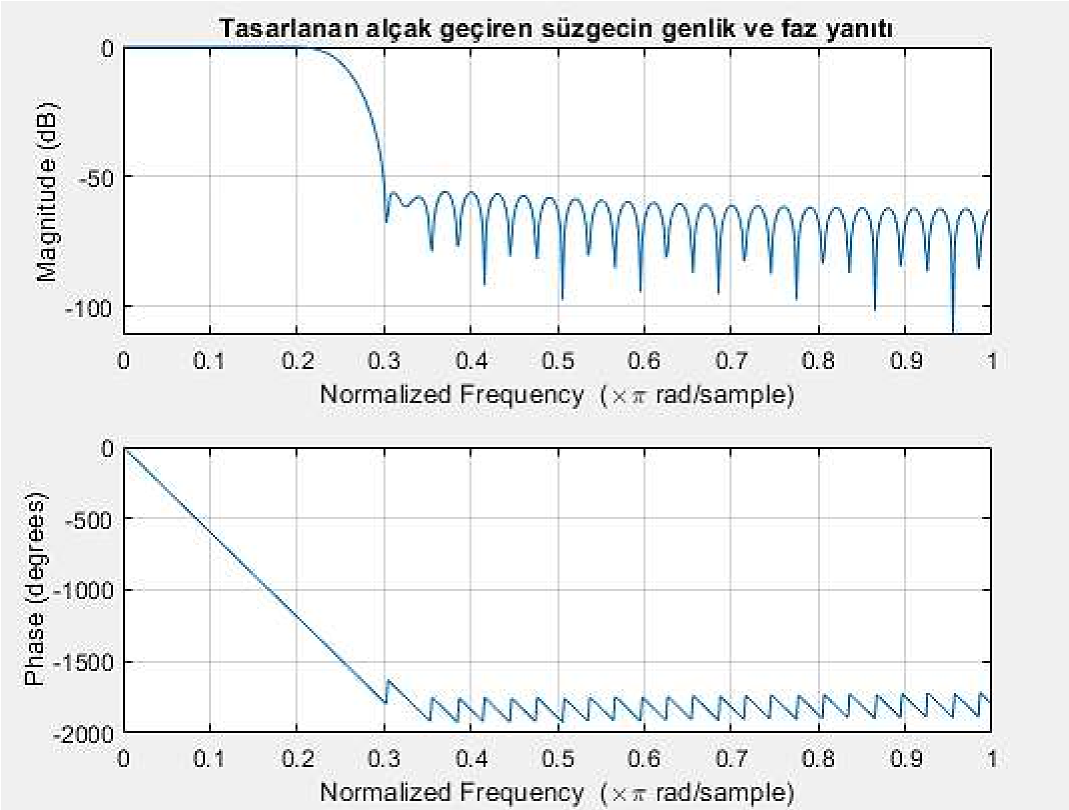
```
wp = 0.2*pi;
ws = 0.3*pi;
tr_width = ws - wp;
M = ceil(6.6*pi / tr_width) + 1  %tabloyu kullanarak olması gereken süzgeç derecesi bulunur.
n  = [0 : 1 : M-1];
wc = ( ws+wp ) / 2 % ideal alçak geciren süzgeç kesim frekansı
hd = ideal_lp(wc, M); % ideal alçak geçiren süzgeç
w_ham = (hamming(M))';  %hamming penceresi
h = hd .* w_ham;[db,mag,w] = freqz_m(h,[1]);  %FIR süzgeç tasarladığımız için [a_0=1] katsayısını
%kullanırız
delta_w = 2 * pi / 1000;
Rp1 = -(min(db(1:1:wp/delta_w+1)))  % ana iletim bandı dalgalanması
Rp2 = (max(db(1:1:wp/delta_w+1)))
As = -round(max(db(ws/delta_w+1:1:501))) % min durdurma bandı zayıflatması
subplot(3,1,1); stem(n,hd);
title('İdeal birim dürtü yanıtı')
axis([0 M-1 -0.1 0.3]);
xlabel('n');ylabel('hd(n)')
subplot(3,1,2);stem(n,w_ham);
title('hamming penceresi')
axis([0 M-1 0 1.1]);
xlabel('n');
ylabel('w(n)')
subplot(3,1,3); stem(n,h);
title('Tasarlanan süzgecin birim dürtü yanıtı')
axis([0 M-1 -0.1 0.3]);
xlabel('n'); ylabel('h(n)')
figure,
freqz(h,[1])
title('Tasarlanan alçak geçiren süzgecin genlik ve faz yanıtı')
```

- Süzgeç tasarımında *M* = 67 değeri kullanılır, dolayısıyla süzgecin derecesi 67’dir. Sağlanan söndürme bandı zayıflatması 52 dB, geçirme bandı dalgalanması ise 0.0394 dB’dir. Şekilde zaman ve frekans bölgesindeki süzgeç karakteristikleri verilmektedir.

Örnek İdeal Süzgeç Sonuçları



Örnek Tasarlanan Süzgeç Genlik ve Faz Yanıtları

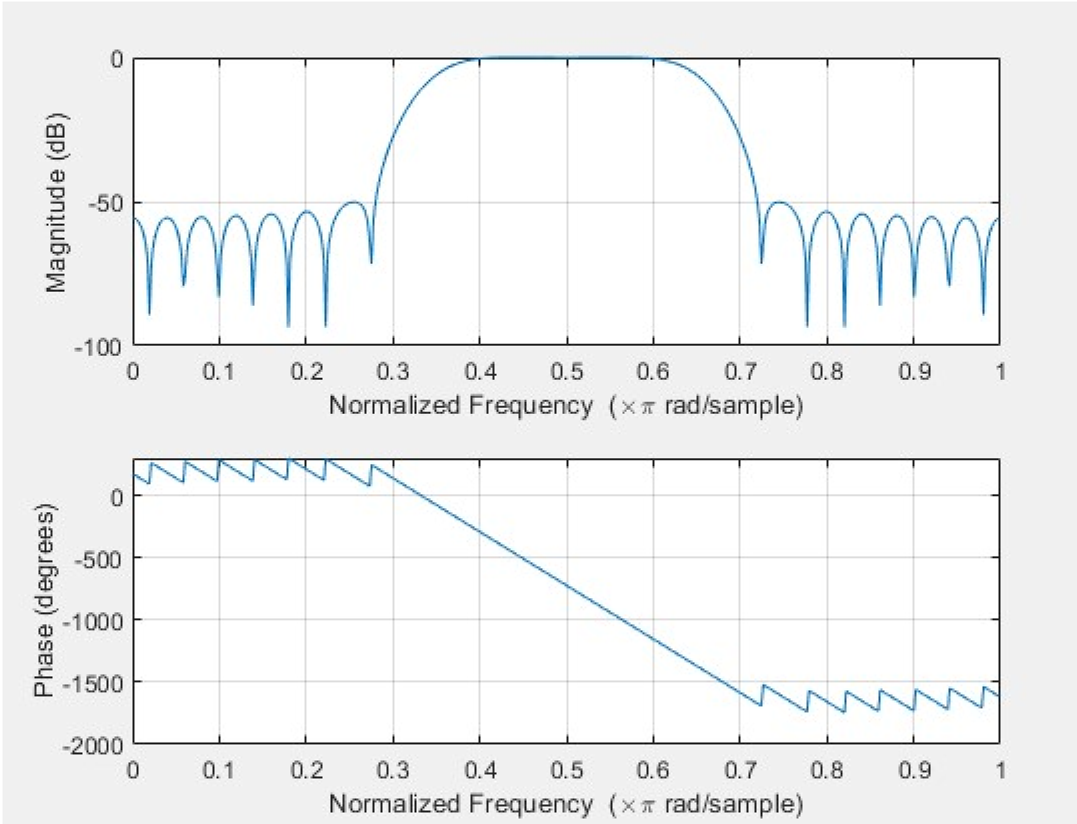


MATLAB fir1 Komutu İle Sayısal Süzgeç Tasarımı

- fir1 MATLAB komutu, pencere işlevi kullanım yöntemi ile doğrusal fazlı sayısal süzgeç tasarımını sağlar. Bu komut ile alçak geçiren, yüksek geçiren, band geçiren ve band söndüren süzgeç tasarlanabilir. En basit halinde süzgecin geçirme bandının merkez frekansındaki genlik yanıtı 0 dB'dir. Komutun bazı örnekleri şu şekildedir:
- → b = fir1(n, ωn); *n*-inci dereceden alçak geçiren sonlu dürtü yanıtlı süzgecin $n + 1$ adet katsayısını döndürür. fir1 komutu bu örnekte Hamming penceresi kullanır ve $0 – \pi$ arasında değerler alan ωn kesim frekansına sahiptir.
- → b = fir1(n, ωn); komutundaki ωn iki elemanlı bir vektör ise, fir1 komutu $\omega 1 < \omega < \omega 2$ arası geçirme bandı olan band geçiren süzgeç katsayılarını döndürür.
- → b = fir1(n, ωn, 'ftype'); komutu süzgeç tipini tanımlar:
- 'high'; kesim frekansı ωn olan yüksek geçiren süzgeç için
- 'stop'; band söndüren süzgeç için (ωn = [ω1, ω2] ise band söndürme frekans aralığıdır).
- → b = fir1(n, ωn, window); komutu istenen pencere fonksiyonunu kullanarak alçak geçiren süzgeç katsayılarını döndürür.
- → b = fir1(n, ωn, 'ftype', window); komutu istenen pencere fonksiyonunu ve süzgeç türünü kabul eder.

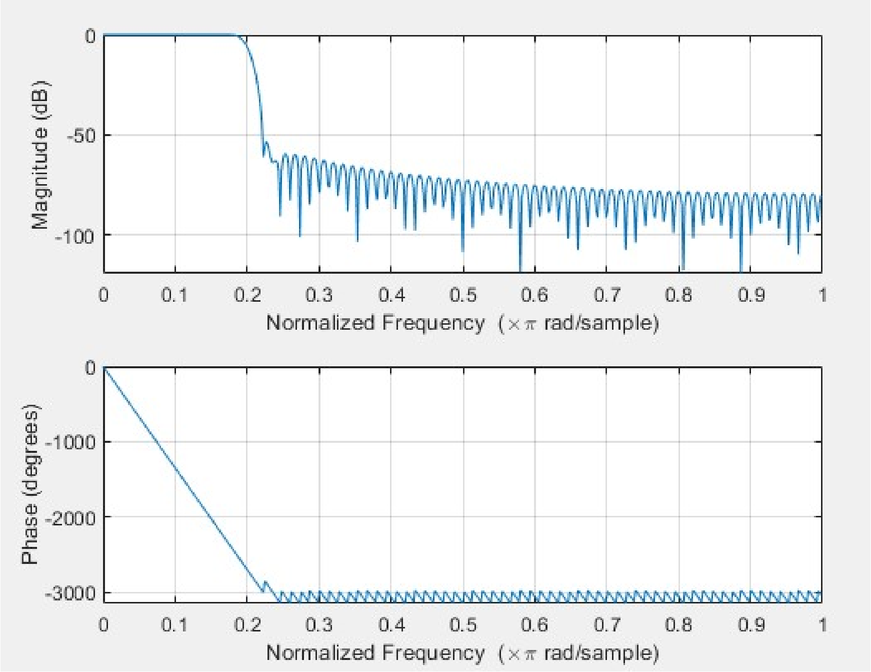
Örnek 2.1

- 48. derece sonlu dürtü yanıtlı $0.35 < \omega < 0.65$ frekansları arasında geçirme bandına sahip olan bir süzgeç tasarlayınız.
- <u>Çözüm</u>
- b = fir1(48,[0.35 0.65]);
- freqz(b,1,512)



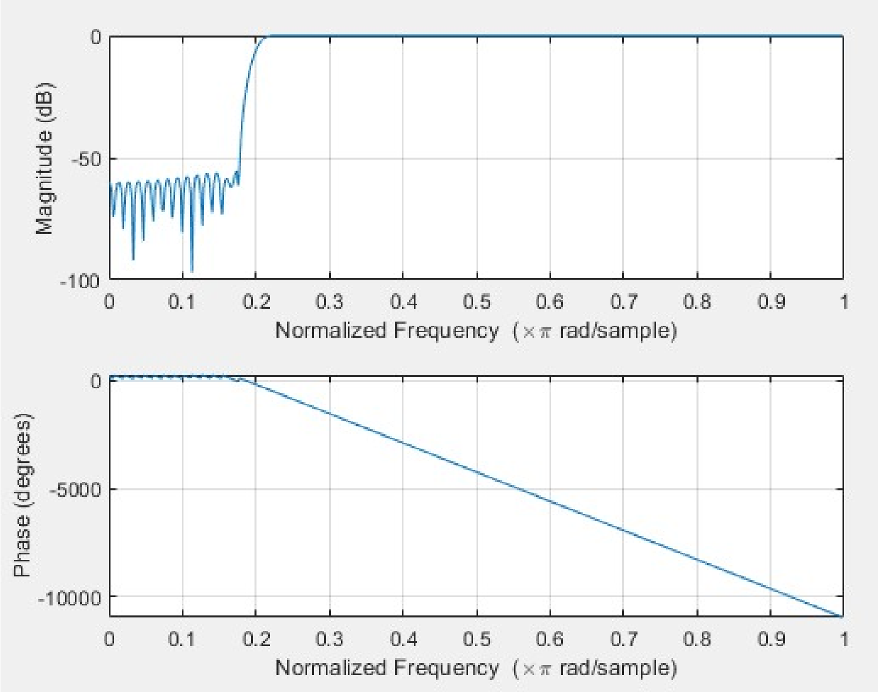
Örnek 2.2

- → b = fir1(n, ωn); *n*-inci dereceden alçak geçiren sonlu dürtü yanıtlı süzgecin *n + 1* adet katsayısını döndürür. fir1 komutu bu örnekte Hamming penceresi kullanır ve *0-π* arasında değerler alan *ωn* kesim frekansına sahiptir.
- 150. derece sonlu dürtü yanıtlı *ωn=0.2π* kesim frekansına sahip alçak geçiren süzgeç tasarlayınız.
- <u>Çözüm</u>
- b = fir1(150,0.2);
- freqz(b,1)



Örnek 2.3

- → b = fir1(n, ωn, ‘ftype’); komutu süzgeç tipini tanımlar:
- ‘high’; kesim frekansı *ωn* olan yüksek geçiren süzgeç için
- 150. derece sonlu dürtü yanıtlı *ωn=0.2π* kesim frekansına sahip yüksek geçiren süzgeç tasarlayınız.
- <u>Çözüm</u>
- b = fir1(150,0.2,’high’);
- freqz(b,1)



Sonsuz Dürtü Yanıtlı Süzgeçler (IIR)

- Dürtü yanıtı sonsuz uzunluklu olarak tanımlanan sayısal süzgeçlere IIR (Infinite Impulse Response) süzgeçler denir. Bir IIR süzgeç

  $\{h(n)\}^{\infty}_{n=0}$ dürtü yanıtı, fark denklemi veya aktarım işlevi ile tanımlanır. IIR süzgeç aktarım işlevi aşağıdaki şekilde yazılır.

$$H(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \ldots\ldots.. + a_M z^{-M}}{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \ldots\ldots.. + b_N z^{-N}}$$

- Burada $M \leq N$ olup b_i, katsayıları sıfırdan farklıdır. Tasarımın amacı a_i ve b_i katsayılarının bulunması ve $H(z)$'in istenilen özellikleri sağlamasıdır.

IIR Süzgeçler

- Sonsuz dürtü yanıtlı sayısal süzgeç tasarımı için iki genel yaklaşım mevcuttur.

- En çok kullanılan yöntemde, başlangıçta analog bir örnek IIR süzgeç tasarlanır, daha sonra eşdeğer bir sayısal süzgeç analog süzgeçten elde edilir. Bu yöntem IIR süzgeç tasarımı yapmak için basit bir yaklaşımdır.

- İkinci yöntemde ise, doğrusal veya doğrusal olmayan bir denklem takımının çözümü için bilgisayar kullanımı gerektiren algoritmik tasarım süreci ile süzgeç tasarlanır. İkinci yöntem hiçbir analog süzgeç örneğinin mevcut olmadığı durumda keyfi bir frekans yanıtı karakteristiği olan sayısal süzgeçlerin tasarımında kullanılır.

IIR Süzgeç Tasarımı

- İlk yaklaşım
- (1) Sayısal süzgeç tanımlamalarını bir analog prototip süzgeç tanımlamasına dönüştür
- (2) Analog alçak geçiren süzgecin $H_a(s)$ aktarım işlevini belirle
- (3) $H_a(s)$ içindeki kompleks s bileşenini sayısal aktarım işlevi G(z)'yi elde etmek için değiştir

IIR Süzgeç Tasarımı

- Bu yaklaşım aşağıdaki sebeplerden dolayı yaygın olarak kullanılır

  (1) Analog yaklışıklık teknikleri oldukça iyi geliştirilmiştir

  (2) Genellikle kapalı-form çözümler üretirler

  (3) Analog süzgeç tasarımı için ayrıntılı tablolar mevcuttur

  (4) Çeşitli uygulamalar sıkça analog sistemlerin sayısal benzetimini gerektirir

IIR Süzgeç Tasarım Adımları

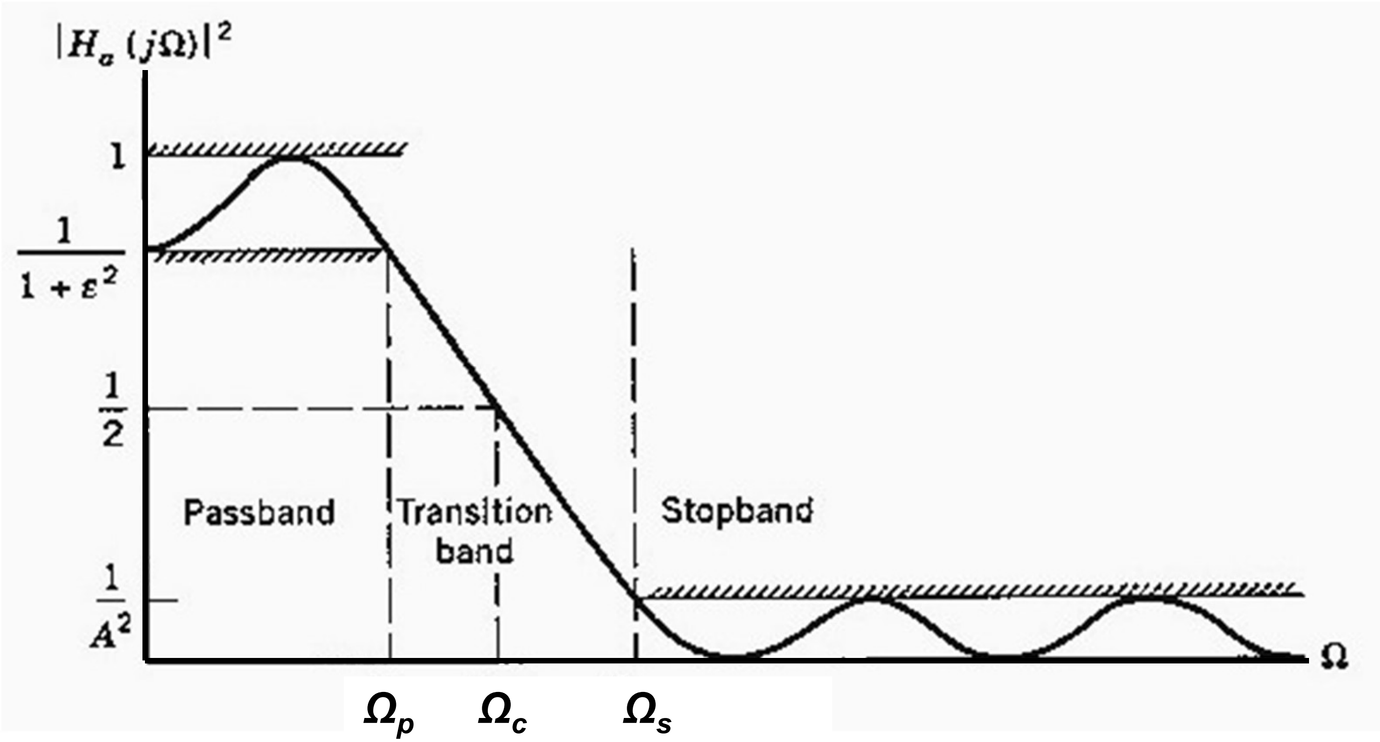
- 1) Analog alçak geçiren süzgeç tasarımı
- 2) Sayısal alçak geçiren süzgeç elde etmek için
  s => *z* süzgeç dönüşümü işlemi uygulanması
- 3) Sayısal alçak geçiren süzgeçten diğer sayısal süzgeçlerin elde edilmesi için frekans-bandı dönüşümlerinin uygulanması
- IIR süzgeç tasarımında FIR süzgeç tasarımına göre **daha düşük dereceli** süzgeçler kullanarak frekans yanıtına yaklaşılır.
- IIR süzgeç frekans yanıtı geçiş bandı daha dardır.
- IIR süzgeçler FIR süzgeçler gibi doğrusal fazlı tasarlanamazlar.
- IIR süzgeçlerin sıfırı (zero) olduğu kadar kutbu (pole) da mevcuttur.
- Genlik yanıtının karesi üzerindeki alçak geçiren süzgeç özellikleri aşağıdaki eşitlikte görülmektedir.

$$\frac{1}{1+\varepsilon^2} \leq \left|H_a(j\Omega)\right|^2 \leq 1, \quad |\Omega| \leq \Omega_P$$

$$0 \leq \left|H_a(j\Omega)\right|^2 \leq \frac{1}{A^2}, \qquad \Omega_s \leq |\Omega|$$

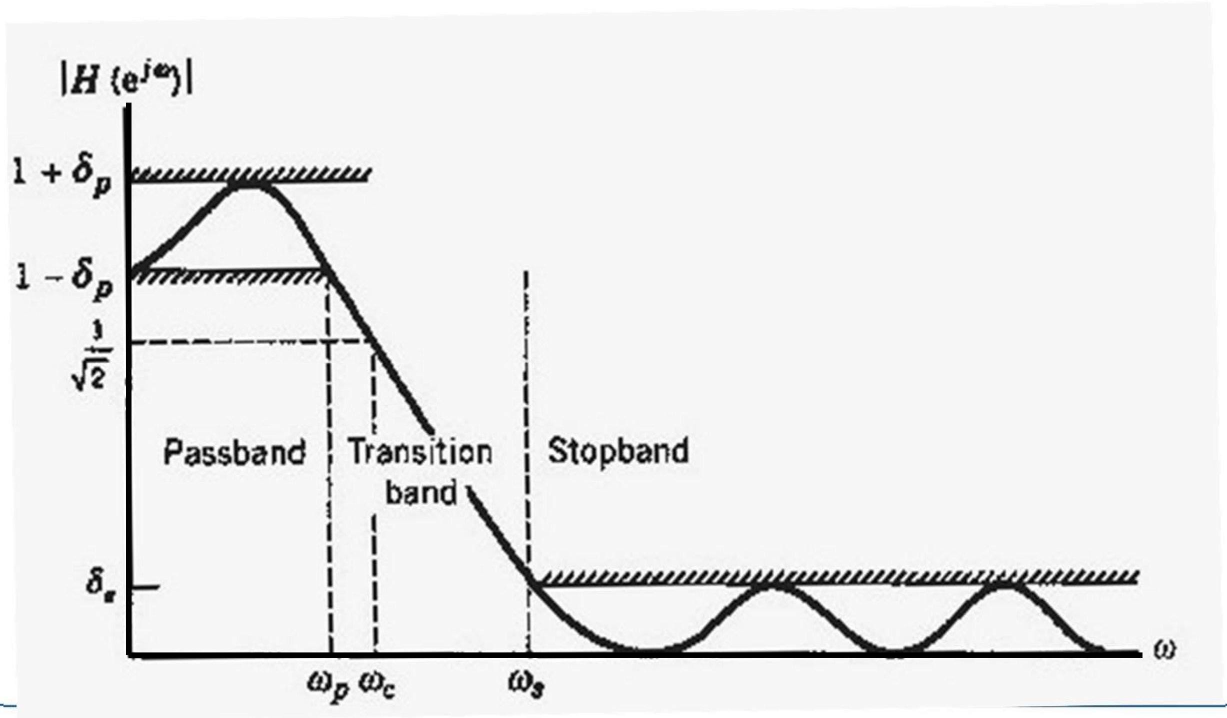
Analog Süzgecin Genlik Yanıtının Karesi

- ε geçirme bandı dalgalanmasıdır. Ω_p (rad/sn) geçirme bandı kesim frekansıdır. A söndürme bandı zayıflaması ve Ω_s söndürme bandı kesim frekansıdır (rad/sn). Analog alçak geçiren süzgecin genlik yanıtının karesi aşağıda görülmektedir. Ω_c 3-dB kesim frekansını gösterir.



Sayısal Süzgeç Genlik Yanıtı

- Analog süzgeç sayısal alçak geçiren süzgeç elde edilmesi için düzenlenirse, analog frekanslar Ω_c, Ω_s ve Ω_p normalize edilmiş sayısal frekanslar (ω_c, ω_s ve ω_p) ile yer değiştirir. ω_c, ω_s ve ω_p birimleri radyan olup 0 ile pi arasında değerler alırlar.
- Sayısal alçak geçiren süzgecin frekans yanıtının genliği aşağıda görülmektedir. δ_p geçirme bandı maksimum dalgalanmasını ve δ_s ise söndürme bandı zayıflatmasını göstermektedir.



Sayısal Süzgeç Genlik Yanıtı

- ε ve *A* parametreleri sırasıyla dB cinsinden olan R_p (geçirme bandı dalgalanması) ve A_s (söndürme bandı zayıflatması) parametreleriyle aşağıdaki gibi ilişkilidir.

$$R_P = -10\log_{10}\frac{1}{1+\varepsilon^2} \Rightarrow \varepsilon = \sqrt{10^{R_P/10}-1}$$

$$A_s = -10\log_{10}\frac{1}{A^2} \Rightarrow A = 10^{A_S/10}$$

- *H(e^jw)*'nın maksimum geçirme bandı genliği 1'e normalize edilirse yukarıdaki eşitlikdeki δ_p ve δ_s parametreleri *A* ve ε ile aşağıda eşitliklerdeki gibi ilişkilendirebilir.

$$\frac{1-\delta_P}{1+\delta_P} = \sqrt{\frac{1}{1+\varepsilon^2}} \Rightarrow \varepsilon = \frac{2\sqrt{\delta_P}}{1-\delta_P}$$

$$\frac{\delta_S}{1+\delta_P} = \frac{1}{A} \Rightarrow A = \frac{1+\delta_P}{\delta_S}$$

Sayısal Süzgeç Genlik Yanıtı

- $H_a(s)$ s domeni sistem fonksiyonu şu şekilde gösterilir.

$$H_a(j\Omega) = H_a(s)\big|_{s=j\Omega}$$

Buradan aşağıdaki ifade elde edilir.

$$H_a(s)H_a(-s) = \left|H_a(j\Omega)\right|^2\Big|_{\Omega=s/j}$$

- Genlik yanıtı işlevinin karesinin sıfır ve kutupları, j Ω eksenine simetrik olacak şekilde yerleşirler. $H_a(s)H_a(-s)$'in sıfır-kutup diyagramından analog süzgecin sistem fonksiyonu $H_a(s)$ çıkarılır. $H_a(s)$ kararlı ve nedensel bir süzgeçtir. Böylece $H_a(s)$ kutupları $H_a(s)H_a(-s)$'ın bütün sol yarı düzlemdeki kutuplarından oluşur. $H_a(s)$'in sıfırları *s* düzleminde herhangi bir yerde olabilir.

Analog Prototip (ilk örnek) Süzgeç Tasarımı

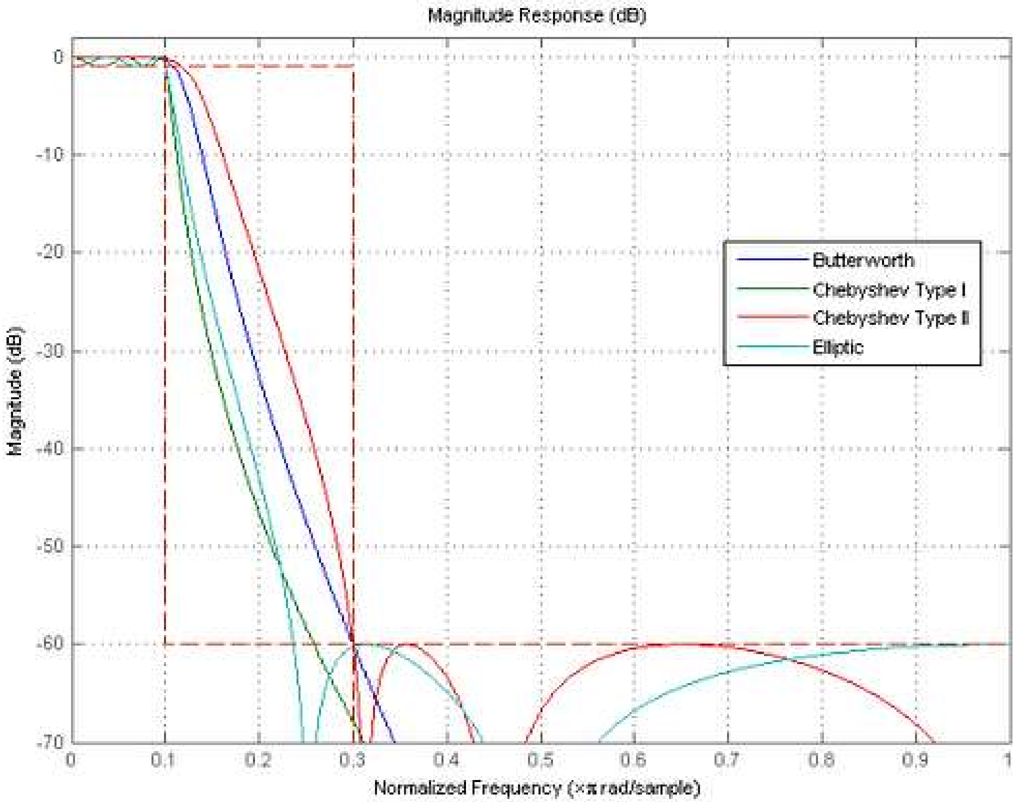
- Bu yöntem ile IIR sayısal süzgeç tasarlamak için örnek bir analog süzgeç kullanılacağından alçak geçiren örnek analog süzgecin nasıl tasarlanacağının bilinmesi gereklidir. Frekans dönüşümleri kullanılarak alçak geçiren örnek bir analog süzgeç, yüksek geçiren, band geçiren veya band söndüren süzgece dönüştürülebilir.

MATLAB'te 4 adet analog örnek süzgeç vardır.

- Butterworth
- Cheybshev tip 1
- Chebyshev tip 2
- Eliptik

Butterworth süzgeçler maksimum düz geçirme bandı ve söndürme bandına sahip olup, Chebyshev tip 1 süzgeci geçirme bandında, Chebyshev tip 2 süzgeci söndürme bandında ve eliptik süzgeçte ise her iki banda da dalgalanma vardır.

Analog Prototip Süzgeçler



Butterworth Analog Örnek Süzgeç

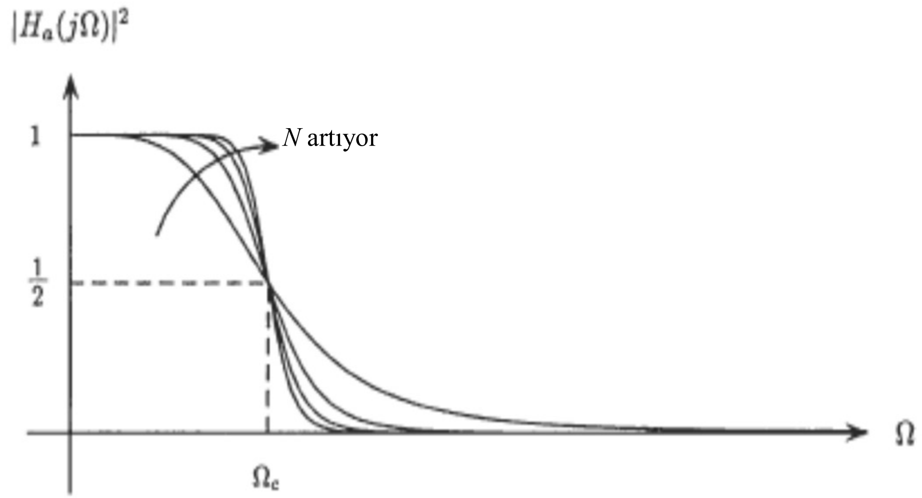
- Bu süzgeç genlik yanıtının hem geçirme bandı hem de söndürme bandında düz olmasıyla nitelenir. *N*. dereceden alçak geçiren Butterworth süzgeç genlik yanıtının karesi eşitliği aşağıdaki görülmektedir.

$$\left|H_a(j\Omega)\right|^2 = \frac{1}{1+\left(\dfrac{\Omega}{\Omega_C}\right)^{2N}}$$

- *N* süzgecin derecesini ve $\boldsymbol{\Omega_c}$ de rad/sn cinsinden süzgeç kesim frekansını gösterir.

Butterworth Süzgeci Genlik Yanıtının Karesi

- Analog alçak geçiren Butterworth süzgecin genlik yanıtının karesi aşağıdaki şekilde görülmektedir.



Bu şekilden şu özellikler çıkarılır:

- Ω=0'da $|H_a(j0)|^2=1$ ve $\Omega=\Omega_c$ iken $|H_a(j\,\Omega)|^2$=1/2' dir.
- $|H_a(j\,\Omega)|^2$ artan Ω'ye bağlı olarak monoton azalan bir işlevdir,
- N sonsuza giderken ideal alçak geçiren süzgece yaklaşır.
- $|H_a(j\,\Omega)|^2$ Ω 'da maksimum düzdür.
- Süzgeç derecesi *N* arttıkça geçiş bandı daralır ve geçirme bandından söndürme bandına hızlı değişir.

$H_a(s)$ Süzgeci

- $H_a(s)$ sistem işlevini elde etmek için genlik kare fonksiyonu aşağıdaki eşitliğe dönüştürülür.

$$H_a(s)H_a(-s) = \frac{1}{1+\left(\frac{s}{j\Omega_C}\right)^{2N}}$$

- $H_a(s)H_a(-s)$ $2N$ tane kutbu Ω_c yarıçaplı birim daire üzerinde eşit uzaklıklarda, π/N radyan açısal aralıklarla dizilir.

$$p_k = \Omega_C e^{j\frac{\pi}{2N}(2k+N+1)} \qquad k = 0,1,2....,2N-1$$

- *Bütün kutuplar Ω_c eksenine göre simetrik yerleştirilmiştir.*
- $H_a(s)$ süzgeci aşağıdaki eşitlik ile ifade edilir.

$$H_a(s) = \frac{\Omega_C^N}{\prod_{Sol\ kutuplar} (s-p_k)}$$

Butterworth Süzgecin Tasarım Adımları

Geçirme bandı sınırı Ω_p, söndürme bandı sınırı Ω_s, geçirme bandı dalgalanması $R_p(dB)$ ve söndürme bandı zayıflaması A_s(dB) verilmiş ise;

1. Süzgeç derecesi N elde edilir

$$N = \frac{\log_{10}[(10^{R_P/10}-1)/(10^{A_S/10}-1)]}{2\log_{10}(\Omega_P/\Omega_S)}$$

2. 3-dB Ω_c kesim frekansı için istenilen aralıkta bir değer aşağıdaki iki değer arasında seçilir.

$$\Omega = \Omega_P \;\; iken \;\; \Omega_C = \frac{\Omega_P}{2N\sqrt{\left(10^{R_p/10}-1\right)}}$$

$$\Omega = \Omega_s \;\; iken \;\; \Omega_C = \frac{\Omega_S}{2N\sqrt{\left(10^{A_S/10}-1\right)}}$$

3. Bulunan N ve Ω_c ile Butterworth süzgecin aktarım işlevi $H_a(s)$, $|H_a(j\,\Omega)|^2$ kullanılarak elde edilir. s düzleminin sol tarafındaki kutuplarından $H_a(s)$ elde edilir.

MATLAB buttap işlevi

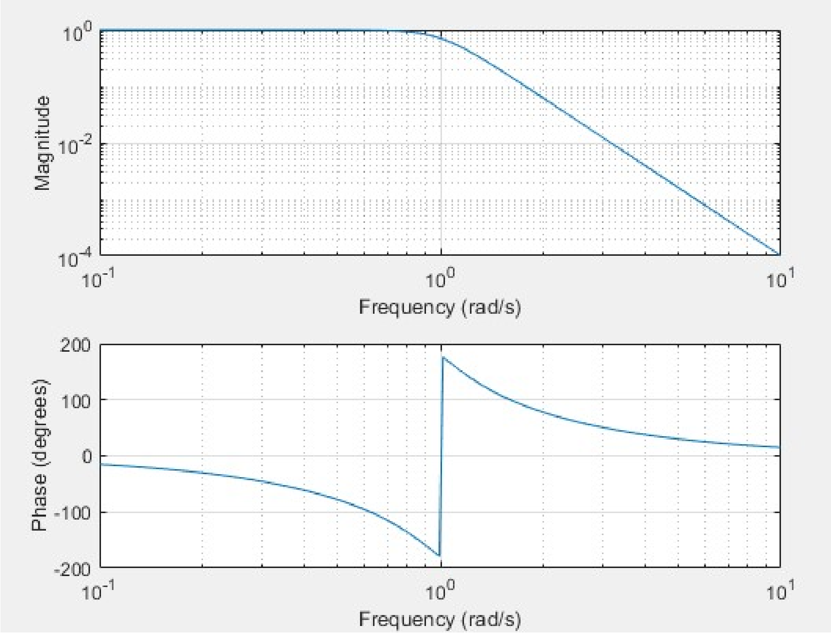
- **buttap(N)** işlevi *N*. dereceden Butterworth analog örnek süzgecin sıfırlarını (*Z*), kutuplarını (*P*) ve *K* kazanç değerini hesaplar. [Z, P, K]=buttap(N)
- Sonuçta elde edilen süzgecin birim çemberin sol yarı düzleminde *N* tane kutbu olup, sıfırı yoktur ve *K* kazanç değeri de 1'dir.
- [b,a] = zp2tf(z,p,k) komutu sıfır-kutup değerlerini aktarım işlevine dönüştürür.
- *b* ve *a* pay ve paydadaki aktarım işlevi katsayılardır.
- Butterworth Süzgecinde *b* değeri 1 dir.

Örnek 3

- **N = 4. dereceden Butterworth analog süzgecin genlik yanıtını çizdiriniz (Ω_c=1).**
- **Çözüm:** Freqs fonksiyonu *s*-domeninde frekans yanıtını verir ve otomatik olarak 200 tane ω rad/sn frekansı seçip, frekans yanıtını hesaplar.

  [H,W] = FREQS(B,A) automatically picks a set of 200 frequencies W on which the frequency response is computed. FREQS(B,A,N) picks N frequencies.

```
[z,p,k]=buttap(4);%4. dereceden Butterworth süzgeci sıfır (Z), kutup (P) ve kazanc (K)
[b,a]=zp2tf(z,p,k);%b, a filtre katsayı dizileri elde edilir
[H,w]=freqs(b,a); % s domeni transfer fonksiyonu, elde edilir. H otomatik 200 w değeri için hesaplanır.
plot(w, abs(H));
ylabel('Genlik');
xlabel('Frekans (rad/sn)');
```



Örnek 3 analog süzgeç yanıtı

MATLAB buttord ve butter işlevi

- [N, Wn] = buttord(ωp, ωs, Rp, Rs) buttord komutu geçirme bandında *Rp* dB'den az ve söndürme bandında *Rs* dB'den fazla miktarda zayıflatma yapan en düşük sayısal butterworth süzgeci derecesini verir. *ωp* ve *ωs* değeri 0 ile 1 arasında olan normalize edilmiş geçirme ve söndürme bandlarının sınır frekans değerleridir. Burada 1 değeri radian örnek sonucuna karşılık gelmektedir.

- [N, Wn] = buttord(ωp, ωs, Rp, Rs, 's') komutu *ωp* ve *ωs* [radyan/saniye] biriminde olmak üzere, analog bir süzgeç için hesaplama yapar.

- [b, a] = butter(N, Wn, ,'s') komutu *N*. derece alçak geçiren *Wn* [rad/sn] açısal kesim frekanslı bir analog Butterworth süzgeç tasarlar.

  Wn=[ωnl ωnu] ise butter komutu 2n. derece band geçiren ve geçirme bandı *ωnl ωnu* sınır frekansları olan süzgeç tasarlar. (If Wn is a two-element vector, Wn = [W1 W2], BUTTER returns an order 2N bandpass filter with passband W1 < W < W2)

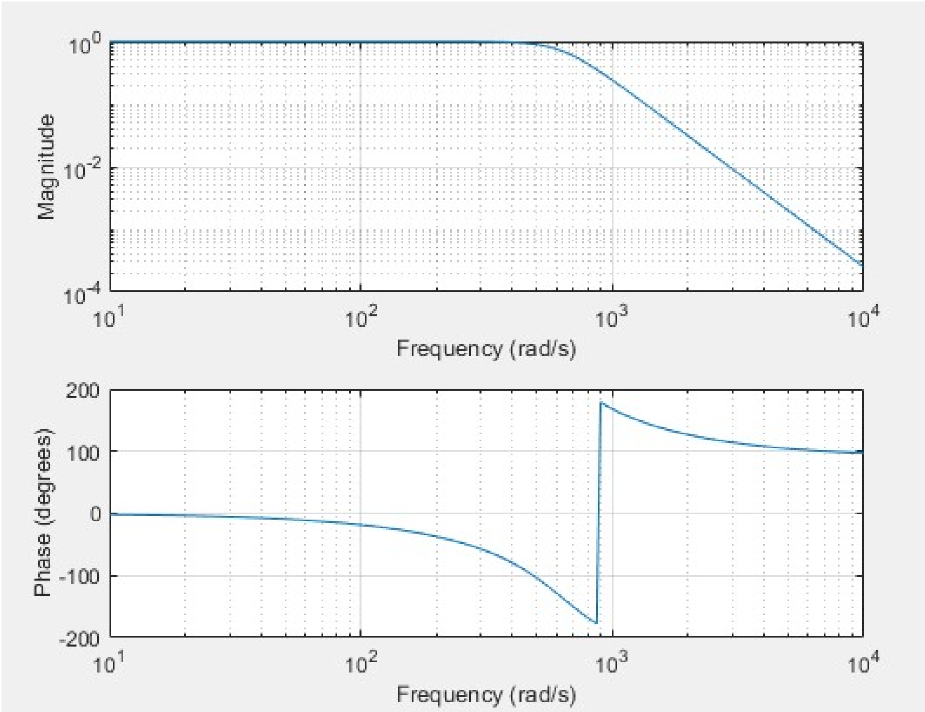
- Benzer şekilde **cheby1**, **cheby2** ve **ellip** komutları da vardır.

- [b, a] = butter(n, Wn) butter komutu ile (0.0<Wn< 1.0) kesim frekanslı *N*. dereceden *N*+1 uzunluklu sayısal Butterworth süzgeç katsayıları elde edilir.

Örnek 4

- 100 Hz kesim frekanslı 3. dereceden bir Butterworth analog süzgeç tasarlayınız.
- Çözüm:

```
% Matlab kodu – butter ile çözüm
[b,a]=butter(3,2*pi*100,'s');
[H,w]=freqs(b,a);
plot(w/(2*pi),abs(H));
xlabel('Frekans [Hz]');
ylabel('Genlik');
```



Örnek 4 analog süzgeç yanıtı

Analog - Sayısal Süzgeç Dönüşümleri

- İlk olarak uygun bir ilk örnek analog süzgeç üretilir ve daha sonra sayısal dönüşüm yapılarak sayısal süzgeç elde edilir. Bu dönüşüm genellikle *s* ve *z* düzlemindedir.

İdeal dönüşümün özellikleri:

1. Kararlı ve nedensel bir analog süzgeci kararlı ve nedensel sayısal bir süzgece dönüştürme
2. Analog süzgecin genlik ve faz yanıtı karakteristiklerinin korunması

   1. özelliğin sağlanması için sol yarı *s* düzlemi *z* düzleminde birim çemberin içine, sağ yarı *s* düzlemi de *z* düzleminde birim çember dışına aktarılmalıdır.

   2. özellik sağlanırken analog süzgecin frekans yanıtı karakteristiklerini korumak için j eksenini birebir birim çembere, $z=|1|$, dönüştürmelidir

IIR Sayısal Süzgeç Elde Etme Yöntemleri

IIR sayısal süzgeçler, analog süzgeç yaklaşıklıklarından aşağıdaki yöntemlerle elde edilebilir.

1. Değişmez-dürtü yanıtı yöntemi
2. 1. yöntemin değiştirilmiş hali
3. Uygunlaştırılmış-z dönüşümü
4. Bilineer dönüşüm

Bilineer Dönüşüm

- Değişmez dürtü yanıtı yönteminde ortaya çıkan frekans yanıtı örtüşmesini önlemek için *s* düzleminden *z* düzlemine birebir bir dönüşüme ihtiyaç duyulur.
- Bu problemi çözebilmek için önce $s \rightarrow s'$ birebir dönüşümü kullanılır. Daha sonra, örtüşme etkisi olmadan *s'* düzleminden *z* düzlemine dönüşüm gerçekleştirilir. *s* düzleminden *z* düzlemine olan bu geçiş şu şekildedir.

$$s = \frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \Rightarrow z = \frac{1+sT/2}{1-sT/2}$$

- Bilineer dönüşüm yardımıyla analog süzgeç transfer fonksiyonundan $H_a(s)$ sayısal süzgeci tasarlanabilir. Önce örnek bir analog süzgeç tasarlanır ve aşağıdaki görülen bilineer dönüşüm uygulanarak ile $H(z)$ elde edilir.

$$H(z) = H_a\left(\frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right)$$

Bilineer Dönüşümün Özellikleri

- 1) Sağ-yarı *s*-düzlem bölgesi, z düzleminde z=|1| birim dairesi dışındaki noktalara karşı düşer.

- 2) *s*-düzleminde j ekseni üzerindeki noktalar *z*-düzleminde z=|1| birim dairesi üzerine karşı düşer.

- 3) Sol-yarı *s* düzlem bölgesi *z* düzleminde z=|1| birim dairesi içindeki noktalara karşı düşer. Kararlı bir analog süzgecin nedenselliği korunurken kararlı bir sayısal süzgeç aktarım işlevi vereceği görülmektedir. Dürtü yanıtının korunamaması bilineer dönüşümün bir dezavantajıdır.

- *jΩ* ekseni ile birim çember arasındaki ilişki doğrusal değildir. Analog frekans *Ω,* doğrusal olmayan sayısal frekans ω (-π, π) eksenine sıkıştırılmıştır. Ω ile ω arasındaki doğrusal olmayan ilişki aşağıdaki elde edilebilir.

$$s = \left(\frac{2}{T}\right)\frac{1-e^{-j\omega}}{1+e^{-j\omega}} = \left(\frac{2}{T}\right) j\tan(\omega/2) = j\Omega \ \ \textit{ifadesi ile}$$

$$\Omega = \left(\frac{2}{T}\right)\tan(\omega/2) \ \ \textit{elde edilir}$$

Bilineer Dönüşümün Özellikleri

$$\Omega = \left(\frac{2}{T}\right)\tan(\omega/2) \;\; \textit{eşitliğinde}$$

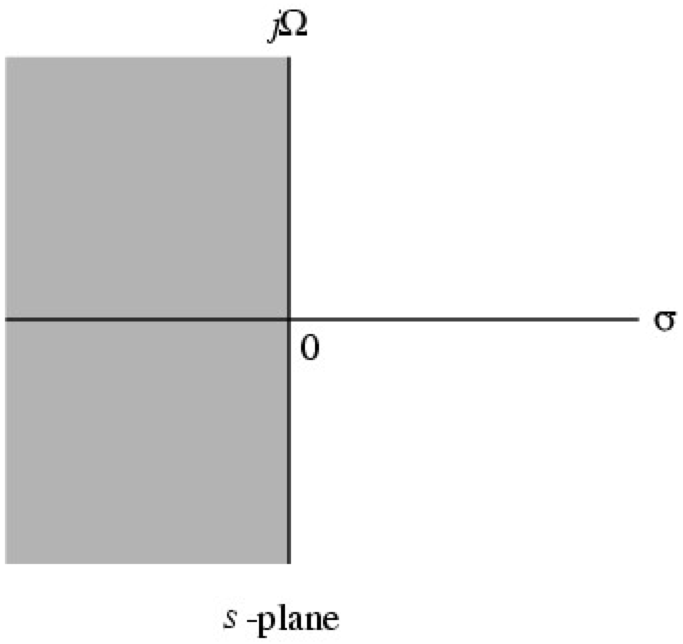
- Düşük frekanslar için sayısal süzgecin genlik yanıtı yaklaşık olarak analog süzgecin genlik yanıtıyla aynı olup geçiş yaklaşık doğrusal olur.
- Yüksek frekanslarda geçiş doğrusal olmayıp sayısal süzgeçte frekansa bağlı bozulma olur. Bu bozulmaya sarma (wrapping) etkisi denir. Sarma etkisi analog süzgece önsarma yapılarak giderilir.
- Örneğin geçirme ve söndürme band sınırları olan ω_p ve ω_s *değerlerine* sayısal süzgeç tasarımı için önsarma uygulanır.
- Buradaki amaç elde edilmek istenen sayısal frekansları verecek Ω_s ve Ω_p analog kesim frekanslarını bulmaktır.

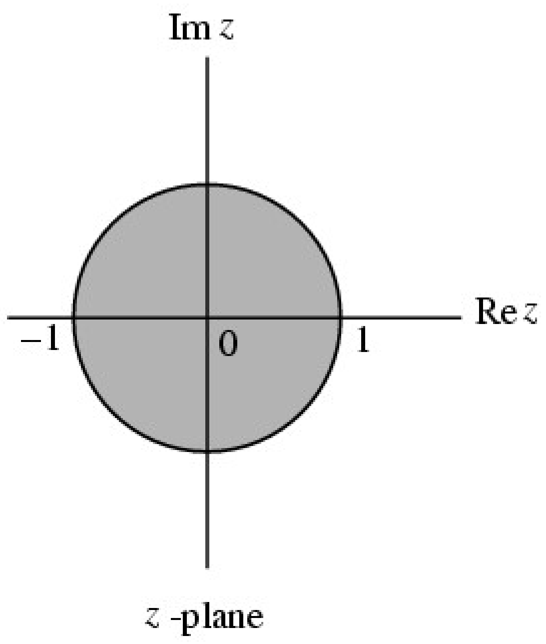
$$\Omega_P = \frac{2}{T}\tan\left(\frac{\omega_P}{2}\right)$$

$$\Omega_S = \frac{2}{T}\tan\left(\frac{\omega_S}{2}\right)$$

Bilineer Dönüşümün Özellikleri

- *s*-düzleminden *z*-düzlemine geçiş





Bilineer Dönüşüm İle Tasarım Süreci

Sayısal süzgecin ω_p, ω_s, R_p ve A_s parametreleri verildiği durumda $H(z)$ transfer fonksiyonunu elde etmek istiyoruz.

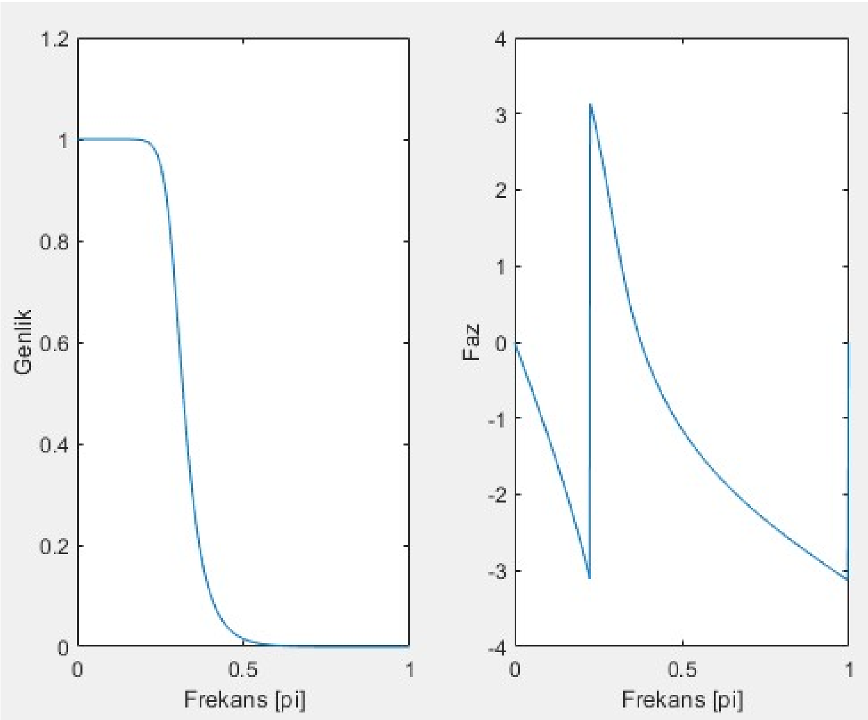
- 1) T için bir değer seçilir.
- 2) ω_p ve ω_s kesim frekansları önsarmalanır, daha sonra (4.41) eşitliğini kullanılarak Ω_s ve Ω_p hesaplanır.
- 3) Ω_s, Ω_p, R_p ve A_s özellikleri olan $H_a(s)$ analog ilk örnek süzgeç tasarlanır.
- 4) $$H(z) = H_a\left(\frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right)$$
- Bilineer dönüşümü uygulanır ve sayısal süzgecin transfer fonksiyonu $H(z)$ elde edilir.

Örnek 5

- Aşağıdaki verilen özelliklere göre bir sayısal alçak geçiren Butterworth süzgeç tasarlayıp genlik yanıtını çizdiriniz.

$$\omega_P = 0.2\pi \quad R_P = 1\,dB \qquad \omega_S = 0.3\pi \quad A_S = 15\,dB$$

```
wp=0.2*pi;ws=0.3*pi;
Rp=1;As=15;T=1;Fs=1/T;
OmegaP=(2/T)*tan(wp/2);
OmegaS=(2/T)*tan(ws/2);
[N,Wn]=buttord(OmegaP, OmegaS,
1, 15, 's');
[z,p,k]=buttap(N);
[b,a]=zp2tf(z,p,k);
[bt, at]=bilinear(b,a,Fs);
[H,w]=freqz(bt, at);
subplot(121); plot(w/pi,
abs(H));xlabel('Frekans
[pi]');ylabel('Genlik');
subplot(122); plot(w/pi,
angle(H));xlabel('Frekans
[pi]');ylabel('Faz');
```

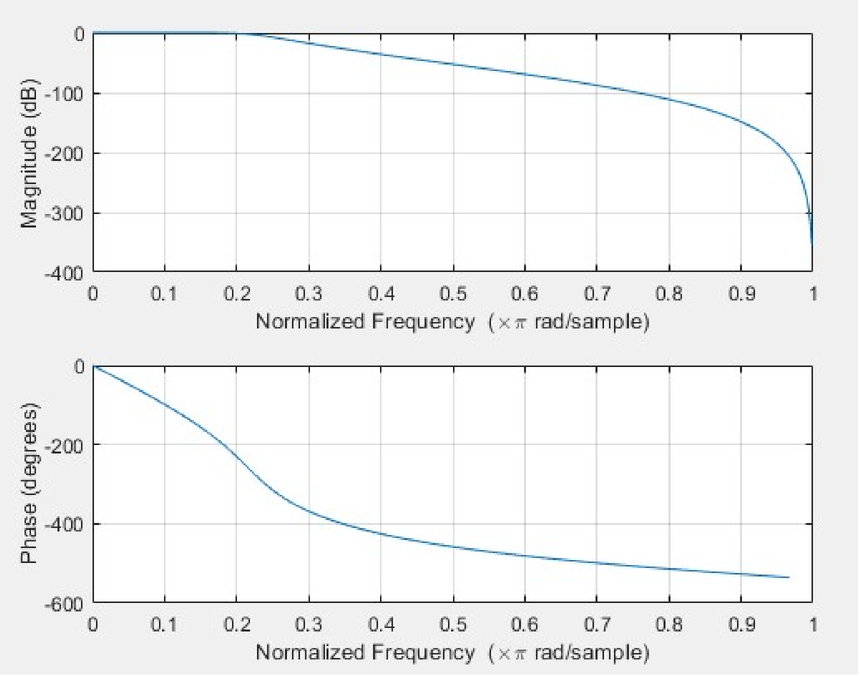


Süzgeç genlik ve faz yanıtı

Örnek 6

- [b,a]=butter(N, wn) komutu ile *N*. derece alçak geçiren sayısal butterworth süzgeci tasarlanabilir. *wn* [*π*] kesim frekansı önsarmalama ile elde edilir.
- **Çözüm:**

```
wp=0.2*pi;
ws=0.3*pi;
Rp=1;
As=15;
T=1;
Fs=1/T;
OmegaP=(2/T)*tan(wp/2);
OmegaS=(2/T)*tan(ws/2);
N=ceil((log10((10^(Rp/10)-
1)/(10^(As/10)-
1)))/(2*log10(OmegaP/OmegaS)));
OmegaC=OmegaP/((10^(Rp/10)-
1)^(1/(2*N)));
wn=2*atan((OmegaC*T)/2);
[b,a]=butter(N,wn/pi);
[H,W]=freqz(b,a);
plot(W/pi, abs(H));
```

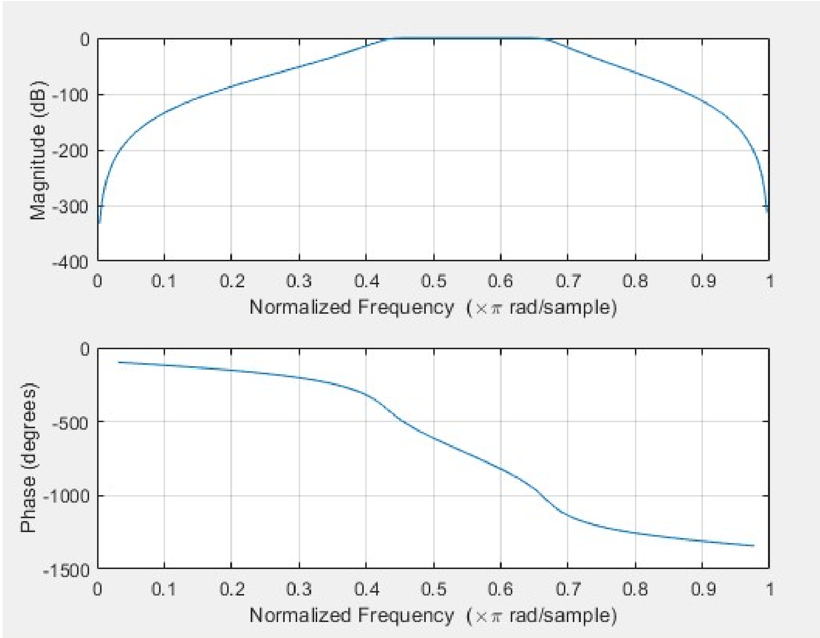


süzgeç genlik yanıtı

Örnek 7

- Normalize geçirme bandı sınırları 0.45 ve 0.65, normalize söndürme bandı sınırları 0.3 ve 0.75, geçirme bandı dalgalanması 1 dB ve minimum söndürme bandı zayıflaması 40 dB olan IIR butterworth band geçiren süzgeç tasarlayınız.
- **Çözüm:**

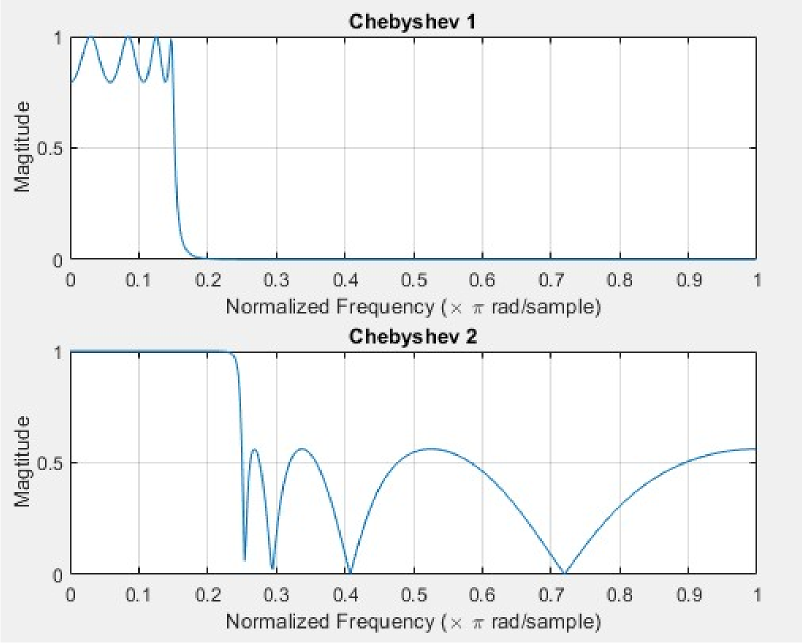
```
Wp=[0.45 0.65];Ws=[0.3 0.75];
Rp=1; As=40;
[N,Wn]=buttord(Wp, Ws, Rp, As);
[b,a]=butter(N,Wn);
h,omega]=freqz(b, a, 256);
gain=20*log10(abs(h));
subplot(121); plot(omega/pi,gain);
xlabel('omega/pi');
ylabel('Kazanç');
subplot(122); plot(omega/pi,abs(h));
xlabel('omega/pi');
ylabel('Genlik');
```



Süzgeç genlik yanıtı

Örnek 8 – Chebyshev AGS

```
fs=1000; ts=1/fs; t=0:ts:1-ts;
fm0=50; fm1=150;
m=cos(2*pi*fm0*t)+3*sin(2*pi*fm1*t);
wp=0.15; ws=0.25; Rp=1; Rs=60;
[n1, wn1]=cheb1ord(wp,ws,Rp,Rs);
[b1,a1]=cheby1(n1,2,wn1);
[H1, w1]=freqz(b1,a1); [n2,
wn2]=cheb2ord(wp, ws,Rp,Rs);
[b2,a2]=cheby2(n2,5,wn2);
[H2, w2]=freqz(b2,a2);
```



Süzgeç genlik yanıtı

ISTANBUL**TECHNICAL**UNIVERSITY

Thanks for listening.

yildirimib@itu.edu.tr