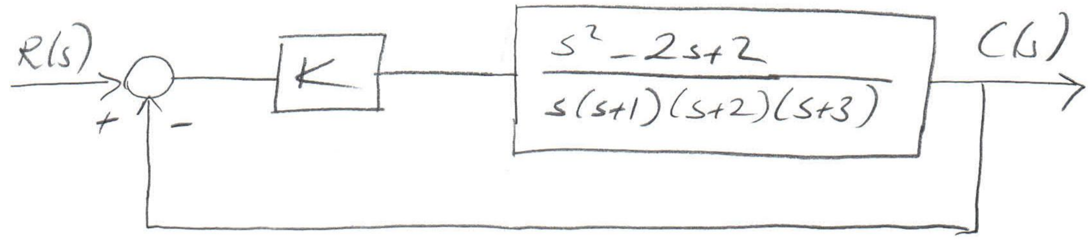
HANDAN NAK

OKS – UYGULAMA
2012 – 2013 II. VİZE

1) 

Şekilde verilen kapalı çevrim sistemde K'nın değişen pozitif değerleine bağlı olarak kök eğrisini çiziniz.

$\frac{d}{ds} G(s)H(s) = 0$ yapan gerçel değerlerin $s_1 = -2,563$
$s_2 = -1,422$ ve $s_3 = -0,298$ olduğu hesaplanmıştır.

Bu sistem K'nın hangi değerleri için kararlıdır? Routh–Hurwitz analizi yaparak inceleyiniz.

$$G(s)H(s) = K \frac{(s^2 - 2s + 2)}{s(s+1)(s+2)(s+3)}$$

$n = 4$, $m = 2$ → 2 kol

Kutuplar: $0, -1, -2, -3$

Sıfırlar: $1 \mp j$

Asimptot sayısı: $n - m = 2$

Asimptot açıları: $\frac{2i+1}{n-m} \cdot 180 = 90°, 270°$

Asimptotların kesişim noktası: $\sigma = \frac{-1-2-3-(1+1)}{n-m} = -4$

$1+j$'ye giriş açısı

$$90 + \theta - (45 + 26,56 + 18,43 + 14,03) = 180(2i+1)$$

$$\theta = 194,02°$$

Sanal ekseni kesme noktaları

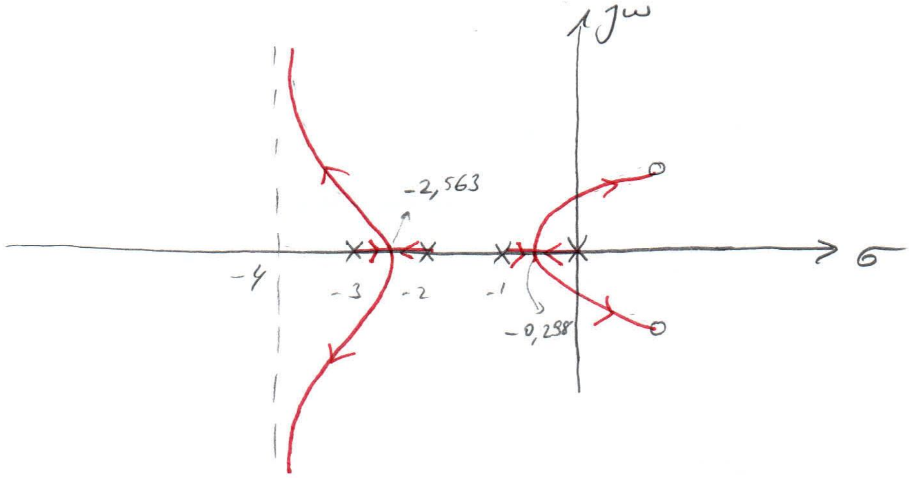
$p_c(s) = s^4 + 6s^3 + (11+K)s^2 + (6-2K)s + 2K$

$s = j\omega$ için $p_c(s) = 0$ yapan gerçek ω değerleri $K>0$ için pozitif kök eğrisinin sanal ekseni kestiği noktalardır.

$p_c(j\omega) = \omega^4 - 6j\omega^3 - (11+K)\omega^2 + (6-2K)j\omega + 2K = 0$

$\Rightarrow K = 2,03 \quad , \quad \omega = 0,56$

$0,56j$ 'de sanal ekseni kesiyor.



Routh _ Hurwitz

$p_c(s) = s^4 + 6s^3 + (11+K)s^2 + (6-2K)s + 2K$

s^4	1	$11+K$	$2K$
s^3	6	$6-2K$	
s^2	$10+\frac{4}{3}K$	$2K$	
s^1	$\frac{-4K^2-36K+90}{15+2K}$		
s^0	$2K$		

$2K > 0 \rightarrow K > 0$

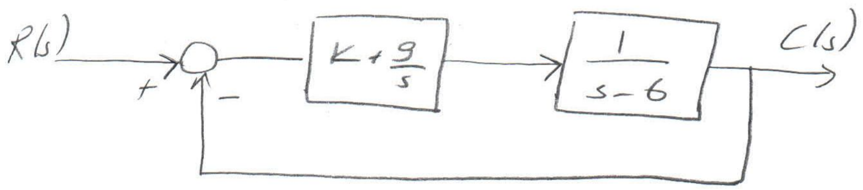
$10 + \frac{4}{3}K > 0 \rightarrow K > -7,5$

$-4K^2 - 36K + 90 > 0 \rightarrow -11,03 < K < 2,038$

$\boxed{0 < K < 2,038}$

2) Aşağıda blok diyagramı verilen birim geribeslemeli kapalı çevrim sistemin köklerinin yer eğrisini çiziniz.

Sönüm oranı $\xi = \frac{\sqrt{2}}{2}$ olması için K değerini köklerin yer eğrisi tekniğini kullanarak hesaplayınız.



$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\left(K+\frac{9}{s}\right)\left(\frac{1}{s-6}\right)}{1+\left(K+\frac{9}{s}\right)\left(\frac{1}{s-6}\right)} = \frac{Ks+9}{s(s-6)+Ks+9}$$

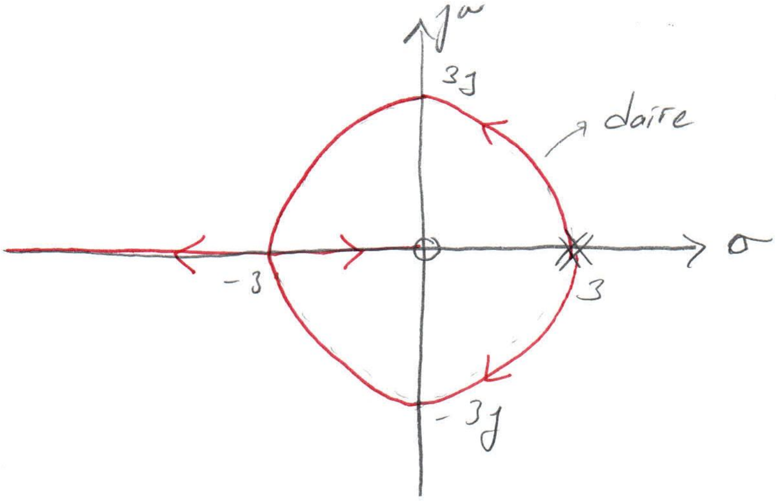
$$P_c(s) = s^2 - 6s + 9 + Ks = 0$$

$$1 + K\frac{s}{s^2-6s+9} = 0$$

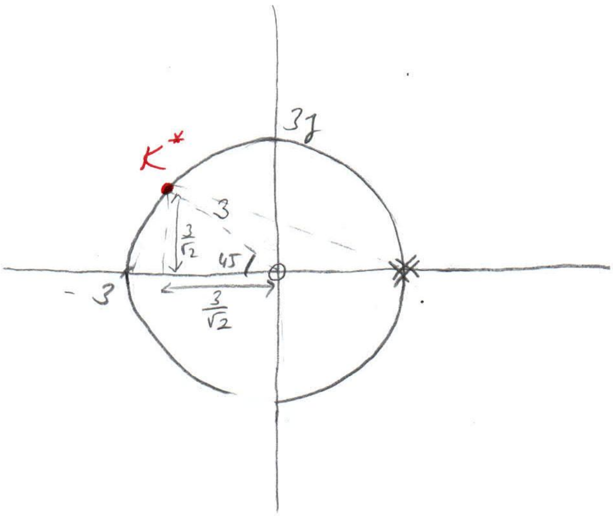
$$G(s) = \frac{s}{s^2-6s+9}$$

Kutuplar: $+3, +3$

Sıfırlar: 0



$$\xi = \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos\theta \Rightarrow \theta = 45°$$

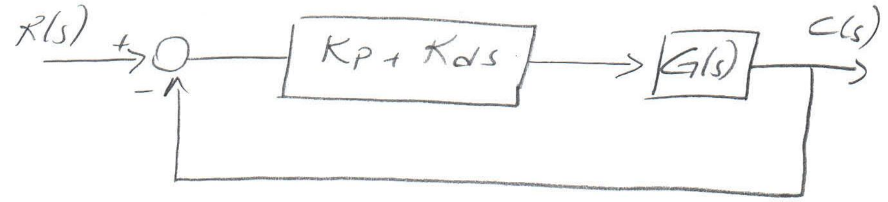


$$K^* = \frac{\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{3}{\sqrt{2}} + 3\right)^2}{3} = \frac{30{,}72}{3} = 10{,}24$$

3) Aşağıda blok diyagramı gösterilen birim geri beslemeli sistemde

$$G(s) = \frac{s+6}{(s+2)(s+3)(s+5)}$$ ve baskın kutup sönüm oranı

$\xi = 0,707$ olarak veriliyor. $\mp\%2$ band için yerleşme zamanını 0,86 sn yapan PD kontrolörünü tasarlayınız.



$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{(s+6)(K_p+K_d s)}{(s+2)(s+3)(s+5)+(s+6)(K_p+K_d s)}$$

$$P_c(s) = s^3+(10+K_d)s^2+(K_p+6K_d+31)s+30+6K_p$$

$$T_s = \frac{4}{\xi w_n} = 0,86 \quad \text{ve} \quad \xi = 0,707 \Rightarrow w_n = 6,57$$

$$P_d(s) = s^2+2\xi w_n s + w_n^2 = s^2+9,3s+43,16$$

$P_c(s) = P_d(s)\,(s+a)$ olmalı

$$P_d(s)(s+a) = s^3+(9,3+a)s^2+(43,16+9,3a)s+43,16a$$

iki polinomun katsayıları eşitlenirse

$$\left.\begin{aligned} 9,3+a &= 10+K_d \\ K_p+6K_d+31 &= 43,16+9,3a \\ 30+6K_p &= 43,16a \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} a &= 5,48 \\ K_p &= 34,46 \\ K_d &= 4,78 \end{aligned}$$