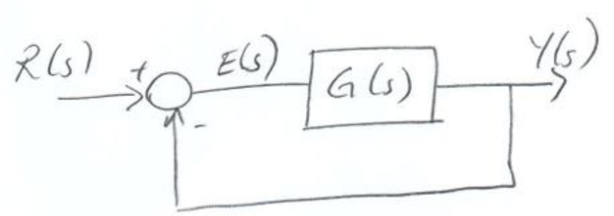
OKS – Uygulama I

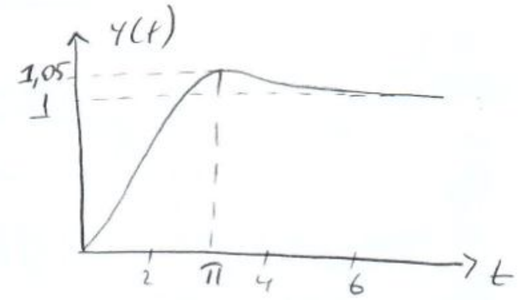
12.11.2012

1) Blok diyagramı şekildeki gibi olan sonlu sıfırı olmayan ikinci dereceden birim geri beslemeli bir sistemin girişine r(t) birim basamak işareti uygulandığında sistem cevabı aşağıdaki gibi olmaktadır. Buna göre;

a) Kapalı çevrim sistem transfer fonksiyonunu çıkartınız

b) G(s) transfer fonksiyonunu bulunuz.





a) ikinci dereceden transfer fonksiyonunun genel yapısı

$$T(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$\rightarrow \lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} sY(s) = \lim_{s\to 0} sR(s)T(s) = \lim_{s\to 0} s\frac{1}{s}\frac{K\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2} = 1$$

Şekilden $t\to\infty$ için $y(t)\to 1 \Rightarrow K=1$

$$\rightarrow \text{Aşım: } M_p \quad \xi = \frac{-\ln(M_p)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(M_p)}} = \frac{-\ln(0{,}05)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2 0{,}05}} = 0{,}69$$

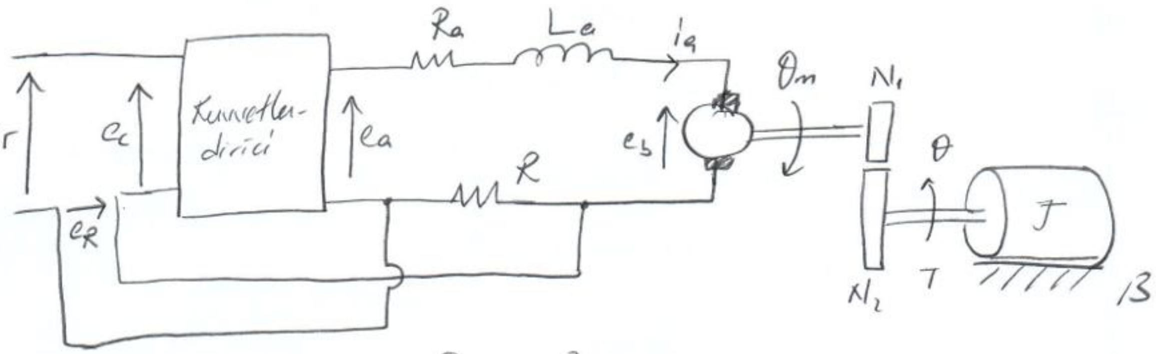
$$\rightarrow \text{Tepe zamanı: } T_p \quad T_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}} = \pi \Rightarrow \omega_n = 1{,}38$$

$$T(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2} = \frac{1{,}9044}{s^2+1{,}9044s+1{,}9044}$$

b) $T(s) = \dfrac{G(s)}{1+G(s)} \Rightarrow G(s) = \dfrac{T(s)}{1-T(s)}$

$$G(s) = \frac{1,9044}{s\,(s+1,9044)}$$

2) a)



K_a : motor moment katsayısı [Nm/A]
K_b : ters emk katsayısı [V/(rad/s)]
n : N_1/N_2 dişli oranı
J : yük ataleti [kgm^2]
B : viskoz sürtünme katsayısı [Nm/(rad/s)]

Yukarıdaki armatür kontrollü doğru akım motorunun e_r referans giriş ve
konum bilgisi çıkış olmak üzere sisteme ilişkin blok diyagramı çizini
ve transfer fonksiyonunu bulunuz

$$e_r(t) = e_c(t) + e_R(t)$$
$$e_a(t) = L_a \frac{di_a(t)}{dt} + R_a i_a(t) + R i_a(t) + e_b(t)$$
$$e_b(t) = K_b\, \omega_m(t)$$
$$e_a(t) = K e_c(t)$$
$$e_R(t) = R i_a(t)$$
$$E_r(s) = E_c(s) + E_R(t)$$
$$E_a(s) = [L_a s + R_a + R]\, I_a(s) + E_b(s) \rightarrow I_a(s) = \frac{E_a(s) - E_b(s)}{sL_a + R_a + R}$$
$$E_b(s) = K_b\, \omega_m(s)$$
$$E_a(s) = K E_c(s)$$
$$E_R(s) = R\, I_a(s)$$

Mekanik Kısım

$$T_m(t) = K_a\, i_a(t)$$

$$\omega_m(t) N_1 = N_2\, \omega(t) \longrightarrow \frac{\omega(t)}{\omega_m(t)} = \frac{N_1}{N_2}\ , \quad \frac{T(t)}{T_m(t)} = \frac{N_2}{N_1}$$

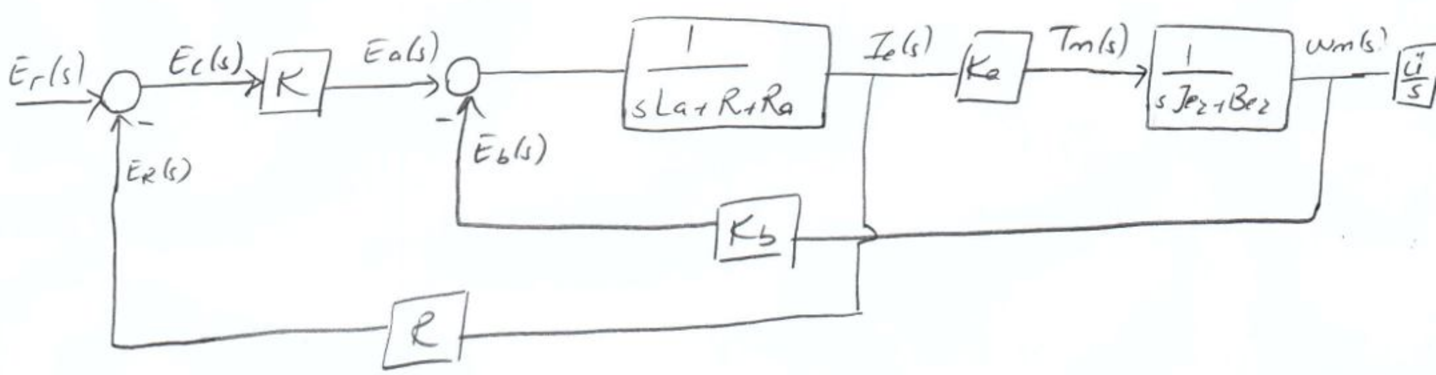
$$T(t) = J\dot{\omega}(t) + B\omega(t)$$

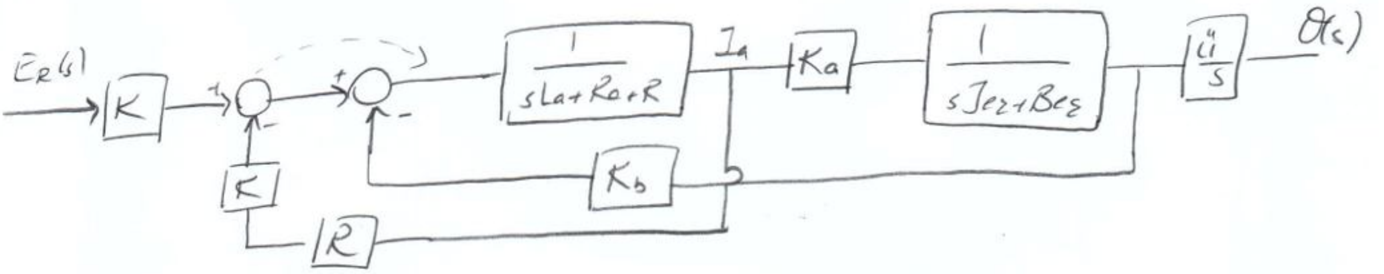
$$T_m(t) = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 J\dot{\omega}_m(t) + \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 B\omega_m(t)$$

$$T_m(s) = \left[\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Js + \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 B\right]\omega_m(s)$$

$$\frac{N_1}{N_2} = ü$$

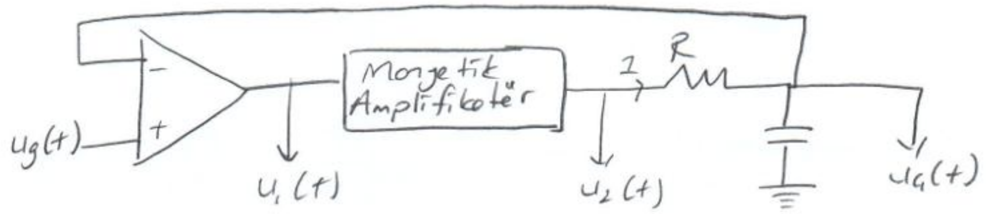
$$J_{eş} = ü^2 J \qquad B_{eş} = ü^2 B$$

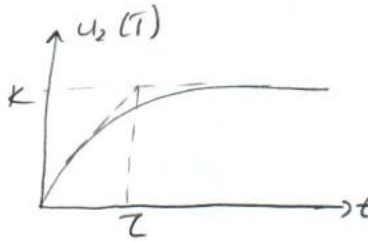




$$\frac{\theta(s)}{E_r(s)} = \frac{Kü}{s}\ \frac{K_a}{(sL_a + R_a + R + KR)(sJ_{eş} + B_{eş}) + K_b}$$

b)





Yukarıdaki sistemde manyetik amplifikatöre $u_1(t)$ işareti birim basamak giriş olarak uygulandığında $u_2(t)$'den elde edilen yanıt yukarıdaki gibidir. Sistemde $u_1(t) = u_4(t) - u_g(t)$ bağıntısı vardır. Buna göre $u_g(t)$ giriş $u_4(t)$ çıkış olmak üzere sistemin transfer fonksiyonunu bulunuz.

$$\frac{u_2(s)}{u_1(s)} = \frac{K}{\tau s+1}$$

$$u_1(s) = u_4(s) - u_g(t)$$

$$u_2(s) = RI(s) + u_4(s)$$

$$I(s) = sC\,u_4(s)$$

$$u_2(s) = sRC\,u_4(s) + u_4(s)$$

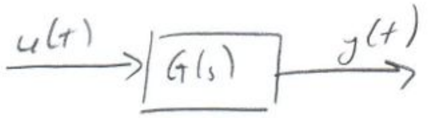
$$\frac{K}{\tau s+1}\,u_1(s) = u_4(s)\,(sRC+1)$$

$$\frac{K}{\tau s+1}\left[u_4(s) - u_g(s)\right] = u_4(s)\left[sRC+1\right]$$

$$\frac{u_4(s)}{u_g(s)} = \frac{K}{(\tau s+1)(CRs+1)+K}$$

3) Transfer fonksiyonu $G(s) = \dfrac{a}{(s+3)(s+0{,}1)}$ olarak verilen bir sistem

a) Açık çevrimde kontrol edilirken basamak şeklindeki bir giriş için çıkışın sürekli halde alacağı değeri ve sürekli hal hatasını hesaplayınız



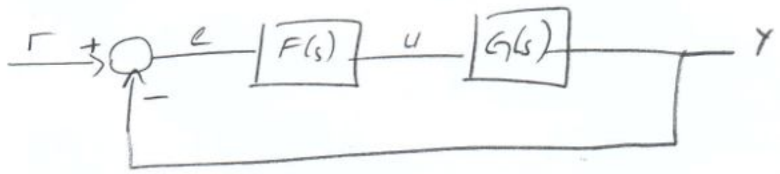
$$\lim_{s\to 0} s\,Y(s) = \lim_{s\to 0} s\,R(s)\,G(s) = \lim_{s\to 0} s\,\frac{1}{s}\,\frac{a}{(s+3)(s+0{,}1)} = \frac{a}{0{,}3}$$

$$\lim_{s\to 0} s\,E(s) = \lim_{s\to 0} s\left[R(s) - Y(s)\right] = \lim_{s\to 0} s\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s}\,\frac{a}{(s+3)(s+0{,}1)}\right) = \frac{0{,}3-}{0{,}3}$$

b) Birim geri beslemeli yapıda sistem $F(s) = K$ ile kontrol edilirse,

i) İleri yol transfer fonksiyonunun $(F(s)\,G(s))$ konum, hız, ivme hata katsayılarını (K_p, K_v, K_a) hesaplayınız

ii) Basamak, rampa ve parabolik referans girişler için kapalı çevr sistemin sürekli hal hatasını hesaplayınız.



$$E(s) = R(s) - Y(s) = R(s) - E(s)\,F(s)\,G(s)$$

$$E(s) = \frac{R(s)}{1 + F(s)\,G(s)}$$

→ Birim basamak için

$$e_{ss} = \lim_{s\to 0} s\,E(s) = \lim_{s\to 0} s\,\frac{1/s}{1 + \dfrac{Ka}{(s+3)(s+0{,}1)}} = \frac{1}{1 + \dfrac{Ka}{0{,}3}} = \frac{0{,}3}{0{,}3+Ka}$$

$$K_p = \lim_{s\to 0} F(s)\,G(s) = \frac{Ka}{0{,}3}$$

→ Rampa giriş için

$$\lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} s \frac{1/s^2}{1+\frac{Ka}{(s+3)(s+0,1)}} = \frac{1}{0+0} = 0$$

$$K_v = \lim_{s\to 0} sF(s)G(s) = \lim_{s\to 0} \frac{s\,K\,a}{(s+0,1)(s+3)} = 0$$

→ Parabolik giriş için

$$\lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} s\frac{1}{s^3} \frac{1}{1+\frac{Ka}{(s+3)(s+0,1)}} = \frac{1}{0+0} = \infty$$

$$K_a = \lim_{s\to 0} s^2 F(s)G(s) = 0.$$

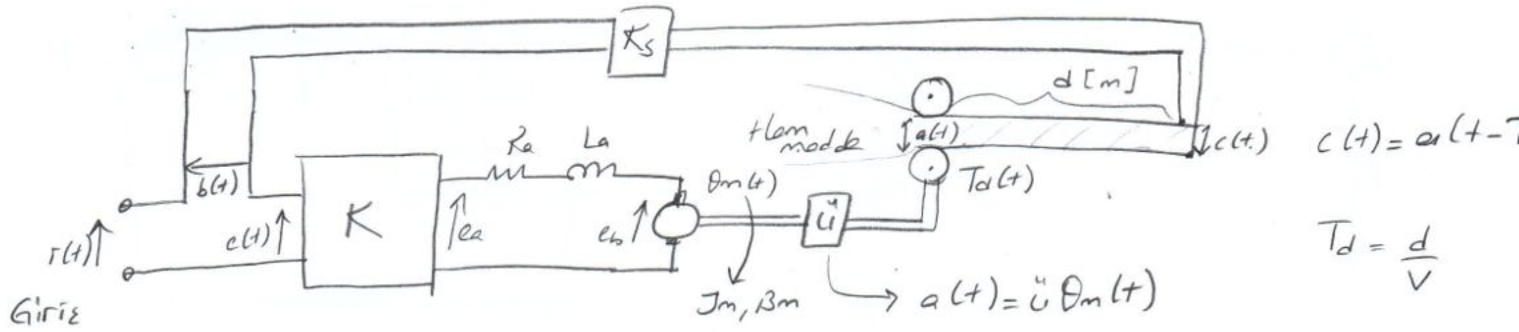
c) Sistemdeki "a" parametresi tam olarak bilinemiyor ve ölçülemiyorsa kapalı çevrimde basamak şeklinde girişler için sürekli hal hatası tamamen yok etmek için $F(s)=K$ şeklinde bir kontrolör yeterli midir? Değilse $F(s)$ üzerinde nasıl bir değişiklik yapılabilir?

$$e_{ss} = \lim_{s\to 0} s \frac{1/s}{1+F(s)G(s)} = \frac{1}{1+\lim_{s\to 0} F(s)G(s)}$$

$e_{ss}=0$ için $\lim_{s\to 0} F(s)G(s) = \infty$ olmalı

$\lim_{s\to 0} F(s) \frac{Ka}{(s+0,1)(s+3)} = \infty$ için $F(s)$'in $s=0$ da bir kutb[u] olmalı

4) Bir ağ sürecinde kalınlık kontrolü



$T_d(t)$: bozucu etkiler

$c(t)$ [belirli bir zaman gecikmesiyle ölçme yapılabilir] çıkış

Elektriksel kısım

$e(t) = r(t) - b(t) \Rightarrow E(s) = R(s) - B(s)$

$e_a(t) = K e(t) \Rightarrow E_a(s) = K E(s)$

$e_a(t) - e_b(t) = L_a \dot{i}_a + R_a i_a \Rightarrow I_a(s) = \dfrac{E_a(s) - E_b(s)}{L_a s + R_a}$

$T_m(t) = K_a i_a \Rightarrow T_m(s) = K_a I_a(s)$

$b(t) = K_s c(t) \Rightarrow B(s) = K_s C(s)$

$c(t) = a(t - T_d) \Rightarrow C(s) = e^{-T_d s} A(s)$

Mekanik Kısım

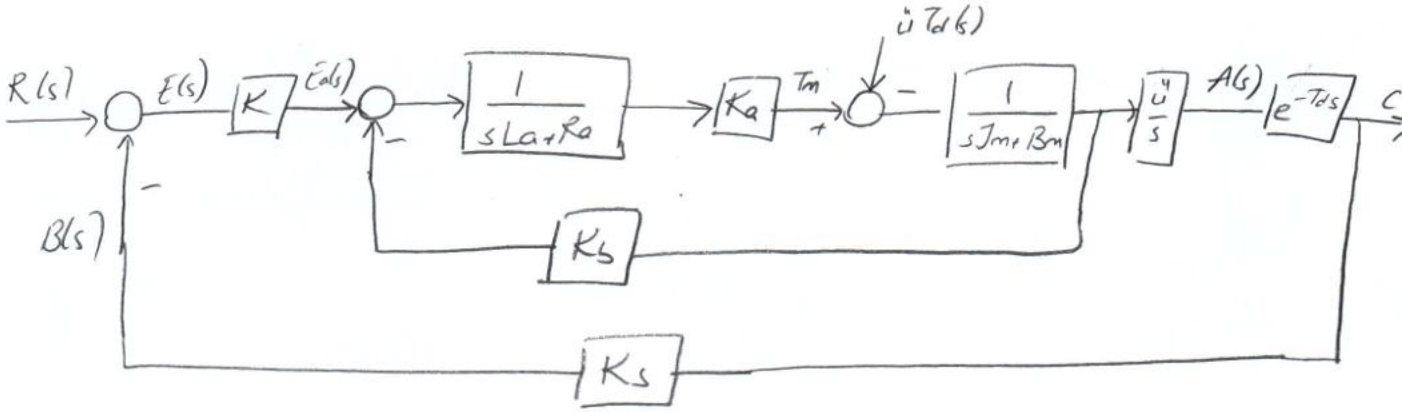
$\dot{\theta}_m(t) = w_m(t)$

$a(t) = \ddot{u}\,\theta_m(t)$

$T_m(t) = J_m \dot{w}_m + B_m w_m + \ddot{u}\,T_d(t)$

$T_m(s) = [s J_m + B_m]\, w_m(s) + \ddot{u}\,T_d(s)$

Blok diyagram



Açık çevrim transfer fonksiyonu ($Ks=0$)

$$G(s) = e^{-Tds}\,\frac{ü}{s}\,K\,\frac{Ka}{KaKb+(sLa+Ra)(sJm+Bm)}$$

Kapalı çevrim transfer fonksiyonu

$$T(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{KKaü\,e^{-Tds}}{sKaKb+s(sLa+Ra)(sJm+Bm)+KKaü\,e^{-Tds}Ks}$$