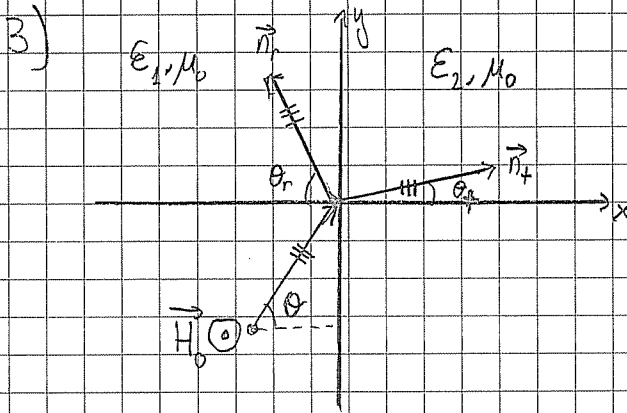


EM Dalgalar 3. Ödev

1



Gelen dalganın yönü: $\vec{n}_0 = \vec{e}_x \cos \theta + \vec{e}_y \sin \theta$

Gelen dalganın manyetik alanı: $\vec{H}_0 = \vec{e}_z H_0 e^{ik_1(x \cos \theta + y \sin \theta)}$

Gelen dalganın elektrik alanı: $\vec{E}_0 = -Z_1 \vec{n}_0 \times \vec{H}_0$ $Z_1 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_1}}$

$$\Rightarrow \vec{E}_0 = -Z_1 (\vec{e}_x \cos \theta + \vec{e}_y \sin \theta) \times \vec{e}_z H_0 e^{ik_1(x \cos \theta + y \sin \theta)}$$

$$\Rightarrow \vec{E}_0 = Z_1 H_0 e^{ik_1(x \cos \theta + y \sin \theta)} [\cos \theta \vec{e}_y - \sin \theta \vec{e}_x]$$

Yansıyan dalganın yönü: $\vec{n}_r = -\vec{e}_x \cos \theta_r + \vec{e}_y \sin \theta_r$

Yansıyan dalganın manyetik alanı: $\vec{H}_r = \vec{e}_z R H_0 e^{ik_1(-x \cos \theta_r + y \sin \theta_r)}$

Yansıyan dalganın elektrik alanı: $\vec{E}_r = -Z_1 \vec{n}_r \times \vec{H}_r$

$$\Rightarrow \vec{E}_r = Z_1 R H_0 e^{ik_1(-x \cos \theta_r + y \sin \theta_r)} [-\cos \theta_r \vec{e}_y - \sin \theta_r \vec{e}_x]$$

Kırılan dalganın yönü: $\vec{n}_t = \vec{e}_x \cos \theta_t + \vec{e}_y \sin \theta_t$

Kırılan dalganın manyetik alanı: $\vec{H}_t = \vec{e}_z T H_0 e^{ik_2(x \cos \theta_t + y \sin \theta_t)}$

(2)

Kırılan dalganın elektrik alanı $\vec{E}_+ = -Z_2 \vec{n}_+ \times \vec{H}_+$ $Z_2 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_2}}$

$$\Rightarrow \vec{E}_+ = Z_2 T H_0 e^{ik_2(x \cos \theta_+ + y \sin \theta_+)} [\cos \theta_+ \vec{e}_y - \sin \theta_+ \vec{e}_x]$$

Sınır koşulları kullanılarak θ_r, θ_t açıları ve R, T yansımaya-kırılma katsayıları bulunabilir

1) Elektrik alanın teğet bileşenleri sürekli $\Rightarrow E_{1y} = E_{2y} \Big|_{x=0}$

2) Manyetik alanın teğet bileşeni sürekli $\Rightarrow H_{1z} = H_{2z} \Big|_{x=0}$

$$\Rightarrow Z_1 H_0 \cos \theta e^{ik_1 y \sin \theta} - Z_1 R H_0 \cos \theta_r e^{ik_1 y \sin \theta_r} = Z_2 T H_0 \cos \theta_+ e^{ik_2 y \sin \theta_+} \quad (1)$$

$$\Rightarrow H_0 e^{ik_1 y \sin \theta} + R H_0 e^{ik_1 y \sin \theta_r} = T H_0 e^{ik_2 y \sin \theta_+} \quad (2)$$

Her iki denklemin tüm y değerleri için geçerli olması istellenin eşit olmasını gerektirir. Buna göre

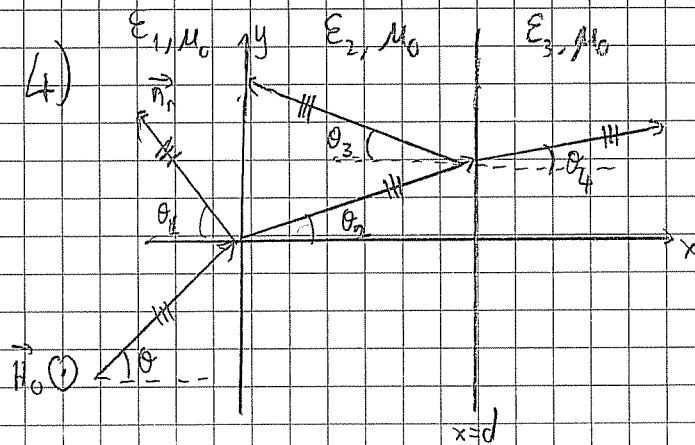
$$\left. \begin{array}{l} \theta_r = \theta \\ k_2 \sin \theta_+ = k_1 \sin \theta \end{array} \right\} \text{Snell bağıntısı}$$

Böylece (1) $\rightarrow Z_1 \cos \theta - Z_1 R \cos \theta = Z_2 T \cos \theta_+$

(2) $\rightarrow 1 + R = T$

Sonuç olarak yansımaya katsayısı $R = \frac{Z_1 \cos \theta - Z_2 \cos \theta_+}{Z_1 \cos \theta + Z_2 \cos \theta_+}$

Kırılma katsayısı $T = 1 + R$



(3)

Snell bağıntısı gereği

$$\theta = \theta_1$$

$$k_1 \sin \theta = k_2 \sin \theta_2$$

$$\theta_2 = \theta_3$$

$$k_2 \sin \theta_2 = k_3 \sin \theta_4$$

$x < 0$ 'daki dalgalar:

$$\vec{n} = \cos \theta \vec{e}_x + \sin \theta \vec{e}_y \quad \text{gelen dalga}$$

$$\vec{n}_r = -\cos \theta \vec{e}_x + \sin \theta \vec{e}_y \quad \text{yansıyan dalga}$$

Gelen dalga için manyetik alan $\vec{H}_0 = \vec{e}_z e^{ik_1(x \cos \theta + y \sin \theta)}$

$$\text{elektrik alan } \vec{E}_0 = \vec{e}_z e^{ik_1(x \cos \theta + y \sin \theta)} [\cos \theta \vec{e}_y - \sin \theta \vec{e}_x]$$

Yansıyan dalga için manyetik alan $\vec{H}_r = \vec{e}_z R_1 e^{ik_1(-x \cos \theta + y \sin \theta)}$

$$\text{elektrik alan } \vec{E}_r = \vec{e}_z R_1 e^{ik_1(-x \cos \theta + y \sin \theta)} [-\cos \theta \vec{e}_y - \sin \theta \vec{e}_x]$$

$0 < x < d$ bölgesindeki dalgalar

$$\vec{n}_2 = \cos \theta_2 \vec{e}_x + \sin \theta_2 \vec{e}_y$$

$$\vec{n}_3 = -\cos \theta_2 \vec{e}_x + \sin \theta_2 \vec{e}_y$$

\vec{n}_2 yönündeki dalga için manyetik alan: $\vec{H}_2 = \vec{e}_z T_2 e^{ik_2(x \cos \theta_2 + y \sin \theta_2)}$

$$\text{elektrik alan: } \vec{E}_2 = \vec{e}_z T_2 e^{ik_2(x \cos \theta_2 + y \sin \theta_2)} [\cos \theta_2 \vec{e}_y - \sin \theta_2 \vec{e}_x]$$

4

\vec{R}_3 yönündeki dalganın manyetik alan $\vec{H}_3 = \vec{e}_z R_2 T_2 e^{ik_2(-x \cos \theta_2 + y \sin \theta_2)}$
 elektrik alan $\vec{E}_3 = Z_2 R_2 T_2 e^{ik_2(-x \cos \theta_2 + y \sin \theta_2)} [-\cos \theta_2 \vec{e}_y - \sin \theta_2 \vec{e}_x]$

$x > d$ bölgesindeki dalganın $\vec{H}_4 = \cos \theta_4 \vec{e}_x + \sin \theta_4 \vec{e}_y$

manyetik alan $\vec{H}_4 = \vec{e}_z T_3 e^{ik_3(x \cos \theta_4 + y \sin \theta_4)}$

elektrik alan $\vec{E}_4 = Z_3 T_3 e^{ik_3(x \cos \theta_4 + y \sin \theta_4)} [\cos \theta_4 \vec{e}_y - \sin \theta_4 \vec{e}_x]$

Bilinmeyen R_1, R_2, T_2, T_3 katsayıları $x=0$ ve $x=d$ sınır yüzeyleri üzerindeki süreklilik denklemleri (sınır koşulları) ile bulunur.

1) $E_{0+} + E_{r+} = E_{2+} + E_{3+} \quad (x=0)$

2) $H_{0+} + H_{r+} = E_{2+} + E_{3+} \quad (x=0)$

3) $E_{2+} + E_{3+} = E_{4+} \quad (x=d)$

4) $H_{2+} + H_{3+} = H_{4+} \quad (x=d)$

Bu denklemlerdeki $+$ alt indisi teğet bileşeni gösterir.

Bu denklemler:

$Z_1 \cos \theta + Z_1 R_1 \cos \theta = Z_2 T_2 \cos \theta_2 - Z_2 R_2 T_2 \cos \theta_2 \quad (1)$

$1 + R_1 = T_2 + R_2 T_2 \quad (2)$

$Z_2 T_2 \cos \theta_2 e^{ik_2 d \cos \theta_2} - Z_2 R_2 T_2 \cos \theta_2 e^{-ik_2 d \cos \theta_2} = Z_3 T_3 \cos \theta_4 e^{ik_3 d \cos \theta_4} \quad (3)$

$T_2 e^{ik_2 d \cos \theta_2} + R_2 T_2 e^{-ik_2 d \cos \theta_2} = T_3 e^{ik_3 d \cos \theta_4} \quad (4)$

Bu 4 denklemin oluşturduğu sistem çözülerek katsayılar bulunabilir.

6) $x < 0$ ve $0 < x < d$ bölgeleri için yapı 4. soruyla aynı. Polarisasyon yukarıdaki (1) ve (2) denklemleri aynı kalır. 3. denklem:

$E_{2+} + E_{3+} = 0 \Rightarrow Z_2 T_2 \cos \theta_2 e^{ik_2 d \cos \theta_2} - Z_2 R_2 T_2 \cos \theta_2 e^{-ik_2 d \cos \theta_2} = 0 \quad (3)$
 $x=d$