

Ödevimi kendi çalışma ve araştırmalarım ile ve
Yoruculduğum kitap, ders, internet sitesi gibi gibi
kaynakları referans olarak belirttim beyan ederim.
Ayrıca bu ödevin bir parçasının veya tamamının
kopyalanmadığını beyan ederim.

Yigit Bektaş Gürsoy
040180063

$$\begin{aligned} a^n u[n] \quad (|a| < 1) &\xrightarrow{F} \frac{1}{1 - ae^{-j\omega}} \\ -b^n u[-n-1] \quad (|b| > 1) &\xrightarrow{F} \frac{1}{1 - be^{-j\omega}} \end{aligned}$$

1-)
a) $h_1[n] = \left(\frac{1}{4}\right)^{|n|}$

$$H(e^{j\omega}) \Rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^n u[n] + \left(\frac{1}{4}\right)^{-n} u[-n-1]$$

$$H(e^{j\omega}) = \frac{1}{1 - \frac{1}{4}e^{-j\omega}} - \frac{1}{1 - 4e^{-j\omega}}$$

b-) $h_2[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^{-n} u[3-n]$

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^3 \left(\frac{1}{3}\right)^{-n} e^{-j\omega n} = \sum_{n=-\infty}^3 (3e^{j\omega})^n = \sum_{n=-3}^{\infty} \left(\frac{e^{j\omega}}{3}\right)^n$$

$$\Rightarrow \frac{27}{e^{-3j\omega}} + \frac{9}{e^{-2j\omega}} + \frac{3}{e^{-j\omega}} + \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{e^{j\omega}}{3}\right)^n = 27e^{-3j\omega} + 9e^{-2j\omega} + 3e^{-j\omega} + \frac{1}{1 - \frac{1}{3}e^{j\omega}}$$

$$H(e^{j\omega}) = \frac{27e^{-3j\omega} + 9e^{-2j\omega} + 3e^{-j\omega} + 1}{1 - \frac{1}{3}e^{j\omega}} = \frac{27e^{-3j\omega}}{1 - \frac{1}{3}e^{j\omega}}$$

c) $H_3(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \omega \leq \pi/4 \\ 0, & \pi/4 < \omega \leq \pi \end{cases}$

$$\frac{\sin(\omega_b n)}{\pi n} \longleftrightarrow \begin{cases} 1, & |\omega| \leq \omega_b \\ 0, & \omega_b < |\omega| \leq \pi \end{cases}$$

özelliklerinden

ters fourier
alalım.

$$\omega_b = \frac{\pi}{4} \quad \text{için} \Rightarrow \frac{\sin\left(\frac{\pi}{4}n\right)}{\pi n}$$

Yigit Bektaş Gürsoy

040180063

~~YMM~~

2)

$$a) h_1[n] = \left(\frac{1}{4}\right)^n u[-n-2]$$

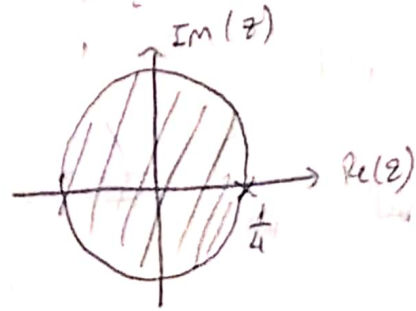
$$H(z) = - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^n u[-n-2] z^{-n} = - \sum_{n=-\infty}^{-2} \left(\frac{1}{4}\right)^n z^{-n}$$

$$\Rightarrow - \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^{-n} z^n = - \sum_{n=2}^{\infty} (4z)^n = 1 + 4z - \sum_{n=0}^{\infty} (4z)^n$$

$$H(z) = 1 + 4z - \frac{1}{1-4z} = \frac{-16z^2}{1-4z} = \frac{16z^2}{4z-1}$$

Sıfır lar: 0

Kutup lar: $\frac{1}{4}$



* Yakınsaklık bölgesi birim çemberi içermediğinden dolayı kararlı değil.

* Yakınsaklık bölgesi sol-tarafta olduğundan dolayı nedensel değildir.

$$b) h_2[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^n u[3-n]$$

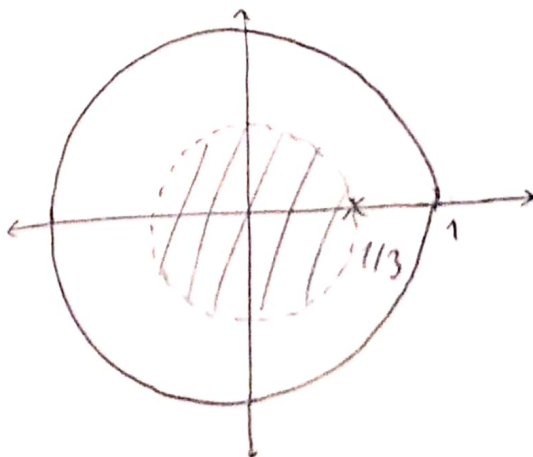
$$H(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n u[3-n] z^{-n} = \sum_{n=-\infty}^3 \left(\frac{1}{3}\right)^n z^{-n} = \sum_{n=-3}^{\infty} (3z)^n$$

$$H(z) = \frac{z^{-3}}{27} + \frac{z^{-2}}{9} + \frac{z^{-1}}{3} + \sum_{n=0}^{\infty} 1 = \frac{z^{-3} + 3z^{-2} + 9z^{-1} + 27}{27} = \frac{1}{3z+1}$$

$$\Rightarrow \frac{z^{-3} - 3z^{-2} + 3z^{-1} - 9z^{-1} + 9z^{-1} - 27 + 27 - z^{-3}}{27(1-3z)} = \frac{z^{-3}}{27(1-3z)}$$

Sıfır lar: 0

Kutup lar: $\frac{1}{3}$



* Birim çemberi içeriyor, kararlı değil

* Sol tarafta, nedensel değil.

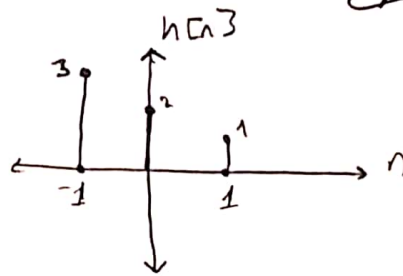
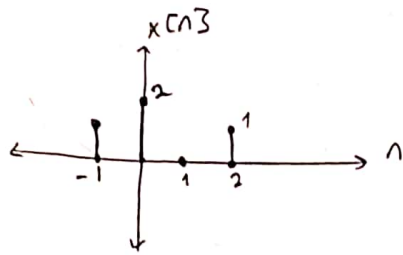
$$3 \rightarrow x[n] = \{1, 2, 0, 1\}$$

$$h[n] = \{3, 2, 1\}$$

Yigit Bektoz Gürsoy

040180063

(Signature)



$$x[n] * h[n] = y[n] \rightarrow x(z) h(z) = y(z)$$

$$x[n] = \delta[n+1] + 2\delta[n] + 0\delta[n-1] + 1\delta[n-2]$$

$$h[n] = 3\delta[n+1] + 2\delta[n] + 1\delta[n-1]$$

$$x(z) = z + 2 + 0 + z^{-2}$$

$$h(z) = 3z + 2 + z^{-1}$$

$$y(z) = x(z) h(z) = (z + z^{-2} + 2)(z + 2 + 3z^{-1})$$

$$y(z) = 4 + 6z + 2z^{-1} + 2z + 3z^2 + 1 + 2z^{-2} + 3z^{-1} + z^{-3}$$

$$y(z) = z^{-3} + 2z^{-2} + 5z^{-1} + 8z + 3z^2 + 5$$

$$y[n] = \delta[n-3] + 2\delta[n-2] + 5\delta[n-1] + 8\delta[n] + 3\delta[n+2] + 5\delta[n]$$

4-)

$$y[n] = \frac{1}{4} y[n-1] + \frac{1}{8} y[n-2] + x[n] - x[n-1]$$

Yigit Bektaş Gürsoy

040180063

$$y[n] - \frac{1}{4} y[n-1] - \frac{1}{8} y[n-2] = x[n] - x[n-1]$$

$$\Rightarrow y(z) - \frac{z^{-1}}{4} y(z) - \frac{z^{-2}}{8} y(z) = x(z) - z^{-1} x(z)$$

$$\Rightarrow y(z) \left[1 - \frac{z^{-1}}{4} - \frac{z^{-2}}{8} \right] = x(z) [1 - z^{-1}]$$

$$H(z) = \frac{y(z)}{x(z)} = \frac{1 - z^{-1}}{1 - \frac{z^{-1}}{4} - \frac{z^{-2}}{8}} = \frac{1 - z^{-1}}{\left(1 - \frac{z^{-1}}{2}\right) \left(1 + \frac{z^{-1}}{4}\right)} = \frac{A}{1 - \frac{z^{-1}}{2}} + \frac{B}{1 + \frac{z^{-1}}{4}}$$

$$\Rightarrow A + \frac{A z^{-1}}{4} + B - \frac{B z^{-1}}{2} = 1 - z^{-1} \quad z^{-1} \left(\frac{A}{4} - \frac{B}{2} \right) + A + B = 1 - z^{-1}$$

$$A + B = 1 \quad 3A = -2 \quad A = -\frac{2}{3}$$

$$A - 2B = -4$$

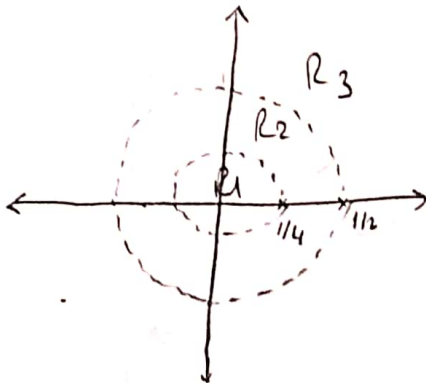
$$B = \frac{5}{3}$$

$$x[n] \leftrightarrow \frac{1}{1 - \alpha z^{-1}} \quad |z| > |\alpha|$$

$$-x[n] \leftrightarrow \frac{1}{1 - \alpha z^{-1}} \quad |z| < |\alpha|$$

$$H(z) = \frac{-\frac{2}{3}}{1 - \frac{1}{2} z^{-1}} + \frac{\frac{5}{3}}{1 + \frac{1}{4} z^{-1}}$$

$$p_1 = \frac{1}{2}, \quad p_2 = -\frac{1}{4}$$



$$R_1: |z| < \frac{1}{4}$$

$$R_2: \frac{1}{4} < |z| < \frac{1}{2}$$

$$R_3: \frac{1}{2} < |z|$$

$R_1 \Rightarrow$ Birim çemberi içermediğinden kararlı değil
Sol taraftlı olduğundan nedensel değil

$R_2 \Rightarrow$ Birim çemberi içermediğinden kararlı değil
İki taraftlı olduğundan nedensel değil.

$R_3 \Rightarrow$ Birim çemberi içermediğinden dolayı kararlı
Sağ taraftlı olduğundan dolayı nedensel.

R_1 için:

$$|z| < \frac{1}{4} \quad \text{ve} \quad |z| < \frac{1}{2}$$

$$H[n] = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n-1] - \frac{5}{3} \left(-\frac{1}{4}\right)^n u[-n-1]$$

R_2 için:

$$\frac{1}{4} < |z| \quad \text{ve} \quad |z| < \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{4} < |z| < \frac{1}{2}$$

$$H[n] = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^n u[-n-1] + \frac{5}{3} \left(-\frac{1}{4}\right)^n u[n]$$

R_3 için:

$$\frac{1}{4} < |z| \quad \text{ve} \quad \frac{1}{2} < |z|$$

$$H[n] = -\frac{2}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] + \frac{5}{3} \left(-\frac{1}{4}\right)^n u[n]$$

(*) Sistemimiz redansel olduğundan dolayı yakınsaklık bölgemiz " R_3 " bölgesi olacaktır. Aynı zamanda bu bölge birim çemberi de içerdiğinden kararlıdır.