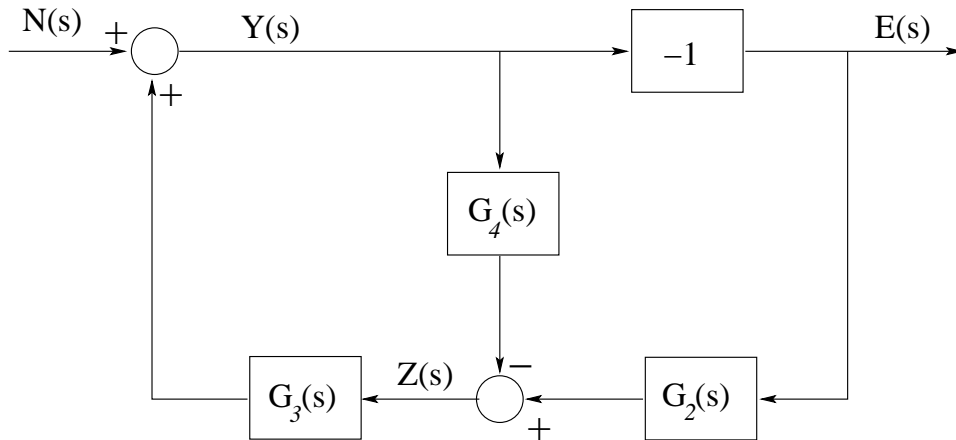


Soru : Şekilde blok diyagramı verilen sistemde $G_1(s) = \frac{1}{s+4}$, $G_2(s) = \frac{1}{s+1}$, $G_3(s) = \frac{1}{s+2}$ ve $G_4(s) = \frac{1}{s+3}$ olarak verildiğine göre, $\frac{E(s)}{N(s)}$ transfer fonksiyonuna ilişkin durum denklemlerini (A, B, C, D matrislerini) elde ediniz.

Çözüm : $R(s) = 0$ için verilen sistemin blok diyagramı aşağıdaki şekilde düzenlenebilir:



Soruda istenen transfer fonksiyonunu elde etmek için yukarıdaki blok diyagramında gösterilen bir Z işareti tanımlayalım. Bu diyagrama bakarak aşağıdaki eşitlikleri yazabiliriz:

$$Y = N + ZG_3 \quad (1)$$

$$E = -Y \quad (2)$$

$$Z = EG_2 - YG_4 \quad (3)$$

(1), (2) ve (3) numaralı denklemlerden soruda istenen transfer fonksiyonununa ulaşırız.

$$\frac{E(s)}{N(s)} = \frac{-1}{1 + G_3(G_2 + G_4)}$$

G_1, G_2, G_3, G_4 için soruda verilen değerler yerine konduğunda

$$\frac{E(s)}{N(s)} = -1 + \frac{2}{s^2 + 4s + 5} \quad (4)$$

bulunur. Sistem 2. derecedendir ve dolayısıyla 2 tane durum değişkeni kullanılarak durum uzayında ifade edilebilir. Bu (4) denkleminin sağ tarafındaki -1 değeri durum uzayındaki D'ye karşı gelmektedir. (eşitliğin her iki tarafı $N(s)$ ile çarpılırsa bu terimin neden D'ye karşı düştüğü görülür.) Dolayısıyla

$$D = -1$$

Durum uzayındaki diğer terimler olan A, B ve C matrislerini bulmak üzere kalan transfer fonksiyonunu ele alalım. $\bar{E}(s) = E(s) + N(s)$ olmak üzere

$$\frac{\bar{E}(s)}{N(s)} = \frac{2}{s^2 + 4s + 5}$$

Transfer fonksiyonunu $\frac{u(s)}{u(s)}$ ile çarpalım.

$$\frac{\bar{E}(s)}{N(s)} = \frac{2}{s^2 + 4s + 5} \frac{u(s)}{u(s)}$$

Bu $u(s)$ öyle bir fonksiyon olsun ki

$$\bar{E}(s) = 2u(s) \quad (5)$$

$$N(s) = (s^2 + 4s + 5)u(s) \quad (6)$$

olsun. Şimdi şu tanımları yapalım:

$$x_1(s) \triangleq u(s)$$

$$x_2(s) \triangleq su(s)$$

Bu tanımları kullanarak (5) ve (6) denklemleri şu hale gelir:

$$\bar{E}(s) = 2x_1(s) \quad (7)$$

$$N(s) = sx_2(s) + 4x_2(s) + 5x_1(s) \quad (8)$$

(8) denklemini sx_2 için düzenleyelim

$$sx_2(s) = N(s) - 4x_2(s) - 5x_1(s) \quad (9)$$

Böylelikle bütün durum denklemlerimizi elde etmiş olduk. Şimdi bunları alt alta yazalım.

$$sx_1(s) = x_2(s)$$

$$sx_2(s) = N(s) - 4x_2(s) - 5x_1(s)$$

$$E(s) = -N(s) + 2x_1(s)$$

Bunları matris formunda ifade edersek

$$s \begin{bmatrix} x_1(s) \\ x_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(s) \\ x_2(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} N(s)$$

$$E(s) = \begin{bmatrix} 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(s) \\ x_2(s) \end{bmatrix} - 1R(s)$$