Geçici Olaylar

Trans. hatlarındaki geçici olaylar

$$-\frac{\partial v}{\partial z} = Ri + L\frac{\partial i}{\partial t}$$

$$-\frac{\partial i}{\partial z} = Gv + C\frac{\partial v}{\partial t}$$

denk.lerinin çözümü ile incelenebilir. Özellikle ilk değerlerin sıfır olduğu durumlarda çözümün Laplace dönüşümü ile elde edilmesi kolaylık sağlar. Laplace dönüşüm çifti

$$V(z,s) = \int_0^\infty v(z,t)\, e^{-st}\, dt$$

$$v(z,t) = \frac{1}{2\pi j}\int V(z,s)\, e^{st}\, ds$$

$$v(z,t) \equiv 0 \quad t<0$$

Hat denk.lerinin Laplace dönüşümü

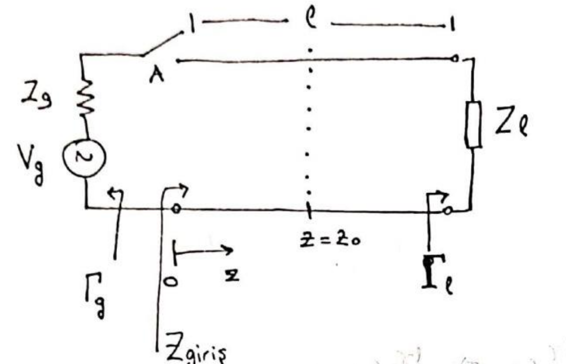
$$-\frac{dV}{dz} = RI + sLI - L\,i(z,0)$$

$$-\frac{dI}{dz} = GV + sCV - C\,v(z,0)$$

olarak yazılır. Önce ilk değerleri sıfır alalım:

$$v(z,0) = i(z,0) = 0$$

Bu durumda s domenindeki ifadeler $j\omega$ domeninde yazılanlar ile tamamen aynı formda olacağından s domenindeki çözümler daha önceki sonuçlarda $j\omega$ yerine s yazarak elde edilebilir. Şekildeki devreyi ele alalım.



A anahtarı t=0'da kapatılsın. $v(z_0,t)=?$, $v(z,0)=i(z,0)=0$ olduğundan

$$V(z)=V_+e^{-\gamma z}\left[1+\Gamma_\ell e^{-2\gamma(\ell-z)}\right]$$

$$\Gamma_\ell=\frac{Z_\ell-Z_0}{Z_\ell+Z_0}$$

$$\Gamma_g=\frac{Z_g-Z_0}{Z_g+Z_0}$$

z=0'da

$$Z_{giriş}=Z_0\frac{1+\Gamma_\ell e^{-2\gamma\ell}}{1-\Gamma_\ell e^{-2\gamma\ell}}$$

$$\frac{Z_0}{Z_g+Z_0}=\frac{1-\Gamma_g}{2}$$

$$V_A=\frac{V_g}{Z_g+Z_{giriş}}\cdot Z_{giriş}=V_+\left(1+\Gamma_\ell e^{-2\gamma\ell}\right)$$

$V_+ + V_-$ (z=0'da)

$$V=V_+e^{-\gamma z}+V_-e^{\gamma z}$$
$$=V_+e^{-\gamma z}\left[1+\Gamma e^{2\gamma z}\right]$$
$$=V_+e^{-\gamma z}\left[1+\Gamma_y e^{-2\gamma(\ell-z)}\right]$$

$$V_+=V_g\frac{1-\Gamma_g}{2}\frac{1}{1-\Gamma_g\Gamma_\ell e^{-2\gamma\ell}}$$

olarak belirlenir. V_+ yerine konursa

$$V(z_0)=\frac{1}{2}V_g\frac{(1-\Gamma_g)e^{-\gamma z_0}}{1-\Gamma_\ell\Gamma_g e^{-2\gamma\ell}}\left[1+\Gamma_\ell e^{-2\gamma(\ell-z_0)}\right]$$

elde edilir.

ÖZEL HAL: Kayıpsız hat ve ohmik sonlandırmalar

Bu durumda Γ_g ve Γ_ℓ birer sabit, γ'da s'in $\gamma=s\sqrt{LC}$ gibi bir fonk.u olur. $V(z_0)$'ın paydası

$(1-x)^{-1}=\sum_{i=0}^{\infty}x^i$ gibi bir kuvvet serisine açılırsa,

$x=\Gamma_\ell\Gamma_g e^{-2\gamma\ell}$

$1 - \Gamma_g' = 2Z_0/(Z_0 + R_g)$ yardımıyla

$$V = \frac{Z_0}{Z_0 + R_g} V_g \left\{ e^{-\gamma z_0} + \Gamma_l e^{-2\gamma l} e^{\gamma z_0} + \Gamma_g \Gamma_l e^{-2\gamma l} e^{-\gamma z_0} + \right.$$

$$\left. + \Gamma_l^2 \Gamma_g e^{-4\gamma l} e^{\gamma z_0} + \Gamma_l^2 \Gamma_g^2 e^{-4\gamma l} e^{-\gamma z_0} + \ldots \right\}$$

elde edilir.

Laplace dönüşümüne ilişkin hatırlatma:

a, b sabitler, $u(t)$ Heaviside basamak fonk.u olsun

$f(t)\, e^{at} \longleftrightarrow F(s-a)$ Öteleme Teo.

$a.\, u(t) \longleftrightarrow \frac{a}{s}$

$a \sin \omega t\; u(t) \longleftrightarrow \frac{a\omega}{\omega^2 + s^2}$

$a \cos \omega t\; u(t) \longleftrightarrow \frac{as}{\omega^2 + s^2}$

Örnekte $V_g(t) = V_0 =$ sabit ise

$\gamma = s\sqrt{LC} \Longrightarrow \frac{e^{-s\sqrt{LC}\, z_0}}{s} \longleftrightarrow u(t - t_0)$ olur

$V_g = \frac{V_0}{s}$ olur.

$$v(z_0, t) = \frac{Z_0 . V_0}{Z_0 + R_g} \left\{ u(t - t_0) + \Gamma_l\, u(t - 2\tau + t_0) + \Gamma_l \Gamma_g\, u(t - 2\tau - t_0) \right.$$

$$\left. + \Gamma_l^2 \Gamma_g\, u(t - 4\tau + t_0) + \Gamma_l^2 \Gamma_g^2\, u(t - 4\tau - t_0) + \ldots \right\}$$

elde edilir. Burada

$t_0 = \sqrt{LC}\; z_0 = z_0 / v_f$

$\tau = \sqrt{LC}\; l = l / v_f$

dalganın z_0 ve l mesafelerini geçme süresini göstermektedir.

Ger.in sürekli halde alacağı değer $t \to \infty$ için seri toplamı ile bulunabilir.

$$v(z_0) = v(z_0, \infty) = \frac{V_0 Z_0}{Z_0 + Z_g} \quad \frac{1 + \Gamma_\ell}{1 - \Gamma_\ell \Gamma_g}$$

ikinci olarak $v_g(t) = V_0 \cos \omega t . u(t)$ varsayalım. Bu durumda $v(z_0, t)$

$$v(z_0, t) = \frac{Z_0 V_0}{Z_0 + R_g} \Big\{ \cos \omega (t - t_0) u(t - t_0) + \Gamma_\ell \cos(\omega (t - 2\tau + t_0)) u(t - 2\tau + t_0)$$

$$+ \dots \Big\}$$

ş. ifade edilebilir. Fazör halde

$$v(z_0, t) = Re \{ \bar{v}(z_0, t) e^{j\omega t} \}$$

olduğuna göre, $\omega t_0 = \beta z_0$ $\omega \tau = \beta \ell$ yardımıyla

$$\bar{v}(z_0, t) = \frac{Z_0 V_0}{Z_0 + R_g} \Big\{ e^{-j\beta z_0} u(t - t_0) + e^{-j\beta 2\ell} e^{j\beta z_0} \Gamma_\ell u(t - 2\tau + t_0) +$$

$$+ \Gamma_\ell \Gamma_g e^{-j(2\beta\ell + \beta z_0)} u(t - 2\tau - t_0) + \dots \Big\}$$

Ger.in sürekli halde alacağı değer

$$\bar{v}(z_0) = v(z_0, t \to \infty) = \frac{V_0 Z_0}{Z_0 + R_g} \frac{e^{-j\beta z_0}}{1 - \Gamma_\ell \Gamma_g e^{-j2\beta\ell}} \left[1 + \Gamma_\ell e^{-j2\beta(\ell - z_0)} \right]$$

olur. Akıma ilişkin ifadeler ise $I_+ = \frac{V_+}{Z_0}$ olduğundan ger. için bulunan ifadeleri Z_0'a bölmek ve Γ_g, Γ_ℓ yerine $-\Gamma_g, -\Gamma_\ell$ koymak suretiyle bulunur.