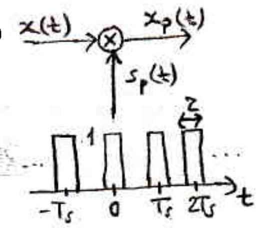
Prof. Dr. İbrahim Altunbaş

12.03.2015

EHB 352
SAYISAL HABERLEŞME
(1. Arasınav Çözümleri)

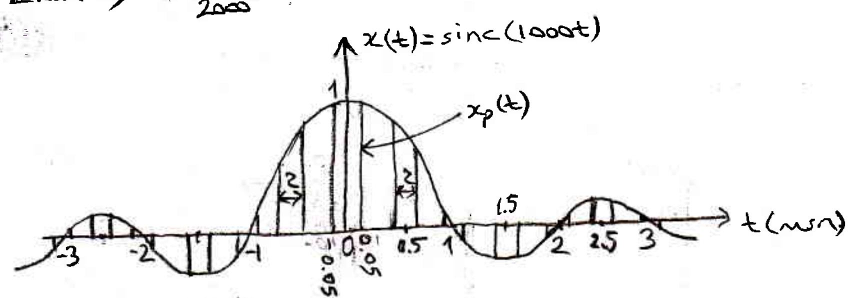
40P (1) a)



5P

$f_s = \frac{1}{T_s}$: Örnekleme frekansı

b) $f_s = 2\,\text{kHz} \Rightarrow T_s = \frac{1}{2000}\,\text{sn} = 0.5\,\text{msn}$



$$s_p(t) = \sum_n c_n e^{jn\omega_s t}, \quad \omega_s = \frac{2\pi}{T_s}$$

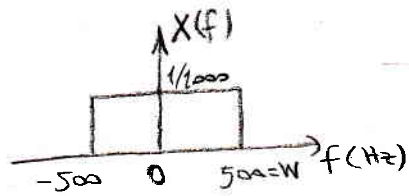
$$c_n = \frac{1}{T_s}\int_{T_s} s_p(t) e^{-jn\omega_s t}\,dt = \frac{1}{T_s}\int_{-\tau/2}^{\tau/2} 1 \cdot e^{-jn\omega_s t}\,dt = \frac{\tau}{T_s}\operatorname{sinc}\left(\frac{n\tau}{T_s}\right) = \frac{1}{5}\operatorname{sinc}\left(\frac{n}{5}\right)$$

$c_0 = \frac{1}{5}$, $c_1 = c_{-1} = 0.187$, $c_2 = c_{-2} = 0.151$, $c_3 = c_{-3} = 0.1$, $c_4 = c_{-4} = 0.046$, $c_5 = c_{-5} = 0$ ...

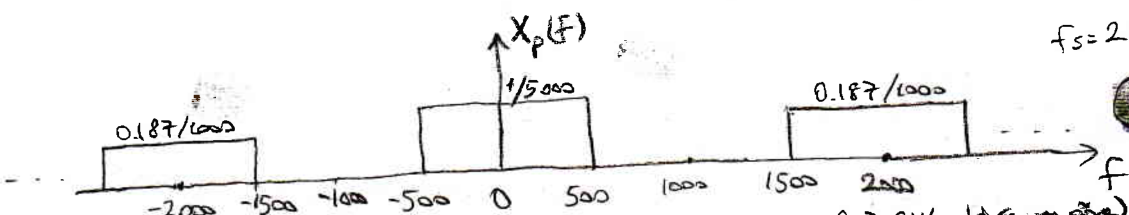
$$\mathcal{F}\{s_p(t)\} = \sum_n c_n \delta(f - nf_s) = S_p(f)$$

$$X_p(f) = X(f) * S_p(f) = \sum_n c_n X(f - nf_s)$$

$$x(t) = \operatorname{sinc}(1000t) \Rightarrow X(f) = \frac{1}{1000}\Pi\left(\frac{f}{1000}\right)$$

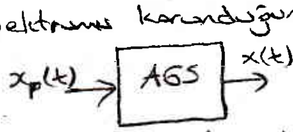


$f_s = 2\,\text{kHz} \not> 2W$



20P

c) $X_p(f)$'te $X(f)$ spektrumu korunduğuna göre (veya $f_s \geq 2W$ olduğuna göre) AGS için $K = \frac{1}{c_0} = 5$ ve $500 \leq B \leq 1500$



5P

ile $x(t)$ tam olarak yeniden elde edilebilir.

d) $f_s = 750$ Hz olsa $f_s \geq 2W$ şartı sağlanmayacak ve $X_p(f)$'de spektrumlar girişecektir. Bu nedenle $X_p(f)$'de $X(f)$ spektrumu korunmayacak ve $x_p(t)$'den $x(t)$ elde edilemeyecektir.

5P

e) Doğal örneklemede $f_s \geq 2W$ şartı sağlandığı müddetçe basit bir modülatör ($s_p(t)$ ile çarpma) ve demodülatör (AGS) devresi ile $x(t)$'yi yeniden elde etmek mümkün; ancak PAM modülatörde örneklemeden sonra tutma devresi ve PAM demodülatörde dengeleyici süzgeç ve AGS gerekiyor (daha karmaşık).

5P

Buna karşın doğal örneklemede işaretin tepe kısımları örnekleme zamanı süresince $x(t)$ ile aynı değişmekte (sayısal devrelere uygun değil); PAM'da ise tutma süresince tepeler düz (sayısal devrelere uygun)

26P (2) a) $R_b = nf_s = 4\times 20 = 80$ bit/sn (4P)

b) $x(t) = A_1 \cos 8\pi t$, $A_1 = 8$ V

$S = A_1^2/2 = 32$ W

$N_q = \dfrac{a^2}{12}$, $a = \dfrac{A_1-(-A_1)}{Q} = \dfrac{2A_1}{Q} = \dfrac{2A_1}{2^n} \Rightarrow N_q = \dfrac{(2A_1/2^n)^2}{12} = \dfrac{A_1^2}{3\times 2^{2n}}$

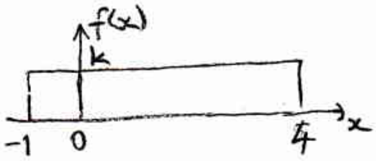
$\dfrac{S}{N_q} = \dfrac{A_1^2/2}{A_1^2/(3\times 2^{2n})} = \dfrac{3}{2}2^{2n}$, $\dfrac{S}{N_q}(\text{dB}) = 10\log_{10}\left(\dfrac{3}{2}2^{2n}\right) = 10\log_{10}(3/2) + 20n\log_{10}2$
$= 1.76 + 6.02n$ (10P)

$n=4 \Rightarrow \dfrac{S}{N_q}(\text{dB}) = 1.76 + 6.02\times 4 = 25.84$ dB. (4P)

c) $\dfrac{S}{N_q}(\text{dB}) \geq 40$ dB $\Rightarrow n \geq 7$. (n en az 7 bit olmalı) (5P)

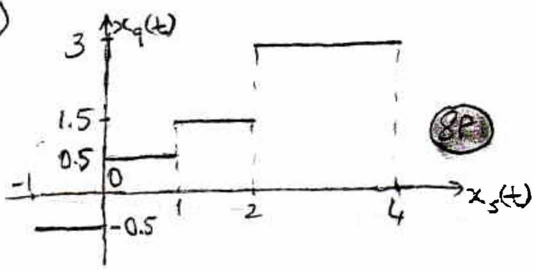
n'nin artması, gerekli iletim bandgenişliğinin de artması demek. (3P)

34P (3)



$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1 \Rightarrow k = 1/5$

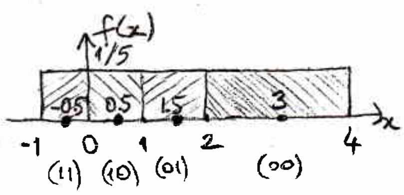
a)



(8P)

Kuantalama aralıkları eşit olmadığı için düzgün bir kuantalayıcı değildir. (2P)

b)



$P(x_q=-0.5) = P(-1 \leq X \leq 0) = 1/5$ (Taralı alandan)

$P(x_q = 0.5) = 1/5$

$P(x_q = 1.5) = 1/5$

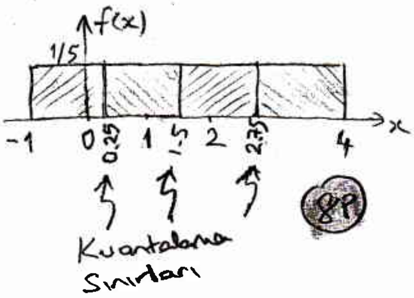
$P(x_q = 3) = 2/5$

$P_0 = P(x_q=-0.5)\times\frac{0}{2} + P(x_q=0.5)\times\frac{1}{2} + P(x_q=1.5)\times\frac{1}{2} + P(x_q=3)\times\frac{2}{2} = \frac{3}{5} = 0.6$

$P_1 = 1 - P_0 = \frac{2}{5} = 0.4$ (8P)

Entropi $\rightarrow$ $H = -\sum_{k=0}^{K-1} P_k \log_2 P_k = -\frac{3}{5}\log_2\frac{3}{5} - \frac{2}{5}\log_2\frac{2}{5} = 0.97$ bit (4P)

c) $H=1$ bit olması için $P(x_q=x_i) = 1/4$ olmalı (tek çözüm bu değil). Bu, aralıklar eşit uzunluklu $(5/4=1.25)$ iken sağlanır:



(8P)

$P(x_q=x_i) = \frac{1}{4} \Rightarrow P_0 = P_1 = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow H = -\frac{1}{2}\log_2\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\log_2\frac{1}{2} = 1$ bit

NOT: Kuantalama düzeyleri yeni sınırlara göre değiştirilebilir.

Kuantalama düzeylerinin değerleri P_0 ve P_1'i değiştirmez. Dolayısıyla entropi, kuantalama düzeyi değerlerine bağlı değildir. (4P)