Doç. Dr. İbrahim Altunbaş 06.11.2008

TEL 351
ANALOG HABERLEŞME
1. Arasınav Çözümleri

15P ① a)

Bilgi Kaynağı → Giriş Dönüştürücüsü → Verici → Kanal → Alıcı → Çıkış Dönüştürücüsü → Kullanıcı (2P)

Modülasyon: Özellikleri iletim ortamına (kanala) çok daha uygun bir taşıyıcı dalganın, bilgi işaretinin bir fonksiyonu olarak değiştirilmesi (2P)

Gerekçeleri:
1) Anten uzunluğu problemini gidermek için
2) Gürültü ve girişimi azaltmak için
3) Çoğullama için
4) Frekans ataması için (2P)
5) Donanım sınırlamalarını giderebilmek için

⋮

b)

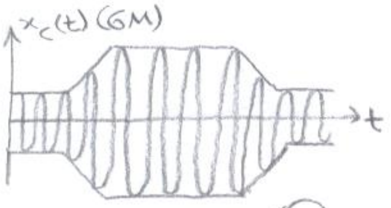
$x(t) \xrightarrow{} \boxed{h(t)} \xrightarrow{} y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\alpha)\, h(t-\alpha)\, d\alpha$ (2P)

$X(f)$ $\qquad Y(f) = X(f)H(f)$ (1P)

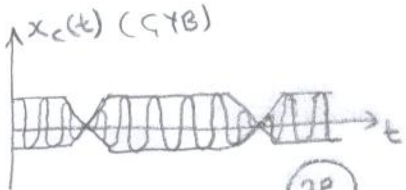
$S_y(f) = |H(f)|^2 S_x(f)$ (1P)

$G_y(f) = |H(f)|^2 G_x(f)$ (1P)

c)



(2P)



(2P)

43P ② a) Dualite: $x(t) \overset{F.D.}{\longleftrightarrow} X(f)$

$X(t) \overset{F.D.}{\longleftrightarrow} x(-f)$ (4P)

<u>İspat:</u> $x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f)\, e^{j2\pi ft}\, df$

$$x(-t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f)\, e^{-j2\pi ft}\, df$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} X(u)\, e^{-j2\pi ut}\, du$$

$$x(-f) = \int_{-\infty}^{\infty} X(u)\, e^{-j2\pi uf}\, du$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} X(t)\, e^{-j2\pi ft}\, dt = \mathcal{F}\{X(t)\}$$

(6P)

b) $x(t) = \mathrm{sgn}(t) \overset{F.D.}{\longleftrightarrow} X(f) = \dfrac{1}{j\pi f}$

$X(t) = \dfrac{1}{j\pi t} \overset{F.D.}{\longleftrightarrow} x(-f) = \mathrm{sgn}(-f) = -\mathrm{sgn}(f)$

$y(t) = \dfrac{1}{t}$

$\Rightarrow$

$Y(f) = -j\pi\, \mathrm{sgn}(f)$

(10P)

c) $r(t) = \dfrac{1}{t^2+t} = \dfrac{1}{t(t+1)} = \dfrac{1}{t} - \dfrac{1}{t+1}$

$\mathbb{F}\{r(t)\} = \mathbb{F}\{\frac{1}{t}\} - \mathbb{F}\{\frac{1}{t+1}\}$

$= -j\pi\, \mathrm{sgn}(f) + j\pi\, \mathrm{sgn}(f)\, e^{j2\pi f} = -j\pi\, \mathrm{sgn}(f)\,[1 - e^{j2\pi f}]$ (7P)

↑ Öteleme teoreminden

d) Ölçek değişikliği: $x(t) \xleftrightarrow{F.D.} X(f)$

$x(at) \xleftrightarrow{F.D.} \dfrac{1}{|a|} X(f/a)\,, \quad a \neq 0$ (4P)

İspat: $v(t) = x(at)$ olsun. $V(f) = ?$

$$V(f) = \int_{-\infty}^{\infty} v(t) e^{-j2\pi ft} dt = \int_{-\infty}^{\infty} x(at) e^{-j2\pi ft} dt = \frac{1}{a}\int x(u) e^{-j2\pi fu/a} du$$

$\left(u = at \Rightarrow dt = \frac{1}{a} du\right)$

i) $a > 0 \Rightarrow V(f) = \dfrac{1}{a}\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} x(u) e^{-j2\pi fu/a} du = \dfrac{1}{a} X(f/a)$

ii) $a < 0 \Rightarrow V(f) = \dfrac{1}{a}\displaystyle\int_{\infty}^{-\infty} x(u) e^{-j2\pi fu/a} du = -\dfrac{1}{a}\int_{-\infty}^{\infty} x(u) e^{-j2\pi fu/a} du = -\dfrac{1}{a} X(f/a)$

Buradan $V(f) = \mathbb{F}\{x(at)\} = \dfrac{1}{|a|} X(f/a)$ bulunur. (6P)

e) $z(t) = y(2t) + y(3t) \Rightarrow Z(f) = \dfrac{1}{2} Y(f/2) + \dfrac{1}{3} y(-f/3)$

$y(t) = \dfrac{1}{t} \Rightarrow Y(f) = -j\pi\, \mathrm{sgn}(f)\,, \quad Y(f/2) = -j\pi\, \mathrm{sgn}(f/2) = -j\pi\, \mathrm{sgn}(f)$ (sgn(.) fonksiyonunun özelliğinden dolay

$y(f) = \dfrac{1}{f}\,, \quad y(-f/3) = -\dfrac{3}{f}$

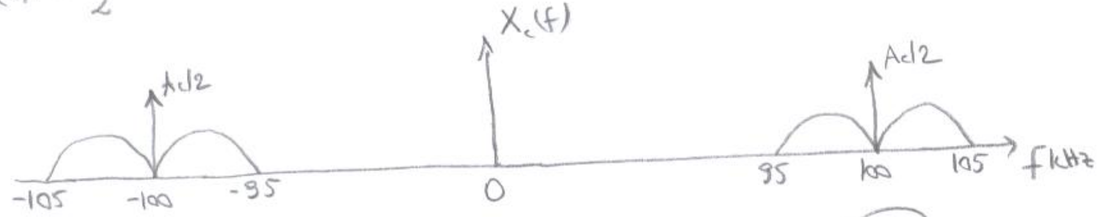
$\Rightarrow Z(f) = -\dfrac{j\pi\, \mathrm{sgn}(f)}{2} - \dfrac{1}{f}$ (6P)

42P (3)

a) $x_c(t) = A_c(1 + m x(t)) \cos 2\pi f_c t$ $\qquad A_c = 100\,, \quad f_c = 10^5$

$= 100(1 + 0.5\, x(t)) \cos 2\pi 10^5 t$

$$X_c(f) = \frac{A_c}{2}\delta(f - f_c) + \frac{A_c}{2}\delta(f + f_c) + \frac{mA_c}{2} X(f - f_c) + \frac{mA_c}{2} X(f + f_c)$$



(7P)

b) Kanalın girişine $\delta(t)$ uygulandığında çıkışı $h(t) = \delta(t) + \beta\,\delta(t-T)$ olur. (4P)

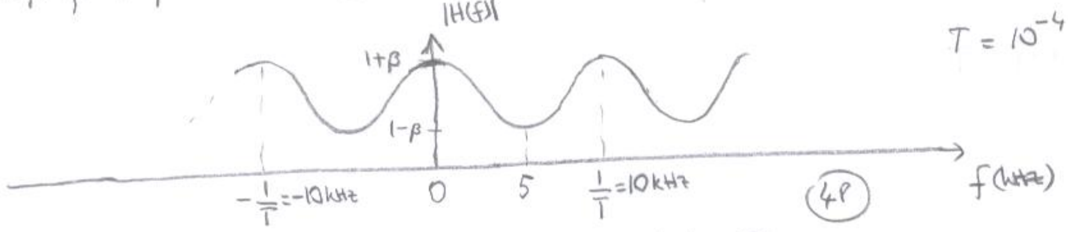
$$H(f) = \mathcal{F}\{h(t)\} = \mathcal{F}\{\delta(t)\} + \mathcal{F}\{\beta\,\delta(t-T)\}$$

$$= 1 + \beta e^{-j2\pi fT} = 1 + \beta\cos 2\pi fT - j\beta\sin 2\pi fT$$ (4P)

c) $H(f) = |H(f)|\,e^{j\theta(f)}$

$$|H(f)| = \sqrt{(1+\beta\cos 2\pi fT)^2 + (\beta\sin 2\pi fT)^2} = \sqrt{1 + 2\beta\cos 2\pi fT + \underbrace{\beta^2\cos^2 2\pi fT + \beta^2\sin^2 2\pi fT}_{\beta^2}}$$

$$= \sqrt{1+\beta^2 + 2\beta\cos 2\pi fT}$$ (4P)



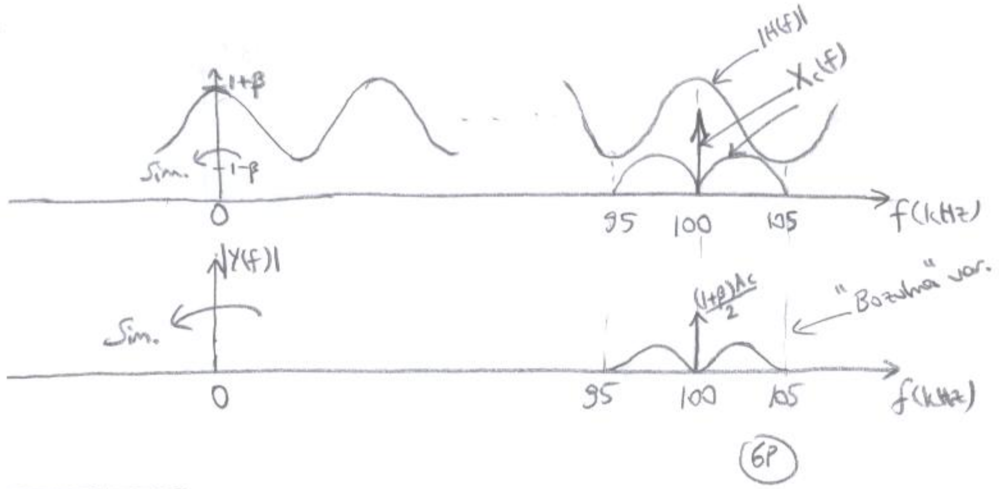
$|H(f)| \neq K$ (Sabit) olduğu için kanal bozulmalıdır. (2P)

d) $y(t) = x_c(t) + \beta x_c(t-T) = x_c(t) * h(t)$

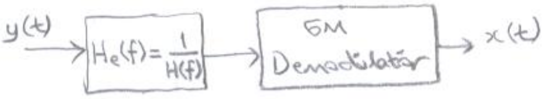
$$= A_c(1+mx(t))\cos 2\pi f_c t + \beta A_c(1+mx(t-T))\cos 2\pi f_c(t-T)$$ (4P)

$$Y(f) = X_c(f) + \beta X_c(f)\,e^{-j2\pi fT} = X_c(f)\,H(f)$$

$$|Y(f)| = |X_c(f)|\,|H(f)|$$



e)



Alıcıda $y(t)$ işareti, transfer fonksiyonu $H_e(f) = \frac{1}{H(f)} = \frac{1}{1+\beta e^{-j2\pi fT}}$ olan kanal denkleyici bir devreden geçirilirse, GM demodülatörün girişindeki işaret $x_c(t)$ olur.

(7P)