OTOMATİK KONTROL SİSTEMLERİ DERS UYGULAMALARI-2

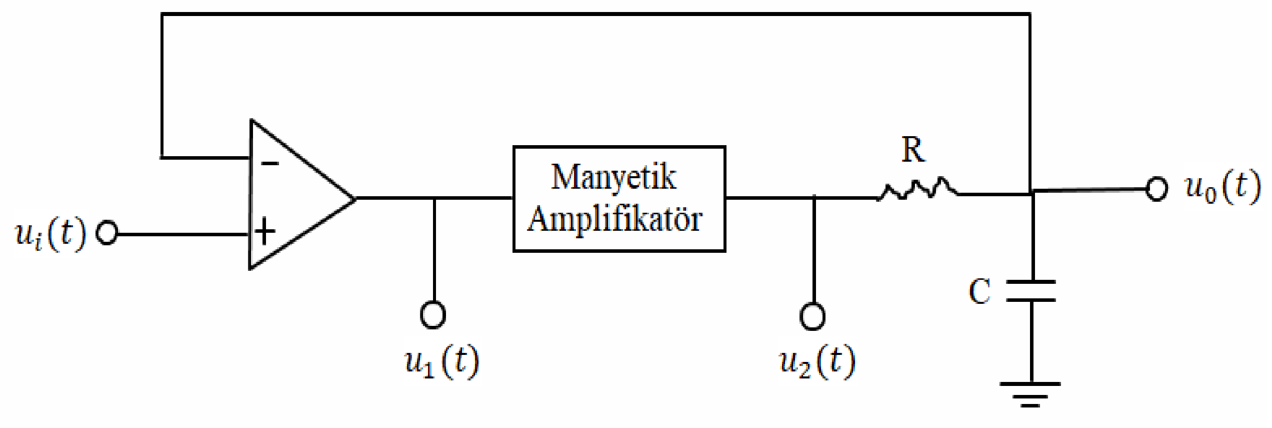
Doç. Dr. Volkan Sezer

8 Nisan 2022 – Uygulama

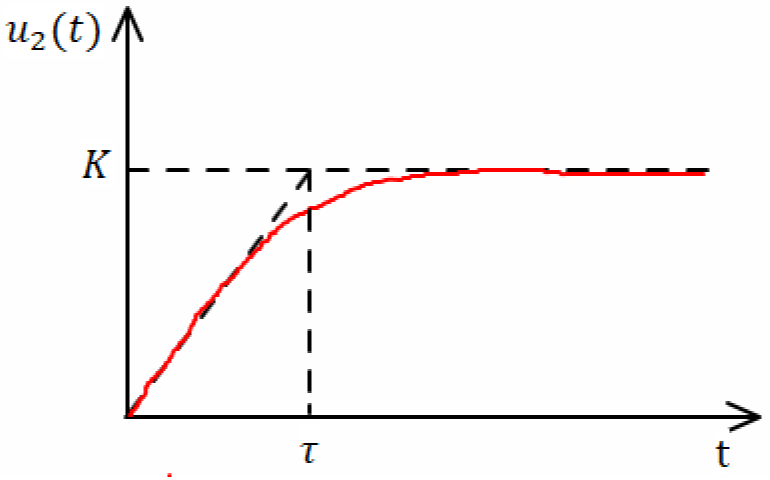
Sorumlu: Arş. Gör. Ozan V. Altınpınar

OTOMATİK KONTROL SİSTEMLERİ DERS UYGULAMALARI - 2

❖ Soru-1 Şekil-1'deki sistemde manyetik amplifikatöre $u_1(t)$ işareti birim basamak giriş olarak uygulandığında $u_2(t)$'den elde edilen yanıt şekil-2'deki gibidir. Sistemde $u_1(t) = u_i(t) - u_0(t)$ bağıntısı vardır. Buna göre $u_i(t)$ giriş, $u_0(t)$ çıkış olmak üzere $\frac{U_0(s)}{U_i(s)}$ transfer fonksiyonunu bulunuz. (Manyetik amplifikatör sisteminin transfer fonksiyonu, birinci dereceden bir fonksiyon olarak alınacaktır.)

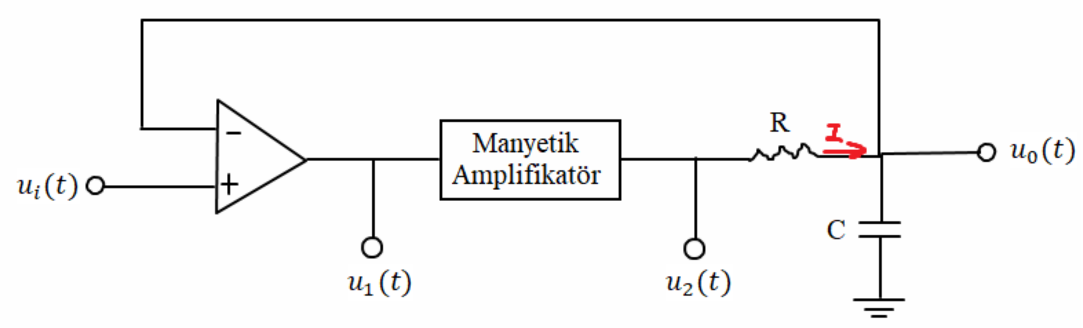


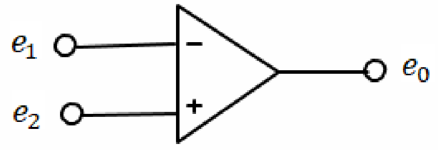
Şekil-1 Devre Şeması



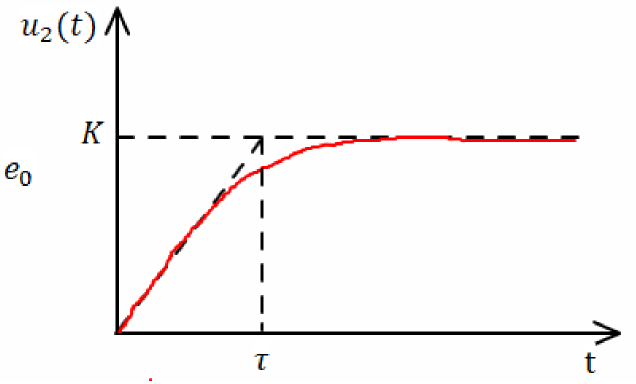
Şekil-2 Manyetik Amplifikatörün birim basamak cevabı

Çözüm-1:





$e_0 = K_{opamp}(e_2 - e_1)$



- Öncelikle birim basamak cevabı grafiğinden transfer fonksiyonu elde edilir.

$$\frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{K}{\tau s + 1}$$

$U_2(s)$'in Laplace uzayındaki değeri:

$$U_1(s) = \frac{1}{s} \rightarrow U_2(s) = \frac{1}{s}\frac{K}{\tau s + 1}$$

$u_2(t)$'nin zaman uzayındaki değeri:

$$u_2(t) = K - Ke^{-\frac{t}{\tau}}$$

- Devredeki gerilim eşitlikleri çıkarılır ve birbirleri cinsinden yazılır.

$$U_2(s) = R.I(s) + U_0(s)$$

$$I(s) = I_c(s) = CsU_0(s), \qquad U_0(s) = V_c(s)$$

$$U_2(s) = U_0(s)(1 + CRs) = U_1(s)\frac{K}{\tau s + 1}$$

$$U_1(s) = \frac{U_0(s)(1 + CRs)(\tau s + 1)}{K}$$

$$U_1(s) = U_i(s) - U_0(s)$$

$$U_i(s) = \frac{U_0(s)(1 + CRs)(\tau s + 1)}{K} + U_0(s)$$

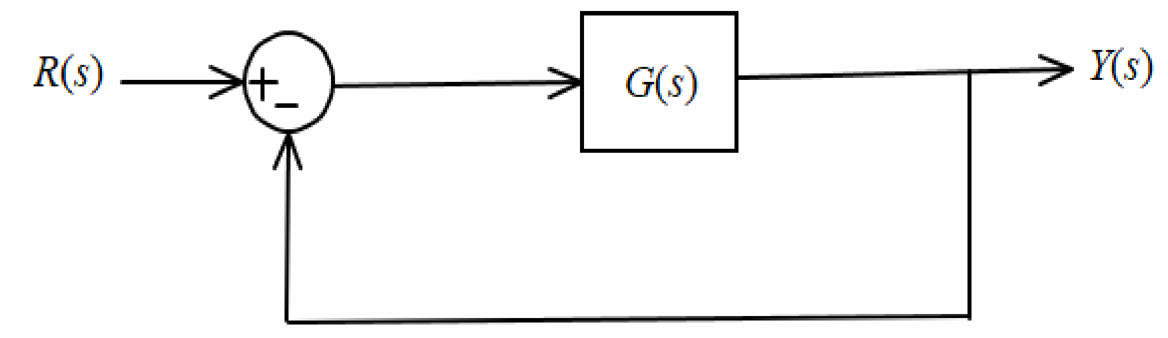
SONUÇ:

$$\frac{U_0(s)}{U_i(s)} = \frac{K}{(1 + CRs)(\tau s + 1) + K}$$

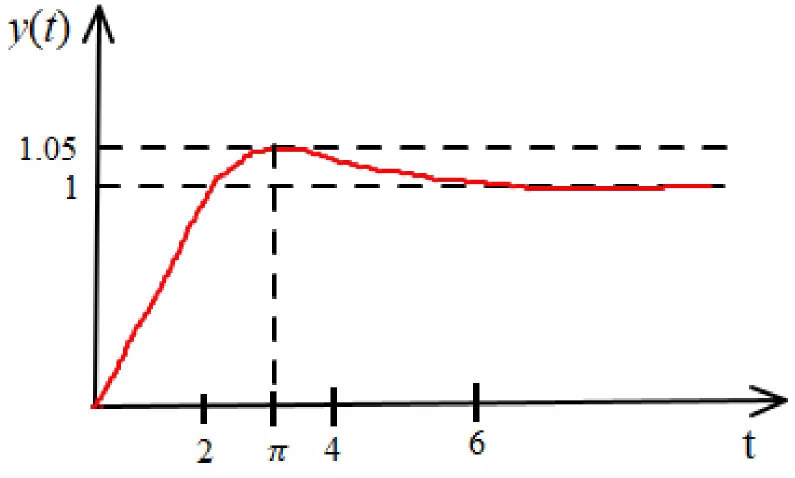
❖ Soru-2 Blok diyagramı şekil-3'teki gibi olan ve sonlu sıfırı olmayan ikinci dereceden birim geri beslemeli bir sistemin girişine ***r*(*t*)** birim basamak işareti uygulandığında sistemin cevabı şekil-4'teki gibi olmaktadır. Buna göre;

a-) Kapalı çevrim transfer fonksiyonunu bulunuz.

b-) $G(s)$ transfer fonksiyonunu bulunuz.



Şekil-3 Sistemin blok diyagramı



Şekil-4 Sistemin birim basamak cevabı

Çözüm-2:

a-) İkinci dereceden kapalı çevrim transfer fonksiyonunun genel yapası:

$$\mathrm{TF}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{Kw_n^2}{s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2}$$

Aşım değerinden sönüm oranı bulma:

$$\xi = \frac{-\ln(M_p)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(M_p)}}, \qquad M_p = 0.05 \rightarrow \xi = 0.6901$$

Tepe zamanı ve sönüm oranından doğal frekansı bulma:

$$T_p = \frac{\pi}{w_n\sqrt{1-\xi^2}},$$

$$\xi = 0.6901 \text{ ve } T_p = \pi \text{ sn} \rightarrow w_n = 1.3818 \text{ rad/sn}$$

Son değer teoreminden transfer fonksiyonunun katsayısını bulma:

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} sY(s)$$

$$Y(s) = R(s)\mathrm{TF}(s) = \frac{1}{s}\frac{Kw_n^2}{s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2}$$

$$\lim_{s\to 0} s\frac{1}{s}\frac{Kw_n^2}{s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2} = 1 \rightarrow K = 1$$

SONUÇ:

$$\mathrm{TF}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1.9094}{s^2 + 1.9072s + 1.9094}$$

❖ Soru-3 Bir sistemin transfer fonksiyonunun $G(s) = \dfrac{a}{(s+3)(s+0.1)}$ olduğu bilinmektedir. Buna göre;

a-) Açık çevrimde kontrol edilirken sistemin girişine birim basamak işareti uygulandığında çıkışın sürekli halde alacağı değeri ve sürekli hal hatasını hesaplayınız.

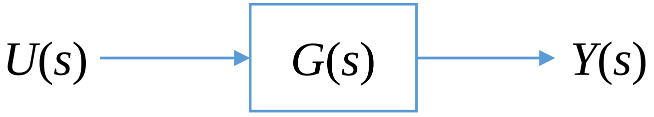
b-) Birim geri beslemeli yapısındaki sistem $D(s) = K$ ile kontrol edilirse;

i. İleri yol transfer fonksiyonunun ($D(s)\ G(s)$) konum, hız ve ivme (K_P, K_v, K_a) hata katsayılarını hesaplayınız.
ii. Birim basamak, birim rampa ve birim parabolik referans girişleri için kapalı çevrim sistemin sürekli hal hatasını hesaplayınız.

c-) Sistemdeki 'a' parametresi tam olarak bilinmiyor ve ölçülemiyorsa kapalı çevrimde basamak şeklinde girişler için sürekli hal hatasını tamamen yok etmek için $D(s) = K$ şeklinde bir kontrolör yeterli midir ? Değilse $D(s)$ üzerinde nasıl bir değişiklik yapılabilir ?

Çözüm-3:

a-)



- Çıkışın sürekli halde alacağı değeri bulma:

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} sY(s) = \lim_{s\to 0} sU(s)G(s)$$

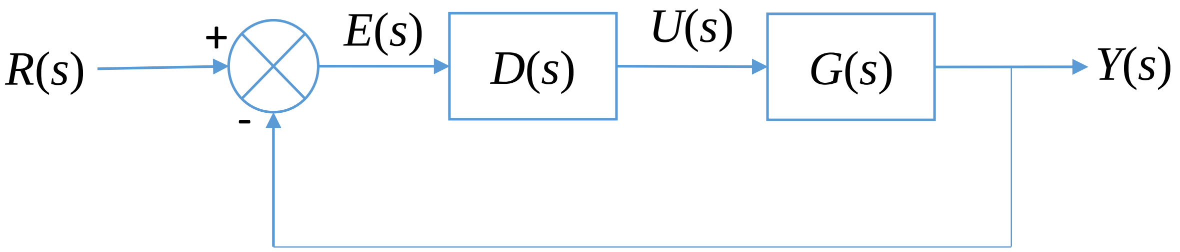
$$= \lim_{s\to 0} s\frac{1}{s}\frac{a}{(s+3)(s+0.1)} = \frac{a}{0.3}$$

- Sürekli hal hatasını bulma:

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} s[U(s) - Y(s)]$$

$$= \lim_{s\to 0} s\left[\frac{1}{s} - \frac{1}{s}\frac{a}{(s+3)(s+0.1)}\right] = \frac{0.3-a}{0.3}$$

b-)



i. $E(s) = R(s) - Y(s) = R(s) - E(s)D(s)G(s)$

$$E(s) = \frac{R(s)}{1 + D(s)G(s)}$$

- Birim basamak girişi için $R(s) = \dfrac{1}{s}$

$$e_{ss} = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} s\frac{1}{s}\frac{1}{1 + \frac{Ka}{(s+3)(s+0.1)}} = \frac{0.3}{0.3 + Ka}$$

$$K_p = \lim_{s\to 0} D(s)G(s) = \lim_{s\to 0} \frac{Ka}{(s+3)(s+0.1)} = \frac{Ka}{0.3}$$

➢ Çözüm-3:

i.

$$K_v = \lim_{s\to 0} sD(s)G(s) = \lim_{s\to 0} s\frac{Ka}{(s+3)(s+0.1)} = 0$$

$$K_a = \lim_{s\to 0} s^2D(s)G(s) = \lim_{s\to 0} s^2\frac{Ka}{(s+3)(s+0.1)} = 0$$

ii.

- Birim basamak girişi için sürekli hal hatası:

$$e_{ss} = \frac{1}{1+K_p} = \frac{0.3}{0.3+Ka}$$

- Birim rampa girişi için sürekli hal hatası:

$$e_{ss} = \frac{1}{K_v} = \infty$$

- Birim parabol giriş için sürekli hal hatası:

$$e_{ss} = \frac{1}{K_a} = \infty$$

c-)

$$e_{ss} = \lim_{s\to 0} s\frac{R(s)}{1+D(s)G(s)} = \lim_{s\to 0}\frac{1}{1+D(s)G(s)}$$

$e_{ss} = 0$ olabilmesi için $\lim_{s\to 0} D(s)G(s) = \infty$ olması gerekir.

$\lim_{s\to 0} D(s)\frac{a}{(s+3)(s+0.1)} = \infty$ olabilmesi için $D(s)$'in $s = 0$'da en az bir kutbu olmalı.

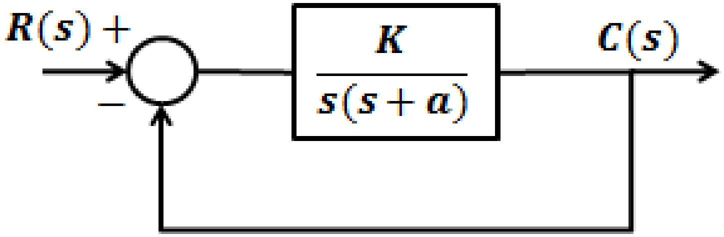
$D(s) = \frac{K}{s}$, basamak şeklindeki girişler için sürekli hal hatasını 0 yapmaya yeterlidir.

❖ Soru-4 Şekil 5'te verilen birim geri beslemeli bir kontrol sisteminde;

a-) Kontrol edilen sistemin tipi nedir ? Hız hata katsayısını ve birim rampa girişine ilişkin sürekli hal hatasını bulunuz.

b-) Hız hata katsayısının K_v=100 ve aşımın %10 olmasını sağlayan K ve a değerlerini belirleyiniz.

c-) $R(s) = \frac{1}{s}$ için çıkış grafiğini yaklaşık olarak çizip yerleşme zamanını ve çıkışın sürekli halde aldığı değeri grafik üzerinde gösteriniz.



Şekil-5 Birim geri beslemeli kontrol sistemi.

Çözüm-4:

a-) Sistemin tipi ‘1’dir. Sistemin tipi, sistemin açık çevrim transfer fonksiyonunun s=0’daki veya orijindeki kutup sayısına eşittir.

$$K_v = \lim_{s\to 0} sG(s) = \lim_{s\to 0} s\frac{K}{s(s+a)} = \frac{K}{a}$$

- K_v değeri bulunduktan sonra birim rampa girişine ilişkin sürekli hal hatası aşağıdaki gibi kolayca bulunur.

$$e_{ss} = \frac{1}{K_v} = \frac{a}{K}$$

b-) Sistemin kapalı çevrim transfer fonksiyonu

$$T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{s^2+as+K}$$

$$K_v = 100 \rightarrow K = 100a$$

Aşım = %10 ise $M_p = 0.1 \rightarrow \xi = 0.591$ bulunur.

$$s^2 + as + K = s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2$$

$$s^2 + as + 100a = s^2 + 1.182 w_n s + w_n^2$$

$$w_n = 10\sqrt{a}$$

$$11.82\sqrt{a} = a \rightarrow a = 139.71, \qquad K = 13971$$

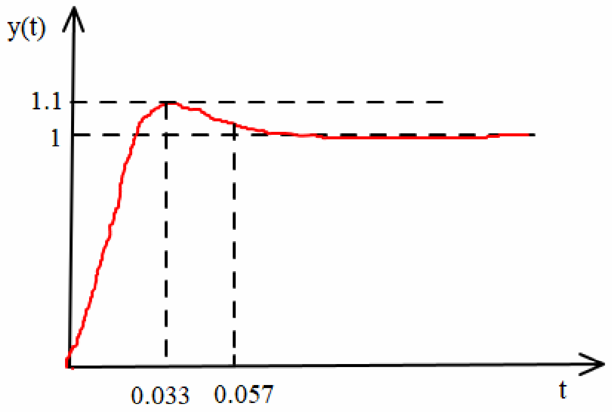
c-)

$$Y(s) = R(s)T(s) = \frac{R(s)13971}{s^2 + 139.71s + 13971}$$

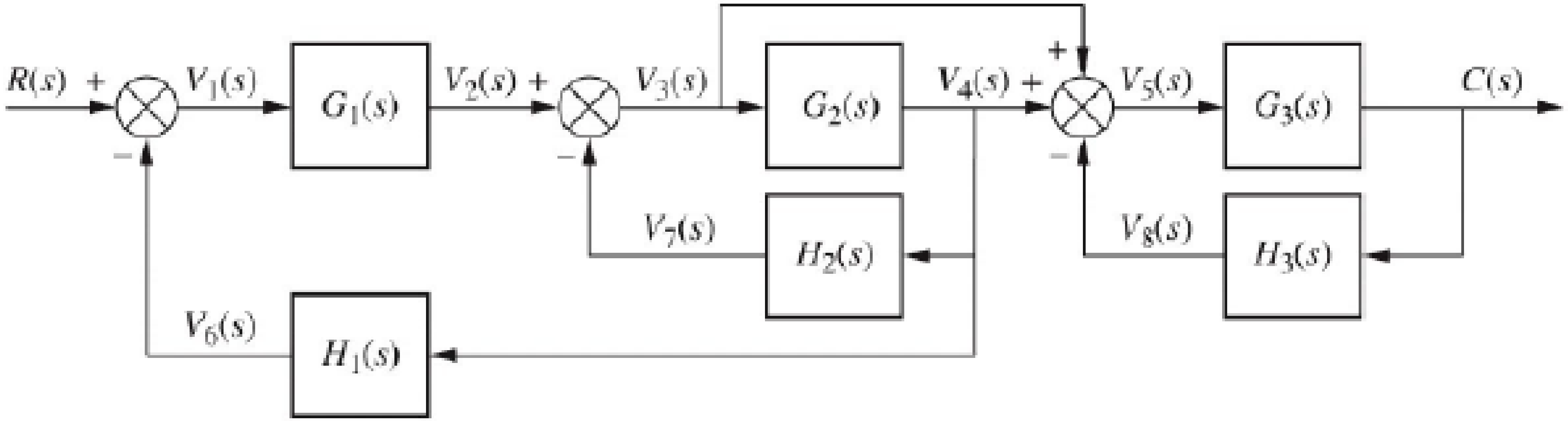
$$y_{ss} = \lim_{s\to 0} s\frac{1}{s}\frac{13971}{s^2+139.71s+13971} = 1$$

$$T_p = \frac{\pi}{w_n\sqrt{1-\xi^2}} = 0.033\text{ s}$$

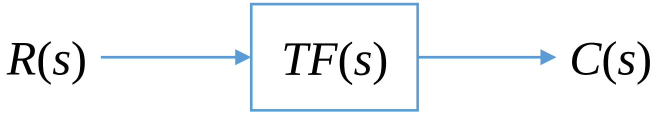
$$T_s = \frac{4}{\xi w_n} = 0.057\text{ s}$$



❖ Soru-5 Şekil 6'daki gibi blok diyagramı verilen bir sistemi, şekil 7'deki gibi en basit şekilde gösterilebilecek forma indirgeyiniz.



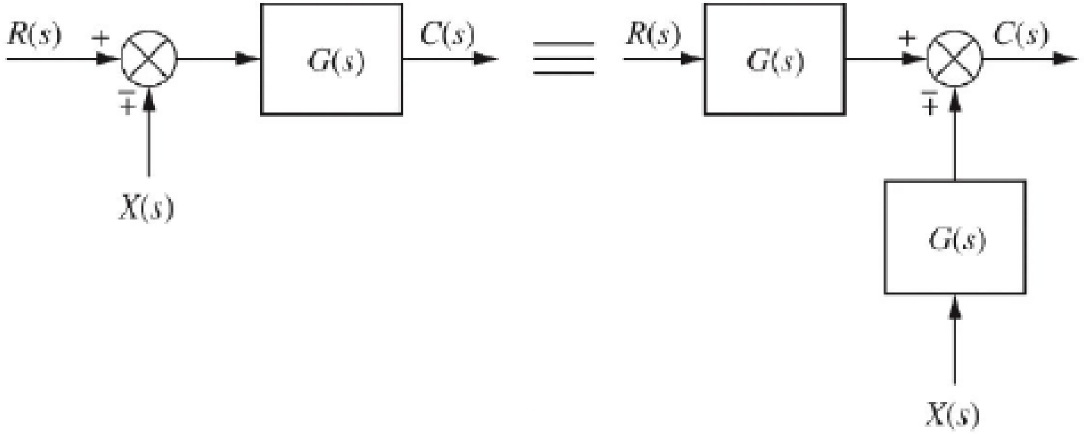
Şekil-6 Geri beslemeli bir sistemin açık blok diyagramı.



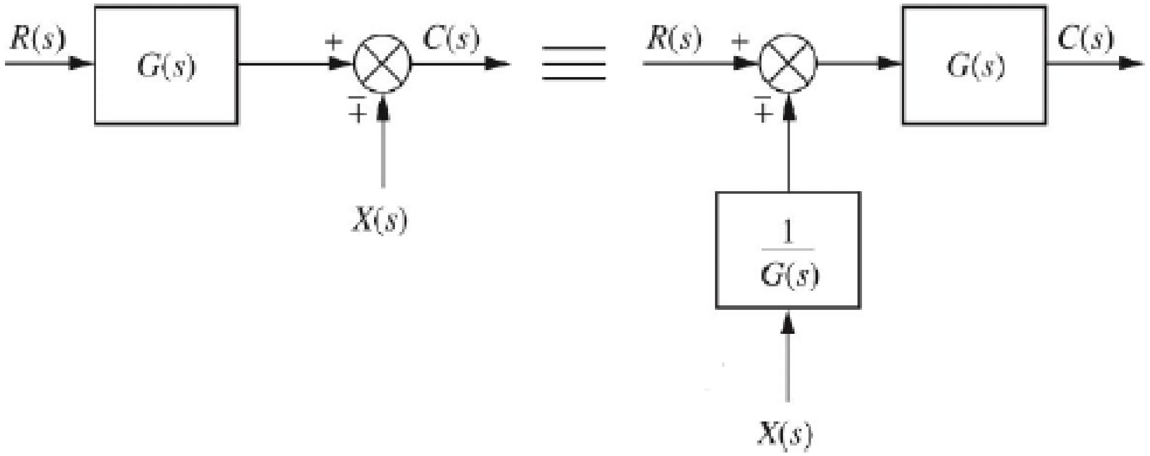
Şekil-7 Sistemin en basit hale indirgenmiş blok diyagramı.

Çözüm-5:

- Blok diyagramları ile ilgili bazı özellikler:



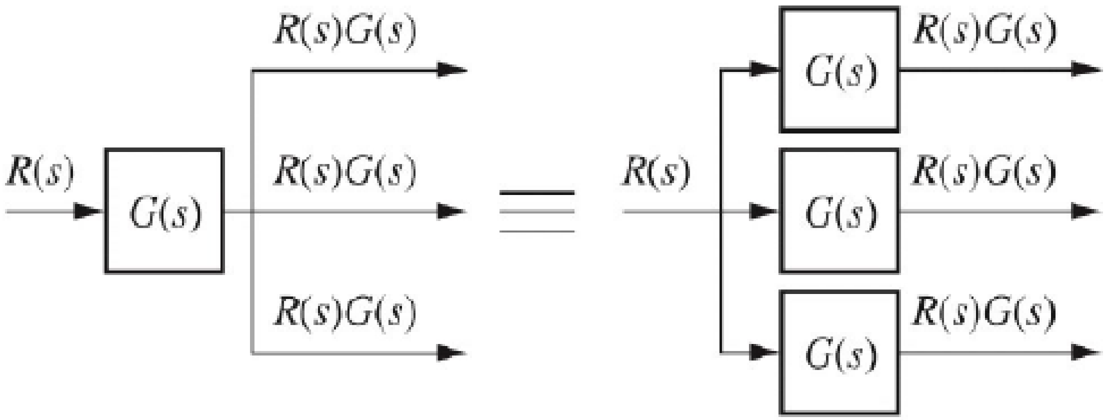
1)



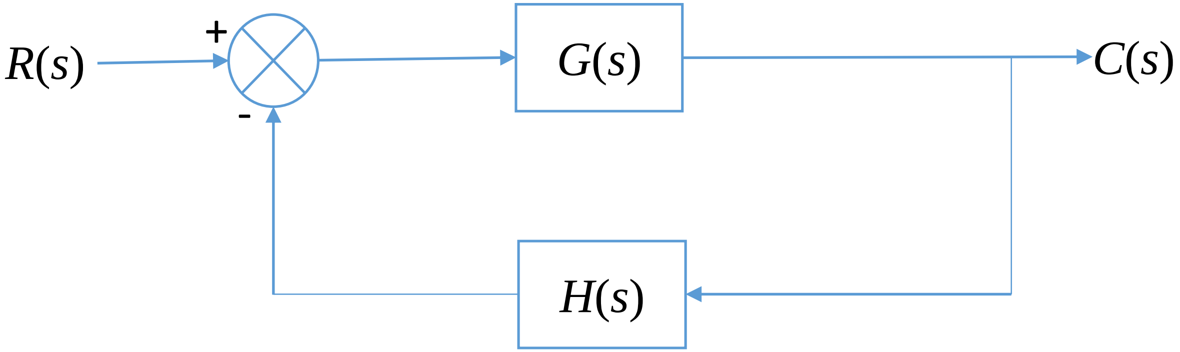
2)

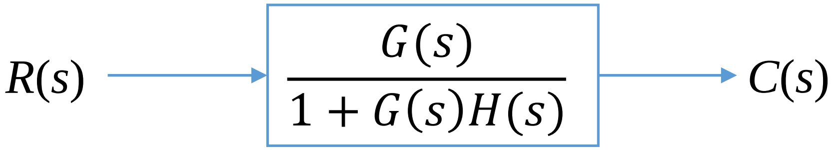
➢ Çözüm-5:

- Blok diyagramları ile ilgili bazı özellikler:



3)

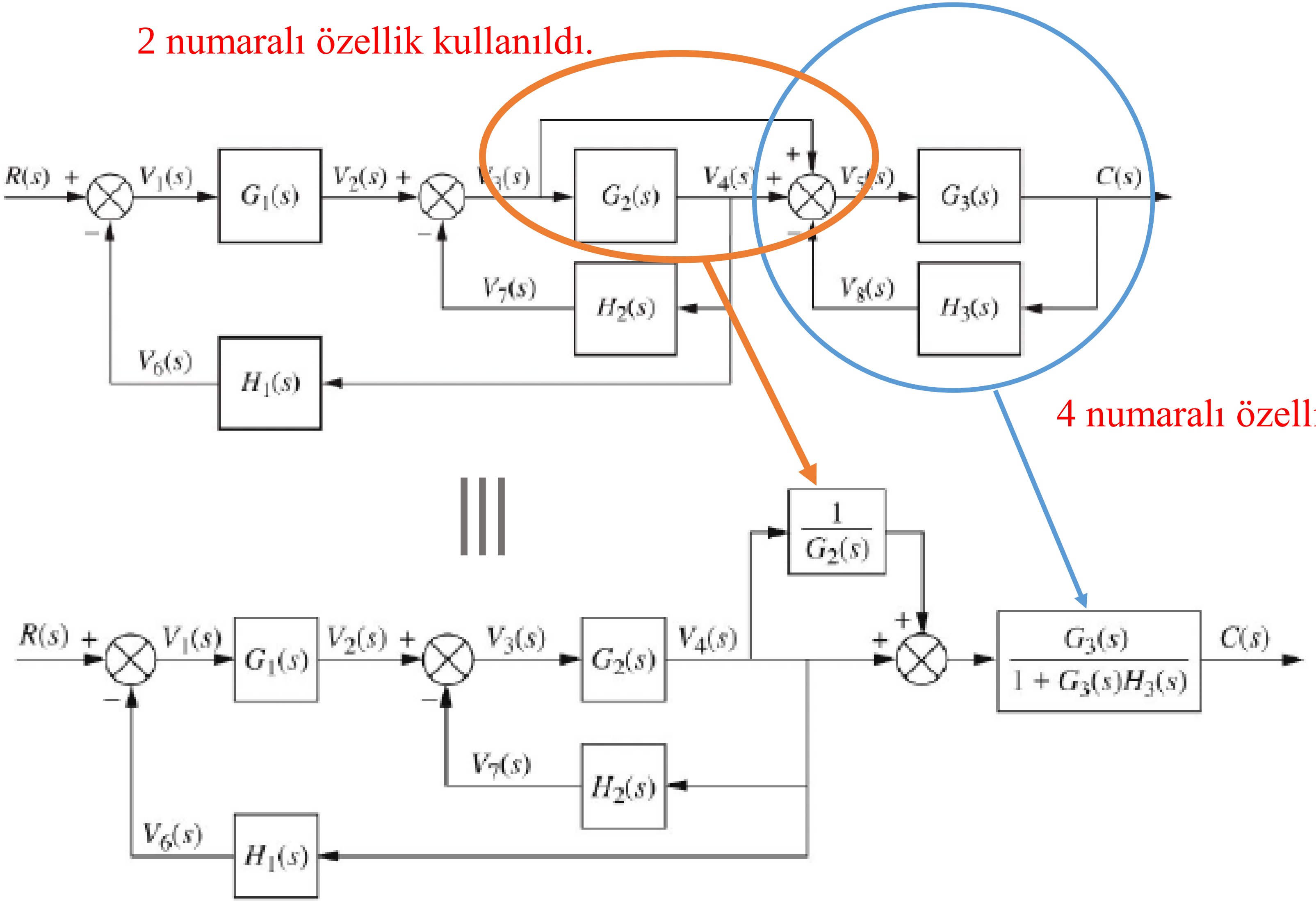




4)

2 numaralı özellik kullanıldı.

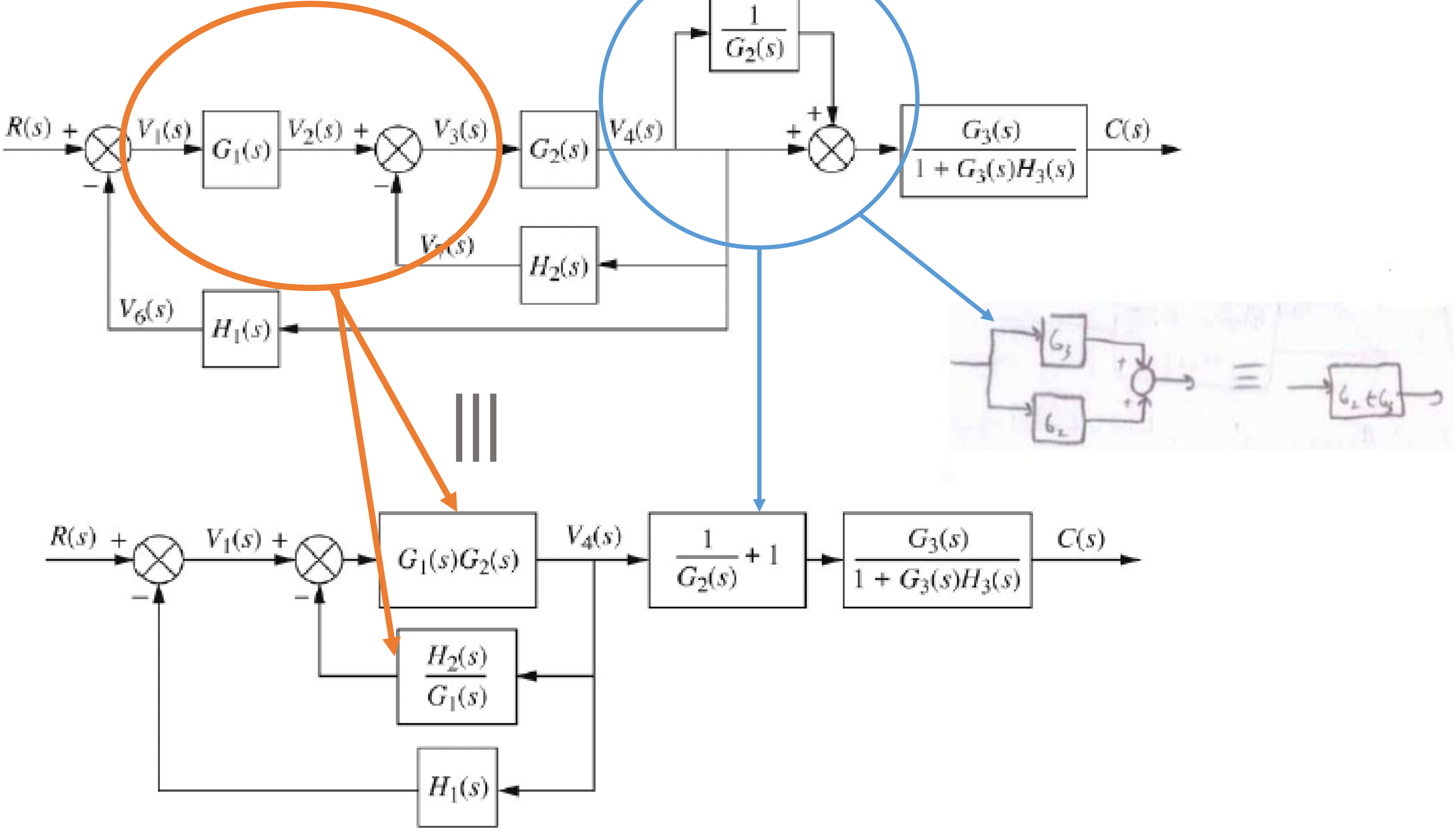
- Çözüm-5:



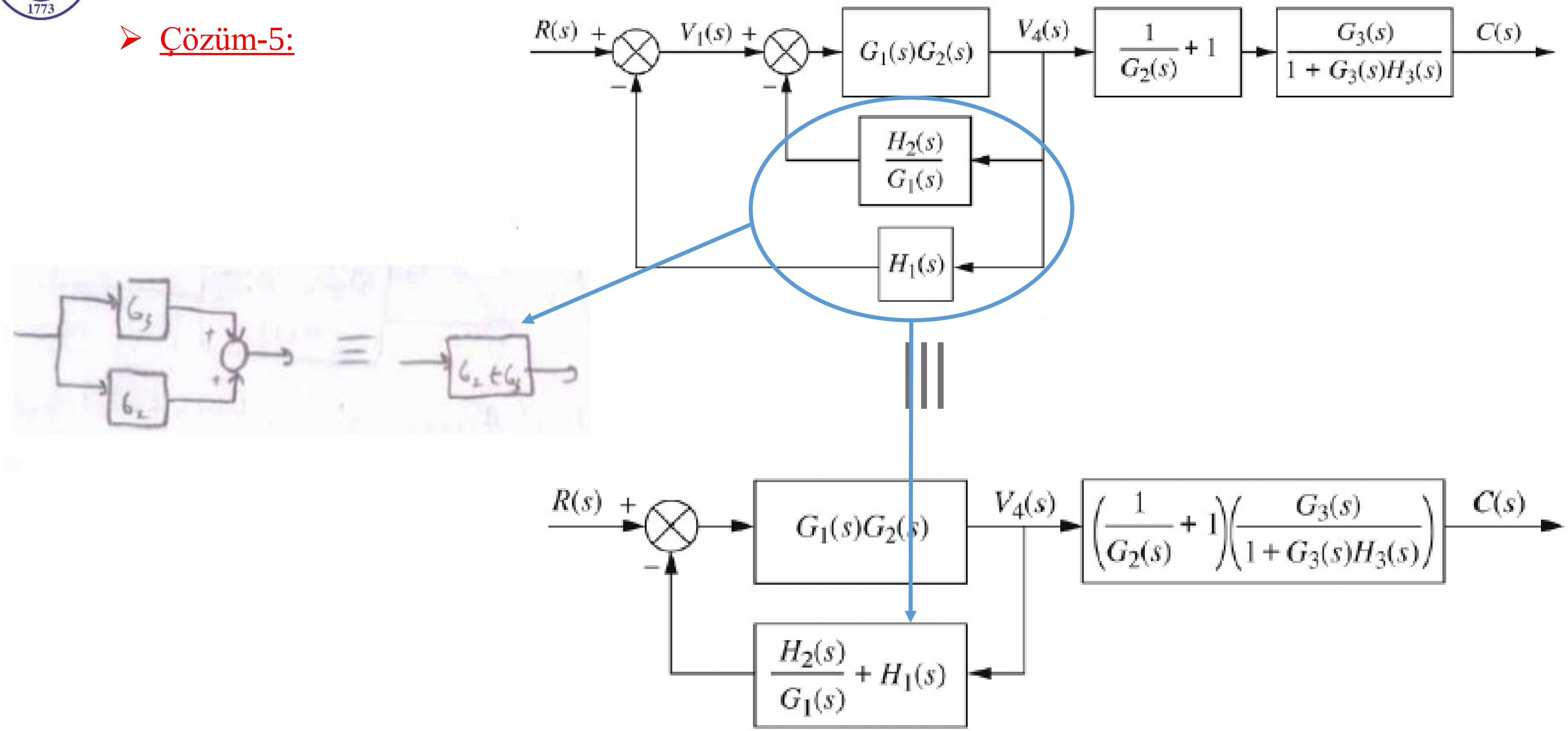
4 numaralı özellik kullanıldı.

2 numaralı özellik kullanıldı.

- Çözüm-5:

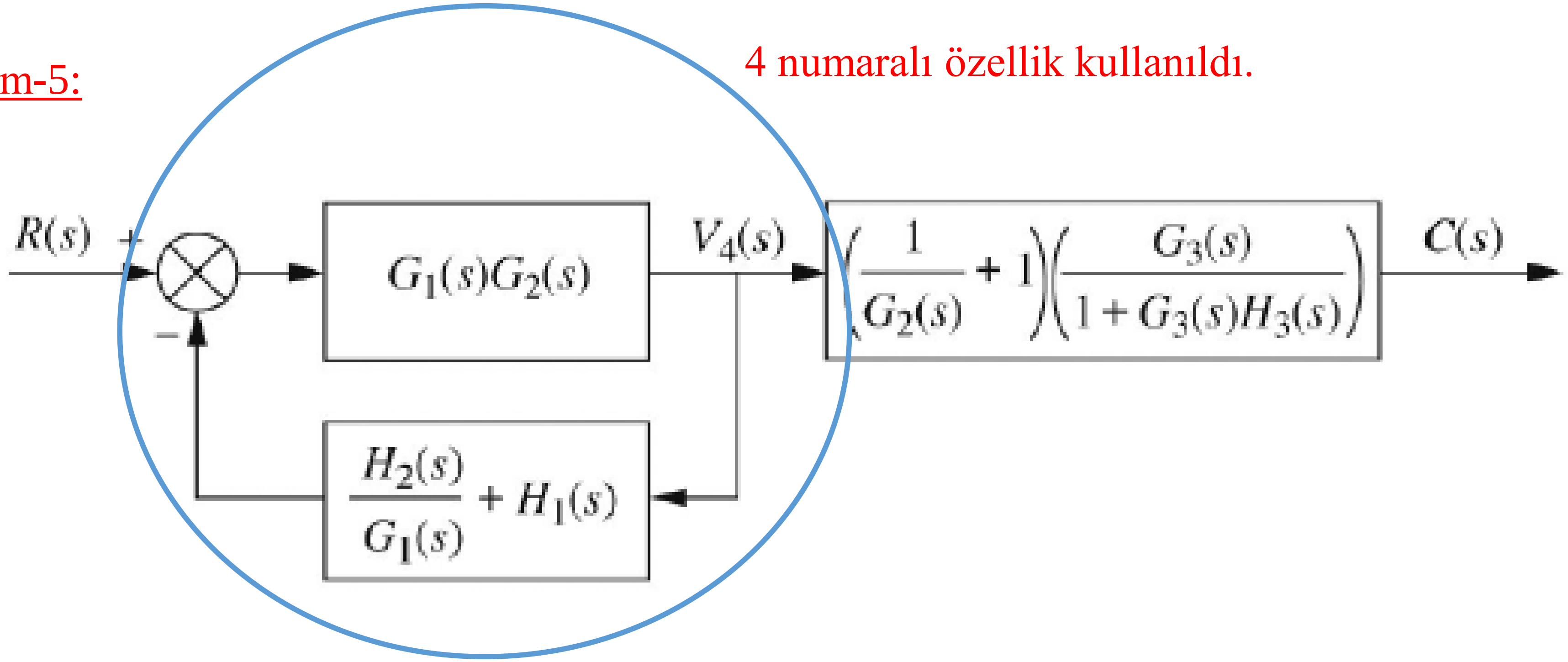


➢ Çözüm-5:

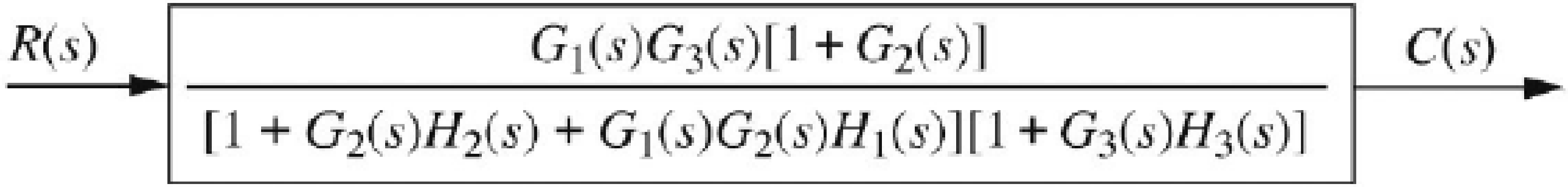

R(s)
V1(s)
G1(s)G2(s)
V4(s)
1/G2(s) + 1
G3(s) / (1 + G3(s)H3(s))
C(s)
H2(s)/G1(s)
H1(s)
≡
(1/G2(s) + 1)(G3(s) / (1 + G3(s)H3(s)))
H2(s)/G1(s) + H1(s)

- Çözüm-5:

4 numaralı özellik kullanıldı.



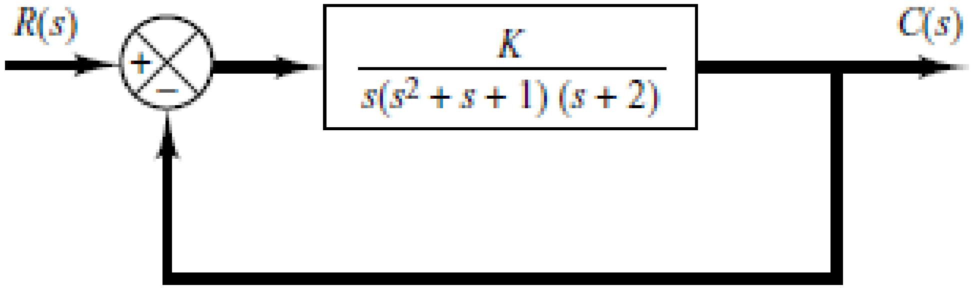
$\equiv$



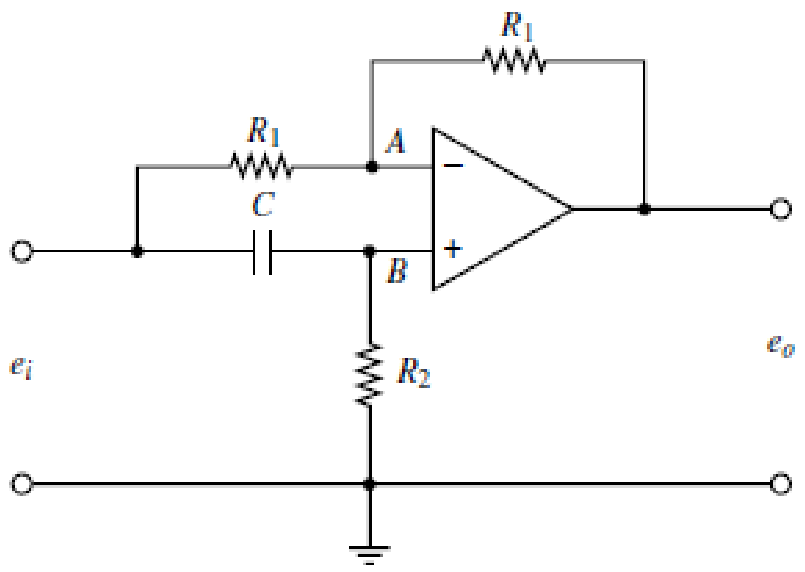
❖ Soru-6 Aşağıda transfer fonksiyonu verilen sistem kararlı mıdır?

$$TF(s) = \frac{K}{3s^4 + 10s^3 + 5s^2 + 5s + 2}$$

❖ Soru-7 Aşağıda verilen kapalı çevrim sistemini kararlı yapan K aralığını belirleyiniz.

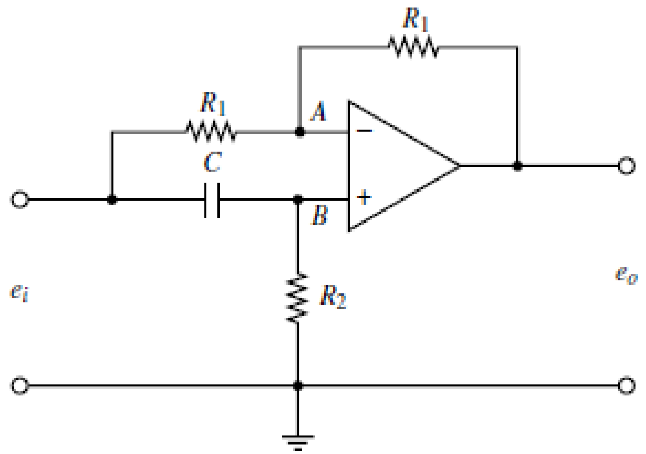


❖ Soru-8 Empedans yaklaşımını kullanarak şekil-8'de verilen opamp devresinin $\frac{E_o(s)}{E_i(s)}$ transfer fonksiyonunu elde ediniz.



Şekil-8 İşlemsel yükselteç devresi.

➢ Çözüm-8:



$$\frac{V_A - E_i}{R_1} + \frac{V_A - E_0}{R_1} = 0$$

$$2V_A = E_i + E_0$$

$$V_A = V_B$$

$$\frac{2R_2}{R_2 + Z_C} E_i = E_i + E_0$$

❖ Bir düğümden çıkan akımların toplamı, düğüme giren akımların toplamına eşittir.

❖ İdeal bir op-amp devresinde $V_A = V_B$

$$Z_C = \frac{1}{sC}$$

$$\frac{V_B - E_i}{Z_C} + \frac{V_B}{R_2} = 0$$

$$V_B \frac{R_2 + Z_C}{R_2 Z_C} = \frac{E_i}{Z_C}$$

$$V_B = \frac{R_2}{R_2 + Z_C} E_i$$

$$\frac{R_2 - Z_C}{R_2 + Z_C} E_i = E_0$$

$$\frac{E_0}{E_i} = \frac{CR_2 s - 1}{CR_2 s + 1}$$