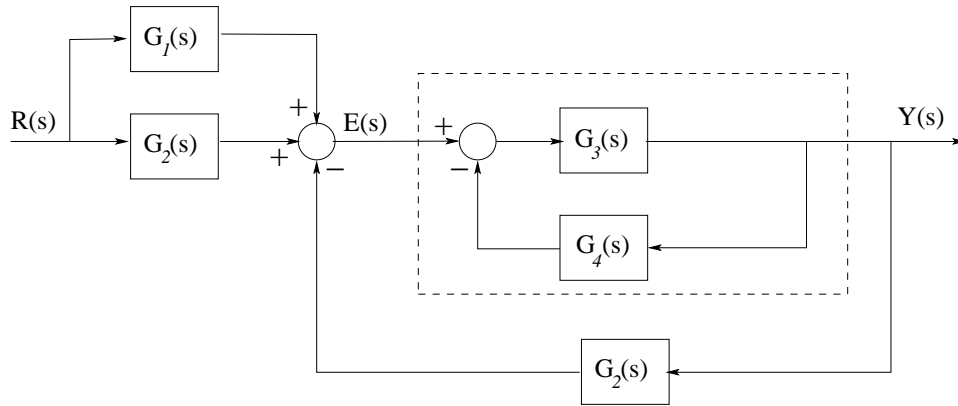


Soru : Şekilde blok diyagramı verilen sistemde $G_1(s) = \frac{1}{s+1}$, $G_2(s) = \frac{1}{s+2}$, $G_3(s) = \frac{1}{s+3}$ ve $G_4(s) = \frac{1}{s+4}$ olarak verildiğine göre, $\frac{Y(s)}{R(s)}$ transfer fonksiyonuna ilişkin durum denklemlerini (A, B, C, D matrislerini) elde ediniz.

Çözüm : $N(s) = 0$ için verilen sistemin blok diyagramı aşağıdaki şekilde düzenlenebilir:



Burada öncelikle G_3 ve G_4 bloklarından oluşan kapalı çevrimi $\frac{G_3}{1+G_3G_4}$ olarak yazdıktan sonra bunu G_2 geribeslemeli çevrimde kullanırız. Be çevrime ilişkin transfer fonksiyonu $\frac{\frac{G_3}{1+G_3G_4}}{1+G_2\frac{G_3}{1+G_3G_4}}$ olur. Bunu sadeleştirirsek $\frac{G_3}{1+(G_2+G_4)G_3}$ elde ederiz. Bunu $G_1 + G_2$ ile çarparak soruda istenen transfer fonksiyonununa ulaşırız.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_3(G_1 + G_2)}{1 + G_3(G_2 + G_4)}$$

G_1, G_2, G_3, G_4 için soruda verilen değerler yerine konduğunda

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{2s^2 + 11s + 12}{s^4 + 10s^3 + 37s^2 + 58s + 30}$$

bulunur. Bu 4. dereceden bir sistemdir ve dolayısıyla 4 tane durum değişkeni kullanılarak durum uzayında ifade edilebilir. Transfer fonksiyonunu $\frac{u(s)}{u(s)}$ ile çarpalım.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{2s^2 + 11s + 12}{s^4 + 10s^3 + 37s^2 + 58s + 30} \frac{u(s)}{u(s)}$$

Bu $u(s)$ öyle bir fonksiyon olsun ki

$$Y(s) = (2s^2 + 11s + 12)u(s) \quad (1)$$

$$R(s) = (s^4 + 10s^3 + 37s^2 + 58s + 30)u(s) \quad (2)$$

olsun. Şimdi şu tanımları yapalım:

$$x_1(s) \triangleq u(s)$$

$$x_2(s) \triangleq su(s)$$

$$x_3(s) \triangleq s^2u(s)$$

$$x_4(s) \triangleq s^3u(s)$$

Bu tanımları kullanarak (1) ve (2) denklemleri şu hale gelir:

$$Y(s) = 2x_3(s) + 11x_2(s) + 12x_1(s) \quad (3)$$

$$R(s) = sx_4(s) + 10x_4(s) + 37x_3(s) + 58x_2(s) + 30x_1(s) \quad (4)$$

(4) denklemini sx_4 için düzenleyelim

$$sx_4(s) = R(s) - 10x_4(s) - 37x_3(s) - 58x_2(s) - 30x_1(s) \quad (5)$$

Böylelikle bütün durum denklemlerimizi elde etmiş olduk. Şimdi bunları alt alta yazalım.

$$sx_1(s) = x_2(s)$$

$$sx_2(s) = x_3(s)$$

$$sx_3(s) = x_4(s)$$

$$sx_4(s) = R(s) - 10x_4(s) - 37x_3(s) - 58x_2(s) - 30x_1(s)$$

$$Y(s) = 2x_3(s) + 11x_2(s) + 12x_1(s)$$

Bunları matris formunda ifade edersek

$$s \begin{bmatrix} x_1(s) \\ x_2(s) \\ x_3(s) \\ x_4(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -30 & -58 & -37 & -10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(s) \\ x_2(s) \\ x_3(s) \\ x_4(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} R(s)$$

$$Y(s) = \begin{bmatrix} 12 & 11 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(s) \\ x_2(s) \\ x_3(s) \\ x_4(s) \end{bmatrix} + 0R(s)$$