Yrd.Doç.Dr. İbrahim Altunbaş 17.01.2006

TEL 351
ANALOG HABERLEŞME
Final Sınavı

6P 1. a) $x(t)$ işaretine ilişkin Fourier serisi ve Fourier dönüşümü ifadelerini yazınız.

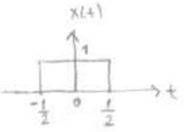
Fourier Serisi: $x(t) = \sum_n C_n e^{jn\omega_0 t}$, $C_n = \frac{1}{T}\int_T x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$ 1P

Fourier Dönüşümü: $X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi f t} dt$, $x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{j2\pi f t} df$

b) $x(t)$ işaretine ilişkin enerji ve güç ifadelerini yazınız.

$E = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt$ $P = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x^2(t) dt$ 1P

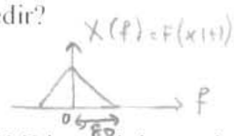
c) $x(t) = \prod(t)$ işaretin fourier dönüşümünü bulunuz.



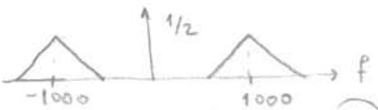
$A = 1$
$\tau = 1$

$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi f t} dt = \underline{\underline{\text{sinc} f}}$ 1P

d) Bir temelband $x(t)$ işaretin bandgenişliği 80Hz ise, $x(t)\cos 2\pi 1000t$ işaretinin bandgenişliği nedir?



$F\{x(t)\cos 2\pi 1000t\} = \frac{1}{2}\left[X(f-1000) + X(f+1000)\right]$



$\underline{BG = 160\,Hz}$ 1P

e) GM'de modülasyonlu işarette saf taşıyıcı teriminin de bulunmasının sebebi nedir?

GM'de modüle edilmiş dalganın zarfı mesaj işareti ile aynı biçimdedir. Bundan dolayı, alıcıda sadece taşıyıcı dalganın zarfına bakarak mesaj işaretini elde etmek için basit demodülatörler gerçeklenebilir. 1P

f) Aşağıdaki modülasyon türlerinden hangisi ya da hangileri sabit zarflıdır?

i) ÇYB ii) GM iii) TYB iv) AYB v) FM vi) PM

1P

(25P) 2. a) Şekilde verilen sistemin impuls yanıtını ve transfer fonksiyonunu bulunuz.

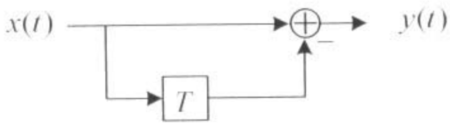
b) $y(t)$'yi $x(t)$ cinsinden yazınız. Bu sistem bozulmasız mıdır?

c) Giriş işareti $x(t)=\cos(\pi t/4T)$ biçiminde peryodik bir işaret ise, $X(f)$'i ve güç spektral yoğunluğu $G_x(f)$'i bulunuz

d) Yukarıdaki $x(t)$ için $y(t)$'yi, $Y(f)$'i ve çıkışın güç spektral yoğunluğu $G_y(f)$'i bulunuz.

e) Çıkış işaretinin özilişki fonksiyonunu bulunuz.

f) Çıkış gücünü bulunuz.



Şekil 1.

(a) $y(t) = x(t) - x(t-T)$ $x(t)=\delta(t)$ ise $y(t)=h(t)$ sistemin impuls yanıtı.

$h(t) = \delta(t) - \delta(t-T)$ (2P)

$$H(f) = F\{h(t)\} = \left(1-e^{-j2\pi fT}\right)\cdot\frac{e^{j\pi fT}}{e^{j\pi fT}} = \frac{2j\left(e^{j\pi fT} - e^{-j\pi fT}\right)}{2j\cdot e^{j\pi fT}} = 2j\, e^{-j\pi fT}\sin\pi fT$$ (2P)

$$= 1-\cos 2\pi fT + j\sin 2\pi fT$$

(b) $y(t) = x(t) - x(t-T) \neq K\,x(t-t_0)$ (1P) (veya $|H(f)| \neq K$) olduğu için bozulmasız değildir. (1P)

$$Y(f) = X(f) - e^{-j2\pi fT}X(f)$$

$$H(f) = \frac{Y(f)}{X(f)} = 1-e^{-j2\pi fT} = 2j\,e^{-j\pi fT}\sin\pi fT$$

(c) $$x(t) = \cos(\pi t/4T) = \frac{e^{j\frac{\pi t}{4T}} + e^{-j\frac{\pi t}{4T}}}{2} = \frac{e^{j\frac{\pi t}{4T}}}{2} + \frac{e^{-j\frac{\pi t}{4T}}}{2} \quad ; \quad T_0 = 8T$$

$$f_0 = \frac{1}{8T}$$

$x(t) = \sum c_n e^{jnw_0t}$; $c_1 = \frac{1}{2} = c_{-1}$

$c_n = 0$; $n \neq \mp 1$

(3P)

$$X(f) = \sum_n c_n\,\delta(f-nf_0) = \frac{1}{2}\delta\left(f-\frac{1}{8T}\right) + \frac{1}{2}\delta\left(f+\frac{1}{8T}\right)$$ $\longrightarrow$ $x(t)$'nin Fourier dönüşümü

$$G_x(f) = \sum_n |c_n|^2\,\delta(f-nf_0) = \frac{1}{4}\delta\left(f-\frac{1}{8T}\right) + \frac{1}{4}\delta\left(f+\frac{1}{8T}\right)$$ (3P) $\longrightarrow$ $x(t)$'nin güç spektral yoğunluğu

?

(d) $x(t) = \cos\frac{\pi t}{4T}$; (2P)

$$y(t) = x(t) - x(t-T) = \cos\frac{\pi t}{4T} - \cos\frac{\pi(t-T)}{4T} = \left(1-\frac{1}{\sqrt2}\right)\cos\frac{\pi t}{4T} - \frac{1}{\sqrt2}\sin\frac{\pi t}{4T}$$

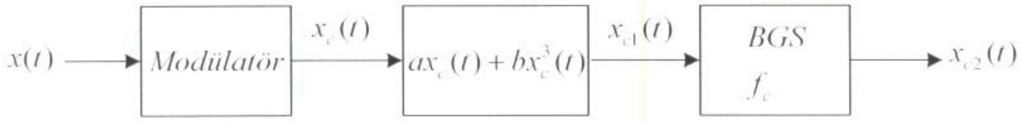
$$Y(f) = F[y(t)] = H(f)\cdot X(f) = 2j\,e^{-j\pi fT}\sin\pi fT\left[\frac{1}{2}\delta\left(f-\frac{1}{8T}\right) + \frac{1}{2}\delta\left(f+\frac{1}{8T}\right)\right]$$

$$= \left(1-\frac{1}{\sqrt2}\right)\frac{1}{2}\left[\delta\left(f-\frac{1}{8T}\right) + \delta\left(f+\frac{1}{8T}\right)\right] - \frac{1}{\sqrt2}\cdot\frac{1}{2j}\left[\delta\left(f-\frac{1}{8T}\right) - \delta\left(f+\frac{1}{8T}\right)\right]$$ (2P)

(30P) 3. a) $x(t) = \text{sinc}^2 40t$ işaretinin Fourier dönüşümünün $\frac{1}{40}\Lambda(f/40)$ olduğunu gösteriniz.

b) $x(t)$ işareti ÇYB modülasyonu ile iletilmek istensin. $x_c(t) = x(t)\cos 2\pi f_c t$ ÇYB işaretin frekans spektrumunu çiziniz. İletim bandgenişliğini bulunuz.

c) $x_c(t)$ işareti kanala verilmeden önce sistemdeki doğrusal olmayan bir bozulma nedeniyle $x_{c1}(t) = ax_c(t) + bx_c^3(t)$ biçimine dönmektedir. Daha sonra bu işaret, merkez frekansı f_c olan, bandgenişliği yeterince büyük bir BGS'den geçirilerek $x_{c2}(t)$ işareti elde edilmektedir (Şekil 2). $x_{c1}(t)$ ve $x_{c2}(t)$'yi bulunuz ve $X_{c1}(f)$ ve $X_{c2}(f)$'i kabaca çiziniz. Modülasyonlu işaretteki bozulmanın etkisi giderilebilmiş midir?

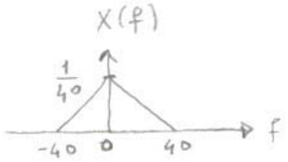


Şekil 2.

d) $x(t) = \text{sinc}^2 40t$ işareti ÇYB yerine, $x_c(t) = \cos(2\pi f_c t + k_f \int x(\tau)d\tau)$ biçiminde FM ile iletilsin. Bu durumda $x_{c1}(t)$ ve $x_{c2}(t)$'yi bulunuz ($x(t)$'deki DC bileşenin etkisini göz önüne almayınız).

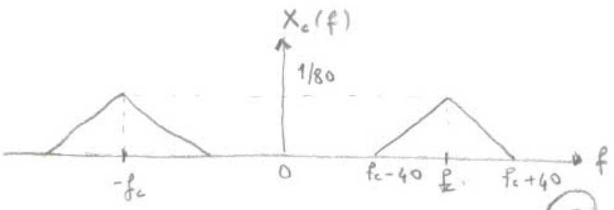
e) c) ve d) şıklarındaki sonuçlardan yararlanarak, FM (veya PM) modülasyonunun doğrusal olmayan bozulmaya dayanıklı olduğunu söyleyebilir misiniz?

(a) $x(t) = \text{Sinc}^2 40t \Rightarrow X(f) = F\{\text{Sinc}\,40t\} * F\{\text{Sinc}\,40t\} = \frac{1}{40}\Pi(f/40) * \frac{1}{40}\Pi(f/40) = \frac{1}{40}\Lambda\left(\frac{f}{40}\right)$



(6P)

(b) $x_c(t) = x(t)\cos 2\pi f_c t \Rightarrow X_c(f) = \frac{1}{2}X(f-f_c) + \frac{1}{2}X(f+f_c)$



(4P)

$\underline{BG} = 80\,Hz$ (2P)

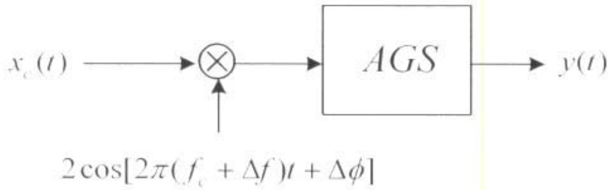
(c) $x_{c_1}(t) = a\,x(t)\cos 2\pi f_c t + b\,x^3(t)\cos^3 2\pi f_c t$

• $\cos^3 x = \frac{3}{4}\cos x + \frac{1}{4}\cos 3x$

$x_{c_1}(t) = \underbrace{\left[a\,x(t) + \frac{3}{4}b\,x^3(t)\right]\cos 2\pi f_c t}_{x_{c_2}(t) \quad \text{BGS çıkışı}} + \frac{b}{4}x^3(t)\cos 6\pi f_c t$ (2P)

(2P)

(25P) 4. TYB (Alt) modülasyonlu bir işaret, Şekil 3'te görüldüğü gibi eşzamanlı olarak demodüle edilecektir. Ancak, alıcıdaki lokal osilatör $2\cos(2\pi f_c t)$ yerine, frekansı ve fazı kaymış biçimde $2\cos[2\pi(f_c+\Delta f)t+\Delta\phi]$'dir.



Şekil 3.

a) $\Delta f=0$, $\Delta\phi=0$ iken $y(t)=kx(t)$ olduğunu gösteriniz (k sabit).

b) $\Delta\phi=0$ iken, $y(t)$'yi ve $Y(f)$'i bulunuz. $Y(f)$'i çiziniz. $y(t)$ ne tür bir işarete benziyor? Δf frekans kaymasının büyük olması ne gibi bir sorun yaratır?

c) $\Delta f=0$ iken $y(t)$'yi ve $Y(f)$'i bulunuz. $|Y(f)|$'i çiziniz. $\Delta\phi$ faz kaymasının etkisini yorumlayınız.

(a) $x_c(t) = x(t)\cdot\cos 2\pi f_c t + \hat{x}(t)\sin 2\pi f_c t \longrightarrow$ TYB(Alt) , $\frac{A_c}{2}=1$ alındı.

$x_c(t)\cdot 2\cos[2\pi(f_c+\Delta f)t+\Delta\phi]$

$= x(t)\cos 2\pi f_c t\, 2\cos[2\pi(f_c+\Delta f)t+\Delta\phi] + \hat{x}(t)\sin 2\pi f_c t\, 2\cos[2\pi(f_c+\Delta f)t+\Delta\phi]$

$= 2x(t)\cos 2\pi f_c t\,\cos 2\pi(f_c+\Delta f)t\cdot\cos\Delta\phi - 2x(t)\cos 2\pi f_c t\,\sin 2\pi(f_c+\Delta f)t\cdot\sin\Delta\phi$

$+ 2\hat{x}(t)\sin 2\pi f_c t\,\cos 2\pi(f_c+\Delta f)t\cdot\cos\Delta\phi - 2\hat{x}(t)\sin 2\pi f_c t\,\sin 2\pi(f_c+\Delta f)t\cdot\sin\Delta\phi$

$= 2x(t)\cos 2\pi f_c t\,\cos 2\pi f_c t\,\cos 2\pi\Delta f t\,\cos\Delta\phi - 2x(t)\cos 2\pi f_c t\,\sin 2\pi f_c t\,\sin 2\pi\Delta f t\,\cos\Delta\phi$

$- 2x(t)\cos 2\pi f_c t\,\sin 2\pi f_c t\,\cos 2\pi\Delta f t\,\sin\Delta\phi - 2x(t)\cos 2\pi f_c t\,\cos 2\pi f_c t\,\sin 2\pi\Delta f t\,\sin\Delta\phi$

$+ 2\hat{x}(t)\sin 2\pi f_c t\,\cos 2\pi f_c t\,\cos 2\pi\Delta f t\,\cos\Delta\phi - 2\hat{x}(t)\sin 2\pi f_c t\,\sin 2\pi f_c t\,\sin 2\pi\Delta f t\,\cos\Delta\phi$

$- 2\hat{x}(t)\sin 2\pi f_c t\,\sin 2\pi f_c t\,\cos 2\pi\Delta f t\,\sin\Delta\phi - 2\hat{x}(t)\sin 2\pi f_c t\,\cos 2\pi f_c t\,\sin 2\pi\Delta f t\,\sin\Delta\phi$

$= 2x(t)\cos^2 2\pi f_c t\,\cos(2\pi f t+\Delta\phi) - 2x(t)\cos 2\pi f_c t\,\sin 2\pi f_c t\,\sin(2\pi\Delta f t+\Delta\phi)$

$+ 2\hat{x}(t)\sin 2\pi f_c t\,\cos 2\pi f_c t\,\cos(2\pi\Delta f t+\Delta\phi) - 2\hat{x}(t)\sin^2 2\pi f_c t\,\sin(2\pi\Delta f t+\Delta\phi)$

$= 2x(t)\left[\frac{1+\cos 4\pi f_c t}{2}\right]\cos(2\pi\Delta f t+\Delta\phi) - 2x(t)\left[\frac{1}{2}\sin 4\pi f_c t\right]\sin(2\pi\Delta f t+\Delta\phi)$

$+ 2\hat{x}(t)\left[\frac{1}{2}\sin 4\pi f_c t\right]\cos(2\pi\Delta f t+\Delta\phi) - 2\hat{x}(t)\left[\frac{1-\cos 4\pi f_c t}{2}\right]\sin(2\pi\Delta f t+\Delta\phi)$

AGS çıkışında;

$y(t) = x(t)\cos(2\pi\Delta f t+\Delta\phi) - \hat{x}(t)\sin(2\pi\Delta f t+\Delta\phi)$

14P

5. Frekans modülasyonlu (FM) bir işaret, $x_c(t) = 10\cos(2\pi 10^5 t + 5\sin 3000t + 10\sin 2000\pi t)$ biçiminde tanımlanmaktadır.

a) FM işaretin gücünü bulunuz.

b) Maksimum frekans sapması Δf 'i bulunuz.

c) $\beta = \Delta f / f_{m,maks}$ olarak tanımlanan modülasyon indisini bulunuz.

d) Maksimum faz sapması $\Delta\phi$ 'yi bulunuz.

e) FM işaretin bandgenişliğini bulunuz.

a) $A_c = 10$

$$P = \frac{A_c^2}{2} = \frac{100}{2} = 50 \text{ Watt}$$ 2P

b)

$$x_c(t) = 10\cos(\underbrace{2\pi 10^5 t + 5\sin 3000t + 10\sin 2000\pi t}_{\theta(t)}) = 10\cos(\theta(t))$$

$$w_a(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} = 2\pi 10^5 + 15000\cos 3000t + 20000\pi\cos 2000\pi t = 2\pi f_a(t)$$

$$f_a(t) = 10^5 + \frac{15000}{2\pi}\cos 3000t + 10000\cos 2000\pi t$$

$$\Delta f = (f_a(t) - f_c)_{maks} = \left(\frac{15000}{2\pi}\cos 3000t + 10000\cos 20000\pi t\right)_{maks}$$

$$\Delta f = \frac{15000}{2\pi} + 10^4 = 12387,32 \text{ Hz}$$ 5P

c)

$$f_{m,maks} = \frac{2000\pi}{2\pi} = 1000$$

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_{m,maks}} = \frac{12387,32}{1000} = 12,38732$$ 3P

d) Maksimum faz sapması $\Delta\phi = 5 + 10 = 15$ radyan 2P

e)

$$BG = 2(\Delta f + f_{m,maks}) = 2(1+\beta)f_m = 2(12387,32 + 1000) = 26774,65 \text{ Hz}.$$

2P