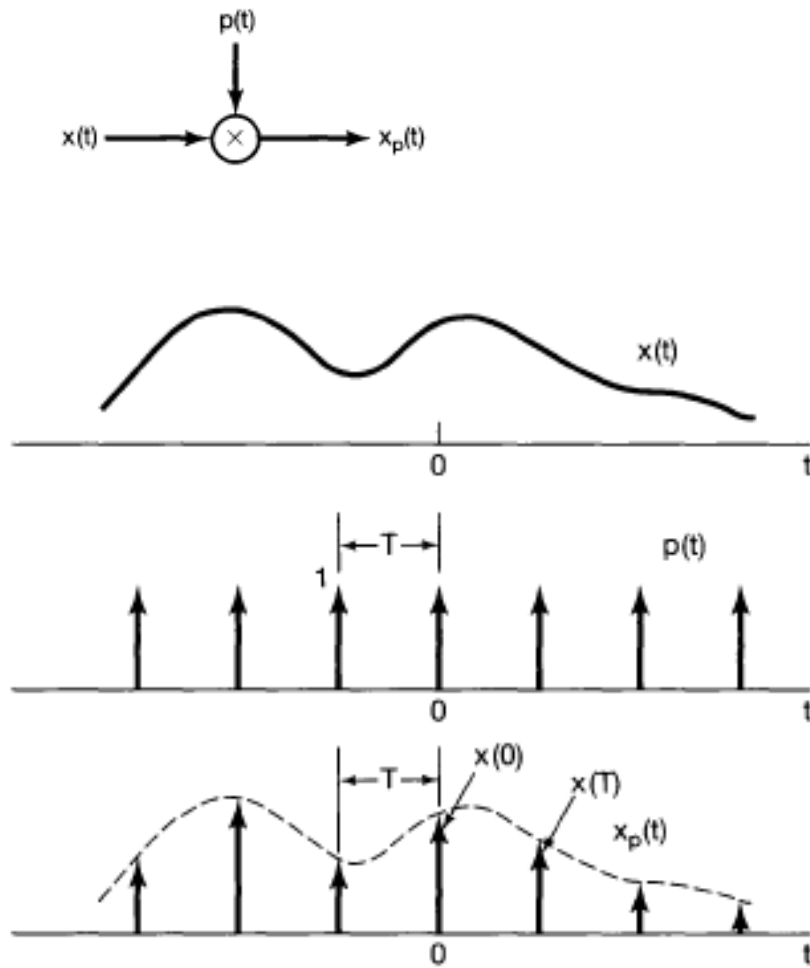


Sürekli zamanlı işaretlerin örneklenmesi



Sürekli-zamanlı işaret impuls katarı ile çarpılarak örneklenir.

$$x_p(t) = x(t)p(t),$$

$$p(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT).$$

$$x_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(nT)\delta(t - nT).$$

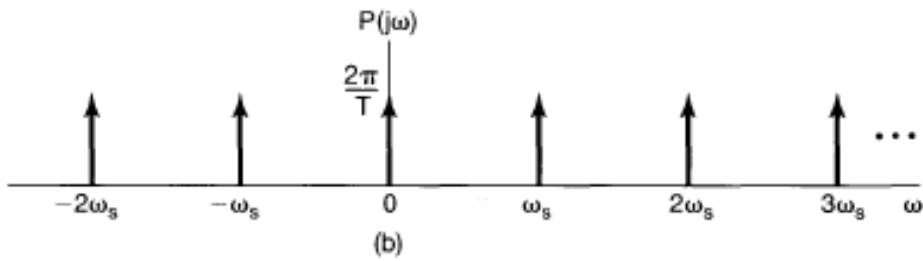
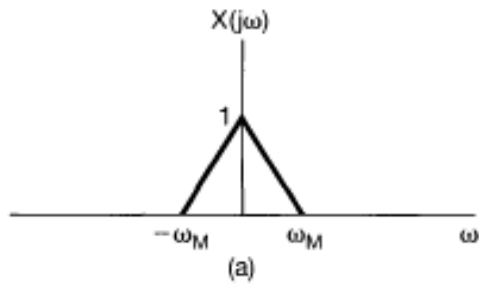
Örneklenmiş işaretin frekans spektrumu

Kaynak: Oppenheim, Willsky, "Signals and Systems"

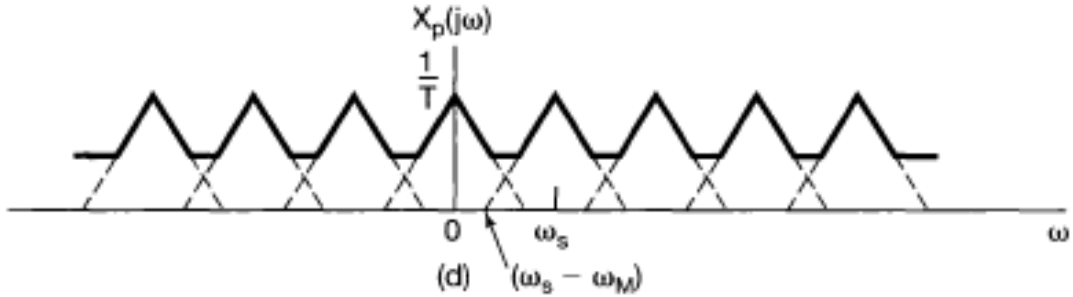
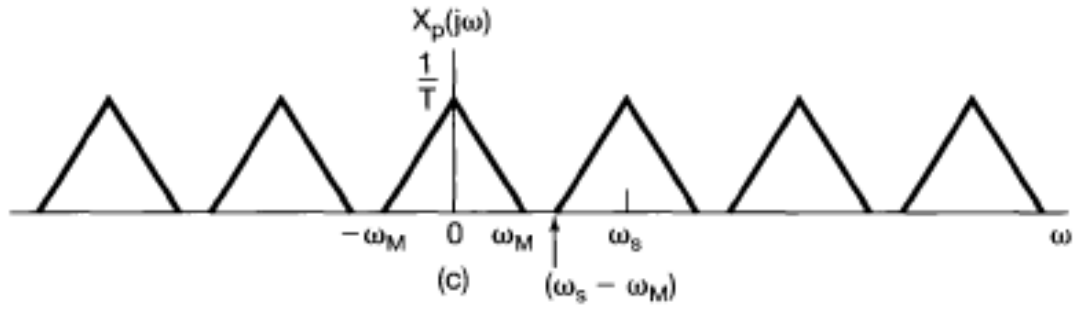
$$X_p(j\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(j\theta) P(j(\omega - \theta)) d\theta.$$

$$P(j\omega) = \frac{2\pi}{T} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(\omega - k\omega_s).$$

$$X_p(j\omega) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X(j(\omega - k\omega_s)).$$



a) Sürekli zamanlı işaretin, b) impuls katarının frekans spektrumu



c),d) Örneklenmiş işaretin frekans spektrumu

c) de görülen

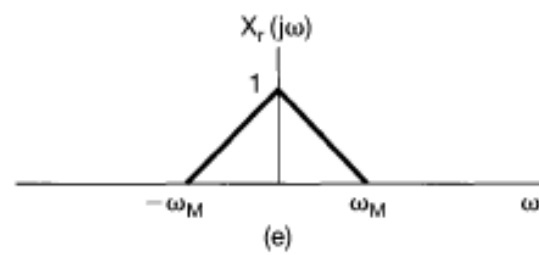
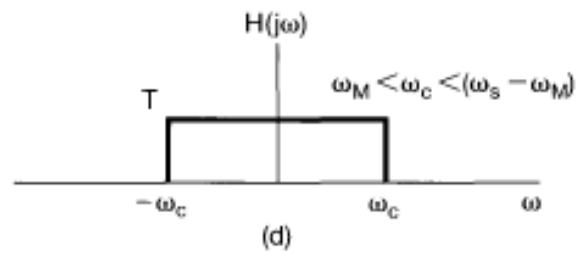
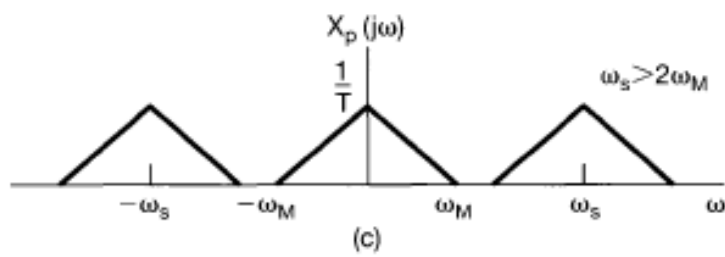
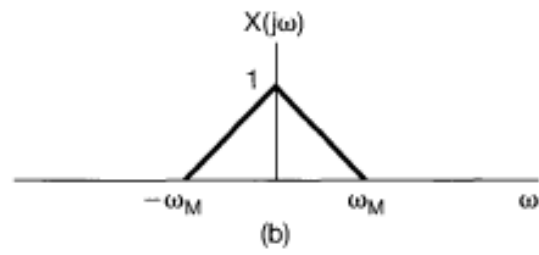
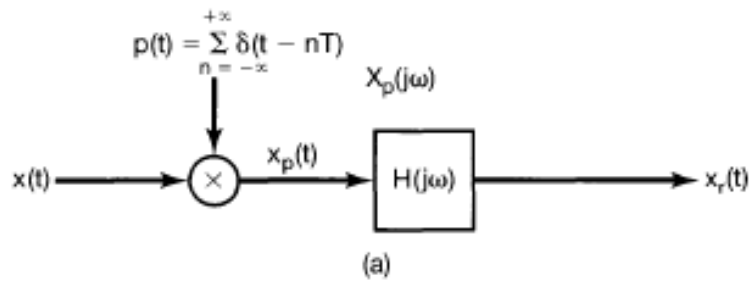
$\omega_s > 2\omega_M$; *durumunda örtüşme (aliasing) yok*, işaret örneklenmiş değerlerinden yeniden AGS kullanılarak elde edilebilir. Örtüşme olmaması için örnekleme frekansı Nyquist frekansından (işaretin en büyük frekans bileşeninin 2 katı) büyük seçilmelidir.

d) de görülen

$\omega_s < 2\omega_M$. *durumunda örtüşme var*. İşaretle bozulma gözlenir ve işaret örneklenmiş değerlerinden yeniden elde edilemez.

Örnek:

- Sürekli zamanlı $x(t)$ işaretinin örneklenmesi ve örnek değerlerinden yeniden elde edilmesi
- Sürekli zamanlı işaretin spektrumu
- Örneklenmiş işaretin spektrumu
- AGS (alçak geçiren süzgeç) frekans spektrumu
- Örneklenmiş değerlerinden yeniden oluşturulmuş işaret

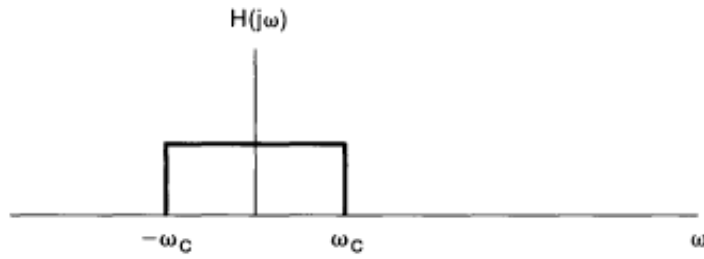


Kaynak: Oppenheim, Willsky, "Signals and Systems"

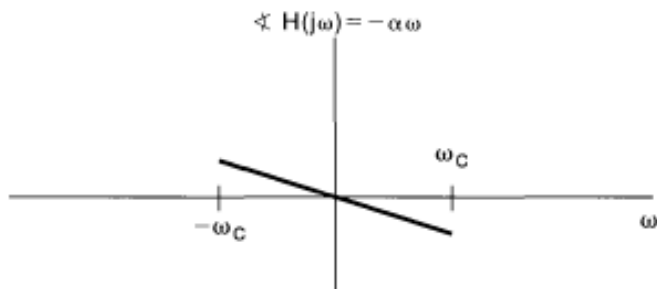
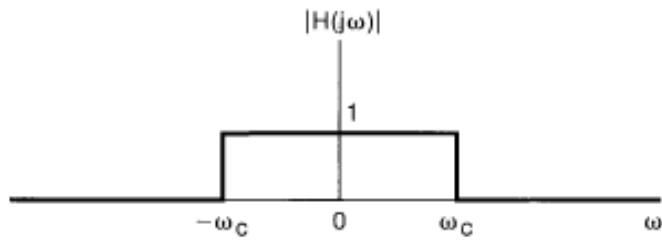
İdeal AGS

Frekans cevabı

$$H(j\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| \leq \omega_c \\ 0 & |\omega| > \omega_c \end{cases}.$$



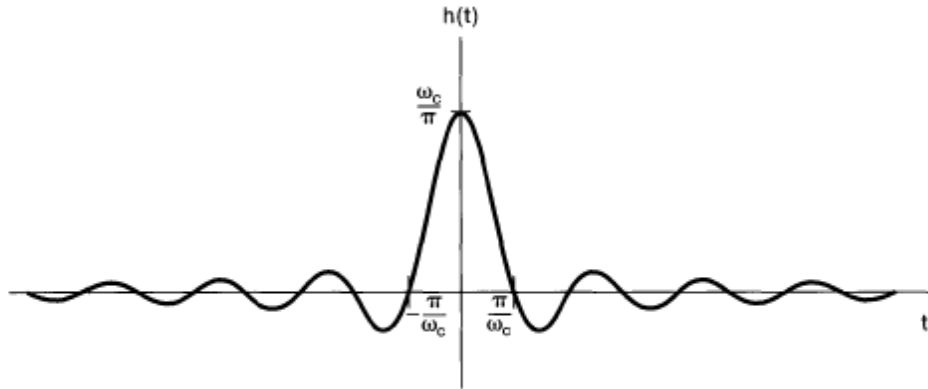
Genlik ve faz cevapları



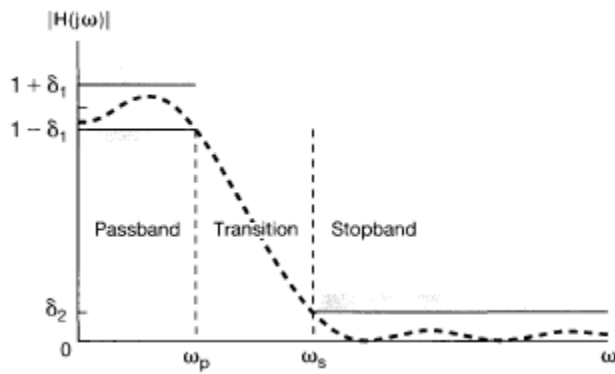
İdeal AGS impuls cevabı

$$h(t) = \frac{\sin \omega_c t}{\pi t},$$

Kaynak: Oppenheim, Willsky, "Signals and Systems"

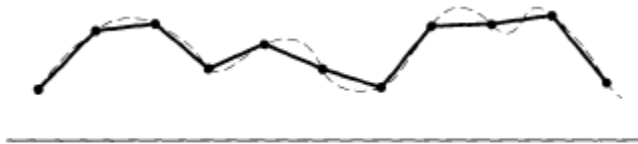


İdeal olmayan AGS



İşaretin Örneklenmiş değerlerinden yeniden oluşturulması (Shannon Örnekleme teoremi)

Band sınırlı işaretler için



Yeniden oluşturulmuş (reconstructed) işaret

$$x_r(t) = x_p(t) * h(t)$$

$$x_r(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(nT)h(t - nT).$$

Kaynak: Oppenheim, Willsky, "Signals and Systems"

İnterpolasyon süzgeci kullanılarak, işaret

$$h(t) = \frac{\omega_c T \sin(\omega_c t)}{\pi \omega_c t},$$

$$x_r(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(nT) \frac{\omega_c T}{\pi} \frac{\sin(\omega_c(t - nT))}{\omega_c(t - nT)}.$$

şeklinde örneklenmiş değerlerinden elde edilebilir.

Örnek:

$$x_r(nT) = x(nT), \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$x(t) = \cos \omega_0 t,$$

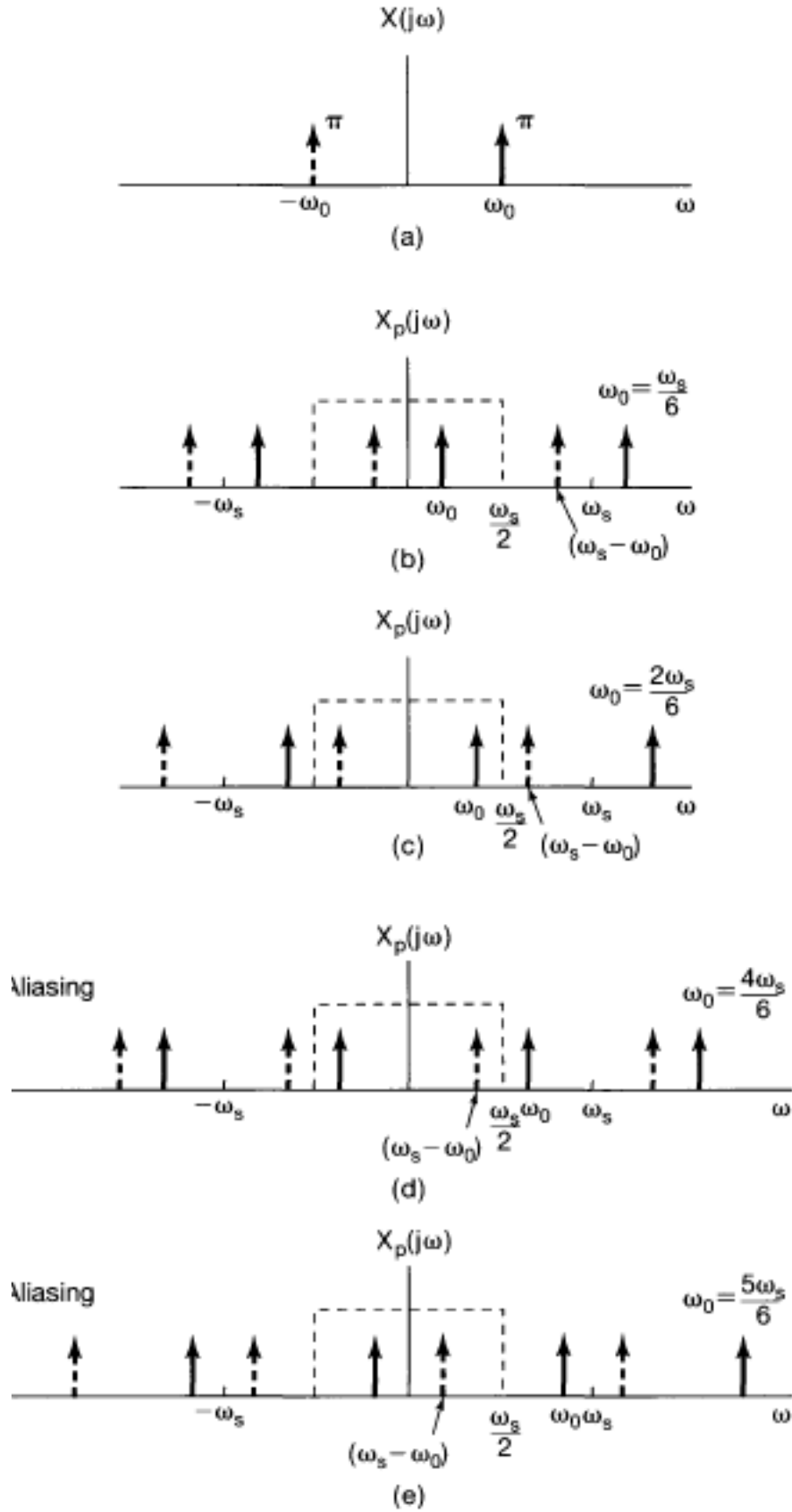
şeklinde verilen işaret için aşağıda verilen durumlarda işaretin yeniden elde edilip edilemeyeceğini (örtüşme durumu) inceleyelim.

$$(a) \quad \omega_0 = \frac{\omega_s}{6}; \quad x_r(t) = \cos \omega_0 t = x(t)$$

$$(b) \quad \omega_0 = \frac{2\omega_s}{6}; \quad x_r(t) = \cos \omega_0 t = x(t)$$

$$(c) \quad \omega_0 = \frac{4\omega_s}{6}; \quad x_r(t) = \cos(\omega_s - \omega_0)t \neq x(t)$$

$$(d) \quad \omega_0 = \frac{5\omega_s}{6}; \quad x_r(t) = \cos(\omega_s - \omega_0)t \neq x(t).$$



d) ve e) de örtüşme (aliasing) gözlemlendiğinden işaret örneklenmiş değerlerinden yeniden elde edilemez.