

ELO 314 - Procesamiento Digital de Señales

Lab. 3 - Parte II: Filtros Digitales en la DSK

Preparado por

Dr. Matías Zañartu, e-mail: Matias.Zanartu@usm.cl

Dr. Christian Rojas, e-mail: Christian.Rojas@usm.cl

Dr. Gonzalo Carrasco, e-mail: GONzalo.Carrasco.cl

I. FILTROS DIGITALES EN LA DSK

En este laboratorio se trabajará con los conceptos de filtros digitales vistos en el laboratorio pasado. La etapa de diseño se podrá realizar en MatLab, pero la implementación se realizará en la LCDK. Las actividades de este laboratorio son solo las indicadas en la sección IV, pero se deben recordar los conceptos de las secciones II y III siguientes.

II. IMPLEMENTACIÓN DE FILTROS IIR: FORMAS DIRECTAS I Y II

Existen varios tipos de estructuras para la implementación de filtros IIR. Considere el siguiente filtro IIR:

$$y[n] = \sum_{i=0}^{N-1} b_i x[n-i] - \sum_{k=1}^M a_k y[n-k]. \quad (1)$$

Una forma alternativa de escribir una ecuación de diferencia de un filtro IIR es por medio de 2 funciones de transferencia individuales en cascada, esto quiere decir:

$$H(z) = H_1(z) \cdot H_2(z), \quad (2)$$

donde $H_1(z)$ posee solo ceros de $H(z)$ y $H_2(z)$ solo polos ¹.

$$H_1(z) = \sum_{k=0}^M b_k z^{-k}, \quad (3)$$

$$H_2(z) = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}}. \quad (4)$$

Según sea el orden en que se ubican las funciones de transferencia de las ecuaciones (3) y (4), se llegará a uno de 2 tipos de realizaciones en formas directas. La ubicación de $H_1(z)$ antes que $H_2(z)$ llevará a la llamada *forma directa I*, la cual requiere de $M + N + 1$ multiplicaciones y posiciones de memoria, y $M + N$ sumas. Esta implementación es la más intuitiva, ya que el filtro se implementa como su ecuación de diferencia original, sin ningún tipo de reordenamiento. Por otro lado, si se ubica $H_2(z)$ antes que $H_1(z)$, la realización obtenida es conocida como *forma directa II*. En este caso, se requiere de una variable intermedia $w(n)$ para implementación del filtro, lo que agrega una nueva ecuación de diferencia. Como es de esperar, esta variable adicional solo es una herramienta de implementación y no genera cambios en el filtro. La principal ventaja de esta implementación es que necesita menos posiciones de memoria (usa $\max\{M, N\}$ en vez de $M + N + 1$), aunque el número de multiplicaciones y sumas sigue siendo el mismo. A partir de las ecuaciones 3 y 4 se obtienen las ecuaciones de diferencias correspondientes:

$$w(n) = x(n) - \sum_{k=1}^N a_k w(n-k), \quad (5)$$

$$y(n) = \sum_{k=0}^M b_k w(n-k), \quad (6)$$

¹ Sin contar con los polos/ceros en el origen en cada caso

$$H(z) = H_2(z) \cdot H_1(z), \quad (7)$$

y

$$H(z) = \frac{W(z)}{X(z)} \frac{Y(z)}{W(z)}. \quad (8)$$

Es posible visualizar claramente estas diferencias mediante un filtro IIR de segundo orden. Las Fig. 1 y Fig. 2 lo muestran uno en su estructura de la *forma directa I* y *II*, respectivamente.

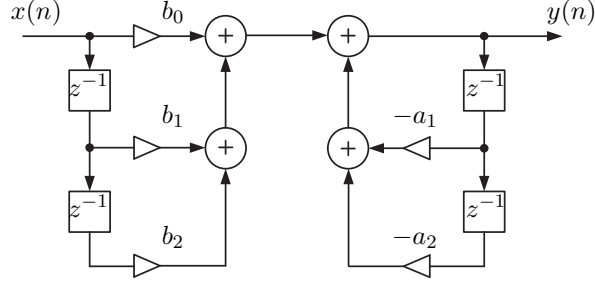


Figure 1. Forma directa I de un filtro de segundo orden IIR.

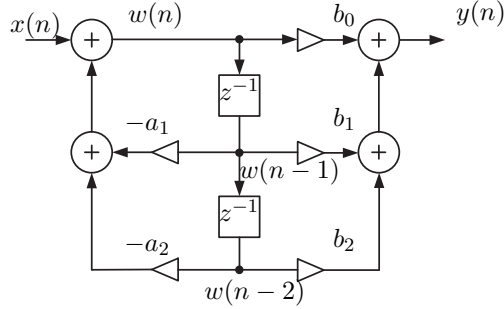


Figure 2. Forma directa II de un filtro de segundo orden IIR.

III. IMPLEMENTACIÓN DE FILTROS IIR: CASCADAS DE SEGUNDO ORDEN

Desafortunadamente, las implementaciones de filtros IIR usando *forma directas* tienen la desventaja de ser altamente sensibles a la cuantificación de sus coeficientes cuando N es muy grande. Una solución más robusta es implementar los filtros mediante una cascada de filtros de segundo orden. Considere un filtro IIR de orden superior a 2 con la función de transferencia indicada en la ecuación 1. El filtro puede ser factorizado en la cascada de subsistemas de segundo orden tal que $H(z)$ puede ser expresado como:

$$H(z) = \prod_{k=1}^K H_k(z), \quad (9)$$

donde K es la parte entera de $(N + 1)/2$. H_k tiene la forma general:

$$H_k(z) = \frac{b_{k0} + b_{k1}z^{-1} + b_{k2}z^{-2}}{1 + a_{k1}z^{-1} + a_{k2}z^{-2}}. \quad (10)$$

Como existen muchas formas de manejar los polos y ceros de la ecuación 9 en secciones de segundo orden, habrá muchas realizaciones en cascada y varias maneras de ordenar los subsistemas resultantes. Aunque todas las realizaciones en cascada son equivalentes en aritmética infinita, las diferentes realizaciones difieren significativamente cuando se implementan con aritmética de precisión finita.

La forma general de la estructura en cascada se muestra en la Fig. 3.

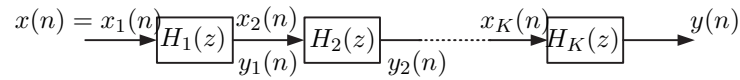


Figure 3. Estructura en cascada de sistemas de segundo orden.

IV. IMPLEMENTACIÓN EN LCDK

- 1) Generar un filtro Notch (elimina banda) de dos ceros conjugados y que sea sintonizable en tiempo real. La señal de entrada será una sinusoidal de amplitud 2 Vpp, frecuencia f_c y debe provenir desde un generador de señales, de modo que al variar f_c varíe la frecuencia a eliminar por el filtro Notch. La frecuencia de entrada deberá estar en el intervalo 200Hz a 4kHz. Para desarrollar esta actividad es necesario desarrollar las siguientes etapas:
 - Implementar un método para detectar la frecuencia de la señal de entrada a sintonizar. (4 Ptos.)
 - Diseñar un filtro Notch sintonizable, escoger adecuadamente su implementación. (5 Ptos.)
 - Verificar el filtrado de una señal de prueba. (4 Ptos.)
 - Desarrollar un método de evaluación para mostrar la eficiencia del filtro. (4 Ptos.)
- 2) Familiarícese con las funciones entregadas de la librería DLU (Dsp Lab Utils) para usar los pulsadores User 1 y User 2 de la LCDK. Primero, visualice en una *Watch Window*, el efecto en los 3 bit menos significativos de la variable `pb_toggles`: presione y suelte cada pulsador por separado, y luego a la vez. Observe también los LEDs D4 al D7 y su relación con el código de ejemplo. Luego, observe la variable `pb_trim_counter`, presionando varias veces el pulsador User 2, luego varias veces User 1, y luego el efecto de presionarlos por más de 1 segundo. Finalmente, observe el efecto en la salida del canal derecho debido a los cambios en `pb_trim_counter`. Estas funciones las puede usar para facilitar las pruebas de éste y otros laboratorios.

Usando los *push buttons* de la LCDK y las variables `pb_toggles`, cambie el filtro Notch diseñado anteriormente por un filtro pasa banda de segundo orden con frecuencia de resonancia f_c . (6 Ptos.)

Informe de Laboratorio:

Presente sus diseños, ecuaciones y los gráficos requeridos. Comente sus observaciones al implementar cada filtro. Los códigos generados y el informe deberán ser enviados vía email en un archivo comprimido.