

## Métodos Numéricos - Curso 2010

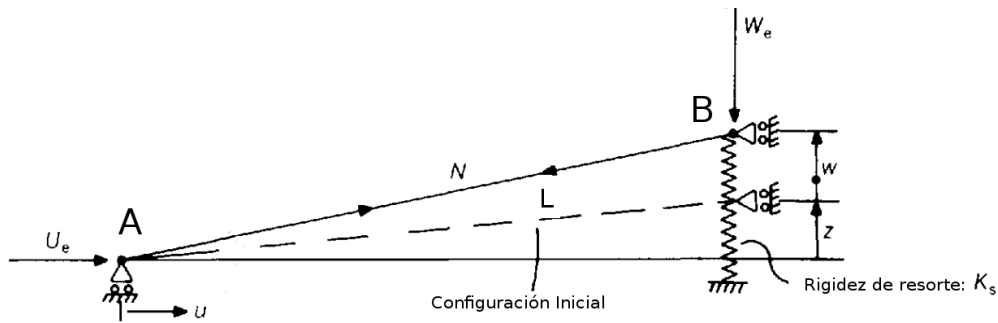
IMERL - Facultad de Ingeniería  
Universidad de la República

### Obligatorio 2

Se desea estudiar el comportamiento de una barra deformable. Se tendrá como dato la energía total del sistema y se buscarán puntos de equilibrio del mismo usando el principio de mínima energía del sistema.

La barra considerada será de acero, de sección cuadrada de lado  $15,43 \text{ mm}$ , sujeta en apoyos que permiten solamente movimiento horizontal en el punto A y movimiento vertical en el punto B.

Las variables  $u$  y  $w$  son los desplazamientos (en  $\text{mm}$ ) de los puntos A y B respectivamente a partir de la posición inicial. En el punto B también existe un resorte de constante de rigidez  $K_s$ , el cual no ejerce fuerza alguna cuando  $w$  es igual a cero.



Para cada par de valores de cargas externas  $U_e$  y  $W_e$ , encontramos la posición de equilibrio de la barra calculando los valores de  $u$  y  $w$  que minimizan la energía del sistema. La energía del sistema tiene la siguiente expresión:

$$\phi(u, w) = \frac{1}{2} K_s w^2 + \frac{1}{2} E A L \left[ -\frac{u}{L} + \left( \frac{z}{L} \right) \left( \frac{w}{L} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{w}{L} \right)^2 \right]^2 - U_e u + W_e w$$

Siendo:

- $L$ , la longitud de la barra en la posición natural (descargada):  $L = 2500 \text{ mm}$
- $z$ , coordenada vertical del punto B en la posición natural:  $z = 25 \text{ mm}$
- $A$ , el área de la sección de la barra en milímetros cuadrados.
- $K_s$ , la constante elástica del resorte:  $K_s = 4 \text{ N/mm}$
- $E$ , módulo de elasticidad del acero:  $E_{\text{acero}} = 2,1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$
- $U_e$  y  $W_e$ , las fuerzas aplicadas a la barra en Newtons

Se pide:

1. Calcular el gradiente y hessiana de  $\phi(u, w)$  y usarlas para plantear las condiciones que se deben cumplir para que  $\phi(u, w)$  tenga un mínimo. Formule la condición de mínima energía como la solución de un sistema no lineal de ecuaciones.
2. Implementar en Octave/Matlab los métodos de Newton-Raphson y Broyden. Para testear los códigos, resuelva el problema considerando  $U = 6000$ ,  $W = 0$  y como punto inicial  $(u = 0, w = 0)$ . Para Broyden, usar como primera matriz secante una aproximación con cocientes incrementales.
3. Se desea hallar, dadas fuerzas aplicadas, el desplazamiento de la barra. Lo anterior se hará para los siguientes casos: primero fijamos  $W_1 = 0$ , segundo  $W_2 = -50$ , y tercero  $W_3 = -150$ .

Y para cada uno de esos valores de  $W$  se deben considerar los siguientes valores de  $U$ :

- a)  $U = 0 : 1000 : 9000$  hallar  $u$  y  $w$  para cada  $U$ .
- b)  $U = 10000$ , hallar  $u$  y  $w$ . ¿Qué sucede con las iteraciones de Newton-Raphson y de Broyden?
- c)  $U = 12000$ , hallar  $u$  y  $w$ . ¿Qué sucede con la matriz hessiana? ¿Hay equilibrio estable?

Los puntos iniciales necesarios para los métodos de Newton-Raphson y Broyden deberán ser elegidos de manera sistemática de manera de reducir la cantidad de iteraciones de los métodos.

Graficar los valores de desplazamientos  $w$  en las ordenadas y  $U$  en las abscisas para los distintos valores de  $W$ .

4. Considerar  $U = 6000$   $W = 0$ ,  $u_0 = 0$ ,  $w_0 = 0$  y estimar el orden de convergencia de Newton-Raphson y también el de Broyen utilizando mínimos cuadrados. Se sugiere utilizar la siguiente expresión para el orden de convergencia:

$$\log(e_{k+1}) \cong p \log(e_k) + \log(\beta)$$

donde,  $e_k$  es el error en la iteración  $k$  y  $p$  y  $\beta$ , el orden y velocidad de convergencia respectivamente.

## **Formato de entregas publicado en plataforma EVA**

### En cada trabajo:

- Los grupos deberán elaborar un informe escrito que será subido a la página en formato electrónico
- Los informes deberán venir acompañados de un archivo comprimido zip conteniendo los programas elaborados
- Algunos grupos (por sorteo) deberán defender su informe usando una computadora y el código, en frente al profesor asignado.

### Calificaciones y Modo de Aprobación:

- Cada Obligatorio será calificado con: 0=muy malo, 1=no aceptable, 2=aceptable, 3=muy bueno.
- Si se trata de un Obligatorio que tuvo defensa, también se tendrá en cuenta ésta para la nota. En otro caso solo se evaluarán el informe y el cd.
- Para aprobar el curso (ganar derecho a examen) se debe tener un total (suma) de 5 puntos o más y un mínimo de 1 en cada Obligatorio.

### Los grupos:

- Los grupos están registrados en el sistema de EVA.

### Los informes:

- Deberán estar en formato pdf
- Deberán contener los problemas resueltos, descripción breve de los programas.
- Gráficas de resultados con su contenido adecuadamente indicado y explicado.
- Conclusiones (generales y para cada parte) en donde quede claro qué se "ganó", qué es lo nuevo, qué se aprendió, cuáles eran las dificultades, cómo se superaron, si condice o no lo esperado y lo obtenido, etc. Las conclusiones son la parte más importante de los Obligatorios y requieren una elaboración y un análisis especial por parte del grupo.
- Se debe ser sintético (no redundante) y profundo. Se deben seleccionar bien los tópicos a destacar o a sobre qué hacer énfasis. Es también importante hacer un uso decente del idioma.

### La entrega:

- La fecha y horario de entrega son estrictos, el servidor de EVA no acepta entregas luego de la hora establecida. Como la hora del reloj del servidor puede ser un poco distinta a la suya, deberán subir los archivos con una anticipación razonable.