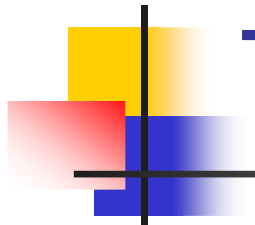




Estructuras de Datos

Tabla de Dispersión – HASH

Teórico Programación 3



Temario

- Motivación
- Definiciones
- Función de Dispersión
- Resolución de Colisiones
- Reestructuración de las tablas de dispersión



Motivación (1/3)

■ Especificación TAD Diccionario

PROCEDURE Vacio () : Dicc;
(* retorna el diccionario vacío *)

PROCEDURE Insertar (i : T; D : Dicc) : Dicc;
(* retorna un nuevo diccionario que consiste de todos los elementos de Dicc más el elemento i, si es que i no era ya un elemento de D *)

PROCEDURE EsVacio (D : Dicc) : BOOLEAN
(* retorna TRUE si D es vacío *)

PROCEDURE Pertenece (i : T; D : Dicc) : BOOLEAN;
(* retorna TRUE si i es un elemento de D *)

PROCEDURE Borrar (i : T; D : Dicc) : Dicc;
(* Borra el elemento i del diccionario D. Si i no pertenece a D, el diccionario retornado es D *)



Motivación (2/3)

- Implementaciones posibles del TAD Diccionario
 - ❑ Listas
 - ❑ Arreglos
 - ❑ ABB



Motivación (3/3)

Implementación TAD Diccionario	Caso Promedio		Peor Caso	
	Inserción	Búsqueda	Inserción	Búsqueda
Lista no ordenada con inserción al ppcio	$O(1)$	$O(n)$	$O(1)$	$O(n)$
Arreglo con tope	$O(1)$	$O(n)$	$O(1)$	$O(n)$
ABB	$O(\log_n)$	$O(\log_n)$	$O(n)$	$O(n)$
Tabla de dispersión - Hash	$O(1)$	$O(1)$		$O(n)$



Depende de la estructura de datos
con la que se implemente



Definiciones (1/2)

- **Tabla de dispersión**

- ❑ Arreglo que contiene el producto cartesiano (clave, información) de los elementos del diccionario.
- ❑ **TAMAÑO_T**: tamaño de la tabla.

- **Función de dispersión o función de hash**

- ❑ $h: Claves \rightarrow 0..(TAMAÑO_T - 1)$
- ❑ Propiedades deseables
 - Simple de calcular.
 - Distribuya de manera uniforme las claves de los elementos entre las celdas del arreglo.



Definiciones (2/2)

- **Factor de Carga** (λ) de una tabla de dispersión: es la razón entre la cantidad de elementos de la tabla (N) y el tamaño de la misma ($TAMAÑO_T$).

$$\lambda = \frac{N}{TAMAÑO_T}$$



Función de Dispersión

- Las claves de los elementos por lo general son
 - ❑ *valores enteros*
 - Caso claves aleatorias => ejemplo función dispersión: clave \% TAMAÑO_T
 - Caso claves con alguna particularidad
 - ❑ *cadenas de caracteres*

```
int h (const char * clave, int largo){  
    int disp = 0;  
    for(int i=0; i < largo; i++)  
        disp += clave[i];  
  
    return disp % TAMAÑO_T;  
}
```

Ejemplo

a = 97, b=98, c=99, ...

$h(\text{"a"}, 1) = 97$
 $h(\text{"ab"}, 2) = 195$
 $h(\text{"abc"}, 3) = 294$

A estos valores
falta realizar el % según
TAMAÑO_T



Resolución de Colisiones

- Colisión: cuando dos elementos caen en una misma celda del arreglo al aplicar la función de dispersión.
- Estrategias de Resolución de Colisiones
 - Dispersión Abierta
 - Dispersión Cerrada
 - Re-dispersión Lineal
 - Re-dispersión Cuadrática
 - Re-dispersión Doble



Resolución de Colisiones

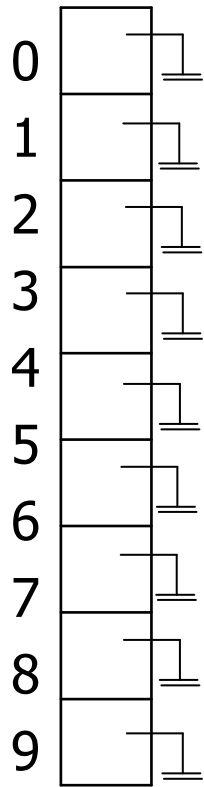
Dispersión Abierta

- Dispersión Abierta: se resuelven las colisiones utilizando **listas** en las que se mantienen todos los elementos que tienen la misma dispersión.
- Ejemplo
 - ❑ Función de dispersión: $h(x) = x \% 10$
 - ❑ Elementos a insertar: 0, 1, 81, 31

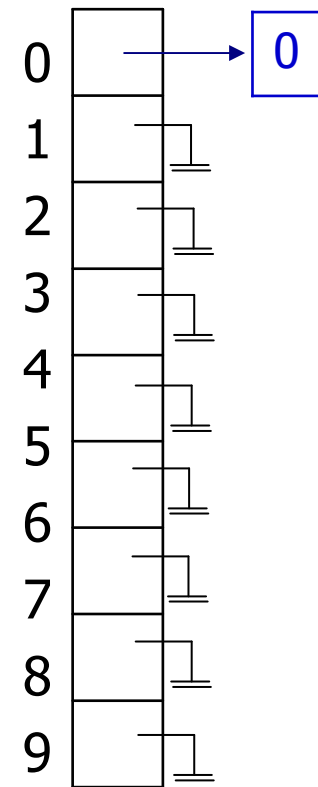
Resolución de Colisiones

Dispersión Abierta

Elementos a insertar: 0, 1, 81, 31



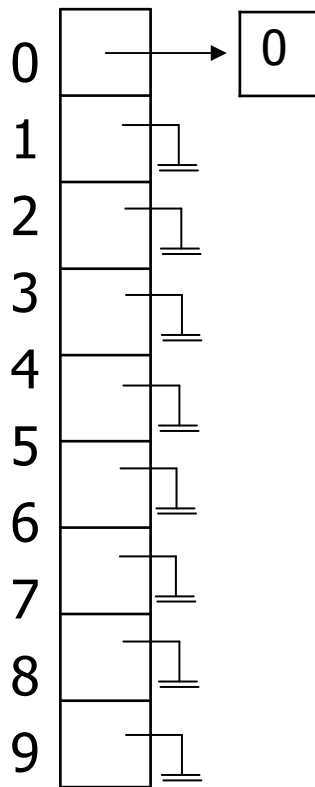
$$h(0) = 0 \% 10 = 0$$



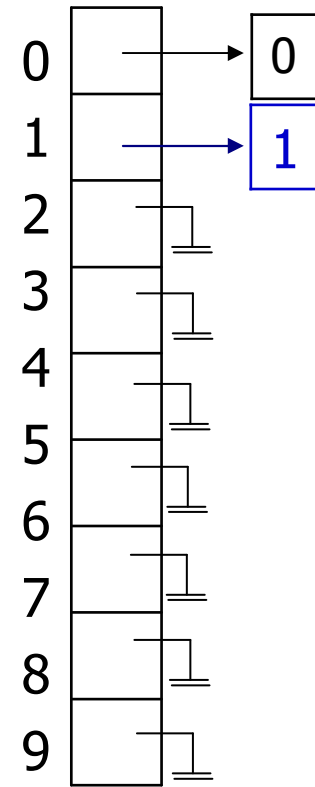
Resolución de Colisiones

Dispersión Abierta

Elementos a insertar: 0, 1, 81, 31



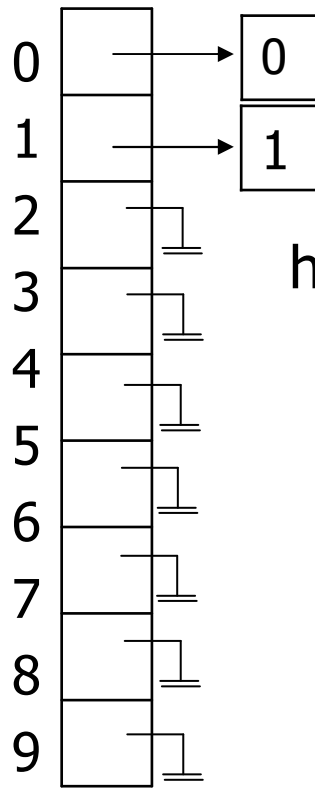
$$h(1) = 1 \% 10 = 1$$



Resolución de Colisiones

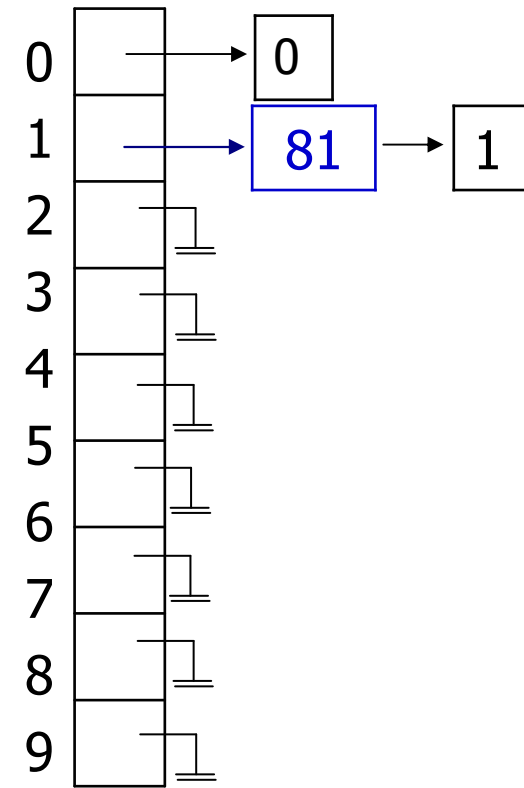
Dispersión Abierta

Elementos a insertar: 0, 1, 81, 31



$$h(81) = 81 \% 10 = 1$$

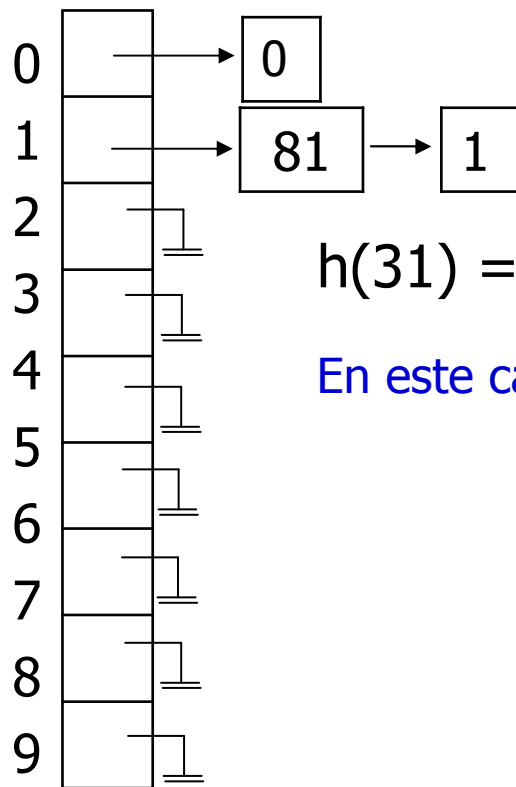
En este caso hay colisión



Resolución de Colisiones

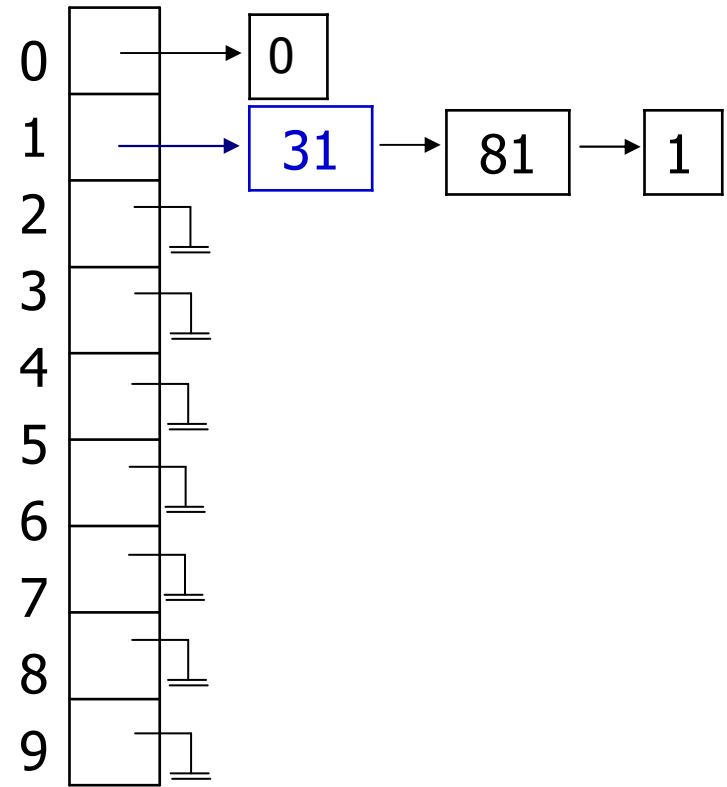
Dispersión Abierta

Elementos a insertar: 0, 1, 81, 31



$$h(31) = 31 \% 10 = 1$$

En este caso también hay colisión





Resolución de Colisiones

Dispersión Abierta

- Búsqueda de un elemento x en la tabla de dispersión
 1. Evaluar la función de dispersión con la clave del elemento (x), de manera de identificar cual lista se debe recorrer.
 2. Recorrer la lista hasta encontrar el elemento o llegar al final de la misma.

```
bool pertenece(Hash tabla, Tipo_Clave clave){  
    Lista lista    = tabla[h(clave)];  
    bool encuentre = false;  
    while (!encontre && !vacíaLista(lista)){  
        Tipo_Elem e = primeroLista(lista);  
        encuentre    = comparar(darClaveElem(e), clave);  
        lista         = restoLista(lista);  
    }  
    return encuentre;  
}
```



Resolución de Colisiones

Dispersión Abierta

- ¿Cómo se implementaría la eliminación?



Resolución de Colisiones

Dispersión Abierta

- **Factor de Carga (λ)**

$$\lambda = \frac{N}{TAMAÑO_T}$$

- Si la distribución de elementos es homogénea, entonces la longitud media de cada lista es λ .
- Por lo que una búsqueda lleva
 - El tiempo constante (k) requerido para evaluar la función de dispersión.
 - El tiempo necesario para recorrer la lista (λ).

$$\rightarrow O(k + \lambda) = O(1)$$



Resolución de Colisiones

Dispersión Abierta

- Reglas generales en el caso de dispersión abierta
 - ❑ definir el tamaño de la tabla casi tan grande como el número de elementos esperados, de manera que $\lambda \cong 1$
 - ❑ definir el tamaño de la tabla tal que sea un **número primo**, de manera de obtener una buena distribución.



Resolución de Colisiones

- Estrategias de Resolución de Colisiones
 - ❑ **Dispersión Abierta**
 - ❑ Dispersión Cerrada
 - Re-dispersión Lineal
 - Re-dispersión Cuadrática
 - Re-dispersión Doble



Resolución de Colisiones

Dispersión Cerrada

- Dispersión Cerrada: cuando ocurren colisiones se resuelven tratando de **buscar una celda libre alternativa** en el arreglo.
- Inserción: al insertar un elemento x se intenta colocarlo en una sucesión de celdas $h_0(x), h_1(x), h_2(x), \dots$
donde $h_i(x) = (h(x) + f(i)) \% \text{TAMAÑO_T}$ con $0 \leq i < \text{TAMAÑO_T}$
con $f(0) = 0$
- La función $f(i)$ es la estrategia de re-dispersión o estrategia de resolución de colisiones.



Resolución de Colisiones

Dispersión Cerrada

- Estrategias de Resolución de Colisiones
 - ❑ Re-dispersión Lineal
 - ❑ Re-dispersión Cuadrática
 - ❑ Re-dispersión Doble



Resolución de Colisiones

Dispersión Cerrada – Re-dispersión Lineal

- La función de re-dispersión es $f(i) = i$
- Inserción: al insertar un elemento x se intenta colocarlo en una sucesión de celdas $h_0(x), h_1(x), h_2(x), \dots$
donde $h_i(x) = (h(x) + f(i)) \% TAMAÑO_T$ con $0 \leq i < TAMAÑO_T$
con $f(0) = 0$



Resolución de Colisiones

Dispersión Cerrada – Re-dispersión Lineal

- Ejemplo

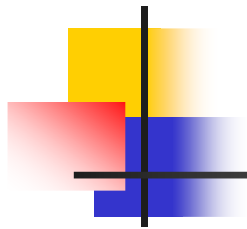
- ❑ Función de dispersión: $h(x) = x \% 10$
- ❑ Elementos a insertar: 89, 18, 49, 58, 69

- Primera versión:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

$$h(89) = 89 \% 10 = 9$$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
									89



Resolución de Colisiones

Dispersión Cerrada – Re-dispersión Lineal

Elementos a insertar: 89, 18, 49, 58, 69

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
									89

$$h(18) = 18 \% 10 = 8$$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
								18	89

Resolución de Colisiones

Dispersión Cerrada – Re-dispersión Lineal

Elementos a insertar: 89, 18, 49, 58, 69

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
								18	89

$$h(49) = 49 \% 10 = 9$$

En este caso hay colisión

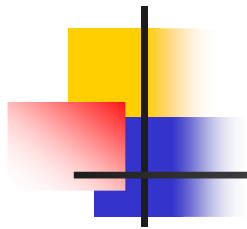
Aplico la función de re-dispersión lineal $f(i) = i$

$$h_i(x) = (h(x) + f(i)) \% 10 = (h(x) + i) \% 10$$

$$\text{con } i = 0 \rightarrow h_0(49) = (h(49) + 0) \% 10 = 9 \text{ celda ocupada}$$

$$\text{con } i = 1 \rightarrow h_1(49) = (h(49) + 1) \% 10 = 0 \text{ celda libre}$$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
49								18	89



Resolución de Colisiones

Dispersión Cerrada – Re-dispersión Lineal

Elementos a insertar: 89, 18, 49, 58, 69

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
49								18	89

$$h(58) = 58 \% 10 = 8$$

En este caso hay colisión

Aplico la función de re-dispersión lineal $h_i(x) = h(x) + i) \% 10$

con $i = 0 \rightarrow h_0(58) = (h(58) + 0) \% 10 = 8$ celda ocupada

con $i = 1 \rightarrow h_1(58) = (h(58) + 1) \% 10 = 9$ celda ocupada

con $i = 2 \rightarrow h_2(58) = (h(58) + 2) \% 10 = 0$ celda ocupada

con $i = 3 \rightarrow h_3(58) = (h(58) + 3) \% 10 = 1$ celda libre

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
49	58							18	89

Resolución de Colisiones

Dispersión Cerrada – Re-dispersión Lineal

Elementos a insertar: 89, 18, 49, 58, 69

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
49	58							18	89

$$h(69) = 69 \% 10 = 9$$

En este caso hay colisión

Aplico la función de re-dispersión lineal $h_i(x) = h(x) + i) \% 10$

con $i = 0 \rightarrow h_0(69) = (h(69) + 0) \% 10 = 9$ celda ocupada

con $i = 1 \rightarrow h_1(69) = (h(69) + 1) \% 10 = 0$ celda ocupada

con $i = 2 \rightarrow h_2(69) = (h(69) + 2) \% 10 = 1$ celda ocupada

con $i = 3 \rightarrow h_3(69) = (h(69) + 3) \% 10 = 2$ celda libre

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
49	58	69						18	89

Resolución de Colisiones

Dispersión Cerrada – Re-dispersión Lineal

- Búsqueda de un elemento x en la tabla de dispersión
 - Caso NO se permiten las eliminaciones
 - La búsqueda de un elemento x requiere examinar la celda $h(x)$ y las celdas sucesivas hasta encontrar x ó una celda vacía.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
49	58	69						18	89

- Caso SI se permiten las eliminaciones
 - nunca puede existir la certeza al encontrar una celda vacía, sin haber encontrado el elemento x , que x no se encuentre en otra celda y la celda hubiese estado ocupada al momento de su inserción.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
49	58	69						18	89



Resolución de Colisiones

Dispersión Cerrada – Re-dispersión Lineal

- **Solución al problema anterior:** en la estructura de datos asociada a cada celda de la tabla se almacena
 - ❑ el elemento a guardar
 - ❑ un valor de tipo enumerado para indicar las siguientes situaciones
 - Vacío: la celda nunca ha sido usada.
 - Suprimido: la celda en algún momento guardó un elemento que ha sido borrado.
 - Ocupado: la celda contiene un elemento.

Resolución de Colisiones

Dispersión Cerrada – Re-dispersión Lineal

El tamaño de la tabla es 8, pero se utilizó % 10 para que las cuentas sean más sencillas al momento de calcular la función $h(x)$.

- Ejemplo

- ❑ Función de dispersión: $h(x) = x \% 10$

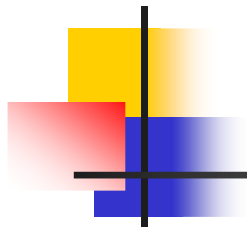
- ❑ Elementos a insertar: 3, 40, 84, 33

- Segunda versión:

0	1	2	3	4	5	6	7
V	V	V	V	V	V	V	V

$$h(3) = 3 \% 10 = 3$$

0	1	2	3	4	5	6	7
V	V	V	O	V	V	V	V
			3				



Resolución de Colisiones

Dispersión Cerrada – Re-dispersión Lineal

Elementos a insertar: 3, 40, 84, 33

0	1	2	3	4	5	6	7
V	V	V	O	V	V	V	V
			3				

$$h(40) = 40 \% 10 = 0$$

0	1	2	3	4	5	6	7
O	V	V	O	V	V	V	V
40			3				



Resolución de Colisiones

Dispersión Cerrada – Re-dispersión Lineal

Elementos a insertar: 3, 40, 84, 33

0	1	2	3	4	5	6	7
O	V	V	O	V	V	V	V
40			3				

$$h(84) = 84 \% 10 = 4$$

0	1	2	3	4	5	6	7
O	V	V	O	O	V	V	V
40			3	84			

Resolución de Colisiones

Dispersión Cerrada – Re-dispersión Lineal

Elementos a insertar: 3, 40, 84, 33

0	1	2	3	4	5	6	7
O	V	V	O	O	V	V	V
40			3	84			

$h(33) = 33 \% 10 = 3$
En este caso hay colisión

Aplico la función de re-dispersión lineal $h_i(x) = h(x) + i) \% 10$

con $i = 0 \rightarrow h_0(33) = (h(33) + 0) \% 10 = 3$ celda ocupada

con $i = 1 \rightarrow h_1(33) = (h(33) + 1) \% 10 = 4$ celda ocupada

con $i = 2 \rightarrow h_2(33) = (h(33) + 2) \% 10 = 5$ celda libre

0	1	2	3	4	5	6	7
O	V	V	O	O	O	V	V
40			3	84	33		

Resolución de Colisiones

Dispersión Cerrada – Re-dispersión Lineal

Elemento a buscar: 44

0	1	2	3	4	5	6	7
O	V	V	O	O	O	V	V
40			3	84	33		

$$h(44) = 44 \% 10 = 4$$

Busco en la celda 4 que se encuentra ocupada y no se encuentra el elemento 44.

Busco en la celda 5 que se encuentra ocupada y no se encuentra el elemento 44.

Busco en la celda 6 y se encuentra vacía, por lo tanto, el elemento 44 no se encuentra la tabla de dispersión.

Resolución de Colisiones

Dispersión Cerrada – Re-dispersión Lineal

Se elimina el elemento: 84

Elemento a buscar: 33

$$h(33) = 33 \% 10 = 3$$

0	1	2	3	4	5	6	7
O	V	V	O	S	O	V	V
40			3		33		

Busco en la celda 3 que se encuentra ocupada y no se encuentra el elemento 33.

Busco en la celda 4, se saltea porque se suprimió un elemento anteriormente.

Busco en la celda 5 que se encuentra ocupada y se encuentra el elemento 33.

Notar que de no tener estas marcas se hubiera parado la búsqueda en la celda 4.



Resolución de Colisiones

Dispersión Cerrada – Re-dispersión Lineal

```
/* Retorna el índice donde se detiene la búsqueda, esto puede ser por: recorrer
   todo el arreglo, encontrar el elemento ó encontrar celda vacía. */
int buscar(Hash tabla, Tipo_Clave clave){
    int ini  = h(clave);
    int i    = 0;
    int pos = ini;
    while ((i < TAMAÑO_T) && (darMarca(tabla[pos]) <> VACIO)) {
        if ((darMarca(tabla[pos]) == SUPRIMIDO) ||
            !cmpClaves(darClave(tabla[pos]), clave)){
            i++;
            pos = (ini+i)%TAMAÑO_T; // re-dispersión lineal
        }
    }
    return pos;
}
```



Resolución de Colisiones

Dispersión Cerrada – Re-dispersión Lineal

```
bool pertenece (Hash tabla, Tipo_Clave clave){  
    int pos = buscar(tabla, clave);  
    if ((darMarca(tabla[pos]) <> VACIO) && (darMarca(tabla[pos]) <> SUPRIMIDO))  
        return cmpClaves(darClave(tabla[pos]),clave);  
    else return false;  
}
```

```
void eliminar (Hash tabla, Tipo_Clave clave){  
    int pos = buscar(tabla, clave);  
    if((darMarca(tabla[pos]) <> VACIO) && (darMarca(tabla[pos]) <> SUPRIMIDO)  
        && cmpClaves(darClave(tabla[pos]), clave))  
        marcar(tabla[pos], SUPRIMIDO);  
}
```



Resolución de Colisiones

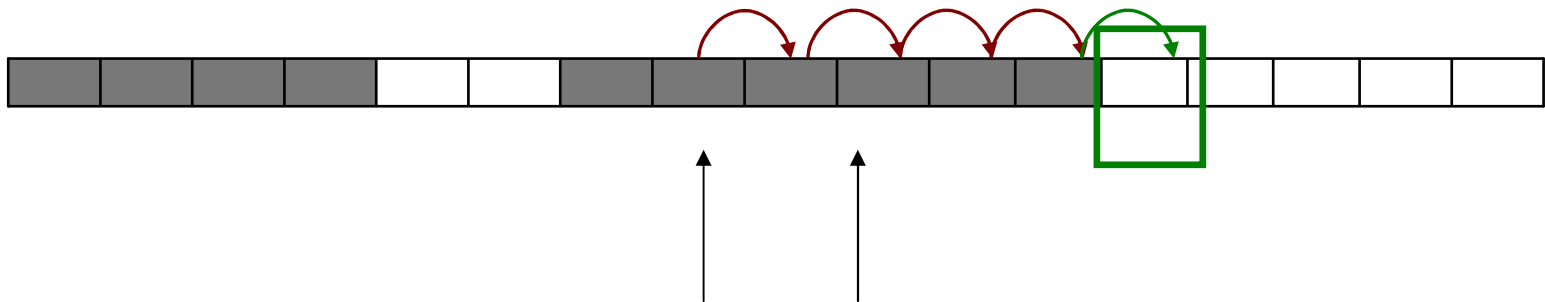
Dispersión Cerrada – Re-dispersión Lineal

```
// Pre-condición: la tabla no está llena
void insertar (Hash tabla, Tipo_Clave clave, Tipo_Elemento e){
    int pos = buscar(tabla, clave);
    if((darMarca(tabla[pos]) == OCUPADO) &&
        cmpClaves(darClave(tabla[pos]), clave))
        printf("¡Ya existe el elemento en la tabla!");
    else {
        pos = buscar2(tabla, clave); //se detiene también con SUPRIMIDO.
        agregarElem(tabla[pos], e);
        marcar(tabla[pos], OCUPADO);
    }
}
```

Resolución de Colisiones

Dispersión Cerrada – Re-dispersión Lineal

- Consideraciones a tener en cuenta
 - ❑ la eficiencia no solo depende de la función de dispersión y como ésta distribuye los elementos en las celdas, sino también de cómo la estrategia de re-dispersión evita **colisiones adicionales**.
 - ❑ agrupamiento primario





Resolución de Colisiones

- Estrategias de Resolución de Colisiones
 - **Dispersión Abierta**
 - **Dispersión Cerrada**
 - **Re-dispersión Lineal**
 - Re-dispersión Cuadrática
 - Re-dispersión Doble



Resolución de Colisiones

Dispersión Cerrada – Re-dispersión Cuadrática

- Método de resolución de colisiones que elimina el problema de agrupamiento primario.
- La función de re-dispersión es $f(i) = i^2$

Resolución de Colisiones

Dispersión Cerrada – Re-dispersión Cuadrática

- Ejemplo

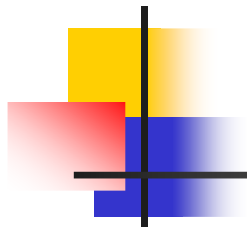
- ❑ Función de dispersión: $h(x) = x \% 10$

- ❑ Elementos a insertar: 1, 33, 43, 99, 34, 79, 89

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
V	V	V	V	V	V	V	V	V	V

$$h(1) = 1 \% 10 = 1$$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
V	O	V	V	V	V	V	V	V	V
	1								



Resolución de Colisiones

Dispersión Cerrada – Re-dispersión Cuadrática

Elementos a insertar: 1, 33, 43, 99, 34, 79, 89

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
V	O	V	V	V	V	V	V	V	V
	1								

$$h(33) = 33 \% 10 = 3$$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
V	O	V	O	V	V	V	V	V	V
	1		33						

Resolución de Colisiones

Dispersión Cerrada – Re-dispersión Cuadrática

Elementos a insertar: 1, 33, 43, 99, 34, 79, 89

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
V	O	V	O	V	V	V	V	V	V
	1		33						

$h(43) = 43 \% 10 = 3$
En este caso hay colisión

Aplico la función de re-dispersión cuadrática $f(i) = i^2$

$$h_i(x) = (h(x) + f(i)) \% 10 = (h(x) + i^2) \% 10$$

con $i = 0 \rightarrow h_0(43) = (h(43) + 0) \% 10 = 3$ celda ocupada

con $i = 1 \rightarrow h_1(43) = (h(43) + 1) \% 10 = 4$ celda libre

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
V	O	V	O	O	V	V	V	V	V
	1		33	43					



Resolución de Colisiones

Dispersión Cerrada – Re-dispersión Cuadrática

Elementos a insertar: 1, 33, 43, 99, 34, 79, 89

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
V	O	V	O	O	V	V	V	V	V
	1		33	43					

$$h(99) = 99 \% 10 = 9$$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
V	O	V	O	O	V	V	V	V	O
	1		33	43					99

Resolución de Colisiones

Dispersión Cerrada – Re-dispersión Cuadrática

Elementos a insertar: 1, 33, 43, 99, 34, 79, 89

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
V	O	V	O	O	V	V	V	V	O
	1		33	43					99

$$h(34) = 34 \% 10 = 4$$

En este caso hay colisión

Aplico la función de re-dispersión cuadrática $h_i(x) = (h(x) + i^2)\%10$

con $i = 0 \rightarrow h_0(34) = (h(34) + 0)\%10 = 4$ celda ocupada

con $i = 1 \rightarrow h_1(34) = (h(34) + 1)\%10 = 5$ celda libre

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
V	O	V	O	O	O	V	V	V	O
	1		33	43	34				99

Resolución de Colisiones

Dispersión Cerrada – Re-dispersión Cuadrática

Elementos a insertar: 1, 33, 43, 99, 34, 79, 89

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
V	O	V	O	O	O	V	V	V	O
	1		33	43	34				99

$$h(79) = 79 \% 10 = 9$$

En este caso hay colisión

Aplico la función de re-dispersión cuadrática $h_i(x) = (h(x) + i^2)\%10$

con $i = 0 \rightarrow h_0(79) = (h(79) + 0)\%10 = 9$ celda ocupada

con $i = 1 \rightarrow h_1(79) = (h(79) + 1)\%10 = 0$ celda libre

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
O	O	V	O	O	O	V	V	V	O
79	1		33	43	34				99

Resolución de Colisiones

Dispersión Cerrada – Re-dispersión Cuadrática

Elementos a insertar: 1, 33, 43, 99, 34, 79, 89

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	V	0	0	0	V	V	V	0
79	1		33	43	34				99

$$h(89) = 89 \% 10 = 9$$

En este caso hay colisión

Aplico la función de re-dispersión cuadrática $h_i(x) = (h(x) + i^2)\%10$

con $i = 0 \rightarrow h_0(89) = (h(89) + 0)\%10 = 9$ celda ocupada

con $i = 1 \rightarrow h_1(89) = (h(89) + 1)\%10 = 0$ celda ocupada

con $i = 2 \rightarrow h_2(89) = (h(89) + 4)\%10 = 3$ celda ocupada

con $i = 3 \rightarrow h_3(89) = (h(89) + 9)\%10 = 8$ celda libre

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	V	0	0	0	V	V	0	0
79	1		33	43	34			89	99

Resolución de Colisiones

Dispersión Cerrada – Re-dispersión Cuadrática

- Consideraciones a tener en cuenta
 - ❑ **No hay garantía de encontrar una celda vacía** si la tabla se llena a **más de la mitad**, o aún antes si el tamaño de la tabla no es primo.

0	1	2	3
ocup.	ocup.	vacio	vacio
4	1		

Función de dispersión $h(x) = x \% 4$

Se quiere insertar el 8:

$h(8)=0$, ocupado

$h_1(8)=(0 + 1)\%4 = 1$, ocupado

$h_2(8)=(0 + 4)\%4 = 0$, ocupado

$h_3(8)=(0 + 9)\%4 = 1$, ocupado

$h_4(8)=(0 + 16)\%4 = 0$, ocupado

...

- ❑ Agrupamiento Secundario.



Resolución de Colisiones

Dispersión Cerrada – Re-dispersión Cuadrática

- Solución al problema descrito anteriormente
 - Si se utiliza re-dispersión cuadrática y el tamaño de la tabla de dispersión es **primo**, entonces siempre se puede insertar un elemento nuevo si la tabla de dispersión está, **al menos, medio vacía**.



Resolución de Colisiones

- Estrategias de Resolución de Colisiones
 - **Dispersión Abierta**
 - **Dispersión Cerrada**
 - Re-dispersión Lineal
 - **Re-dispersión Cuadrática**
 - Re-dispersión Doble



Resolución de Colisiones

Dispersión Cerrada – Re-dispersión Doble

- Si al intentar insertar el elemento x existe colisión, entonces se aplica una segunda función de dispersión $h_2(x)$
 - ▣ Generalmente se toma $f(i) = i.h_2(x)$
$$h_i(x) = (h(x) + f(i)) \% \text{TAMAÑO_T} \quad \text{con } 0 \leq i < \text{TAMAÑO_T}$$
$$h_i(x) = (h(x) + i.h_2(x)) \% \text{TAMAÑO_T} \quad \text{con } 0 \leq i < \text{TAMAÑO_T}$$
- Propiedades deseables de la segunda función de dispersión $h_2(x)$
 - ▣ Nunca debe evaluarse a cero.
 - ▣ Se debe asegurar que se puede probar con todas las celdas.
- Generalmente se toma $h_2(x) = R - (x \% R)$ con R primo y menor que TAMAÑO_T

Resolución de Colisiones

Dispersión Cerrada – Re-dispersión Doble

■ Ejemplo

- ❑ Función de dispersión: $h(x) = x \% 10$
- ❑ Función de re-dispersión: $h_2(x) = 7 - (x \% 7)$
- ❑ Elementos a insertar: 89, 18, 49, 58, 69, 60

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
V	V	V	V	V	V	V	V	V	V

$$h(89) = 89 \% 10 = 9$$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
V	V	V	V	V	V	V	V	V	O
									89



Resolución de Colisiones

Dispersión Cerrada – Re-dispersión Doble

Elementos a insertar: 89, 18, 49, 58, 69, 60

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
V	V	V	V	V	V	V	V	V	O
									89

$$h(18) = 18 \% 10 = 8$$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
V	V	V	V	V	V	V	V	O	O
								18	89

Resolución de Colisiones

Dispersión Cerrada – Re-dispersión Doble

Elementos a insertar: 89, 18, 49, 58, 69, 60

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
V	V	V	V	V	V	V	V	O	O
								18	89

$$h(49) = 49 \% 10 = 9$$

En este caso hay colisión

Aplico la función de re-dispersión doble:

$$h_i(x) = (h(x) + i \cdot h_2(x)) \% 10 \text{ con } h_2(x) = 7 - (x \% 7) \rightarrow$$

$$h_i(x) = (h(x) + i \cdot (7 - (x \% 7))) \% 10$$

con $i = 0 \rightarrow h_0(49) = (h(49) + 0 \cdot (7 - (49 \% 7))) \% 10 = 9$ celda ocupada

con $i = 1 \rightarrow h_1(49) = (h(49) + 1 \cdot (7 - (49 \% 7))) \% 10 = 6$ celda libre

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
V	V	V	V	V	V	O	V	O	O
						49		18	89

Resolución de Colisiones

Dispersión Cerrada – Re-dispersión Doble

Elementos a insertar: 89, 18, 49, 58, 69, 60

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
V	V	V	V	V	V	O	V	O	O
						49		18	89

$$h(58) = 58 \% 10 = 8$$

En este caso hay colisión

Aplico la función de re-dispersión doble: $h_i(x) = (h(x) + i \cdot (7 - (x \% 7))) \% 10$

con $i = 0 \rightarrow h_0(58) = (h(58) + 0 \cdot (7 - (58 \% 7))) \% 10 = 8$ celda ocupada

con $i = 1 \rightarrow h_1(58) = (h(58) + 1 \cdot (7 - (58 \% 7))) \% 10 = 3$ celda libre

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
V	V	V	O	V	V	O	V	O	O
			58			49		18	89

Resolución de Colisiones

Dispersión Cerrada – Re-dispersión Doble

Elementos a insertar: 89, 18, 49, 58, 69, 60

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
V	V	V	O	V	V	O	V	O	O
			58			49		18	89

$$h(69) = 69 \% 10 = 9$$

En este caso hay colisión

Aplico la función de re-dispersión doble: $h_i(x) = (h(x) + i \cdot (7 - (x \% 7))) \% 10$

con $i = 0 \rightarrow h_0(69) = (h(69) + 0 \cdot (7 - (69 \% 7))) \% 10 = 9$ celda ocupada

con $i = 1 \rightarrow h_1(69) = (h(69) + 1 \cdot (7 - (69 \% 7))) \% 10 = 1$ celda libre

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
O	V	V	O	V	V	O	V	O	O
69			58			49		18	89

Resolución de Colisiones

Dispersión Cerrada – Re-dispersión Doble

Elementos a insertar: 89, 18, 49, 58, 69, 60

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
O	V	V	O	V	V	O	V	O	O
69			58			49		18	89

$$h(60) = 60 \% 10 = 0$$

En este caso hay colisión

Aplico la función de re-dispersión doble: $h_i(x) = (h(x) + i \cdot (7 - (x \% 7))) \% 10$

con $i = 0 \rightarrow h_0(60) = (h(60) + 0 \cdot (7 - (60 \% 7))) \% 10 = 0$ celda ocupada

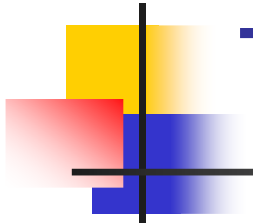
con $i = 1 \rightarrow h_1(60) = (h(60) + 1 \cdot (7 - (60 \% 7))) \% 10 = 3$ celda ocupada

con $i = 2 \rightarrow h_2(60) = (h(60) + 2 \cdot (7 - (60 \% 7))) \% 10 = 6$ celda ocupada

con $i = 3 \rightarrow h_3(60) = (h(60) + 3 \cdot (7 - (60 \% 7))) \% 10 = 9$ celda ocupada

con $i = 4 \rightarrow h_4(60) = (h(60) + 4 \cdot (7 - (60 \% 7))) \% 10 = 2$ celda libre

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
O	V	O	O	V	V	O	V	O	O
69		60	58			49		18	89



Temario

- Motivación
- Definiciones
- Función de Dispersión
- Resolución de Colisiones
- Reestructuración de las tablas de dispersión



Reestructuración Tabla Dispersión

- **Reestructuración** de la tabla de dispersión: si N crece demasiado se crea una nueva tabla de dispersión cuyo tamaño es el número primo más cercano al doble del tamaño de la tabla anterior.



Próxima Clase

- Árboles Binarios Balanceados de Búsqueda
Adel'son-Vel'skii y Landis - AVL