

Clase 5

- Objetivos
 - Más programación en listas
 - Más acumuladores
 - Otras estructuras en Prolog

Append

- Definiremos un predicado muy usado:
append/3
- $\text{append}(L1, L2, L3) \leftarrow$ la lista L3 es la concatenación de las listas L1 y L2

?- append([a,b,c,d],[3,4,5],[a,b,c,d,3,4,5]).

yes

?- append([a,b,c],[3,4,5],[a,b,c,d,3,4,5]).

no

Append

- El uso más habitual de append/3 es obtener la concatenación de 2 listas
- Esto se hace instanciando 1er y 2do argumento y con el 3er argumento variable

```
?- append([a,b,c,d],[1,2,3,4,5], X).
```

```
X=[a,b,c,d,1,2,3,4,5]
```

```
yes
```

```
?-
```

Definición de append/3

```
append([], L, L).  
append([H|L1], L2, [H|L3]):-  
    append(L1, L2, L3).
```

- Definición recursiva: se “deshace” el 1er argumento
 - Cláusula base: la concatenación de la lista vacía y cualquier lista L es L.
 - Cláusula recursiva: `append([H|T],L1,L2)` en función de `append(T,L1,L3)`

Cómo funciona append

– Arbol de búsqueda

```
?- append([a,b,c],[1,2,3], R).
```

Árbol de búsqueda

?- append([a,b,c],[1,2,3], R).

```
append([], L, L).  
append([H|L1], L2, [H|L3]):-  
    append(L1, L2, L3).
```

Árbol de búsqueda

?- append([a,b,c],[1,2,3], R).

/

\

```
append([], L, L).
```

```
append([H|L1], L2, [H|L3]):-  
    append(L1, L2, L3).
```

Programación Lógica, InCo - Adaptado de LPN, Bos et al.

```
\
R = [a|L0]
?- append([b,c],[1,2,3],L0)
```

```
append([H|L1], L2, [H|L3]):-
    append(L1, L2, L3).
```


Árbol de búsqueda

?- append([a,b,c],[1,2,3], R).

/ \
† R = [a|L0]
 ?- append([b,c],[1,2,3],L0)
 / \

append([], L, L).

append([H|L1], L2, [H|L3]):-
 append(L1, L2, L3).

Árbol de búsqueda

?- append([a,b,c],[1,2,3], R).

 /
 \
† R = [a|L0]
 ?- append([b,c],[1,2,3],L0)
 /
 \
† L0=[b|L1]
 ?- append([c],[1,2,3],L1)

```
append([], X, X).  
append([X|Xs], Y, [X|Z]):-  
    append(Xs, Y, Z).
```

Árbol de búsqueda

?- append([a,b,c],[1,2,3], R).

/ \
† R = [a|L0]
?- append([b,c],[1,2,3],L0)

/ \
† L0=[b|L1]
?- append([c],[1,2,3],L1)
/ \

append([], L, L).

append([H|L1], L2, [H|L3]):-
append(L1, L2, L3).

Árbol de búsqueda

?- append([a,b,c],[1,2,3], R).

/ \
† R = [a|L0]
?- append([b,c],[1,2,3],L0)

/ \
† L0=[b|L1]
?- append([c],[1,2,3],L1)

/ \
† L1=[c|L2]
?- append([], [1,2,3], L2)

append([], L, L).
append([H|L1], L2, [H|L3]):-
append(L1, L2, L3).

Árbol de búsqueda

?- append([a,b,c],[1,2,3], R).

/ \
† R = [a|L0]
?- append([b,c],[1,2,3],L0)

/ \
† L0=[b|L1]
?- append([c],[1,2,3],L1)

/ \
† L1=[c|L2]
?- append([], [1,2,3], L2)
/ \

append([], L, L).
append([H|L1], L2, [H|L3]):-
append(L1, L2, L3).

Árbol de búsqueda

?- append([a,b,c],[1,2,3], R).

/ \
† R = [a|L0]
?- append([b,c],[1,2,3],L0)

/ \
† L0=[b|L1]
?- append([c],[1,2,3],L1)

/ \
† L1=[c|L2]
?- append([], [1,2,3], L2)

/ \
L2=[1,2,3] †

append([], L, L).
append([H|L1], L2, [H|L3]):-
append(L1, L2, L3).

Árbol de búsqueda

?- append([a,b,c],[1,2,3], R).

/ \
† R = [a|L0]
?- append([b,c],[1,2,3],L0)

/ \
† L0=[b|L1]
?- append([c],[1,2,3],L1)

/ \
† L1=[c|L2]
?- append([], [1,2,3], L2)
/ \
L2=[1,2,3] †

append([], L, L).
append([H|L1], L2, [H|L3]):-
append(L1, L2, L3).

L2=[1,2,3]
L1=[c|L2]=[c,1,2,3]
L0=[b|L1]=[b,c,1,2,3]
R=[a|L0]=[a,b,c,1,2,3]

Usos de append/3

- Partir una lista en la concatenación de otras dos

```
?- append(X,Y, [a,b,c,d]).
```

```
X=[ ]      Y=[a,b,c,d];
```

```
X=[a]      Y=[b,c,d];
```

```
X=[a,b]    Y=[c,d];
```

```
X=[a,b,c]  Y=[d];
```

```
X=[a,b,c,d] Y=[ ];
```

```
no
```


Prefijo y sufijo

- Sea $L=[a_1,a_2,\dots,a_i,\dots,a_n]$
- Prefijo de L :
 - lista de la forma $[a_1,\dots,a_j]$ $1 \leq j \leq n$
 - $[]$
- Sufijo de L :
 - lista de la forma $[a_j,\dots,a_n]$ $1 \leq j \leq n$
 - $[]$

Definición of prefijo/2

```
prefijo(P,L):-  
    append(P,_,L).
```

- Una lista P es un prefijo de una lista L si existe otra lista tal que P concatenada con esa lista da L
- Notar el uso de la variable anónima

Consultando prefijo/2

```
prefijo(P,L):-  
    append(P,_,L).
```

```
?- prefijo(X, [a,b,c,d]).  
X=[ ];  
X=[a];  
X=[a,b];  
X=[a,b,c];  
X=[a,b,c,d];  
no
```

Definición of sufijo/2

```
sufijo(S,L):-  
    append(_,S,L).
```

Consultando sufijo/2

```
sufijo(S,L):-  
    append(_,S,L).
```

```
?- sufijo(X, [a,b,c,d]).  
X=[a,b,c,d];  
X=[b,c,d];  
X=[c,d];  
X=[d];  
X=[];  
no
```

Definición de sublista/2

- Predicado que encuentra sublistas de una lista
- Las sublistas de una lista L son simplemente los prefijos de los sufijos.

```
sublista(Sub,Lista):-  
    sufijo(Sufijo,Lista),  
    prefijo(Sub,Sufijo).
```

Definición de sublista/2

- Hay otros modos
 - Con sufijo y prefijo
 - Directamente

Patrones de instanciación

`append(+L1,+L2,?L3) -- ok`

`append(?L1,?L2,+L3) -- ok`

Qué pasa con

`append(?L1,?L2,?L3)`

Patrones de instanciación

```
append(+L1,+L2,?L3)  -- ok
```

```
append(?L1,?L2,+L3)  -- ok
```

Qué pasa con

```
append(?L1,?L2,?L3)
```

```
?- append(X,Y,Z).
```

```
X = [],
```

```
Y = Z ;
```

```
X = [_G362],
```

```
Z = [_G362|Y] ;
```

```
X = [_G362, _G368],
```

```
Z = [_G362, _G368|Y] ;
```

```
X = [_G362, _G368, _G374],
```

```
Z = [_G362, _G368, _G374|Y] ;
```

```
X = [_G362, _G368, _G374, _G380],
```

```
Z = [_G362, _G368, _G374, _G380|Y]
```

Patrones de instanciación

sufijo(Suf,L)
prefijo(Pref,L)
subLista(Sub,L)

append/3 y eficiencia

- El predicado **append/3** es útil, y es importante saber como usarlo
- Es también importante saber que **append/3** puede ser una fuente de ineficiencia
- Por qué?
 - La concatenación de listas no se hace en un paso
 - Es necesario recorrer, elemento a elemento, una de las listas (se verá más adelante un modo de concatenar listas en un solo paso).

Pregunta

- Usando **append/3** queremos concatenar dos listas, sin que nos preocupe el orden de los elementos
 - List 1: [a,b,c,d,e,f,g,h,i]
 - List 2: [j,k,l]
- Cuál de los siguientes objetivos es más eficiente
 - ?- append([a,b,c,d,e,f,g,h,i],[j,k,l],R).
 - ?- append([j,k,l],[a,b,c,d,e,f,g,h,i],R).

Respuesta

- Recursión en el 1er argumento, nunca se toca el 2do.
- Lo mejor es entonces usar la lista más corta como 1er argumento
- No siempre sabremos cuál es la más corta, y muchas veces es importante el orden

Reverso de una lista

- Ilustramos el problema con la eficiencia de append/3 usándolo para obtener el reverso de una lista.
- Lo usaremos para definir un predicado que transforma [a,b,c,d,e] en [e,d,c,b,a]
- Esta herramienta puede ser útil, ya que Prolog solo brinda acceso fácil al 1er elemento de una lista.

Naïve reverse

- Definición recursiva
 1. El reverse de la lista vacía es la lista vacía
 2. El reverse de la lista $[H|T]$, es la concatenación del reverse de la lista T con la lista cuyo único elemento es H
- Ilustración: considere la lista $[H|T]=[a,b,c,d]$.
 - El reverse de T es $[d,c,b]$.
 - $[d,c,b]$ concatenado con $[a]$ da $[d,c,b,a]$

Naïve reverse en Prolog

```
naiveReverse([],[]).  
naiveReverse([H|T],R):-  
    naiveReverse(T,RT),  
    append(RT,[H],R).
```

- La definición es correcta, pero:
- La ejecución usa mucho tiempo en realizar appends
- Existe un modo mejor...

Reverse con acumulador

- El modo mejor es con acumulador
- El acumulador es una lista donde se construye el resultado
- Cada elemento de la lista se coloca en la cabeza del acumulador, y este se pasa como argumento en la recursión
- Al llegar a la lista vacía el acumulador contiene el reverse de la lista original!

Reverse con acumulador

```
accReverse([ ],L,L).  
accReverse([H|T],Acc,Rev):-  
    accReverse(T,[H|Acc],Rev).
```

Reverse con wrapper

```
accReverse([ ],L,L).  
accReverse([H|T],Acc,Rev):-  
    accReverse(T,[H|Acc],Rev).
```

```
reverse(L1,L2):-  
    accReverse(L1,[ ],L2).
```

Ilustrando el acumulador

- Lista: [a,b,c,d] Acumulador: []

Ilustrando el acumulador

- Lista: [a,b,c,d] Acumulador: []
- Lista: [b,c,d] Acumulador: [a]

Ilustrando el acumulador

- Lista: [a,b,c,d] Acumulador: []
- Lista: [b,c,d] Acumulador: [a]
- Lista: [c,d] Acumulador: [b,a]

Ilustrando el acumulador

- Lista: [a,b,c,d] Acumulador: []
- Lista: [b,c,d] Acumulador: [a]
- Lista: [c,d] Acumulador: [b,a]
- Lista: [d] Acumulador: [c,b,a]

Ilustrando el acumulador

- Lista: [a,b,c,d] Acumulador: []
- Lista: [b,c,d] Acumulador: [a]
- Lista: [c,d] Acumulador: [b,a]
- Lista: [d] Acumulador: [c,b,a]
- Lista: [] Acumulador: [d,c,b,a]

Arboles en Prolog

Definiremos una estructura de datos para árboles binarios.

El árbol vacío es un árbol binario

*Si X es un elemento y $A1$ y $A2$ son árboles binarios
 $arbol(X,A1,A2)$ es un árbol binario*

Un árbol se representa por un único término complejo !!!

Arboles en Prolog

Predicados

$\text{arbol_binario}(A) \leftarrow$ A es un arbol binario

$\text{pertenece_arbol}(X,A) \leftarrow$ X es un elemento del árbol binario A

$\text{inorder}(A,L) \leftarrow$ la lista L es el resultado de recorrer en inorden (raíz, izq., der.) el árbol A

Resumen

- Predicado muy usado: **append/3**
- Más aplicaciones de acumuladores
- Otros predicados sobre listas
- Otras estructuras de datos (árbol binario)

Próximas clases

- Fundamentos teóricos
 - Repaso lógica proposicional y de 1er orden
 - Semántica, modelos
 - Forma Clausal
 - Inferencia, regla de resolución
 - Conceptos fundamentales
 - Consistencia
 - Completitud
 - Satisfactibilidad

Ejercicios

1. LPN Ejercicio 6.1

- Una lista es una duplicación si está formada por dos bloques iguales de elementos, ej. `[a,b,b,a,b,b]` es una duplicación.
- Escriba un predicado `duplicación(L)` que es verdadero cuando la condición de duplicación se cumple.

2. LPN Ejercicio 6.2

- Escriba un predicado `palindrome(X)`, verdadero si la lista `X` se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda.

3. Defina el predicado `member(X,L)` usando `append`