

Øving 2

Oppgave 1

En vanlig kortstokk består av 52 ulike kort med fire sorter (kløver, hjerter, ruter, spar). Vi trekker tilfeldig 3 kort fra kortstokken (uten tilbakelegging).

(a) Hvor mange ulike kombinasjoner finnes det for de 3 kortene som trekkes ut? Oppgi svaret som et positivt heltall, for eksempel 10 og 1073.

(b) Hva er sannsynligheten for at alle de 3 kortene som trekkes ut er av samme sort? Oppgi svaret som et desimaltall med fire desimaler for eksempel 0.0530 og 0.1252.

$$a) {}_{52}P_3 = \frac{52!}{(52-3)!} = \frac{52!}{49!} = 52 \cdot 51 \cdot 50 = 132600$$

$$\text{uten tilbakelegging: } 132600/6 = \underline{\underline{22100}}$$

$$P(A) = \frac{n}{N} = \frac{{}^{13}_3}{{}^{52}_3} = \frac{\frac{4 \cdot 13!}{3! \cdot (13-3)!}}{\frac{52!}{3! \cdot (52-3)!}} = \frac{\frac{4 \cdot 13!}{8! \cdot 10!}}{\frac{52 \cdot 51 \cdot 50}{8! \cdot 49!}} = \frac{4 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11}{52 \cdot 51 \cdot 50} = \underline{\underline{0,0518}}$$

Oppgave 2

(a) I et alfabet bestående av 14 bokstaver, hvor mange forskjellige "ord" med ordlengde 6 er det mulig å lage dersom to etterfølgende bokstaver i ordet ikke kan være like? Oppgi svaret som et positivt heltall, for eksempel 10 eller 1073.

(b) Anta at alfabetet fra oppgave (a) består av 8 konsonanter og 6 vokaler. Hvor mange av ordene fra (a) inneholder minst én vokal? Oppgi svaret som et positivt heltall, for eksempel 10 eller 1073.

$$a) \text{ Vi velger først 14 mulige bokstaver (14) så trenger vi 5 andre bokstaver hvor en ikke er lik sin forrige (13)} \\ \Rightarrow 14 \cdot 13^5 = \underline{\underline{5188102}}$$

b)

$$C = \text{Total antall kombinasjoner} - \text{Mulige kombinasjoner av konsonanter}$$

$$C = 5188102 - (8 \cdot 7^5) = 5188102 - 134456 = \underline{\underline{5063646}}$$

Oppgave 3

Du bor i et område der det anslås å være 7% sannsynlig at en innbruddstyv vil bryte seg inn i boligen din. Firmaet som installerte innbruddsalarmer hevder at det er 96% sannsynlighet for at alarmen utløses gitt at det er skjedd et innbrudd. I tillegg hevder firmaet at dersom det er skjedd et innbrudd og alarmen er blitt utløst, så vil alarmen bruke så mye at 75% av alle tyver vil ramme uten å stjele noe.

Fra oppgaveteksten kan vi sette opp følgende hendelser og sannsynligheter:

T: Det skjer et innbrudd,	$P(T) = 0.07$,
A: Alarm utløses,	$P(A T) = 0.96$,
R: Tyven rammer uten å stjele,	$P(R T \cap A) = 0.75$.

Hva er sannsynligheten for at det både skjer et innbrudd, alarmen utløses og tyven rammer uten å stjele? Oppgi svaret som et desimaltall med fire desimaler, for eksempel 0.0053 og 0.1252.

$$\begin{matrix} (and) & (and) \\ P(T) \cdot P(A|T) \cdot P(R|T \cap A) = 0,07 \cdot 0,96 \cdot 0,75 \\ = \underline{\underline{0,0504}} \end{matrix}$$

Oppgave 4

En bedrift produserer varer på to maskiner. Maskin 1 produserer 40 prosent av varene og maskin 2 produserer 60 prosent av varene. Anta at 0,6 prosent av varene produsert av maskin 1 er defekte og 2,9 prosent av varene produsert av maskin 2 er defekte.

En vare velges tilfeldig fra lageret og undersøkes.

(a) Hva er sannsynligheten for at varen er defekt? Oppgi svaret som et desimaltall med fire desimaler, for eksempel 0.0530 eller 0.1251.

(b) Hvis varen er defekt, hva er sannsynligheten for at den ble produsert av maskin 1? Oppgi svaret som et desimaltall med fire desimaler, for eksempel 0.0530 eller 0.1251.

$$\begin{aligned} a) P(\text{defekt}) &= \overset{(1)}{\text{maskin 1}} \underset{(2)}{\text{g defekt}} \text{ eller } \overset{(1)}{\text{maskin 2}} \underset{(2)}{\text{g defekt}} \\ &= 0,4 \cdot 0,006 + 0,6 \cdot 0,029 \\ &= \underline{\underline{0,0198}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) P(M_1 | \text{defekt}) &= \text{Sannsynlighet for at maskin 1 lager defekt vare} / \text{Total sannsynlighet p\AA defekt vare} \\ &= \frac{0,4 \cdot 0,006}{0,0198} = \underline{\underline{0,1212}} \end{aligned}$$

Oppgave 5

Et tomotors jettfly, med én motor til venstre og én til høyre, er konstruert slik at det kan lande trygt så lenge minst én av motorene virker. La A og B betegne hendelsene at henholdsvis venstre og høyre motor fungerer. Fra flyselskapets driftstatistikk vet vi at $P(A) = 0.97$, $P(B) = 0.955$ og at hendelsene A og B kan antas uavhengige.

(a) Hva er sannsynligheten for at flyet havarerer? Oppgi svaret som et desimaltall med fire desimaler, for eksempel 0.1212 og 0.0110.

(b) Gitt at venstre motor fungerer, hva er sannsynligheten for at høyre motor også fungerer? Oppgi svaret som et desimaltall med tre desimaler, for eksempel 0.121 og 0.010.

$$\begin{aligned} a) A = \text{venstre} &= 0,97, \quad \bar{A} = 0,03 \\ B = \text{høyre} &= 0,955, \quad \bar{B} = 0,045 \\ P(\bar{A} \cap \bar{B}) &= 0,03 \cdot 0,045 = \underline{\underline{0,0014}} \end{aligned}$$

b) Siden hendelsene er uavhengige så vil ikke sannsynligheten forandres

Oppgave 6

I en bygning med 12 etasjer er det en heis. En morgen går 4 personer samtidig inn i heisen i første etasje. Vi antar at personene forlater heisen uavhengig av hverandre, samt at sannsynlighetene for at en bestemt person skal gå av i henholdsvis 2., 3., ..., 11. eller 12. etasje er like store. Vi antar også at ingen av personene går ut av heisen i første etasje.

(a) Hva er sannsynligheten for at de 4 personene går av i hver sin etasje? Oppgi svaret som et desimaltall med tre desimaler, for eksempel 0.053 og 0.125.

(b) Hva er sannsynligheten for at minst 2 av de 4 går av i samme etasje? Oppgi svaret som et desimaltall med tre desimaler, for eksempel 0.053 og 0.125.

$$\begin{aligned} a) P(\text{hver sin etg}) &= \frac{11}{12} \times \frac{10}{11} \times \frac{9}{11} \times \frac{8}{11} \\ &= \underline{\underline{0,541}} \end{aligned}$$

$$b) 1 - 0,541 = \underline{\underline{0,459}}$$