

1 Постановка задачи

1.1 Цитата из книги

Задача гласила: «Дано: вылет с орбиты Деймоса, спутника Марса, не раньше 12.00 по Гринвичу 15 мая 2087; двигатели космического корабля работают на химическом топливе, скорость выброса газов 10 тысяч метров в секунду: место назначения — супрастратосферная орбита вокруг Венеры. Требуется рассчитать: наиболее экономичный курс полета к месту назначения при наименьшей затрате времени, соотношения массы, а также время вылета и прибытия. Подготовить полетный план и вычислить точки коррекции, используя звезды второй величины или более яркие. Вопросы: можно ли сберечь время и топливо, пролетев рядом с парой планет Терра-Луна, и получить от их гравитационного поля дополнительное ускорение? Предвидится ли пересечение метеорных потоков и какие меры по уклонению от столкновения с метеорами будут предприняты? Все ответы должны соответствовать правилам космических полетов, а также принципам космической баллистики».

Задачу нельзя было решить за короткий отрезок времени без помощи компьютера. Тем не менее, Мэтт мог подготовить соответствующие уравнения и затем, если повезет, уговорить офицера, руководящего вычислительным центром Лунной базы, разрешить ему воспользоваться баллистическим интегратором.

1.2 Разбор

У Венеры нет стратосферы, поэтому положим, что имеется в виду низкая орбита.

Космос - не море, здесь нет постоянного курса. Будем считать, что имеются в виду Кеплеровы параметры пассивных участков траектории и запланированные на ней манёвры.

Наиболее экономичный курс и наименьшее время полёта - взаимоисключающие параграфы. Сделаем несколько решений, оптимизированных по разным параметрам, причём, время полёта будем считать вместе с временем ожидания окна, начиная с указанной наименьшей даты старта.

Никаких правил космических полётов автор не приводит, поэтому просто опустим этот пункт.

Время вылета не ограничено сверху.

По остальному - всё нормально.

1.3 Формализация

1.3.1 Дано:

Удельный импульс: 10000 м/с.

Наименьшее время старта: 12.00 по Гринвичу 15 мая 2087.

Орбита отлёта: Примем круговую марсоцентрическую орбиту, радиусом 23458 км, в расположенную в плоскости, наиболее удобной для отлёта - полагаем, что плоскость орбиты будет сменена заблаговременно.

Орбита назначения: Предположим, что орбита назначения располагается на высоте порядка 500 км - с некоторым запасом выше плотных слоёв атмосферы. Что соответствует радиусу орбиты порядка 6550 км. Плоскость орбиты также будем полагать наиболее удобной для прилёта.

1.3.2 Надо:

1. Найти параметры межпланетной траектории, наиболее экономичной по топливу, рассчитать соотношения массы для неё.

2. Найти параметры наиболее быстрой межпланетной траектории.

2 Данные из литературы

2.1 Параметры поля тяготения планет и Солнца

Константы и формулы

$$\gamma = 6.67408e - 11 \pm 0.00031e - 11 [2]$$

$$\mu = \gamma M$$
$$v_{par} = \sqrt{\frac{2\gamma M}{R}}$$

По соображениям точности вычислений, промежуточные расчёты в десятичную систему счисления переводиться не будут, и в статье не будут представлены.

Массы планет [3]

Солнце $M = 1.9885e + 30kg$

Венера $M = 4,8675e + 24kg$

Марс $M = 6,4171e + 23kg$

[3 Википедия, со ссылкой на НАСА] [2 CODATA2014 <https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?bg>]

2.2 Параметры орбит планет [1]

Обозначения

Ω - эклиптическая долгота восходящего узла,

ω - эклиптический аргумент перигелия,

M - средняя аномалия,

$L = \Omega + \omega + M$ - средняя долгота,

$\tilde{\omega}$ - долгота перигелия,

e - эксцентриситет орбиты, в астрономических единицах,

i - наклонение орбиты к плоскости эклиптики,

a - большая полуось орбиты,

T - момент прохождения перигелия,

n - среднее сидерическое движение

Аргумент функций

$$T_u = \frac{JD - JD_0}{36525.0};$$
$$JD_0 = 2415020.0.$$

Параметры орбиты Венеры

$$\begin{aligned}L &= 342^{\circ}46'1''.39 + 210669162''.88T_u + 1''.1148T_u^2; \\ \tilde{\omega} &= 130^{\circ}9'49''.8 + 5098''.93T_u - 3''.515T_u^2; \\ \Omega &= 75^{\circ}46'46''.73 + 3239''.46T_u + 1''.146T_u^2; \\ e &= 0.00682069 - 0.00004774T_u + 0.000000091T_u^2; \\ i &= 3^{\circ}23'37''.07 + 3''.621T_u + 0''.0035T_u^2; \\ a &= 0.72333015.\end{aligned}$$

В радианной мере:

$$\begin{aligned}L &= 5.9824136383293975 + 1021.3529235211721T_u + 0.000005404702917009107T_u^2; \\ \tilde{\omega} &= 2.2717874586838125 + 0.024720310230198463T_u - 0.00001704120089100019T_u^2; \\ \Omega &= 1.322600810887680873 + 0.015705345274070973T_u + 0.000005555964785515282T_u^2; \\ e &= 0.00682069 - 0.00004774T_u + 0.000000091T_u^2; \\ i &= 0.059230026790728786 + 0.000017555103392976296T_u + 1.6968478838833758e - 8T_u^2; \\ a &= 0.72333015.\end{aligned}$$

Параметры орбиты Марса

$$\begin{aligned}L &= 393^{\circ}44'51'' + 68910117''.33T_u + 1''.1184T_u^2; \\ \tilde{\omega} &= 334^{\circ}13'5''.53 + 6626''.73T_u - 0''.005T_u^2 - 0.0043T_u^3; \\ \Omega &= 48^{\circ}47'11''.16 + 2775''.57T_u - 0''.005T_u^2 - 0''.0192T_u^3; \\ e &= 0.09331290 + 0.000092064T_u - 0.000000077T_u^2; \\ i &= 1^{\circ}51'1''.20 - 2''.430T_u + 0''.0454T_u^2; \\ a &= 1.52368839.\end{aligned}$$

В радианной мере:

$$\begin{aligned}L &= 6.872190296496372 + 334.08567648447325T_u + 0.000005422156209529051T_u^2; \\ \tilde{\omega} &= 5.83320805857028 + 0.03212729365018995T_u - 2.42406840554768e - 8T_u^2 - 0.0043T_u^3; \\ \Omega &= 0.851483116269489116 + 0.013456343088771947T_u - 2.42406840554768e - 8T_u^2 - 9.30842267730309e - 8T_u^3; \\ e &= 0.09331290 + 0.000092064T_u - 0.000000077T_u^2; \\ i &= 0.032294408926068406 - 0.000011780972450961725T_u + 2.2010541122372933e - 7T_u^2; \\ a &= 1.52368839.\end{aligned}$$

Параметры орбиты Земли

$$\begin{aligned}L &= 99^{\circ}41'48''.04 + 129602768''.1313T_u + 1''.089T_u^2; \\ \tilde{\omega} &= 101^{\circ}13'15''.0 + 6189''.03T_u + 0''.012T_u^2; \\ \Omega &= 0^{\circ}; \\ e &= 0.01675104 - 0.00004180T_u - 0.000000126T_u^2; \\ i &= 0^{\circ}; \\ a &= 1.000000013.\end{aligned}$$

В радианной мере:

$$L = 1.7400352805220856 + 628.3319509972122T_u + 0.0000052796209872828466T_u^2;$$

$$\tilde{\omega} = 1.7666368132790937 + 0.030005264167973514T_u + 5.817764173314432e - 8T_u^2;$$

$$\Omega = 0;$$

$$e = 0.01675104 - 0.00004180T_u - 0.000000126T_u^2;$$

$$i = 0;$$

$$a = 1.000000013.$$

[1 Эскобал, "Элементы астродинамики 1971 "Мир"]

3 Условия начального времени

3.1 Дата старта

Наименьшая дата старта равна 12.00 по Гринвичу 15 мая 2087. Она соответствует началу 2483456 юлианского дня.

3.1.1 Вычисление юлианской даты и аргумента эмпирических функций

Для упрощения расчётов, воспользуемся стандартными средствами вычисления Unix-времени, а затем считаем дату по формуле

$$JD = t_{Unix}/86400 + 2440587.5;$$

12.00 по Гринвичу 15 мая 2087 соответствует Unix-времени 3703838400 с.

$$JD = 2483456.$$

$$T_u = \frac{2483456 - 2415020}{36525} \approx 1.874.$$

Приближенные значения, указанные в тексте, для вычислений не используются, в реальных расчётах промежуточные значения не округляются и не преобразуются в десятичную систему.