INSTITUTO TECNOLÓGICO DE BUENOS AIRES

Trabajo Práctico Nº 1

Teoría de Circuitos - 2019

Grupo 1:

Farall, Facundo

Gaytan, Joaquín

Kammann, Lucas

Maselli, Carlos

Müller, Malena

17 de agosto de 2019

1. Ejercicio 1: Filtro notch pasivo

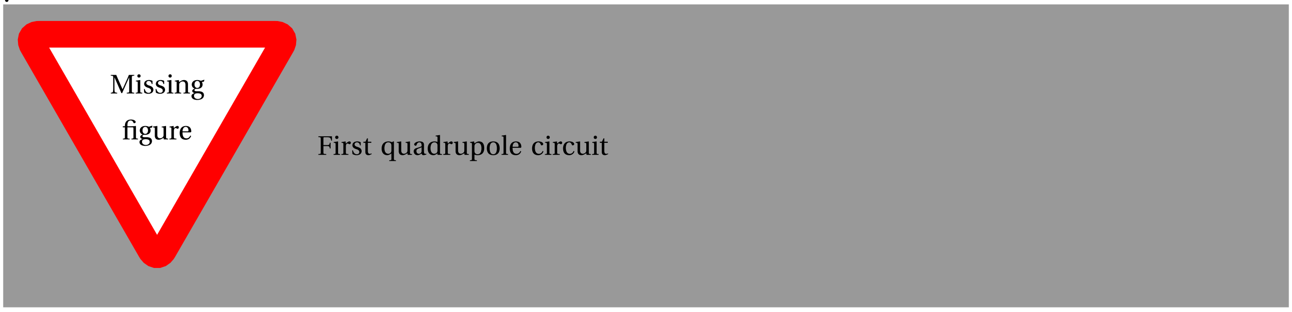
1.1. Cálculo teórico

1.1.1. Diseño de los componentes

Para el cálculo teórico se consideró al circuito como dos cuadripolos en paralelo, de los cuales se obtuvieron sus parámetros admitancia. El primero de los cuadripolos es el presentado en la figura

INSERT REFERENCE TO FIGURE Q1

.



El cálculo de los parámetros viene facilitado por la simpleza del circuito y el hecho de ser recíproco, de forma que sus parámetros admitancia son:

$$y_{A11} = \left.\frac{I_1}{V_1}\right|_{V_2=0} = \frac{1}{R_1 + \frac{R_2}{R_2 \cdot C_3 \cdot s + 1}} = \frac{R_2 \cdot C_3 \cdot s + 1}{R_1 \cdot R_2 \cdot C_3 \cdot s + (R_1 + R_2)} \tag{1.1}$$

$$y_{A12} = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{V_1=0} = \frac{-I_2 \cdot \frac{1}{R_1 \cdot C_3 \cdot s + 1}}{I_2 \cdot \left(R_2 + \frac{R_1}{R_1 \cdot C_3 \cdot s + 1}\right)} = -\frac{1}{R_1 \cdot R_2 \cdot C_3 \cdot s + (R_1 + R_2)} \tag{1.2}$$

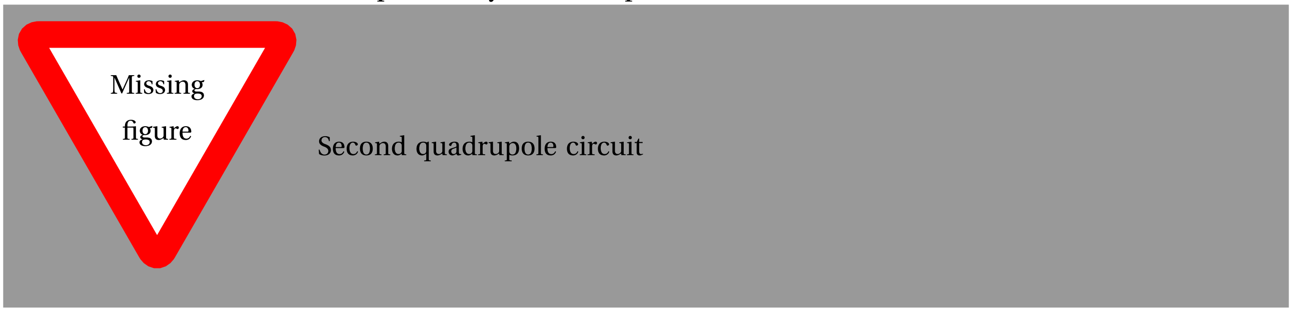
$$y_{A21} = \left.\frac{I_2}{V_1}\right|_{V_2=0} = -\frac{1}{R_1 \cdot R_2 \cdot C_3 \cdot s + (R_1 + R_2)} \tag{1.3}$$

$$y_{A22} = \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{V_1=0} = \frac{R_1 \cdot C_3 \cdot s + 1}{R_1 \cdot R_2 \cdot C_3 \cdot s + (R_1 + R_2)} \tag{1.4}$$

De forma análoga se obtienen los parámetros para el segundo cuadripolo

INSERT REFERENCE TO FIGURE Q2

, basándose en los cálculos del primero, y tomando provecho de su similitud.



$$y_{B11} = \frac{\frac{1}{R_3 \cdot C_2 \cdot s} + 1}{\frac{1}{R_3 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot s} + \frac{1}{C_1 \cdot s} + \frac{1}{C_2 \cdot s}} \tag{1.5}$$

$$y_{B12} = -\frac{1}{\frac{1}{R_3 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot s} + \frac{1}{C_1 \cdot s} + \frac{1}{C_2 \cdot s}} \tag{1.6}$$

$$y_{B21} = -\frac{1}{\frac{1}{R_3 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot s} + \frac{1}{C_1 \cdot s} + \frac{1}{C_2 \cdot s}} \tag{1.7}$$

$$y_{B22} = \frac{\frac{1}{R_3 \cdot C_1 \cdot s} + 1}{\frac{1}{R_3 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot s} + \frac{1}{C_1 \cdot s} + \frac{1}{C_2 \cdot s}} \tag{1.8}$$

Se observa que la condición de Brune para cuadripolos en paralelo se cumple, y en consecuencia, se obtienen los parámetros admitancia del cuadripolo total mediante la suma de sus dos componentes. Dado que el objetivo final es calcular $\frac{V_o}{V_i}$, como tal cociente solo depende de los parámetros y_{21} y y_{22}, sólo se mostrará el cálculo de estos. Luego de trabajo algebráico, se llega a la siguiente expresión:

$$H(s) = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{y_{A21} + y_{B21}}{y_{A22} + y_{B22}} = \tag{1.9}$$

$$= \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot C_3 \cdot s^3 + (R_1 + R_2) \cdot R_3 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot s^2 + R_3 \cdot (C_1 + C_2) \cdot s + 1}{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot C_3 \cdot s^3 + ((R_1 + R_2) \cdot R_3 \cdot C_1 \cdot C_2 + R_1 \cdot R_3 \cdot C_1 \cdot C_3 + R_1 \cdot (R_2 + R_3) \cdot C_2 \cdot C_3) \cdot s^2 + R_3 \cdot (C_1 + C_2) \cdot s + 1} \tag{1.10}$$

Si se pide que $R_1 = R_2 = 2 \cdot R_3$ y $C_1 = C_2 = \frac{C_3}{2}$ se lleva la expresión de la ecuación **??** a:

$$H(s) = \frac{R_3^2 \cdot C_3^2 \cdot s^2 + 1}{R_3^2 \cdot C_3^2 \cdot s^2 + 4 \cdot R_3 \cdot C_3 \cdot s + 1} \tag{1.11}$$

Se pide que $f_0 = 2,7KHz$

$$\Longrightarrow \omega_0 \approx 16,965 \cdot 10^3 \frac{rad}{s} \tag{1.12}$$

De la ecuación **??** se obtiene que:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{R_3^2 \cdot C_3^2} \Longrightarrow \omega_0 = \frac{1}{R_3 \cdot C_3} \tag{1.13}$$

Debe buscarse alguna combinación de R_3 y C_3 que me dé $\approx 0,058946ms$. La mejor combinación con valores comerciales es 15 y 39, ya que $15 \cdot 39 = 585$ (luego se corrige el órden). Para la elección de los componentes se tuvo en cuenta que el órden de magnitud de los capacitores sea tal que permita despreciar la capacidad parásita de las puntas del osciloscopio, y que admás haya disponibilidad de los componentes en el pañol de la universidad. Quedan así determinados también los valores de R_1, R_2, C_1 y C_2:

$$R_3 = 1,5K\Omega \Longrightarrow R_1 = R_2 = 2 \cdot R_3 = 3K\Omega \longrightarrow \text{Elijo } R_1 = R_2 = 3,3K\Omega \tag{1.14}$$

$$C_3 = 39nF \Longrightarrow C_1 = C_2 = \frac{C_3}{2} = 19,5nF \longrightarrow \text{Elijo } C_1 = C_2 = 18nF \tag{1.15}$$

Se consideró también utilizar dos resisencias en serie y dos capacitores en paralelo para lograr exactamente las relaciones indicadas. Sin embargo, la opción fue descartada por duplicar costo de componentes y, si bien mejora lo esperado en valores nominales, llega a duplicar las tolerancias de las resistencias y capacitores formados por dos componentes. Consecuentemente, la variación obtenida en la práctica puede ser aún más alejada de los valores esperados. Finalmente, y como criterio definitivo, se recalculó la variación de lo esperado al utilizar componentes que no respetan estríctamente la relación de doble o mitad. Utilizando la función transferencia de la ecuación **??**, se observa que el coeficiente de grado 3 será:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{(R_1 + R_2) \cdot R_3 \cdot C_1 \cdot C_2}} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{(3,3K\Omega + 3,3K\Omega) \cdot 1,5K\Omega \cdot 18nF \cdot 18nF}} \approx 2,81KHz \tag{1.16}$$

Se observa que la variación es menor al 5% (4,07% de hecho), dentro de los rangos de tolerancia de los elementos utilizados (todos de 5%). Por lo tanto, se admite el error.

1.1.2. Caracterización del sistema

Tomando de la expresó de la ecuación **??**, queda expresada la función transferencia como:

$$H(s) = \frac{3,475 \cdot 10^{-9} s^2 + 1}{3,475 \cdot 10^{-9} s^2 + 2,358 \cdot 10^{-4} \cdot s + 1} \tag{1.17}$$

Para obtener la respuesta al impulso, se expresa la ecuación **??** en fracciones simples:

$$H(s) = \frac{5248,5}{s + 4545,35} - \frac{73104,6}{s + 63310,8} + 1 \tag{1.18}$$

Y se antitransforma por Laplace:

$$h(t) = 5248,5 \cdot \exp -4545,35 \cdot t \cdot u(t) - 73104,6 \cdot \exp 63310,8 \cdot t \cdot u(t) + \delta(t) \tag{1.19}$$

Dado que el sistema es LTI, causal y BIBO-estable, se puede obtener la respuesta en frecuencia realizando el reemplazo $s = j \cdot 2\pi \cdot f$ en la ecuacón **??**:

$$H(f) = \frac{f^2 - 7,289 \cdot 10^6}{f^2 - 10799,6 \cdot j \cdot f - 7,289 \cdot 10^6} \tag{1.20}$$

1.1.3. Respuesta al escalón

Para la obtención de la respuesta al escalón, se realizará primero el producto de la función transferencia con la transformada de Laplace del escalón:

$$H(s) \cdot U(s) = \frac{1,155}{s + 63310,8} - -\frac{1,155}{s + 4545,35} + \frac{1}{s} \tag{1.21}$$

Antitransformando por Laplace se obtiene que la respuesta al escalón es:

$$y(t) = 1,155 \cdot \exp 63310,8 \cdot t \cdot u(t) + 1,155 \cdot \exp -4545,35 \cdot t \cdot u(t) + u(t) \tag{1.22}$$

En la cual se puede observar que tendrá un mínimo. El mismo se obtiene derivando la expresión **??** e igualando a 0:

$$y'(t) = 5248,5 \cdot \exp -4545,35 \cdot t - 73104,6 \cdot \exp 63310,8 \cdot t + \delta(t) \text{ para} t > 0 \tag{1.23}$$

$$y'(t) = 0 \iff t \approx 45\mu s \tag{1.24}$$

1.2. Simulación en LTspice

Para la simulación del circuito se realizaron dos análisis, ambos del tipo Monte Carlo. El primero (figura

REF TO AC ANALYSIS CIRCUIT

), para obtener la respuesta en frecuencia, se logró mediante la herramienta AC Analysis. El segundo (figura

REF TO TRANS CIRCUIT

), para obtener la respuesta al escalón, se realizó utilizando la herramienta Transient.

AC ANALYSIS CIRCUIT

Missing figure

TRANS CIRCUIT

1.3. Resultados experimentales y comparación con teóricos y sumulados