

Trabajo Práctico N° 1

Teoría de Circuitos - 2019

Grupo 1:

Farall, Facundo

Gaytan, Joaquín

Kammann, Lucas

Maselli, Carlos

Müller, Malena

19 de agosto de 2019

1. EJERCICIO 1: FILTRO NOTCH PASIVO

1.1. CÁLCULO TEÓRICO

1.1.1. DISEÑO DE LOS COMPONENTES

Para el cálculo teórico se consideró al circuito como dos cuadripolos en paralelo, de los cuales se obtuvieron sus parámetros admitancia. El primero de los cuadripolos es el presentado en la figura 1.1.

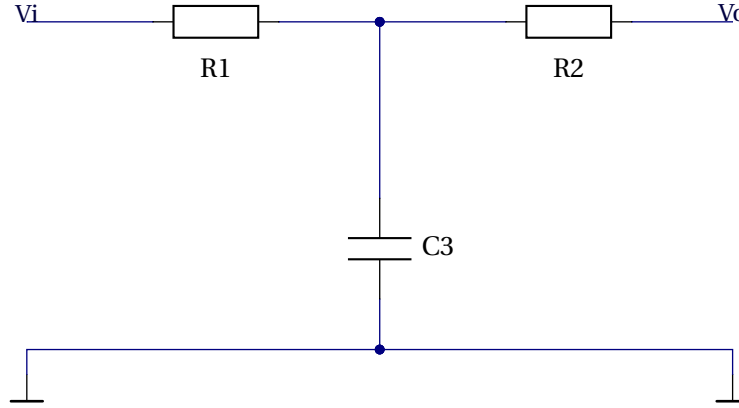


Figura 1.1: Cuadripolo A

El cálculo de los parámetros viene facilitado por la simpleza del circuito y el hecho de ser recíproco, de forma que sus parámetros admitancia son:

$$y_{A11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2=0} = \frac{1}{R_1 + \frac{R_2}{R_2 \cdot C_3 \cdot s + 1}} = \frac{R_2 \cdot C_3 \cdot s + 1}{R_1 \cdot R_2 \cdot C_3 \cdot s + (R_1 + R_2)} \quad (1.1)$$

$$y_{A12} = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1=0} = \frac{-I_2 \cdot \frac{1}{R_1 \cdot C_3 \cdot s + 1}}{I_2 \cdot \left(R_2 + \frac{R_1}{R_1 \cdot C_3 \cdot s + 1} \right)} = -\frac{1}{R_1 \cdot R_2 \cdot C_3 \cdot s + (R_1 + R_2)} \quad (1.2)$$

$$y_{A21} = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2=0} = -\frac{1}{R_1 \cdot R_2 \cdot C_3 \cdot s + (R_1 + R_2)} \quad (1.3)$$

$$y_{A22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{V_1=0} = \frac{R_1 \cdot C_3 \cdot s + 1}{R_1 \cdot R_2 \cdot C_3 \cdot s + (R_1 + R_2)} \quad (1.4)$$

De forma análoga se obtienen los parámetros para el segundo cuadripolo 1.2, basándose en los cálculos del primero, y tomando provecho de su similitud.

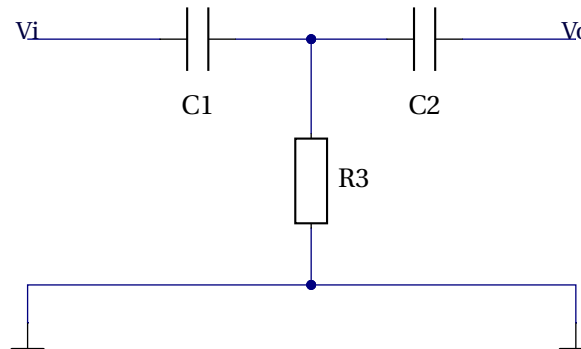


Figura 1.2: Cuadripolo B

$$y_{B11} = \frac{\frac{1}{R_3 \cdot C_2 \cdot s} + 1}{\frac{1}{R_3 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot s} + \frac{1}{C_1 \cdot s} + \frac{1}{C_2 \cdot s}} \quad (1.5)$$

$$y_{B12} = -\frac{1}{\frac{1}{R_3 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot s} + \frac{1}{C_1 \cdot s} + \frac{1}{C_2 \cdot s}} \quad (1.6)$$

$$y_{B21} = -\frac{1}{\frac{1}{R_3 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot s} + \frac{1}{C_1 \cdot s} + \frac{1}{C_2 \cdot s}} \quad (1.7)$$

$$y_{B22} = \frac{\frac{1}{R_3 \cdot C_1 \cdot s} + 1}{\frac{1}{R_3 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot s} + \frac{1}{C_1 \cdot s} + \frac{1}{C_2 \cdot s}} \quad (1.8)$$

Se observa que la condición de Brune para cuadripolos en paralelo se cumple, y en consecuencia, se obtienen los parámetros admitancia del cuadripolo total mediante la suma de sus dos componentes. Dado que el objetivo final es calcular $\frac{V_o}{V_i}$, como tal cociente solo depende de los parámetros y_{21} y y_{22} , sólo se mostrará el cálculo de estos. Luego de trabajo algebraico, se llega a la siguiente expresión:

$$H(s) = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{y_{A21} + y_{B21}}{y_{A22} + y_{B22}} = \quad (1.9)$$

$$= \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot C_3 \cdot s^3 + (R_1 + R_2) \cdot R_3 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot s^2 + R_3 \cdot (C_1 + C_2) \cdot s + 1}{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot C_3 \cdot s^3 + ((R_1 + R_2) \cdot R_3 \cdot C_1 \cdot C_2 + R_1 \cdot R_3 \cdot C_1 \cdot C_3 + R_1 \cdot (R_2 + R_3) \cdot C_2 \cdot C_3) \cdot s^2 + R_3 \cdot (C_1 + C_2) \cdot s + 1} \quad (1.10)$$

Si se pide que $R_1 = R_2 = 2 \cdot R_3$ y $C_1 = C_2 = \frac{C_3}{2}$ se lleva la expresión de la ecuación 1.10 a:

$$H(s) = \frac{R_3^2 \cdot C_3^2 \cdot s^2 + 1}{R_3^2 \cdot C_3^2 \cdot s^2 + 4 \cdot R_3 \cdot C_3 \cdot s + 1} \quad (1.11)$$

Se pide que $f_0 = 2,7 KHz$

$$\Rightarrow \omega_0 \approx 16,965 \cdot 10^3 \frac{rad}{s} \quad (1.12)$$

De la ecuación 1.11 se obtiene que:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{R_3^2 \cdot C_3^2} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{R_3 \cdot C_3} \quad (1.13)$$

Debe buscarse alguna combinación de R_3 y C_3 que me dé $\approx 0,058946 ms$. La mejor combinación con valores comerciales es 15 y 39, ya que $15 \cdot 39 = 585$ (luego se corrige el orden). Para la elección de los componentes se tuvo en cuenta que el orden de magnitud de los capacitores sea tal que permita despreciar la capacidad parásita de las puntas del osciloscopio, y que además haya disponibilidad de los componentes en el pañol de la universidad. Quedan así determinados también los valores de R_1, R_2, C_1 y C_2 :

$$R_3 = 1,5 K\Omega \Rightarrow R_1 = R_2 = 2 \cdot R_3 = 3 K\Omega \longrightarrow \text{Elijo } R_1 = R_2 = 3,3 K\Omega \quad (1.14)$$

$$C_3 = 39 nF \Rightarrow C_1 = C_2 = \frac{C_3}{2} = 19,5 nF \longrightarrow \text{Elijo } C_1 = C_2 = 18 nF \quad (1.15)$$

Se consideró también utilizar dos resistencias en serie y dos capacitores en paralelo para lograr exactamente las relaciones indicadas. Sin embargo, la opción fue descartada por duplicar costo de componentes y, si bien mejora lo esperado en valores nominales, llega a duplicar las tolerancias de las resistencias y capacitores formados por dos componentes. Consecuentemente, la variación obtenida en la práctica puede ser aún más alejada de los valores esperados. Finalmente, y como criterio definitivo, se recalculó la variación de lo esperado al utilizar componentes que no respetan estrictamente la relación de doble o mitad. Utilizando la función transferencia de la ecuación 1.10, se observa que el coeficiente de grado 3 será:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{(R_1 + R_2) \cdot R_3 \cdot C_1 \cdot C_2}} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{(3,3 K\Omega + 3,3 K\Omega) \cdot 1,5 K\Omega \cdot 18 nF \cdot 18 nF}} \approx 2,81 KHz \quad (1.16)$$

Se observa que la variación es menor al 5% (4,07% de hecho), dentro de los rangos de tolerancia de los elementos utilizados (todos de 5%). Por lo tanto, se admite el error.

1.1.2. CARACTERIZACIÓN DEL SISTEMA

Tomando de la expresión de la ecuación 1.11, queda expresada la función transferencia como:

$$H(s) = \frac{3,475 \cdot 10^{-9} s^2 + 1}{3,475 \cdot 10^{-9} s^2 + 2,358 \cdot 10^{-4} \cdot s + 1} \quad (1.17)$$

Para obtener la respuesta al impulso, se expresa la ecuación 1.17 en fracciones simples:

$$H(s) = \frac{5248,5}{s + 4545,35} - \frac{73104,6}{s + 63310,8} + 1 \quad (1.18)$$

Y se antitransforma por Laplace:

$$h(t) = 5248,5 \cdot e^{-4545,35 \cdot t} \cdot u(t) - 73104,6 \cdot e^{-63310,8 \cdot t} \cdot u(t) + \delta(t) \quad (1.19)$$

Dado que el sistema es LTI, causal y BIBO-estable, se puede obtener la respuesta en frecuencia realizando el reemplazo $s = j \cdot 2\pi \cdot f$ en la ecuación 1.17:

$$H(f) = \frac{f^2 - 7,289 \cdot 10^6}{f^2 - 10799,6 \cdot j \cdot f - 7,289 \cdot 10^6} \quad (1.20)$$

1.1.3. RESPUESTA AL ESCALÓN

Para la obtención de la respuesta al escalón, se realizará primero el producto de la función transferencia con la transformada de Laplace del escalón:

$$H(s) \cdot U(s) = \frac{1,155}{s + 63310,8} - \frac{1,155}{s + 4545,35} + \frac{1}{s} \quad (1.21)$$

Antitransformando por Laplace se obtiene que la respuesta al escalón es:

$$y(t) = 1,155 \cdot e^{-63310,8 \cdot t} \cdot u(t) + 1,155 \cdot e^{-4545,35 \cdot t} \cdot u(t) + u(t) \quad (1.22)$$

En la cual se puede observar que tendrá un mínimo. El mismo se obtiene derivando la expresión 1.22 e igualando a 0:

$$y'(t) = 5248,5 \cdot e^{-4545,35 \cdot t} - 73104,6 \cdot e^{-63310,8 \cdot t} + \delta(t) \text{ para } t > 0 \quad (1.23)$$

$$y'(t) = 0 \iff t \approx 45 \mu s \quad (1.24)$$

1.2. SIMULACIÓN EN LTSPICE

Para la simulación del circuito se realizaron dos análisis, ambos del tipo Monte Carlo. El primero (figura 1.3), para obtener la respuesta en frecuencia, se logró mediante la herramienta AC Analysis. El segundo (figura 1.4), para obtener la respuesta al escalón, se realizó utilizando la herramienta Transient.

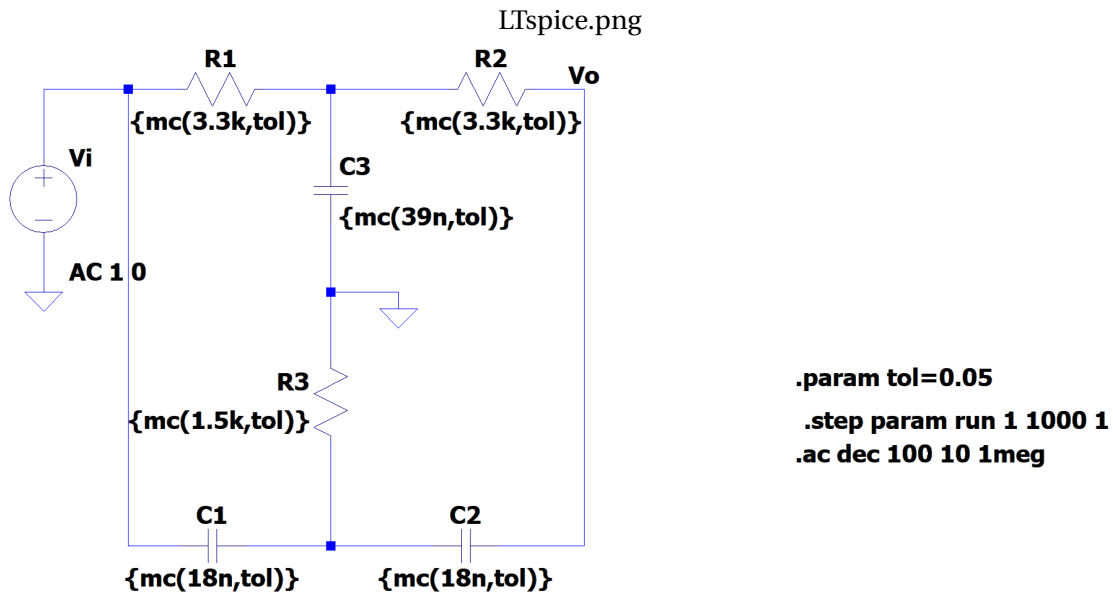


Figura 1.3: Circuito en LTspice para simulación del bode.

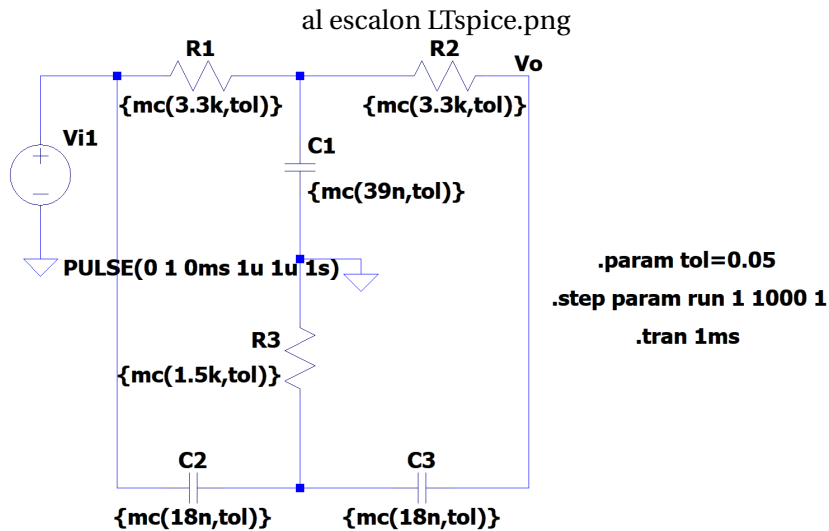


Figura 1.4: Circuito en LTspice para simulación de la respuesta al escalon.

1.3. RESULTADOS EXPERIMENTALES Y COMPARACIÓN CON TEÓRICOS Y SIMULADOS

El llevado a la práctica y medición del circuito se realizó a través de la impresión en PCB del mismo, para el cual se tomaron ciertos criterios explicados a continuación. El circuito se alojó en una placa de 5x5cm, simple faz, dado que la simpleza del mismo no ameritaba el uso de dos capas. Podría argumentarse que el tamaño es excesivo y sobrado para la aplicación, y se estaría en lo correcto. Sin embargo, se utilizaron las medidas mencionadas ya que son las mínimas disponibles en el pañol de la universidad. Por otro lado, el cortar la placa habría supuesto un sobretrabajo innecesario.

Se colocaron alojamientos para 4 pines a izquierda y derecha de la placa, para la señal de entrada y salida, respectivamente, tratando de mantener también, la simetría visual del circuito. De los cuatro pines, solo los dos en los extremos fueron utilizados, quitándose los del medio para lograr mayor separación y prevenirse contra cortocircuitos debidos a la cercanía de los pines. La conexión con pines se eligió por sobre borneras para facilitar la conexión al generador de señales y a las puntas del osciloscopio.

En cuanto a las pistas, se procuró que no formasen ángulos de 90° o más agudos, afin de evitar señales parásitas por emisión de ondas electromagnéticas. Debido también a la disponibilidad de espacio, se le dio a las mismas un ancho de 0,9 mm, facilitando la circulación de corriente. Finalmente, del lado de la placa sin cobre, se imprimieron las indicaciones de los componentes y los puertos, para facilitar su uso. Teniendo en cuenta todo esto, el resultado fue el siguiente circuito:

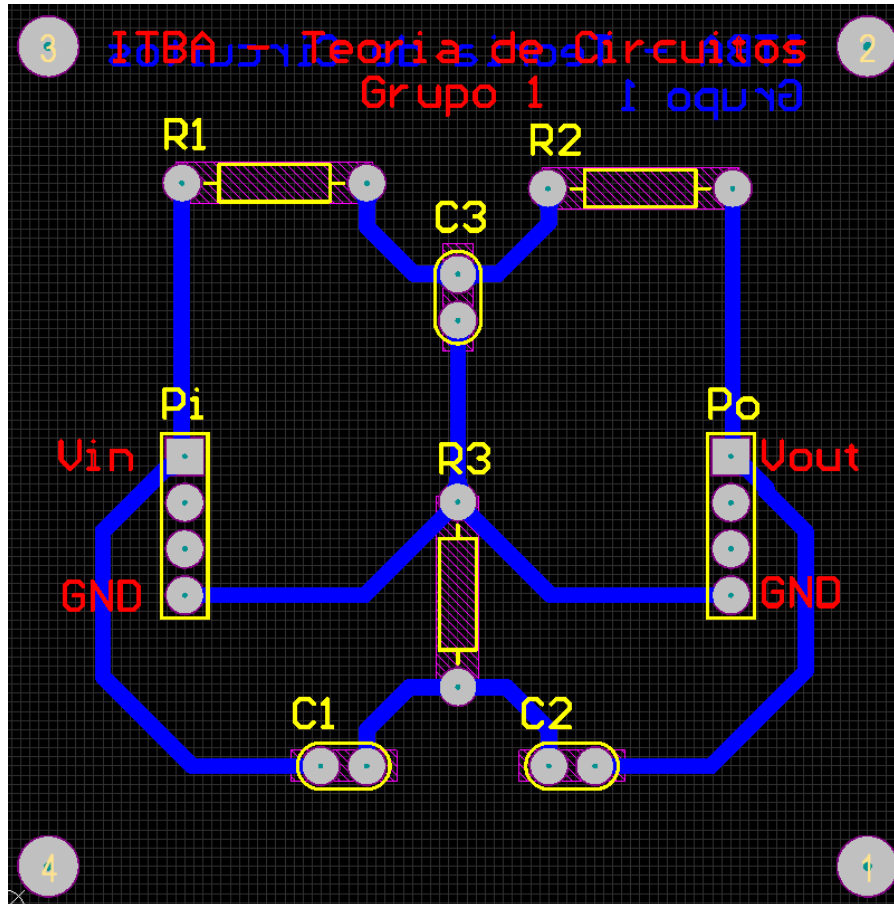



Figura 1.5: PCB diseñado en el programa Altium Designer.

1.3.1. COMPARACIÓN DE LAS CURVAS



Missing
figure

COMBINATION OF 3 GRAPHS FOR AMPLITUDE BODE

SHORT ANALYSIS OF THE GRAPH



COMINATION OF 3 GRAPHS FOR PHASE BODE

SHORT ANALYSIS OF THE GRAPH



COMBINATION OF 3 GRAPHS FOR RESPONSE TO HEAVISIDE

SHORT ANALYSIS OF THE GRAPH