

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE BUENOS AIRES

Trabajo Práctico N°5: Filtros Activos y Celdas Teoría de Circuitos - 2019

Grupo 1:

Farall, Facundo David
Gaytan, Joaquín Oscar
Kammann, Lucas
Maselli, Carlos Javier
Müller, Malena

Profesores:

Jacoby, Daniel Andrés
Belaustegui Goitia, Carlos
Iñaki Iribarren, Rodrigo

22 de octubre de 2019

Índice

1. Celda Sallen-Key	3
1.1. Análisis ideal	3
1.1.1. Función transferencia y parámetros	3
1.1.2. Sensibilidades	4
1.1.3. Métodos de ajuste	5
1.1.4. Impedancia de entrada	8
1.1.5. Impedancia de salida	11
1.1.6. Rango dinámico	11
1.2. Análisis real	11
1.2.1. Función transferencia	11
1.2.2. Impedancia de entrada	11
1.2.3. Impedancia de salida	12
1.3. Diseño de un filtro con Legendre	12
1.3.1. Especificaciones y función aproximación	12
1.3.2. Diseño de etapas	12
1.3.3. Simulación y verificación	12
1.3.4. Diseño de PCB	12
1.3.5. Resultados prácticos	12
1.4. Dseño de un filtro con Bessel	12
1.4.1. Especificaciones y función aproximación	12
1.4.2. Diseño de etapas	12
1.4.3. Simulación y verificación	12
1.4.4. Diseño de PCB	12
1.4.5. Resultados prácticos	12
1.5. Conclusiones	12
2. Celda Rauch (Deliyannis - Friend modificada)	13
3. Sedra-Ghorab-Martin	14
4. Celda Universal	15

1. Celda Sallen-Key

El objetivo de esta sección es la construcción de dos filtros que cumplan con un conjunto de especificaciones, empleando para el diseño en cascada la celda Sallen-Key. Para esto último, es necesario primero realizar un análisis ideal y real de dicha celda para obtener ciertas conclusiones que faciliten el proceso de diseño e impongan restricciones sobre las exigencias que se definan a cada etapa. Es importante aclarar que sólo se analizará la celda pasabajos de Sallen-Key dado que es la única necesaria para la realización de los filtros en cuestión.

1.1. Análisis ideal

En el siguiente análisis se asume un comportamiento ideal del amplificador operacional, considerando una impedancia de entrada del mismo $Z_{IN} \rightarrow \infty$, corrientes de entrada e impedancia de salida nulas, y finalmente una ganancia también $A_{VOL} \rightarrow \infty$.

El análisis ideal consiste en determinar la función transferencia y los parámetros característicos para configurar la celda, así como también un análisis de las sensibilidades relativas respecto de los componentes a utilizar y un conjunto de estrategias propuestas para poder realizar el ajuste correcto de la celda. Por otro lado, es de interés analizar las impedancias de entrada y salida de la celda, ya que las mismas son las que permiten determinar hasta qué punto es válido asumir que en la conexión en cascada no se produce una carga de una etapa con otra y efectivamente se puede aproximar $H(s) = H_1(s) \cdot H_2(s) \cdot \dots \cdot H_n(s)$.

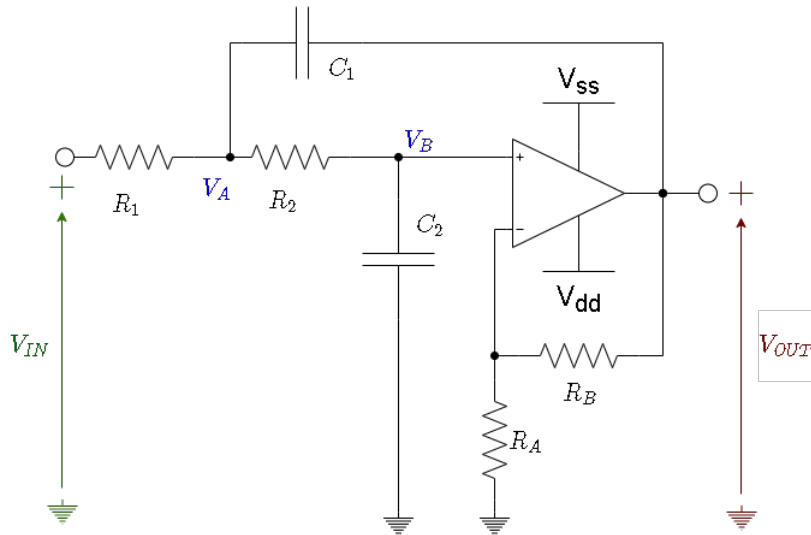


Figura 1: Celda Sallen-Key para pasabajos

1.1.1. Función transferencia y parámetros

Dentro del marco de los criterios expuestos anteriormente, para hallar la función transferencia se define el parámetro de ganancia de la celda K , y luego se plantean un conjunto de ecuaciones empleando las leyes de Kirchhoff. Finalmente, el sistema se resuelve y se obtiene la función $H(s)$ de la cual se deducen parámetros característicos como ω_o y Q .

$$K = 1 + \frac{R_B}{R_A} \quad (1)$$

$$\begin{aligned}
V_o &= V_b \cdot K \\
V_b &= V_a \cdot \frac{\frac{1}{s \cdot C_2}}{\frac{1}{s \cdot C_2} \cdot R_2} \\
\frac{V_i - V_a}{R_1} &= \frac{V_a - V_o}{\frac{1}{s \cdot C_1}} + \frac{V_a - V_b}{R_2} \\
H(s) &= \frac{K}{C_1 \cdot C_2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot s^2 + s \cdot [C_2 \cdot (R_1 + R_2) + C_1 \cdot R_1 \cdot (1 - K)] + 1} \quad (2)
\end{aligned}$$

$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{C_1 \cdot C_2 \cdot R_1 \cdot R_2}} \quad (3)$$

$$Q = \frac{\sqrt{C_1 \cdot C_2 \cdot R_1 \cdot R_2}}{C_2 \cdot (R_1 + R_2) + C_1 \cdot R_1 \cdot (1 - K)} \quad (4)$$

A partir de estos resultados se puede observar que el parámetro definido K corresponde a la ganancia de la banda de paso, o en continua. Por otro lado, es importante señalar la influencia de tal ganancia, entre otras variables, sobre el valor de la selectividad Q del circuito. Esto último deberá ser tenido en cuenta en el análisis de sensibilidades.

1.1.2. Sensibilidades

En el siguiente análisis se emplea la definición de sensibilidades relativas para cada una de las magnitudes o parámetros característicos de la función transferencia. Esto es, calcular $S_x^y = \frac{x_o}{y(x_o)} \cdot \frac{\delta y}{\delta x}$.

R_A	R_B	R_1	R_2	C_1	C_2
0	0	$\frac{-1}{2}$	$\frac{-1}{2}$	$\frac{-1}{2}$	$\frac{-1}{2}$

Tabla 1: Sensibilidades de ω_o

R_A	R_B	R_1	R_2	C_1	C_2
$\frac{1}{K} - 1$	$1 - \frac{1}{K}$	0	0	0	0

Tabla 2: Sensibilidades de K

K	$K \cdot Q \cdot \sqrt{\frac{C_1 \cdot R_1}{C_2 \cdot R_2}}$
R_A	$-Q \cdot \frac{R_B}{R_A} \cdot \sqrt{\frac{R_1 \cdot C_1}{R_2 \cdot C_2}}$
R_B	$Q \cdot \frac{R_B}{R_A} \cdot \sqrt{\frac{R_1 \cdot C_1}{R_2 \cdot C_2}}$
R_1	$\frac{-1}{2} + Q \cdot \sqrt{\frac{C_2 \cdot R_2}{C_1 \cdot R_1}}$
R_2	$\frac{1}{2} - Q \cdot \sqrt{\frac{C_2 \cdot R_2}{C_1 \cdot R_1}}$
C_1	$\frac{-1}{2} + Q \cdot \left[\sqrt{\frac{C_1 \cdot R_1}{C_2 \cdot R_2}} + \sqrt{\frac{C_1 \cdot R_2}{C_2 \cdot R_1}} \right]$
C_2	$\frac{1}{2} - Q \cdot \left[\sqrt{\frac{C_1 \cdot R_1}{C_2 \cdot R_2}} + \sqrt{\frac{C_1 \cdot R_2}{C_2 \cdot R_1}} \right]$

Tabla 3: Sensibilidades de Q

1.1.3. Métodos de ajuste

En el proceso de diseño en cascada, para la composición de cada una de las etapas se realiza una agrupación de ceros y polos acordes para la formación de una función transferencia que pueda ser implementada por alguna de las celdas existentes o disponibles, no obstante su implementación requiere de un proceso de ajuste para garantizar el diseño menos sensible a variaciones por imperfecciones de los componentes o efectos parásitos de los mismos. En este apartado se proponen y analizan diferentes métodos o enfoques de diseño, determinando sus beneficios al momento de ajustar los parámetros de la celda a la etapa deseada.

Diseño por componentes iguales: Como estrategia de diseño para facilitar la elección de componentes ante los grados de libertad de los cuales se disponen, se propone $R = R_1 = R_2$ y luego $C = C_1 = C_2$. De esta imposición se simplifican las expresiones de los parámetros y de las sensibilidades, obteniendo:

$$\omega_o = \frac{1}{R \cdot C} \quad (5)$$

$$Q = \frac{1}{3 - K} \quad (6)$$

K	$\frac{K}{3-K}$
R_A	$-Q \cdot \frac{R_B}{R_A}$
R_B	$Q \cdot \frac{R_B}{R_A}$
R_1	$\frac{-1}{2} + Q$
R_2	$\frac{1}{2} - Q$
C_1	$\frac{-1}{2} + Q \cdot 2$
C_2	$\frac{1}{2} - Q \cdot 2$

Tabla 4: Sensibilidades de Q

Estos resultados revelan que si bien es más simple la elección de componentes, el ajuste de la celda se vuelve más complejo cuando la etapa requiere una selectividad alta, provocando que ante variaciones de los componentes, para sistemas de selectividad muy alta, cambie el comportamiento del sistema drásticamente. No obstante, este enfoque puede simplificar el proceso de diseño en los casos donde se requiera un Q bajo.

Diseño por componentes proporcionales: Como estrategia se impone que no haya ganancia de banda de paso en esta etapa, es decir que $K = 1$, y luego que los componentes sean proporcionales entre sí, para lo cual se definen dos constantes de proporcionalidad tomando como referencia $R_2 = R \Rightarrow R_1 = m \cdot R$ y $C_2 = C \Rightarrow C_1 = n \cdot C$.

$$\omega_o = \frac{1}{R \cdot C \cdot \sqrt{m \cdot n}} \quad (7)$$

$$Q = \frac{\sqrt{m \cdot n}}{1 + m} \quad (8)$$

K	$\frac{m \cdot n}{1+m}$
R_A	$\frac{m \cdot n}{1+m} \cdot \frac{R_B}{R_A}$
R_B	$-\frac{m \cdot n}{1+m} \cdot \frac{R_B}{R_A}$
R_1	$\frac{-1}{2} + \frac{1}{1+m}$
R_2	$\frac{1}{2} - \frac{1}{1+m}$
C_1	$\frac{-1}{2} + 2 \cdot \frac{m \cdot n}{1+m}$
C_2	$\frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{m \cdot n}{1+m}$

Tabla 5: Sensibilidades de Q

En primer lugar uno de los beneficios de esta estrategia es poder imponer restricciones adicionales sobre el diseño, como asignar valores a m o a n por separado. Esto último permitiría según el caso minimizar la sensibilidad, suponiendo por ejemplo que $m = 1$, o en otro caso que $n = \frac{1}{2}$. Es importante aclarar que según el enfoque aplicado, los valores de referencia R y C son utilizados para determinar el valor de la frecuencia de corte del filtro, no obstante las proporcionalidades permiten ajustar además la selectividad, con lo cual sólo uno de los dos criterios para minimizar la sensibilidad puede ser utilizado. En segundo lugar, se puede observar que a diferencia de antes la estabilidad frente a variaciones de los valores nominales de componentes es mayor, no obstante esto implica una cota superior a la selectividad que puede garantizar esta celda, para el caso donde $m = 1$ y luego, $Q = \frac{\sqrt{n}}{2}$.

En conclusión, este enfoque de diseño permite según se tenga mayor probabilidad de variaciones en los capacitores o resistencias, ajustar las sensibilidades para minimizar el efecto de tales componentes, y además definir los valores de forma más simplificada. Además, al buscar que $K = 1$, se reduce el amplificador a un seguidor de tensión o buffer, lo cual tiene sus ventajas al reducir los componentes necesarios y aumentar el ancho de banda de tal etapa.

Diseño con atenuación: Es posible que durante el uso de etapas se necesite una determinada atenuación en la misma si se considera que la entrada puede ser de alta señal, volviéndose susceptible a saturar y distorsionar. Esto último, como se verá posteriormente, afectará directamente al rango dinámico de la celda diseñada. Por lo tanto, es deseable poder imponer una atenuación que mejore tales características, pero en la configuración propuesta no se puede conseguir un $K < 1$, salvo que se utilicen resistencias negativas con algún circuito adicional pero eso agregaría complejidad. Entonces, para solucionarlo se propone agregar una resistencia que produzca una división de tensión, de forma tal que al aplicar el teorema de Thevenin, todo el análisis previo es replicable asumiendo que la $R_1 = R_{TH} = R_{1A} // R_{1B}$.

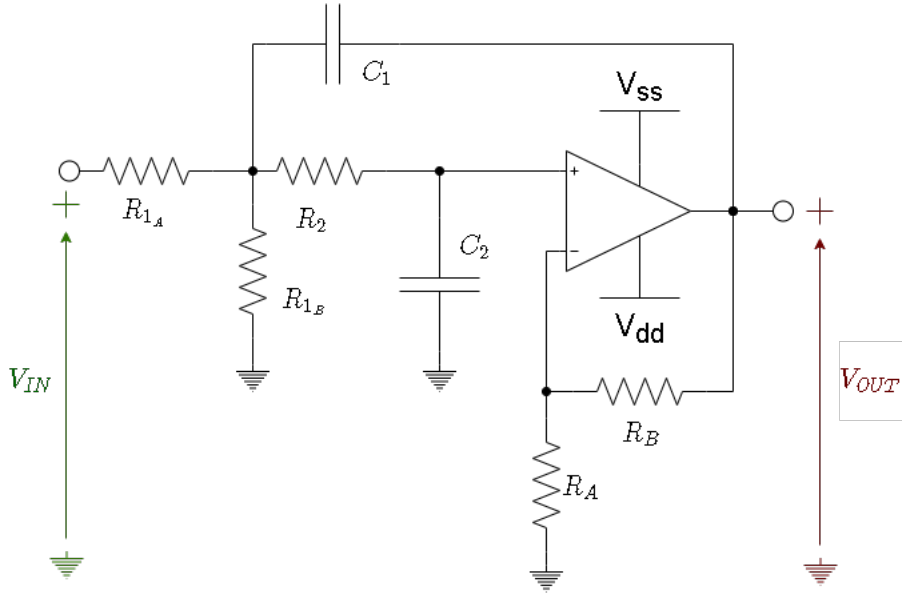


Figura 2: Circuito Sallen-Key pasabajos con atenuación

$$A = \frac{R_{1B}}{R_{1A} + R_{1B}} \quad (9)$$

$$H(s) = \frac{K \cdot A}{C_1 \cdot C_2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot s^2 + s \cdot [C_2 \cdot (R_1 + R_2) + C_1 \cdot R_1 \cdot (1 - K)] + 1} \quad (10)$$

1.1.4. Impedancia de entrada

En la Fig. 3 se puede observar que para calcular la impedancia de entrada se debe plantear un sistema de ecuaciones empleando las leyes de Kirchhoff correspondientes.

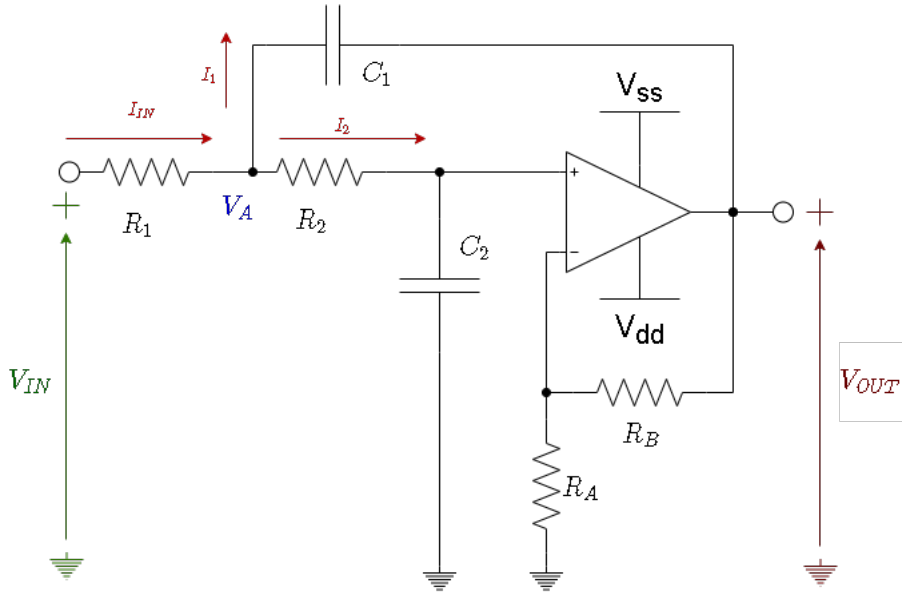


Figura 3: Circuito Sallen-Key pasabajos para cálculo de $Z_{IN}(s)$

$$\begin{aligned}
\frac{V_i - V_A}{R_1} &= \frac{V_A}{R_2 + \frac{1}{s \cdot C_2}} + \frac{V_A - V_o}{\frac{1}{s \cdot C_2}} \\
V_o &= V_A \cdot K \cdot \frac{\frac{1}{s \cdot C_2}}{R_2 + \frac{1}{s \cdot C_2}} \\
I_2 &= \frac{V_A}{R_2 + \frac{1}{s \cdot C_2}} \\
I_1 &= \frac{V_A - V_o}{\frac{1}{s \cdot C_1}} \\
Z_{IN}(s) &= \frac{C_1 \cdot C_2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot s^2 + s \cdot [C_2 \cdot (R_1 + R_2) + C_1 \cdot R_1 \cdot (1 - K)] + 1}{s \cdot [C_2 + C_1 \cdot (1 - K)] \cdot \left[1 + \frac{s \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot R_2}{C_2 + C_1 \cdot (1 - K)} \right]} \quad (11)
\end{aligned}$$

A partir de la expresión de la Ec. 11, en primer lugar se puede observar que la etapa como amplificador de transimpedancia es inestable y que para corriente continua la impedancia de entrada $Z_{IN} \rightarrow \infty$. No obstante, es de interés realizar un análisis sobre esta expresión que permita estimar de cierta forma una condición de diseño para garantizar que la conexión en cascada de la etapa es viable sin producir mayores desviaciones en la función transferencia total.

Se propone observar que la función $Z_{IN}(s)$ es de segundo orden, posee un polo en el origen y uno real, y luego dos ceros con frecuencia de corte ubicada en donde se encuentra la del filtro pasabajos que constituye esta celda. Asumiendo que el sistema se encuentra en todo caso críticamente amortiguado o subamortiguado y luego empleando las aproximaciones asintóticas utilizadas en un diagrama de bode, se puede asumir que para las frecuencias de la banda de paso de este filtro, los ceros no tienen mayor influencia. Así, se reduce la complejidad del análisis ya que cuando se vuelva apreciable el efecto que estas tienen, se estará en la banda de transición o de rechazo. De esta forma, sea que el polo real se encuentra antes o después de dicha frecuencia de corte, para la banda de paso la impedancia de entrada es monótona decreciente, con lo cual podemos estimar de manera aproximada que dentro de esta región de interés el valor mínimo se encuentra sobre la frecuencia de corte, con lo cual $Z_{IN_{min}} \approx Z_{IN}(s = j \cdot \omega_o)$. En la Fig. 4 se observa un gráfico con valores arbitrarios para apreciar lo explicado.

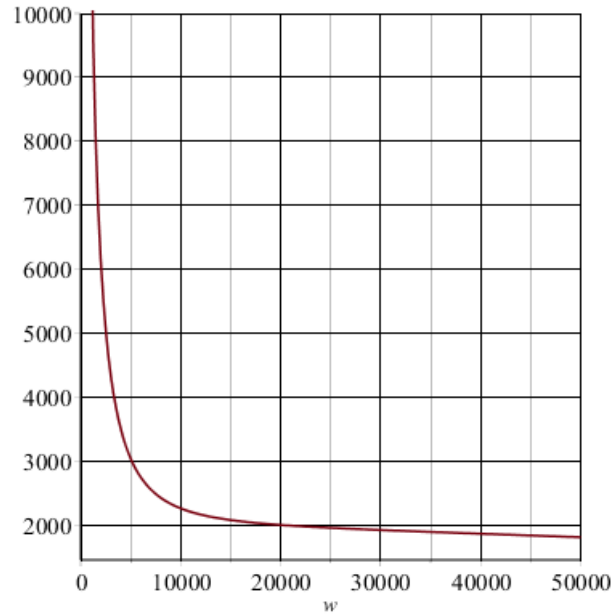


Figura 4: Gráfico de $|Z_{IN}(j \cdot \omega)|$ con valores arbitrarios

Entonces, reutilizando las expresiones presentadas y usando la definición de la frecuencia de corte como se

la encontró en apartados anteriores, se llega a la siguiente expresión de la impedancia de entrada mínima en toda la banda de paso.

$$Z_{IN_{min}} = \frac{C_2 \cdot (R_1 + R_2) + C_1 \cdot R_1 \cdot (1 - K)}{C_1 \cdot (1 - K) + C_2 + j \cdot \sqrt{\frac{C_1 \cdot C_2 \cdot R_2}{R_1}}} \quad (12)$$

Puesto que se han propuesto métodos de ajuste apropiados para la celda estudiada, se simplifica esta expresión en el marco de tales enfoques, para obtener una expresión reducida en función de sus respectivos coeficientes o parámetros.

Para el diseño con componentes iguales:

$$|Z_{IN_{min}}| = \frac{R \cdot |3 - K|}{\sqrt{K^2 - 4 \cdot K + 5}} \quad (13)$$

Para el diseño con componentes proporcionales:

$$|Z_{IN_{min}}| = \frac{R \cdot (1 + m)}{\sqrt{1 + \frac{n}{m}}} \quad (14)$$

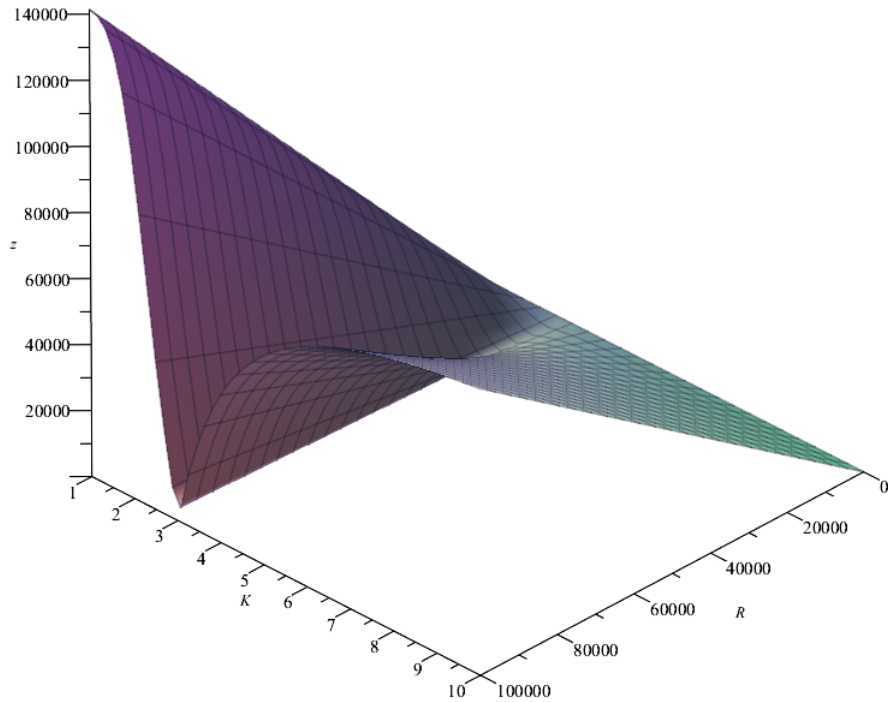


Figura 5: Impedancia de entrada mínima con componentes iguales

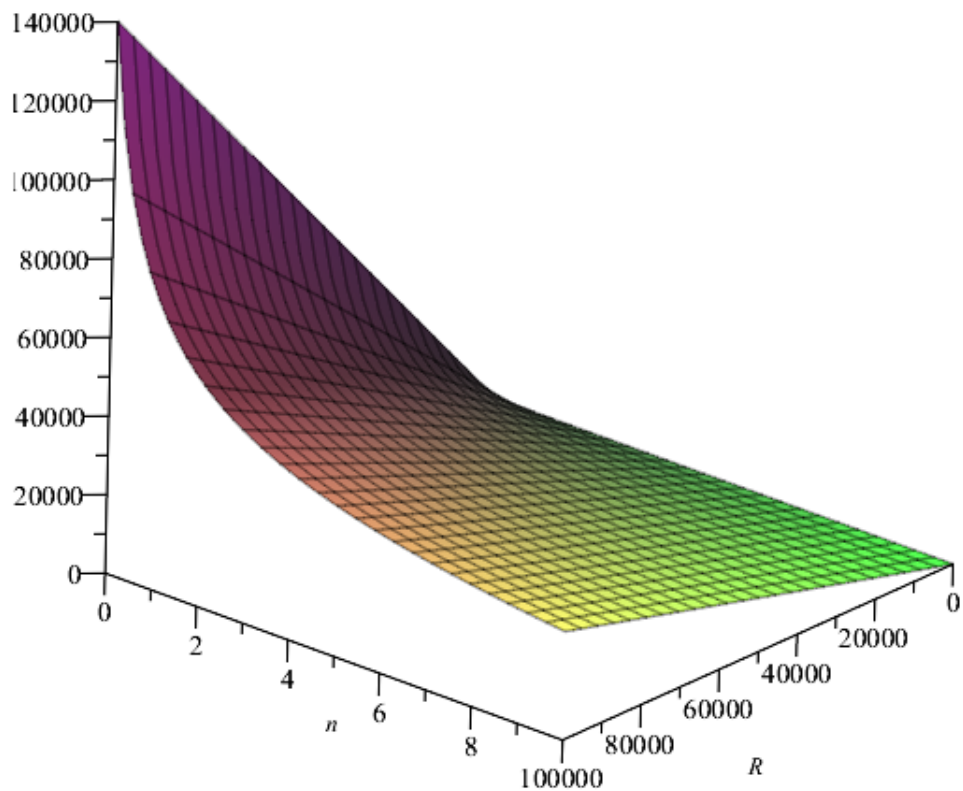


Figura 6: Impedancia de entrada mínima con componentes proporcionales

1.1.5. Impedancia de salida

En el contexto de análisis ideal, dado que la salida del circuito está impuesta por un amplificador operacional con realimentación negativa, luego la impedancia de salida tiende a ser nula. Es decir, $Z_O = 0$ siempre y cuando sea considerado un amplificador operacional ideal.

1.1.6. Rango dinámico

1.2. Análisis real

1.2.1. Función transferencia

1.2.2. Impedancia de entrada

x

- 1.2.3. Impedancia de salida
- 1.3. Diseño de un filtro con Legendre
 - 1.3.1. Especificaciones y función aproximación
 - 1.3.2. Diseño de etapas
 - 1.3.3. Simulación y verificación
 - 1.3.4. Diseño de PCB
 - 1.3.5. Resultados prácticos
- 1.4. Diseño de un filtro con Bessel
 - 1.4.1. Especificaciones y función aproximación
 - 1.4.2. Diseño de etapas
 - 1.4.3. Simulación y verificación
 - 1.4.4. Diseño de PCB
 - 1.4.5. Resultados prácticos
- 1.5. Conclusiones

2. Celda Rauch (Deliyannis - Friend modificada)

3. Sedra-Ghorab-Martin

4. Celda Universal