Ingeniate en Octave
Guía de Ejercicios 3

Nicolás Muzi, Daniel Millán, Juan Caro Boldrini,
Germán Greulach, Emanuel Romero, Román Molina,
Fernando Gutiérrez, Agustín Morcillo

CONICET
&
Facultad de Ciencias Aplicadas a la Industria, UNCuyo
San Rafael 5600, Argentina
Abril–Mayo de 2023

Realice preguntas y no tenga miedo de experimentar (como simple usuario no debería poder realizar demasiados ***estragos***).

Ejercicio 1. Dado los vectores $\boldsymbol{u} = (1, 1, 0)$ y $\boldsymbol{v} = (1, 1, 1)$, se pide:

1. Calcular la norma de cada vector, la cual se calcula como
$$\|\boldsymbol{u}\| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}.$$
2. El ángulo que forman u y v, para ello emplee el hecho de
$$\boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{v} = \|\boldsymbol{u}\| \; \|\boldsymbol{v}\| \; \cos(\theta).$$

Ejercicio 2. Genere un vector $\boldsymbol{x}$ que contenga 10000 valores de la distribución normal.

1. Transforme los valores almacenados en $\boldsymbol{x}$ para que la media sea 100 y la desviación estándar 5, llame al nuevo vector $\boldsymbol{y}$.
2. Para el nuevo vector $\boldsymbol{y}$ calcule la media de la muestra, la desviación estándar y la varianza.
```
>>stats = [mean(y) std(y) var(y)]
```
3. Determine el valor mínimo y máximo, el valor de la mediana y del primer y tercer cuartilo de $\boldsymbol{y}$. *Ayuda:* `doc quantile`.
4. Compare los resultados previos con los obtenidos mediante el comando `statistics(x)`.

Ejercicio 3. Modelo de petróleo refinado.

Una compañía petrolera dispone de tres refinerías de petróleo. Estas se denominan de la siguiente forma: Refinería 1, Refinería 2 y Refinería 3. Cada refinería produce tres productos basados en el crudo: Alquitrán, Gasóleo y Gasolina. Supongamos que, de un barril de petróleo, se sabe que:

- la primera refinería produce 4 litros de alquitrán, 2 de gasóleo, y 1 de gasolina.
- la segunda refinería produce 2 litros de alquitrán, 5 de gasóleo y 2.5 de gasolina.
- y la tercera refinería produce 2 litros de alquitrán, 2 de gasóleo y 5 de gasolina.

Supongamos que hay una demanda de estos productos de la siguiente manera: 600 litros de alquitrán, 800 litros de gasóleo y 1000 litros de gasolina.

¿Cuántos barriles de crudo necesitará cada refinería para satisfacer la demanda?.

Ejercicio 4. La distancia en $\mathbb{R}^3$ entre un punto $P_0 = (x_0, y_0, z_0)$ y un plano dado por $ax + by + cz + d = 0$, es $d_P = |ax_0 + by_0 + cz_0 + d|/\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$, suponiendo que a, b y c no son todos cero.

Determine la distancia entre P_0 y un plano en los siguientes casos.

1. Sea $P_0 = (0.5, 0.5, 0.5)$ y el plano $x + y + z = \sqrt{3}$.
2. Sea $P_0 = (0.5, 0.5, 0.5)$ y el plano $x + y + cz = 0$, donde $c \in \mathbb{R}$ que se encuentran en el intervalo $[0, Inf)$. Realice un gráfico de $d_P(c)$, determine el valor de c para el cual se obtiene la máxima y mínima distancia. Explique a que situación corresponden esos casos.

Ejercicio 5. Escalas de temperatura.

Las escalas de temperatura Fahrenheit (F) y Celsius (C) se relacionan a través de una ecuación lineal. Sabiendo que el punto de congelación del agua es a $0°C$ o a $32°F$, y que el punto de ebullición se alcanza a $100°C$ o a $212°F$, se pide:

1. Halla la relación lineal entre ambas escalas.
2. Representa la función cuya expresión has hallado en el apartado anterior usando vectores y el comando `plot`.
3. ¿Existe alguna temperatura en la cual un termómetro en grados Celsius proporcione la misma lectura que un termómetro en grados Fahrenheit?

   Para responder a esta pregunta puedes derivar las expresiones y verificar mediante la interpretación gráfica de la situación.

Ejercicio 6. Interpolación en tablas termodinámicas.

En ingeniería se trabaja frecuentemente con datos tabulados. Se va considerar la siguiente tabla de vapor sobrecalentado a una presión de 0.1 [MPa].

Temperatura [$°C$]	Energía interna [kJ/kg]
100	2506,7
160	2597,8
200	2658,1
240	2718,5
300	2810,4
400	2967,9
500	3131,6

Aplicar, con OCTAVE, la función de interpolación lineal `interp1` para

1. Determinar la energía interna a 225 [$°C$].

2. De igual modo, determinar la temperatura si la energía interna es 2735 [kJ/kg].

Ejercicio 7. Se requiere analizar el movimiento de una partícula que tiene una trayectoria helicoidal en 3D. La posición de la partícula en el espacio, $\boldsymbol{r}(t)$, se encuentra parametrizada en función del tiempo como $\boldsymbol{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))$, donde:

$$x(t) = \frac{t}{2}\cos(t), \quad y(t) = \frac{t}{2}\sin(t), \quad z(t) = t.$$

1. Grafique el movimiento de la partícula en 3D en el intervalo de tiempo comprendido entre 0 y 3π. Para ello utilice $N = 100, 1000, 10000$ intervalos de tiempo equiespaciados $[t_i, t_{i+1}],\ i = 1, 2, \ldots, N-1$. ¿Qué observa?

2. Aproxime la longitud de la curva que realiza la trayectoria de la partícula. Para ello puede sumar las distancias entre las posiciones consecutivas de la partícula a instantes de tiempo t_i y t_{i+1}.

Ejercicio 8. Un cañón dispara un proyectil con velocidad inicial v_0 y ángulo de inclinación θ. La posición del proyectil en cada instante viene dada por las expresiones:

$$x = v_0\cos(\theta)t \qquad y = v_0\sin(\theta)t - gt^2,$$

donde g = 9.81 m/s^2 es la aceleración de la gravedad. Supongamos que la velocidad inicial es de 100 km/h.

1. Dibuje –en un mismo gráfico– las trayectorias del proyectil en los primeros tres segundos cuando el ángulo de inclinación es de $\pi/3, \pi/4$ y $\pi/6$.

2. Calcule a qué distancia del cañón cae el proyectil en cada uno de los casos anteriores.

Análisis en estado estacionario de un sistema de reactores

En este problema se analiza y desarrolla el ejemplo propuesto en el Capítulo 12: Estudio de casos: ecuaciones algebraicas lineales.

– Steven C. Chapra y Raymond P. Canale, "Métodos numéricos para ingenieros", McGraw-Hill, 5ta Edición, 2007.

Antecedentes

El principio de conservación de la masa se expresa como un balance que toma en cuenta todas las fuentes y sumideros de un fluido que entra y sale de un volumen, ver Figura 1. En un periodo finito, esto se expresa como:

$$\text{Acumulación} = \text{Entradas} - \text{Salidas}. \tag{1}$$

El balance de masa representa un ejercicio de contabilidad para la sustancia en particular que se modela. En estado estacionario, la Ecuación (1) se expresa como:

$$\text{Entradas} = \text{Salidas}. \tag{2}$$

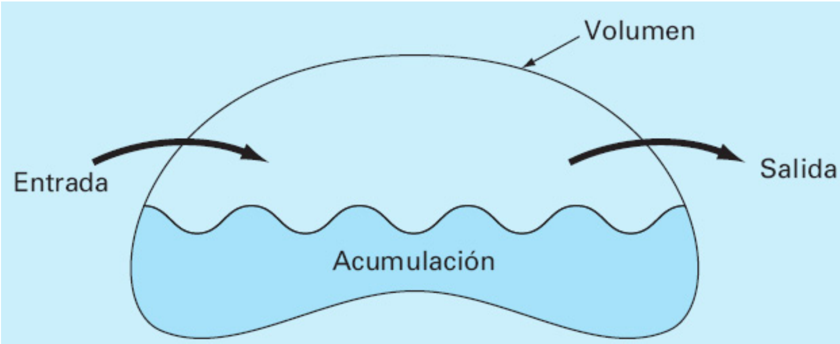

Figura 1: Una representación esquemática del balance de masa.

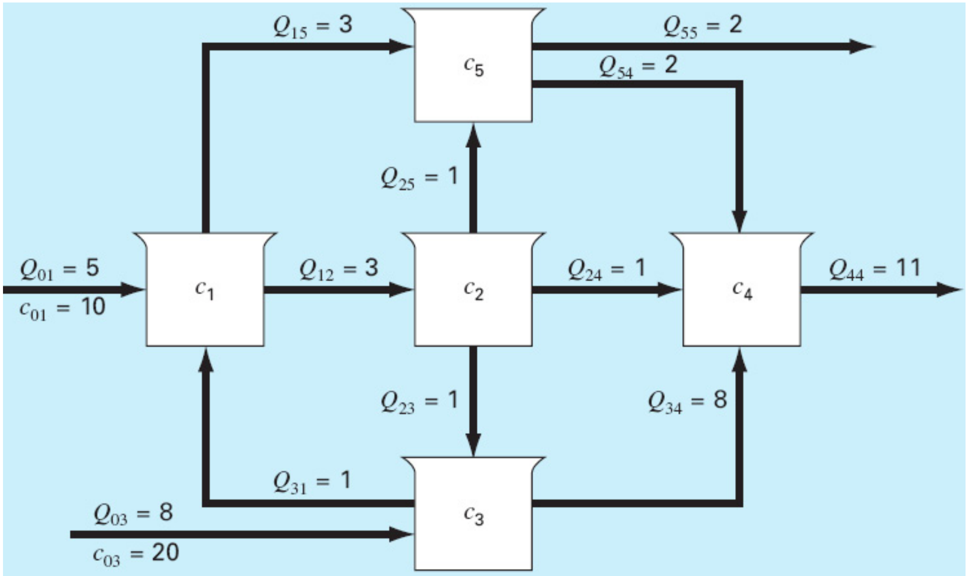

Figura 2: Una representación esquemática del sistema de 5 reactores conectados por tuberías.

Emplearemos el principio de conservación de la masa para determinar las concentraciones en estado estacionario de un sistema de 5 reactores conectados por tuberías. Los detalles se muestran en la Figura 2.

La matriz del sistema que se muestra en la Figura 2 queda expresada como

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 6 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 3 & -3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 8 & -11 & 2 \\ 3 & 1 & 0 & 0 & -4 \end{bmatrix}.$$

Análisis

Las siguientes consideraciones pueden resultar de interés y utilidad para aquellos ingenieros que diseñan y/o manejan sistemas como éste.

Dado que $\boldsymbol{A}\boldsymbol{c} = \boldsymbol{b}$, y por lo tanto $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{b}$ nos interesa analizar las características "estructurales" de la inversa de la matriz del sistema. Calculamos la inversa, que se expresa como

$$\boldsymbol{A}^{-1} = \begin{bmatrix} 0.16981 & -0.00629 & 0.01887 & 0 & 0 \\ 0.16981 & -0.33962 & 0.01887 & 0 & 0 \\ 0.01887 & -0.03774 & 0.11321 & 0 & 0 \\ 0.06003 & -0.07461 & 0.08748 & -0.09091 & -0.04545 \\ 0.16981 & -0.08962 & 0.01887 & 0 & -0.25000 \end{bmatrix}.$$

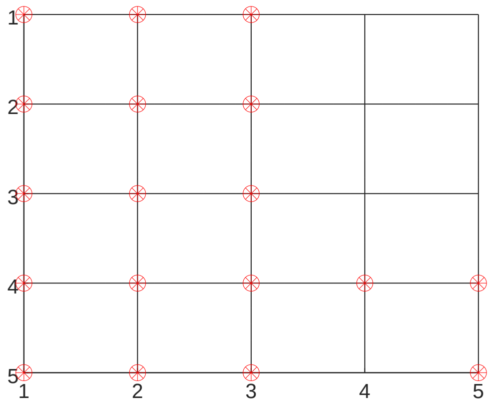

Figura 3: Patrón de esparsidad de la matriz $\boldsymbol{A}^{-1}$.

En la Figura 3 se muestra el patrón de esparsidad de la matriz $\boldsymbol{A}^{-1}$, en el cual se representan sólo los elementos distintos de cero. Esta forma de ver una dada matriz es de gran utilidad en aquellos sistemas con un gran número de entradas. Además, siempre es posible utilizar un "filtro" para poner a cero ciertos valores, por ejemplo en caso de que no se desee considerar valores menores a un cierto umbral.

Cada uno de los elementos $[A^{-1}]_{ij}$ significa el cambio en la concentración del reactor i debido a un cambio unitario en la carga del reactor j. De esta forma, los ceros en la columna 4 indican que una carga en el reactor 4 no influirá sobre los reactores 1, 2, 3 y 5. Esto es consistente con la configuración del sistema (Figura 2), la cual indica que el flujo de salida del reactor 4 no alimenta ningún otro reactor. En cambio, las cargas en cualquiera de los tres primeros reactores afectarán al sistema completo, como se indica por la ausencia de ceros en las primeras tres columnas.

Ahora, defimos el vector de carga para este problema

$$\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} Qc_{01} \\ 0 \\ Qc_{02} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

donde $Qc_{01} = Q_{01}c_{01} = 50$ y $Qc_{02} = Q_{02}c_{02} = 160$, como se puede apreciar en la Figura 2.

Finalmente resolvemos la concentraciones en cada reactor para el estado estacionario

$$\boldsymbol{c} = \boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 11.509 \\ 11.509 \\ 19.057 \\ 16.998 \\ 11.509 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. Sea el conjunto de 5 reactores químicos que se muestra en la Figura 2.

1. Muestre el patrón de esparsidad de $\boldsymbol{A}^{-1}$ cuando se considera un valor de umbral de $|0.02|$.
2. ¿Cómo afecta, al valor de las concentraciones resultantes, considerar un umbral de $|0.02|$ (punto anterior) en el resultado final? Explique y compare empleando valores porcentuales.
3. Considere el problema original. Si se aumenta en un 10 % el caudal de entrada $\boldsymbol{Q}_{01}$ por un mal funcionamiento de una bomba. Analice el nuevo estado estacionario del sistema. ¿Puede inferir algún tipo de acción de cara a la planificación del mantenimiento o monitoreo del sistema? Justifique.

Referencias