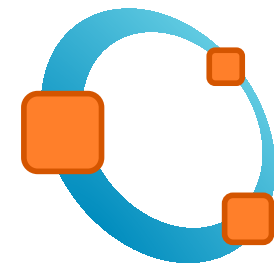




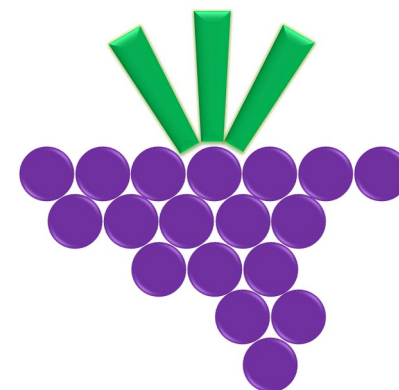
Introducción a Octave



para ciencias aplicadas e ingeniería



Unidad 3



San Rafael, Argentina, Abril-Junio de 2023



UNCUYO
UNIVERSIDAD
NACIONAL DE CUYO



FACULTAD DE
**CIENCIAS APLICADAS
A LA INDUSTRIA**

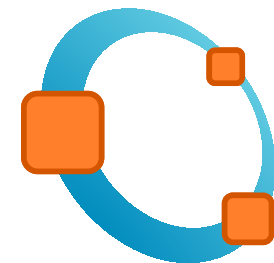


MoCCAI
MODELADO COMPUTACIONAL EN CIENCIAS APLICADAS E INGENIERÍA



Introducción a Octave

para ciencias aplicadas e ingeniería



Daniel Millán



Nicolas Muzi



Juan Caro



Aldana Gimenez



Juanl Benitez



German Greulach



Román Molina

San Rafael, Argentina, Abril-Junio de 2023



Unidad 3

Funciones de biblioteca

1. Características generales de las funciones de Octave.
2. Funciones matemáticas elementales que operan de modo escalar y que actúan sobre vectores/matrices.
3. Funciones matriciales elementales y especiales.
4. Factorización y/o descomposición matricial.
5. Más operadores relacionales vectores/matrices.
6. Otras funciones que actúan sobre vectores/matrices.
7. Funciones para cálculos con polinomios.
8. Funciones anónimas @f





1. Características generales de las funciones de Octave.

- Una función tiene **nombre**, **valor de retorno** y **argumentos**.
- Una función se “llama” utilizando su nombre en una expresión o utilizándolo como un comando más.
- Las funciones se pueden definir en ficheros de texto *.m

Ejemplo: Llamadas a funciones

```
>> x = [1, -0.1, pi, 0.7, -1/3];  
>> [maximo, posmax] = max(x);  
>> r = sqrt(2^2+3^2) + eps;  
>> a = cos(pi/3) - sin(pi/6);
```

- ✓ Los **nombres** de las funciones se han puesto en negrita.
- ✓ Los **argumentos** de cada función van a continuación del nombre entre paréntesis (y separados por comas si hay más de uno).
- ✓ Los **valores de retorno** son el resultado de la función y sustituyen a esta en la expresión donde la función aparece.





1. Características generales de las funciones de Octave.

- Suma/resta de una matriz con un escalar, consiste en sumar/restar el escalar a todos los elementos de la matriz.
- En Octave las funciones pueden tener **valores de retorno matriciales múltiples**.
- Los valores de retorno **se recogen entre corchetes**, separados por comas.

Ejemplo: comprobar la sentencia anterior

```
>> A = magic(5)
>> [V, D] = eig(A) %vectores y valores propios de A
>> [xmax, imax] = max(V)
>> xmax = max(x)
```

- Los **argumentos** de las funciones pueden ser expresiones y llamadas a otra función.
- Las funciones no modifican las variables que se pasan como argumento, a no ser que se incluyan también como valores de retorno. Se pasan **por valor, no por referencia** (se realiza una copia).





1. Características generales de las funciones de Octave.

- **WARNING!** los nombres de las funciones **NO son palabras reservadas.**
 - Por ejemplo es posible crear una variable llamada ***sin*** o ***cos***, que oculte las funciones correspondientes.
 - Para poder acceder a las funciones originales hay que eliminar (***clear***) las variables del mismo nombre que las ocultan (visibles en el Espacio de Trabajo).

Ejercicio: interprete las siguientes operaciones

```
>> cos = cos(pi/3);  
>> sin = sin(pi/3);  
>> disp(sqrt(2)*[cos, sin]);  
>> clear  
>> disp(sqrt(2)*[cos, sin]);
```





1. Características generales de las funciones de Octave.

- Existen funciones que no precisan ser llamadas con argumentos o no llevan paréntesis, por lo que a simple vista no siempre son fáciles de distinguir de las variables y constantes predefinidas.

```
>> help  
>> help sin  
>> help(sin)
```

Ejemplo: *clc* es una función sin argumentos ¿otras?

- Constantes matemáticas**, variables con valores predefinidos pero que pueden recibir argumentos: *pi*, *e*, *I*, *eps*, *Inf*, *NaN*.

Ejemplo: verificamos el comportamiento cuando se pasan argumentos a las constantes predefinidas.

```
>> pi(2)  
>> e(2)  
>> I(2)
```





2. Funciones matemáticas elementales

que operan de modo escalar y que actúan sobre vectores/matrices

- Estas comprenden las funciones matemáticas algebraicas y trascendentales, así como otras funciones básicas.
- Cuando se aplican a una matriz actúan sobre cada elemento de la matriz como si se tratase de un escalar.
- Por tanto, se aplican de la misma forma a escalares, vectores y matrices.
- Algunas de las funciones de este grupo son las siguientes:
 - **sqrt**(x) raíz cuadrada, **pow2**(x) calcula $2.^x[i]$ de cada elemento de x
 - **sin**(x) seno, **cos**(x) coseno, **tan**(x) tangente
 - **asin**(x) arco seno, **acos**(x) arco coseno
 - **atan**(x) arco tangente (ángulo entre $-\pi/2$ y $+\pi/2$)
 - **atan2**(y,x) arco tangente (ángulo entre $-\pi$ y $+\pi$); se le pasan 2 argumentos, proporcionales al seno y coseno
 - **sinh**(x), **cosh**(x), **tanh**(x) seno, coseno y tan hiperbólico
 - **log**(x) logaritmo natural, **exp**(x) función exponencial





2. Funciones matemáticas elementales que operan de modo escalar y que actúan sobre vectores/matrices

- Las siguientes funciones **sólo actúan sobre vectores**:
 - **min**(x)/**max**(x) mínimo/máximo elemento de un vector
 - **sum**(x) suma de los elementos de un vector
 - **cumsum**(x) devuelve el vector suma acumulativa de los elementos de un vector
 - **mean**(x) valor medio de los elementos de un vector
 - **std**(x) desviación típica
 - **prod**(x) producto de los elementos de un vector
 - **cumprod**(x) devuelve el vector producto acumulativo de los elementos de un vector
 - **[y,i]=sort**(x) ordenación ascendente de los elementos de x
- Estas funciones **se pueden aplicar también a matrices**, pero en ese caso **se aplican por separado a cada columna de la matriz**, dando como valor de retorno un vector fila de resultado.

Ejemplo: generar una matriz $A=10*\text{rand}(10)$ y determinar si el promedio de los valores máximos de cada fila es mayor que el promedio de los máximos de cada columna. ¿Qué sucede con los valores mínimos? ¿Qué espera observar cuando $N \gg 10$?





3. Funciones matriciales elementales y especiales.

- Funciones matriciales elementales:
 - $B = A'$ calcula la traspuesta (conjugada) de la matriz A
 - $B = A.'$ calcula la traspuesta (sin conjugar) de la matriz A
 - $v = \text{poly}(A)$ devuelve un vector v con los coeficientes del polinomio característico de la matriz cuadrada A
 - $t = \text{trace}(A)$ devuelve la traza t (suma de los elementos de la diagonal) de una matriz cuadrada A
 - $[m,n] = \text{size}(A)$ devuelve el número de filas m y de columnas n de una matriz rectangular A
 - $n = \text{size}(A)$ devuelve el tamaño de una matriz cuadrada A
 - $nf = \text{size}(A,1)$ devuelve el número de filas de A
 - $nc = \text{size}(A,2)$ devuelve el número de columnas de A





4. Funciones de factorización y/o descompocisión matricial.

1) Basadas en factorización triangular (eliminación de Gauss)

- $U = \text{chol}(A)$ descomposición de Cholesky de matriz simétrica y definida positiva. El resultado es una matriz U triangular superior tal que $A = U' * U$
- $[L,U] = \text{lu}(A)$ descomposición de Crout ($A = LU$). La matriz L es una permutación de una matriz triangular inferior
- $B = \text{inv}(A)$ calcula la inversa de A . Equivale a $B = \text{inv}(U) * \text{inv}(L)$
- $d = \text{det}(A)$ devuelve el determinante d de la matriz cuadrada A . Equivale a $d = \text{det}(L) * \text{det}(U)$
- $[E,xc] = \text{rref}(A)$ reducción a forma de escalón con un vector xc que da una posible base del espacio de columnas de A
- $c = \text{rcond}(A)$ devuelve una estimación del recíproco de la condición numérica de la matriz A basada en la norma-1. Si el resultado es próximo a 1 la matriz A está bien condicionada; si es próximo a 0 no lo está.





4. Funciones de factorización y/o descomposición matricial.

2) Basadas en el cálculo de valores y vectores propios

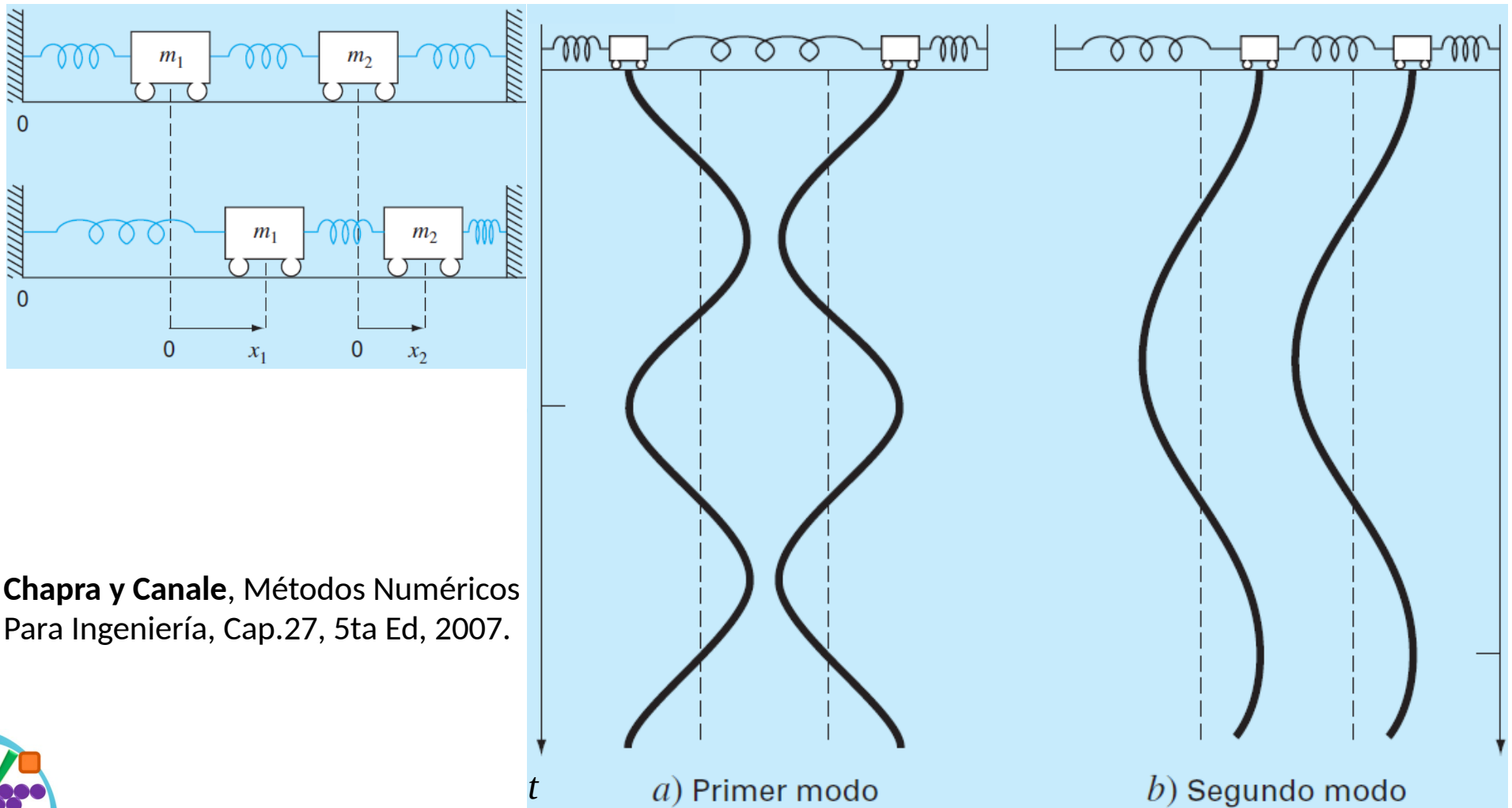
- El cálculo de los valores propios y de los vectores propios de una matriz simétrica tiene gran importancia en las matemáticas y en la ingeniería.
- Los problemas de *valores propios*, característicos o eigenvalores, constituyen una clase especial de problemas con valores en la frontera, que son comunes en el contexto de problemas de ingeniería que implican vibraciones, elasticidad y otros sistemas oscilantes.
- Cabe destacar dentro de estos el problema de la diagonalización de una matriz, el cálculo de los momentos de inercia y de los ejes principales de inercia de un sólido rígido, o de las frecuencias propias de oscilación de un sistema oscilante.





4. Funciones de factorización y/o descomposición matricial.

2) Basadas en el cálculo de valores y vectores propios



Chapra y Canale, Métodos Numéricos
Para Ingeniería, Cap.27, 5ta Ed, 2007.





4. Funciones de factorización y/o descompocisión matricial.

2) Basadas en el cálculo de valores y vectores propios

- $[X,D] = \text{eig}(A)$ vectores propios (columnas de X) y valores propios (diagonal de D) de una matriz cuadrada A . Con frecuencia el resultado posee números complejos si A no es simétrica.
- $[X,D] = \text{eig}(A,B)$ vectores propios (columnas de X) y valores propios (diagonal de D) de dos matrices cuadradas A y B ($Ax = \lambda Bx$).

Los vectores propios están normalizados de modo que $X' * B * X = I$.

Cuando A es simétrica y B es simétrica y definida positiva se puede utilizar $[X,D] = \text{eig}(A,B,'chol')$.

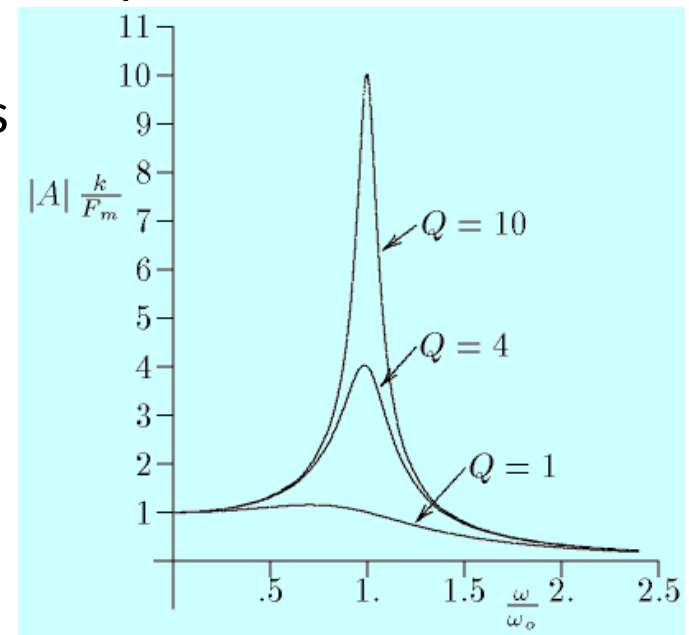


Figura: Respuesta en frecuencia de un oscilador armónico. A la frecuencia de resonancia, la amplitud es Q veces más grande que a muy baja frecuencia. [Wiki]

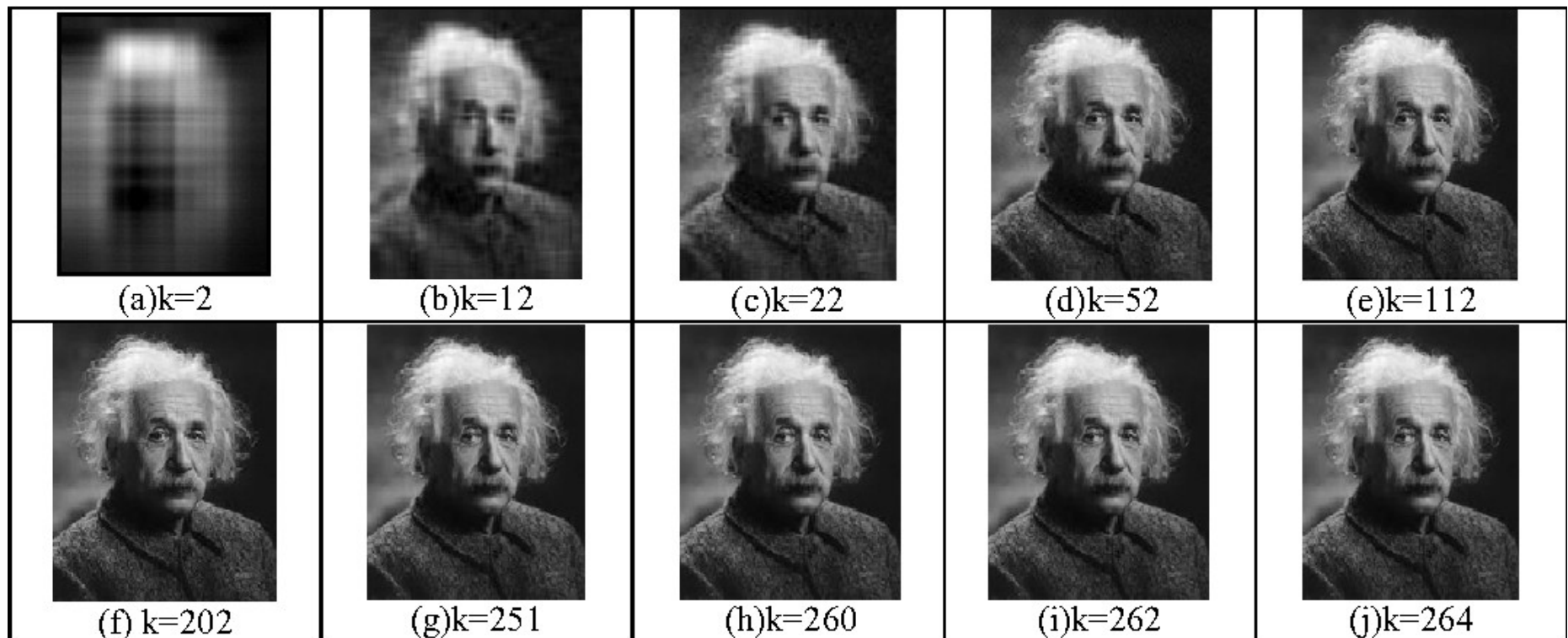




4. Funciones de factorización y/o descompocisión matricial.

4) Basadas en la descomposición de valores singulares

- $[U, D, V] = \text{svd}(A)$ descomposición de valor singular de una matriz rectangular ($A = U \cdot D \cdot V'$). U y V son matrices ortonormales. D es diagonal y contiene los valores singulares.



Aishwarya et al. Lossy image compression using SVD coding algorithm, International Conference WiSPNET, 2016



Estadística

Matemática IV

Mecánica Racional

Métodos Numéricos

Introducción a Electrotecnia

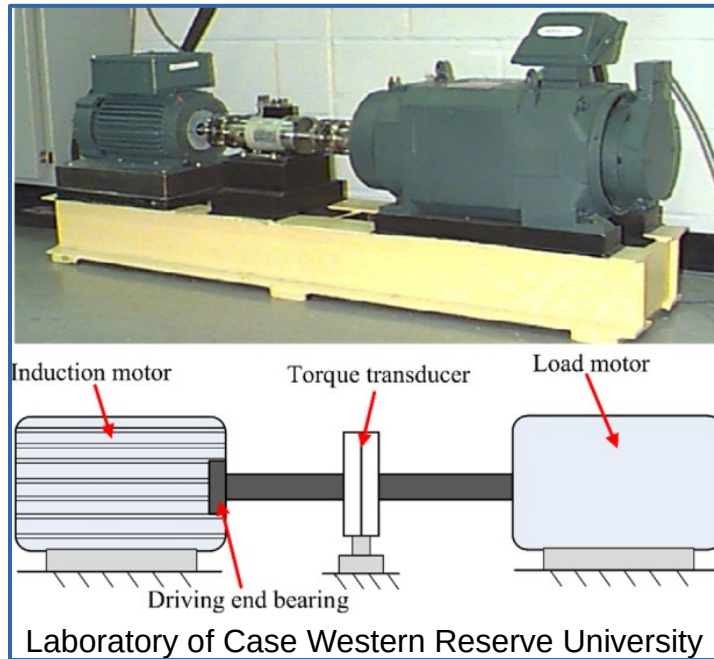
Materiales I & II

Dinámica de Sistemas y Control

Electrónica

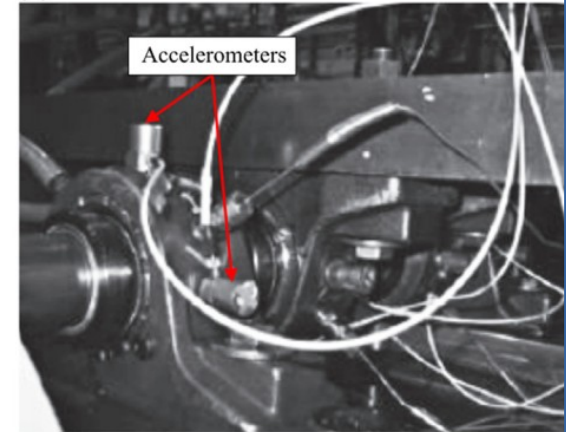
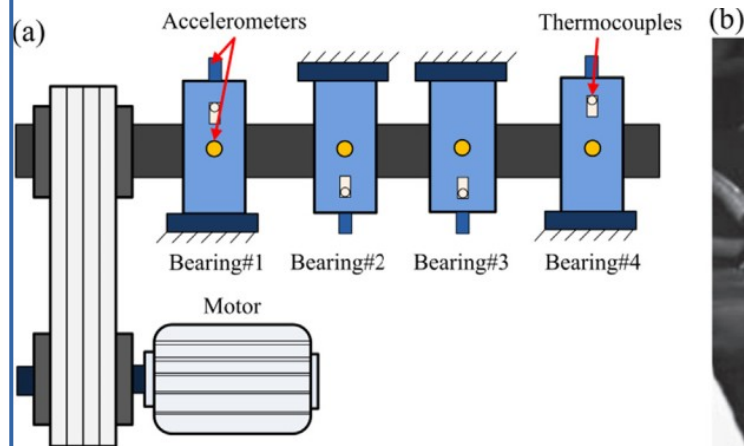
Sist. Electromecánicos y Máq. Eléctricas

Análisis de falla de rodamientos/rulemanes



K. Zheng et al., *Applied Sciences* **2017**, [10.3390/app7111117](https://doi.org/10.3390/app7111117)

K. Zheng et al., *Measurement* **2019**, [10.1016/j.measurement.2018.12.043](https://doi.org/10.1016/j.measurement.2018.12.043)

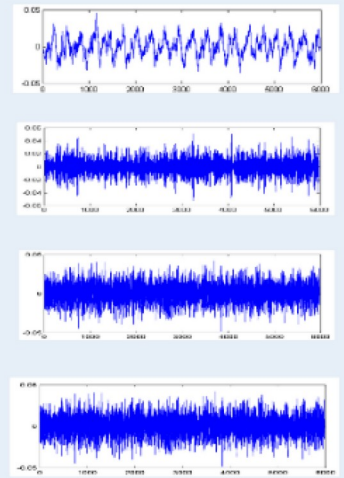


The bearing fault test bed, Intelligent Maintenance System, University of Cincinnati

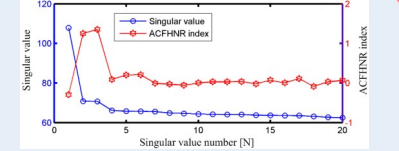


$$A_m = \begin{bmatrix} x(1) & x(2) & \cdots & x(n) \\ x(2) & x(3) & \cdots & x(n+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x(m) & x(m+1) & \cdots & x(N) \end{bmatrix}$$

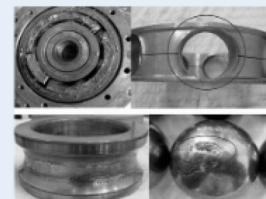
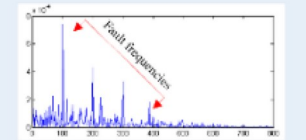
Hankel matrix constructed



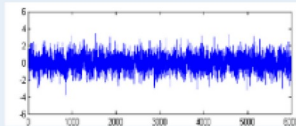
Singular value decomposition



Choose the singular component with the largest ACFIHR value



Fault identification

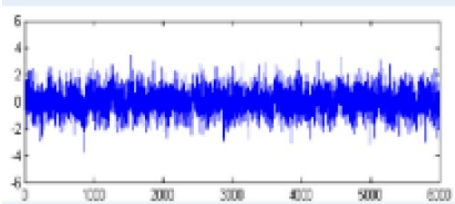


Data acquisition

Análisis de falla de rodamientos/rulemanes

K. Zheng et al., *Applied Sciences* 2017, [10.3390/app711117](https://doi.org/10.3390/app711117)

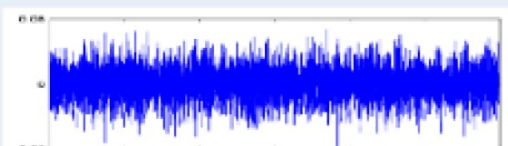
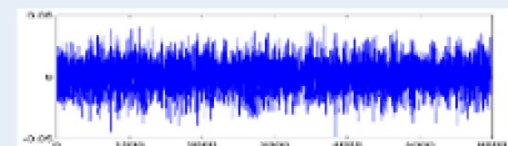
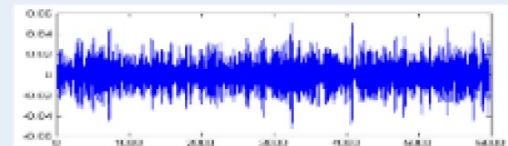
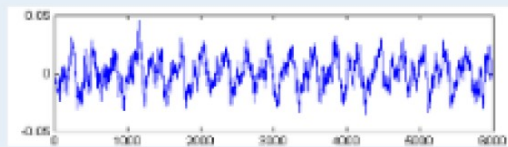
K. Zheng et al., *Measurement* 2019, [10.1016/j.measurement.2018.12.043](https://doi.org/10.1016/j.measurement.2018.12.043)



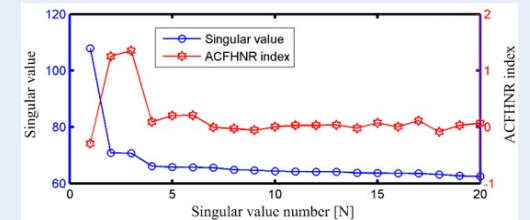
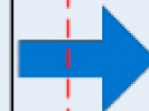
Data acquisition

$$\mathbf{A}_m = \begin{bmatrix} x(1) & x(2) & \cdots & x(n) \\ x(2) & x(3) & \cdots & x(n+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x(m) & x(m+1) & \cdots & x(N) \end{bmatrix}$$

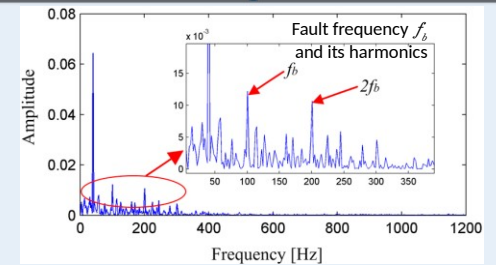
Hankel matrix constructed



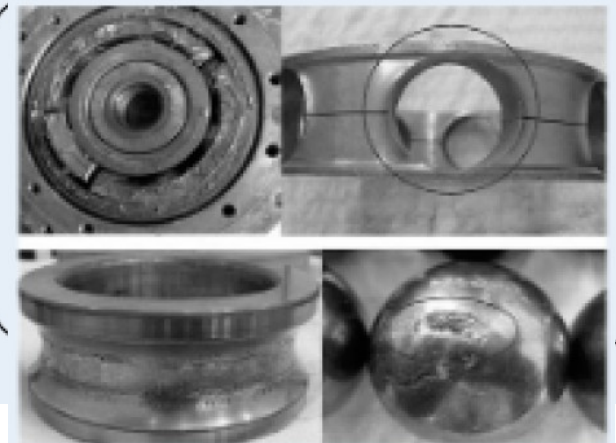
Singular Value Decomposition



Choose the singular component with the largest Affine Noise Ratio Index



Teager-Kaiser energy operator spectrum



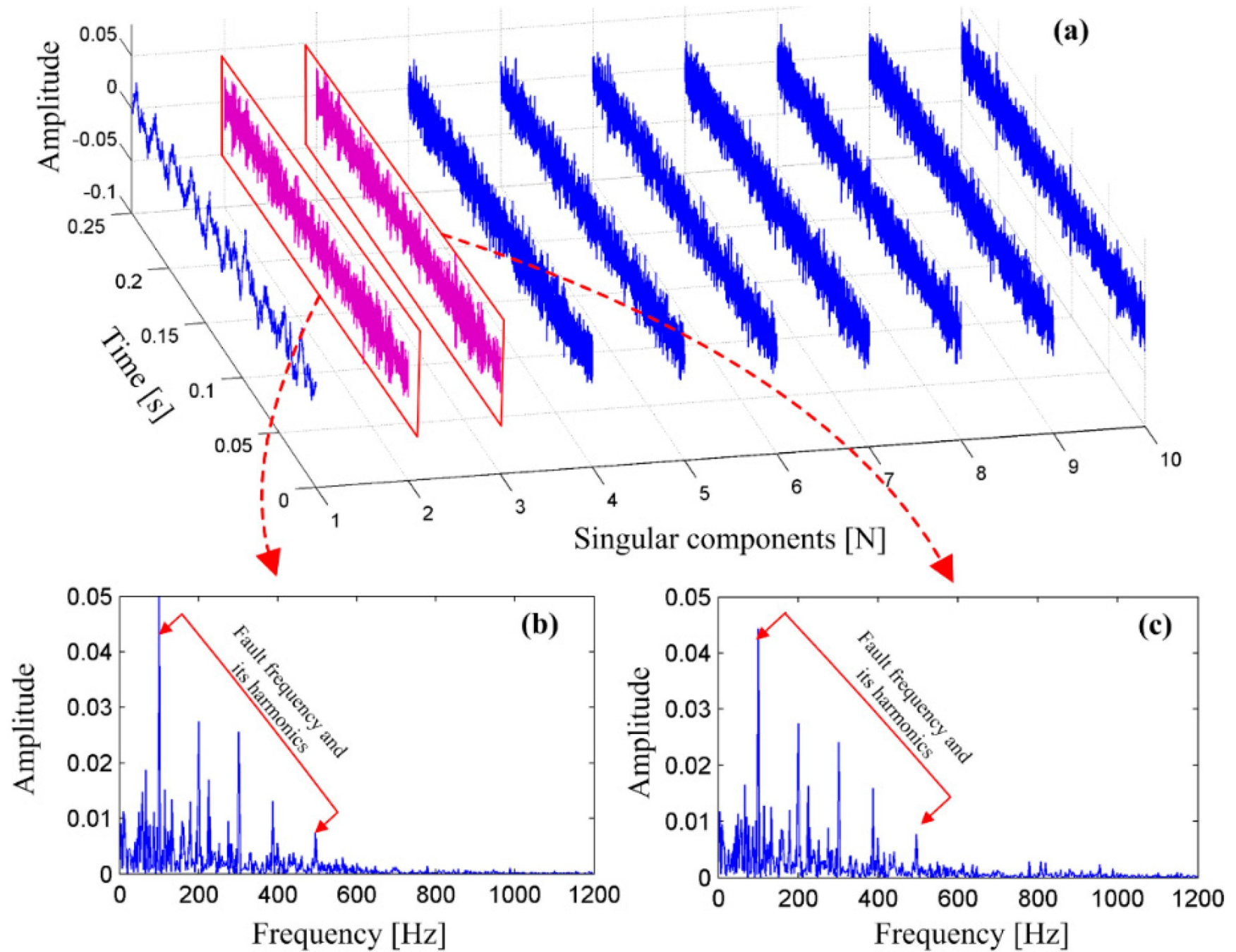
Identificación de fallas

Análisis de falla de rodamientos/rulemanes



K. Zheng et al., *Applied Sciences* **2017**, [10.3390/app7111117](https://doi.org/10.3390/app7111117)

K. Zheng et al., *Measurement* **2019**, [10.1016/j.measurement.2018.12.043](https://doi.org/10.1016/j.measurement.2018.12.043)





4. Funciones de factorización y/o descompocisión matricial.

5) Cálculo del rango y normas

- El rango se calcula implícitamente (sin que el usuario lo pida) al ejecutar las funciones ***rref(A)***, ***orth(A)***, ***null(A)*** y ***pinv(A)***. La función ***rank(A)*** está basada en ***pinv(A)***. Con ***pinv(A)*** se utiliza la descomposición SVD, que es el método más fiable y más caro.
- Normas de vectores:
 - ✓ **norm**(x,p) norma-p, es decir ***sum(abs(x)^p)^(1/p)***.
 - ✓ **norm**(x) norma-2 ó euclídea; equivale al módulo o ***norm(x,2)***.
 - ✓ **norm**(x,inf) norma- ∞ , es decir ***max(abs(x))***.
 - ✓ **norm**(x,1) norma-1, es decir ***sum(abs(x))***.
- Normas de matrices:
 - **norm**(A) norma-2, máximo valor singular de **A**, ***max(svd(A))***.
 - **normest**(A) estimación de la norma-2. Útil para matrices grandes.
 - **norm**(A,1) norma-1 de **A**, máxima suma de valores absolutos por columnas, es decir: ***max(sum(abs(A)))***.
 - **norm**(A,inf) norma- ∞ de **A**, máxima suma de valores absolutos por filas, es decir: ***max(sum(abs(A')))***.





5. Más sobre operadores relacionales: vectores/matrices

- Los operadores relacionales vistos previamente ($<$, $>$, $<=$, $>=$, $==$ y $\sim=$) actúan entre dos matrices/vectores del mismo tamaño, el resultado es otra matriz/vector de ese mismo tamaño conteniendo 1 y 0, (**true** o **false**).
- Además Octave dispone de funciones para verificar condiciones y encontrar elementos que cumplen alguna condición en un vector/matriz.
 - Las funciones **any** y **all** son útiles para determinar si alguno o todos los elementos de una matriz satisfacen alguna condición.
 - La función **find** permite determinar qué elementos de una matriz cumplen una condición específica.





5. Más sobre operadores relacionales: vectores/matrices

- Algunas de estas funciones son:
 - **any**(x) función vectorial; chequea si **alguno** de los elementos del vector **x** cumple una dada condición (por defecto **!= 0**). Devuelve 1 ó 0.
 - **any**(A) se aplica por separado a cada columna de la matriz **A**. El resultado es un vector de unos y ceros.
 - **all**(x) función vectorial; chequea si *todos* los elementos del vector **x** cumplen una condición (por defecto **!= 0**). Devuelve un 1 ó 0.
 - **all**(A) se aplica por separado a cada columna de la matriz **A**. El resultado es un vector de unos y ceros.
 - **find**(x) busca índices correspondientes a elementos de vectores que cumplen una determinada condición (por defecto **IsANumber**). El resultado es un vector con los índices que cumplen la condición.
 - **find**(A) cuando esta función se aplica a una matriz la considera como un vector con una columna detrás de otra, de la 1ª a la última, **A(:)**.





5. Más sobre operadores relacionales: vectores/matrices

Ejemplo: Veamos como funcionan en el siguiente caso

```
>> A=magic(4)
>> n=find(A<3)
>> A(n)=0
>> m=find(A>9)
>> A(m)=10
>> any(A==3)
>> any(A==3,2)
>> any(ans)
>> all(A)
>> all(A,2)
>> all(all(A))
```

- La función ***isequal(A, B)*** devuelve **uno** si las matrices son idénticas y **cero** si no lo son.





7. Funciones para cálculos con polinomios

- Para Octave un polinomio se puede definir mediante un vector de coeficientes. Por ejemplo, el polinomio:

$$p(x) = x^4 - 8x^2 + 6x - 10,$$

se representa en Octave mediante el vector

$$p = [1, 0, -8, 6, -10].$$

- Octave puede realizar diversas operaciones sobre un polinomio, como por ejemplo evaluarlo para un determinado valor de x mediante la función ***polyval()*** y calcular las raíces empleando la función ***roots()***.

Ejemplo: graficar $p(x)$, determinar y representar en la figura sus raíces.

```
>> ezplot("x^4 - 8*x^2 + 6*x - 10", [-4,4])
>> pol=[1 0 -8 6 -10]
>> rp=roots(pol)
>> polyval(pol,1)
>> x=linspace(-4,4,100);
>> plot(x,polyval(pol,x),'r-',...
        rp,polyval(pol,rp),'bo','markersize',12)
```





7. Funciones para cálculos con polinomios

- Algunas funciones orientadas al cálculo con polinomios:
 - **poly**(A) polinomio característico de la matriz **A**
 - **roots**(pol) raíces del polinomio **pol**
 - **polyval**(pol,x) evaluación del polinomio **pol** para el valor de **x**.
Si **x** es un vector, **pol** se evalúa para cada elemento de **x**
 - **polyder**(pol) calcula la derivada de un polinomio
 - **polyder**(p1,p2) calcula la derivada de producto de polinomios
 - **polyfit**(x,y,n) calcula los coeficientes de un polinomio **p(x)** de grado **n** que se ajusta a los datos **p(x(i)) ≈ y(i)**, mínimo error cuadrático medio.
 - **conv**(p1,p2) producto de convolución de dos polinomios **p1** y **p2**
 - **[c,r]=deconv**(p,q) división del polinomio **p** por el polinomio **q**.
En **c** se devuelve el cociente y en **r** el resto de la división
 - **residue**(p1,p2) descompone el cociente entre **p1** y **p2** en suma de fracciones simples (ver **>>help residue**)
 - **interp1**(xp,yp,x) calcula el valor interpolado para la abscisa **x** a partir de un conjunto de puntos dado por los vectores **xp** e **yp**.





8. Funciones anónimas @

- Las funciones anónimas @ constituyen una forma muy flexible de crear funciones sobre la marcha, bien en la línea de órdenes, bien en una línea cualquiera de una función o de un fichero *.m.
- La forma general de las funciones anónimas es la siguiente:
func = @(argumentos) expresión;
- Después de ser creada, la función anónima puede ser llamada a través del **func** seguido de la lista de argumentos actuales entre paréntesis, o también puede ser pasada a otra función como argumento, también por medio de **func**.

- **Ejemplo:** Calcular el valor del seno del doble del ángulo:

func(theta) = sen(2*theta)

```
senAngDoble = @(ang) 2*sin(ang).*cos(ang);  
senAngDoble([pi/4,pi/3])  
ans: [1, sqrt(3)/2]
```



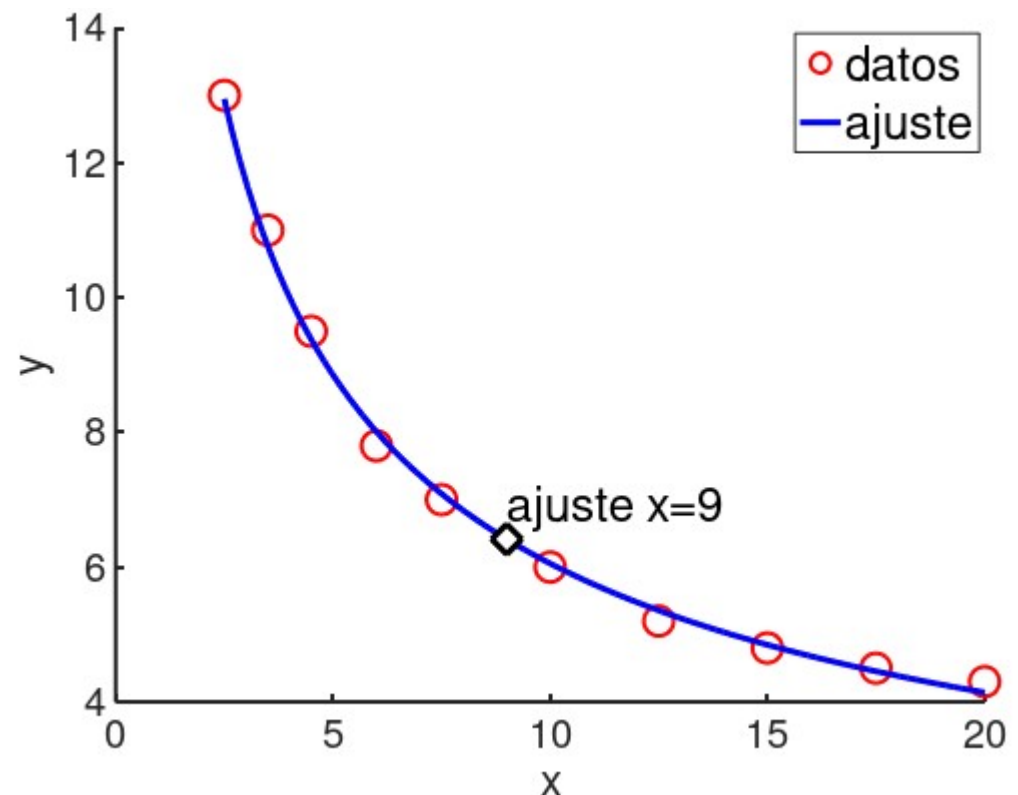


8. Funciones anónimas @

Ejemplo:

- (i) Ajuste los datos siguientes con el modelo de potencias $y = a x^b$.
- (ii) Use la ecuación de potencias resultante para hacer el pronóstico de y en $x = 9$.

x	y
2.5	13.0
3.5	11.0
4.5	9.5
6.0	7.8
7.5	7.0
10.0	6.0
12.5	5.2
15.0	4.8
17.5	4.5
20.0	4.3



Ayuda: utilizar el script [U3_ej_ajuste_potencias.m](#) subido a la web del curso.



FIN.

San Rafael, Argentina 2023