

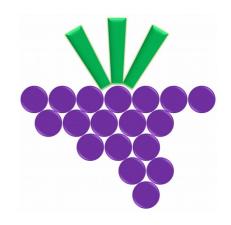
Introducción a Octave



para ciencias aplicadas e ingeniería



Unidad 3



Daniel Millán, Nicolas Muzi, Eduardo Rodríguez San Rafael, Argentina, Abril-Mayo de 2020











Unidad 3 Funciones de biblioteca

- Octave tiene un gran número de funciones incorporadas, cuyos aspectos más relevantes describiremos en esta Unidad.
- Ciertas funciones vienen incorporadas en el propio código fuente y son particularmente rápidas y eficientes, mientras que otras es posible que sean creadas por el propio usuario.





Unidad 3 Funciones de biblioteca

- 1. Características generales de las funciones de Octave.
- 2. Funciones matemáticas elementales que operan de modo escalar y que actúan sobre vectores/matrices.
- 3. Funciones matriciales elementales y especiales.
- 4. Factorización y/o descomposición matricial.
- 5. Más operadores relacionales vectores/matrices.
- 6. Otras funciones que actúan sobre vectores/matrices.
- 7. Funciones para cálculos con polinomios.
- 8. Funciones anónimas @f





- En Octave hay diversos tipos de funciones. Una posible clasificación según su finalidad es:
- Funciones matemáticas elementales.
- Funciones especiales.
- Funciones matriciales elementales.
- Funciones matriciales especiales.
- Funciones para descomposición y/o factorización de matrices.
- Funciones para análisis estadístico de datos.
- Funciones para manejo de conjunto de datos.
- Funciones para análisis de polinomios e interpolación.
- Funciones para resolución de ecs. diferenciales ordinarias.
- Resolución de ecuaciones no-lineales y optimización.
- Integración numérica.
- Funciones para procesamiento de señales, sonido e imagen.
- Geometría (qhull library).







- Una función tiene nombre, valor de retorno y argumentos.
- Una función se "llama" utilizando su nombre en una expresión o utilizándolo como un comando más.
- Las funciones se pueden definir en ficheros de texto *.m

```
Ejemplo: Llamadas a funciones
>> x = [1,-0.1,pi,0.7,-1/3];
>> [maximo, posmax] = max(x);
>> r = sqrt(2^2+3^2) + eps;
>> a = cos(pi/3) - sin(pi/6);
```

- ✓ Los **nombres** de las funciones se han puesto en negrita.
- ✓ Los *argumentos* de cada función van a continuación del nombre entre paréntesis (y separados por comas si hay más de uno).
- ✓ Los *valores de retorno* son el resultado de la función y sustituyen a esta en la expresión donde la función aparece.





- Suma/resta de una matriz con un escalar, consiste en sumar/restar el escalar a todos los elementos de la matriz.
- En Octave las funciones pueden tener valores de retorno matriciales múltiples.
- Los valores de retorno se recogen entre corchetes, separados por comas.

```
Ejemplo: comprobar la sentencia anterior
>> A = magic(5)
>> [V, D] = eig(A) %vectores y valores propios de A
>> [xmax, imax] = max(V)
>> xmax = max(x)
```

- Los argumentos de las funciones pueden ser expresiones y llamadas a otra función.
- Las funciones no modifican las variables que se pasan como argumento, a no ser que se incluyan también como valores de retorno. Se pasan *por valor*, *no por referencia* (se realiza una copia).





- WARNING! los nombres de las funciones
 - **NO** son palabras reservadas.
 - Por ejemplo es posible crear una variable llamada *sin* o *cos*, que oculte las funciones correspondientes.
 - Para poder acceder a las funciones originales hay que eliminar (*clear*) las variables del mismo nombre que las ocultan (visibles en el Espacio de Trabajo).

```
Ejercicio: interprete las siguientes operaciones
>> cos = cos(pi/3);
>> sin = sin(pi/3);
>> disp(sqrt(2)*[cos, sin]);
>> clear
>> disp(sqrt(2)*[cos, sin]);
```





- Existen funciones que no precisan ser llamadas con argumentos o no llevan paréntesis, por lo que a simple vista no siempre son fáciles de distinguir de las variables y constantes predefinidas.
 - >> help
 - >> help sin
 - >> help(sin)

Ejemplo: clc es una función sin argumentos ¿otras?

• Constantes matemáticas, variables con valores predefinidos pero que pueden recibir argumentos: pi, e, I, eps, Inf, NaN.

Ejemplo: verificamos el comportamiento cuando se pasan argumentos a las constantes predefinidas.

- >> pi(2)
- >> e(2)
- >> I(2)





2. Funciones matemáticas elementales

que operan de modo escalar y que actúan sobre vectores/matrices

- Estas comprenden las funciones matemáticas algebraicas y trascendentales, así como otras funciones básicas.
- Cuando se aplican a una matriz actúan sobre cada elemento de la matriz como si se tratase de un escalar.
- Por tanto, se aplican de la misma forma a escalares, vectores y matrices.
- Algunas de las funciones de este grupo son las siguientes:
 - sqrt(x) raíz cuadrada, pow2(x) calcula 2.^x[i] de cada elemento de x
 - sin(x) seno, cos(x) coseno, tan(x) tangente
 - asin(x) arco seno, acos(x) arco coseno
 - \rightarrow atan(x) arco tangente (ángulo entre - $\pi/2$ y + $\pi/2$)
 - \rightarrow atan2(y,x) arco tangente (ángulo entre -π y +π); se le pasan 2 argumentos, proporcionales al seno y coseno
 - sinh(x), cosh(x), tanh(x) seno, coseno y tan hiperbólico
 - log(x) logaritmo natural, exp(x) función exponencial





2. Funciones matemáticas elementales

que operan de modo escalar y que actúan sobre vectores/matrices

- Las siguientes funciones sólo actúan sobre vectores:
 - min(x)/max(x) mínimo/maximo elemento de un vector
 - sum(x) suma de los elementos de un vector
 - cumsum(x) devuelve el vector suma acumulativa de los elementos de un vector
 - mean(x) valor medio de los elementos de un vector
 - std(x) desviación típica
 - prod(x) producto de los elementos de un vector
 - cumprod(x) devuelve el vector producto acumulativo de los elementos de un vector
 - [y,i]=sort(x) ordenación ascendente de los elementos de x
- Estas funciones **se pueden aplicar también a matrices**, pero en ese caso **se aplican por separado a cada columna de la matriz**, dando como valor de retorno un vector fila de resultado.



Ejemplo: generar una matriz **A=10*rand(10)** y determinar si el promedio de los valores máximos de cada fila es mayor que el promedio de los máximos de cada columna. ¿Qué sucede con los valores mínimos? ¿Qué espera observar cuando N>>10?



3. Funciones matriciales elementales y especiales.

- Funciones matriciales elementales:
- B = A' calcula la traspuesta (conjugada) de la matriz A
- B = A.' calcula la traspuesta (sin conjugar) de la matriz A
- v = poly(A) devuelve un vector v con los coeficientes del polinomio característico de la matriz cuadrada A
- t = trace(A) devuelve la traza t (suma de los elementos de la diagonal) de una matriz cuadrada A
- [m,n] = size(A) devuelve el número de filas m y de columnas n de una matriz rectangular A
- n = size(A) devuelve el tamaño de una matriz cuadrada A
- nf = size (A,1) devuelve el número de filas de A
- nc = size (A,2) devuelve el número de columnas de A





3. Funciones matriciales elementales y especiales.

- Las funciones **exp()**, **sqrt()** y **log()** se aplican **elemento** a **elemento** a las matrices y/o vectores.
- Existen otras funciones similares que se aplican a una matriz como una única entidad.
- Funciones matriciales especiales:
- \rightarrow expm(A) si A=XDX^T \Longrightarrow expm(A) = X*diag(exp(diag(D)))*X'
- sqrtm(A) devuelve una matriz que multiplicada por sí misma da la matriz A
- logm() es la función recíproca de expm(A)





3. Funciones matriciales elementales y especiales.

- Aunque no pertenece a esta familia de funciones, el operador potencia (^) está emparentado con ellas:
- An está definida si A es cuadrada y n es un número real.
 - Si **n** es entero, el resultado se calcula por multiplicaciones sucesivas de A.
 - Si **n** es real, el resultado se calcula como:

$$A^n = X * D.^n * inv(X)$$

siendo [X,D]=eig(A).

Ejemplo: Verifique $2^A = X^2D/X$.





1) Basadas en factorización triangular (eliminación de Gauss)

- U = chol(A) descomposición de Cholesky de matriz simétrica y definida positiva. El resultado es una matriz U triangular superior tal que A = U'*U
- ► [L,U] = lu(A) descomposición de Crout (A = LU). La matriz L es una permutación de una matriz triangular inferior
- \triangleright B = inv(A) calcula la inversa de A. Equivale a B=inv(U)*inv(L)
- \rightarrow d = det(A) devuelve el determinante d de la matriz cuadrada A. Equivale a d=det(L)*det(U)
- [E,xc] = rref(A) reducción a forma de escalón con un vector xc
 que da una posible base del espacio de columnas de A
- c = rcond(A) devuelve una estimación del recíproco de la condición numérica de la matriz A basada en la norma-1. Si el resultado es próximo a 1 la matriz A está bien condicionada; si es próximo a 0 no lo está.





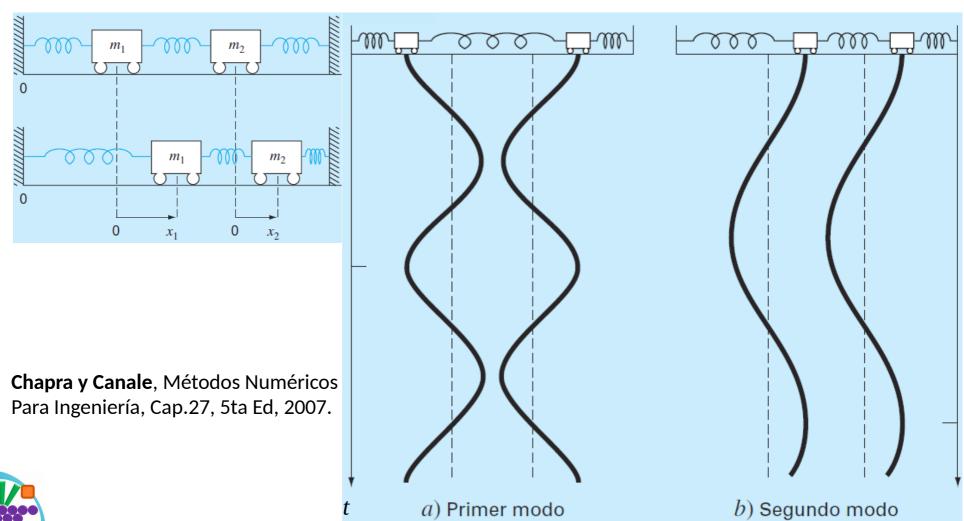
2) Basadas en el cálculo de valores y vectores propios

- El cálculo de los valores propios y de los vectores propios de una matriz simétrica tiene gran importancia en las matemáticas y en la ingeniería.
- Los problemas de *valores propios*, característicos o eigenvalores, constituyen una clase especial de problemas con valores en la frontera, que son comunes en el contexto de problemas de ingeniería que implican vibraciones, elasticidad y otros sistemas oscilantes.
- Cabe destacar dentro de estos el problema de la diagonalización de una matriz, el cálculo de los momentos de inercia y de los ejes principales de inercia de un sólido rígido, o de las frecuencias propias de oscilación de un sistema oscilante.





2) Basadas en el cálculo de valores y vectores propios







2) Basadas en el cálculo de valores y vectores propios

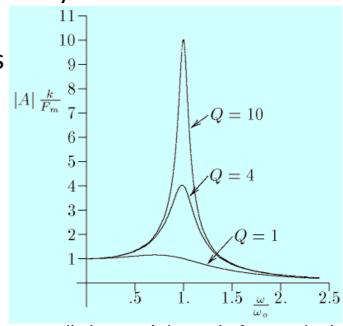
 [X,D] = eig(A) vectores propios (columnas de X) y valores propios (diagonal de D) de una matriz cuadrada A. Con frecuencia el resultado posee números complejos si A no es simétrica.

[X,D] = eig(A,B) vectores propios (columnas de X) y valores propios (diagonal de D) de dos matrices cuadradas A y B

 $(Ax = \lambda Bx).$

Los vectores propios están normalizados de modo que X'*B*X=I.

Cuando A es simétrica y B es simétrica y definida positiva se puede utilizar [X,D] = eig(A,B,'chol').

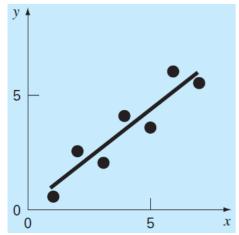






3) Basadas en la descomposición QR

 \triangleright [Q,R] = qr(A) descomposición A=QR de una matriz rectangular.



Se utiliza para sistemas con más ecuaciones que incógnitas (m>n). \mathbf{Q} es una matriz ortogonal $(\mathbf{Q'*Q=I})$ aunque \mathbf{A} no lo sea. \mathbf{R} es una matriz triangular superior, elementos diagonales de \mathbf{R} pueden no ser positivos.

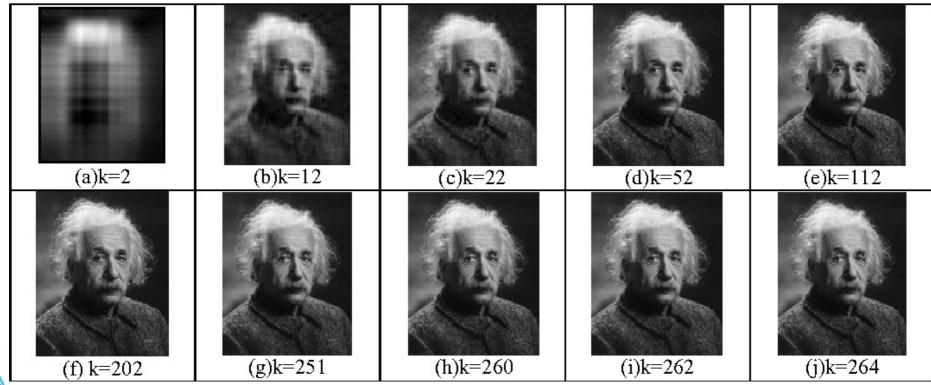
Se emplea para resolver problemas de ajuste por mínimos cuadrados (Estadística, Álgebra Lineal).

- [Q,R,P]=qr(A) factorización QR con pivotamiento por columnas. La matriz P es una matriz de permutación tal que A*P=Q*R.
- B = null(A) devuelve una base ortonormal del subespacio nulo (Ax = 0) de la matriz rectangular A.
- ightharpoonup Q = orth(A) devuelve una base ortonormal del espacio de columnas de **A**. El número de columnas de **Q** es el rango de **A**.



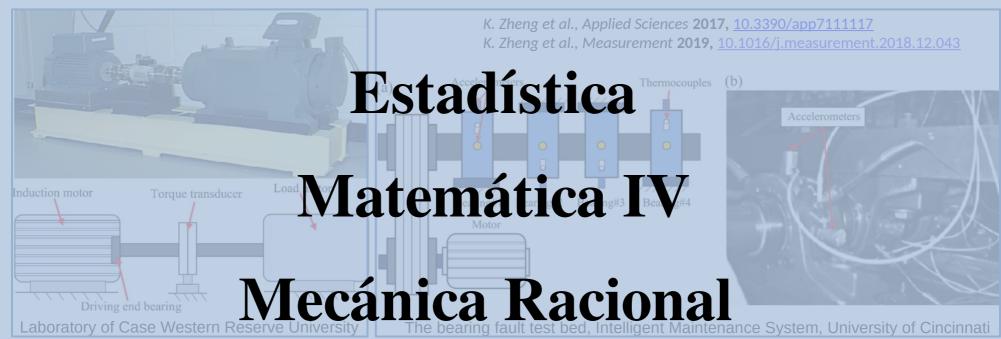
4) Basadas en la descomposición de valores singulares

 \triangleright [U,D,V] = svd(A) descomposición de valor singular de una matriz rectangular (A=U*D*V'). U y V son matrices ortonormales. D es diagonal y contiene los valores singulares.



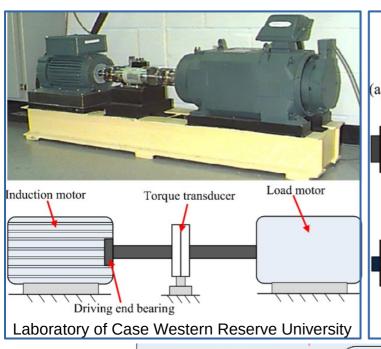


Aishwarya et al. Lossy image compression using SVD coding algorithm, International Conference WiSPNET, 2016





Motor



K. Zheng et al., Applied Sciences 2017, 10.3390/app7111117
K. Zheng et al., Measurement 2019, 10.1016/j.measurement.2018.12.043

Accelerometers

Thermocouples

(b)

Accelerometers

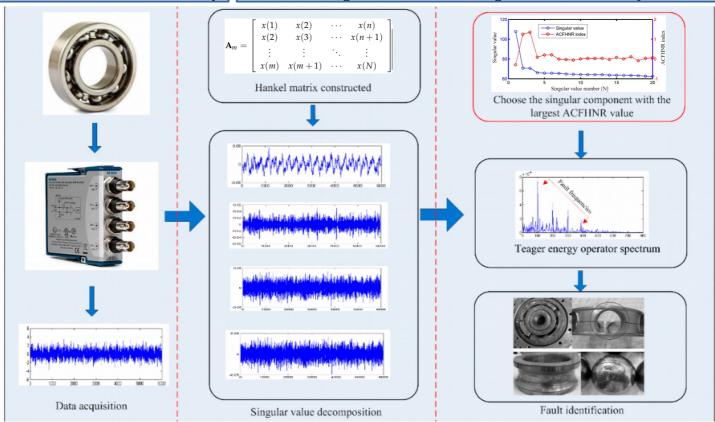
Bearing#1

Bearing#2

Bearing#3

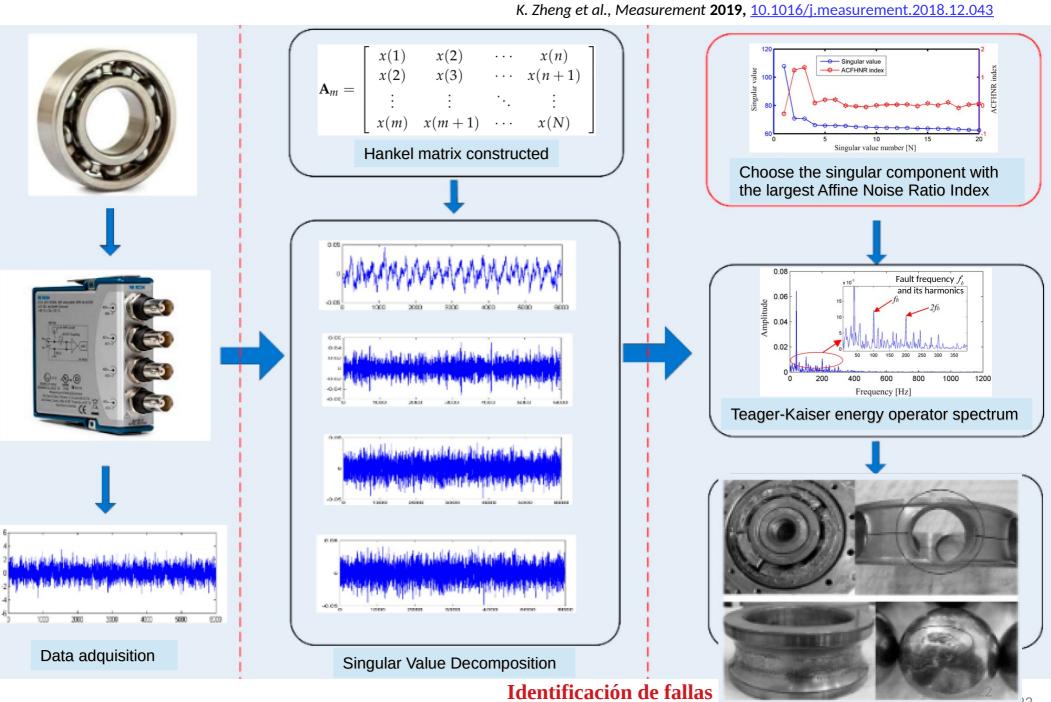
Bearing#4

The bearing fault test bed, Intelligent Maintenance System, University of Cincinnati



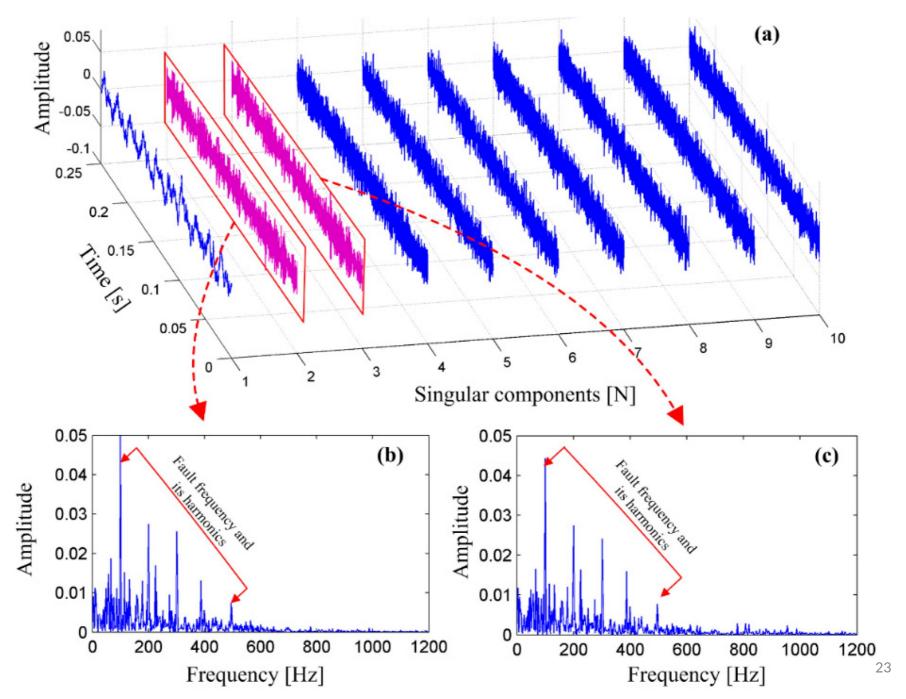


K. Zheng et al., Applied Sciences **2017**, <u>10.3390/app7111117</u>
K. Zheng et al., Measurement **2019**, 10.1016/i.measurement.2018.12.043





K. Zheng et al., Applied Sciences **2017**, <u>10.3390/app7111117</u> K. Zheng et al., Measurement **2019**, <u>10.1016/j.measurement.2018.12.043</u>







4) Basadas en la descomposición de valores singulares

- \rightarrow nor = norm(A) calcula la norma-2 de **A** (mayor valor singular).
- menos operaciones aritméticas que la función **norm**.
- c = cond(A) condición numérica de la matriz A. Cociente entre el máx y el mín valor singular. cond(A) da una idea del error que se obtiene al resolver un sistema de ecs lineales: log(cond) indica el número de cifras significativas que se pierden.
- r = rank(A) calcula el rango r de una matriz rectangular A.
- \triangleright B = pinv(A) calcula la pseudo-inversa de una matriz rectangular A.
- nor = normest(A) calcula de forma aproximada la norma-2 con
- c = condest(A) estimación por defecto de la condición numérica de A con la norma-1. Función mucho más económica que cond.





5) Cálculo del rango y normas

- El rango se calcula implícitamente (sin que el usuario lo pida) al ejecutar las funciones *rref(A)*, *orth(A)*, *null(A)* y *pinv(A)*. La función *rank(A)* está basada en *pinv(A)*. Con *pinv(A)* se utiliza la descomposición SVD, que es el método más fiable y más caro.
- Normas de vectores:
 - $\sqrt{\text{norm}(x,p)}$ norma-p, es decir $sum(abs(x)^p)^(1/p)$.
 - $\sqrt{\text{norm}(x)}$ norma-2 ó euclídea; equivale al módulo o norm(x,2).
 - \checkmark norm(x,inf) norma-∞, es decir max(abs(x)).
 - $\sqrt{\text{norm}(x,1)}$ norma-1, es decir sum(abs(x)).
- Normas de matrices:
 - norm(A) norma-2, máximo valor singular de A, max(svd(A)).
 - normest(A) estimación de la norma-2. Útil para matrices grandes.
 - norm(A,1) norma-1 de A, máxima suma de valores absolutos por columnas, es decir: max(sum(abs(A))).
 - norm(A,inf) norma-∞ de A, máxima suma de valores absolutos por filas, es decir: max(sum(abs(A'))).





5. Más sobre operadores relacionales: vectores/matrices

- Los operadores relacionales vistos previamente
 (<, >, <=, >=, == y ~=) actúan entre dos matrices/vectores del
 mismo tamaño, el resultado es otra matriz/vector de ese mismo
 tamaño conteniendo 1 y 0, (true o false).
- Además Octave dispone de funciones para verificar condiciones y encontrar elementos que cumplen alguna condición en un vector/matriz.
- Las funciones **any** y **all** son útiles para determinar si alguno o todos los elementos de una matriz satisfacen alguna condición.
- La función **find** permite determinar qué elementos de una matriz cumplen una condición específica.





5. Más sobre operadores relacionales: vectores/matrices

- Algunas de estas funciones son:
- any(x) función vectorial; chequea si alguno de los elementos del vector
 x cumple una dada condición (por defecto != 0). Devuelve 1 ó 0.
- any(A) se aplica por separado a cada columna de la matriz A.
 El resultado es un vector de unos y ceros.
- ➢ all(x) función vectorial; chequea si todos los elementos del vector x cumplen una condición (por defecto !=0). Devuelve un 1 ó 0.
- all(A) se aplica por separado a cada columna de la matriz A. El resultado es un vector de unos y ceros.
- Find(x) busca índices correspondientes a elementos de vectores que cumplen una determinada condición (por defecto IsANumber). El resultado es un vector con los índices que cumplen la condición.
- find(A) cuando esta función se aplica a una matriz la considera como un vector con una columna detrás de otra, de la 1ª a la última, A(:).





5. Más sobre operadores relacionales: vectores/matrices

```
Ejemplo: Veamos como funcionan en el siguiente caso
>> A=magic(4)
>> n=find(A<3)
>> A(n)=0
>> m=find(A>9)
>> A(m)=10
>> any(A==3)
>> any(A==3,2)
>> any(ans)
>> all(A)
>> all(A,2)
>> all(A,2)
```

 La función isequal(A, B) devuelve uno si las matrices son idénticas y cero si no lo son.





6. Otras funciones que actúan sobre vectores/matrices

- Las siguientes funciones pueden actuar sobre vectores y matrices, y sirven para chequear ciertas condiciones:
- exist('var') comprueba si el nombre var existe como variable, función, directorio, fichero, etc.
- isna (A) chequea si hay valores NA (Not Available) en A, devolviendo una matriz de unos y ceros del mismo tamaño que A.
- isnan(A) chequea si hay valores *NaN* (*Not A Number*) en A, devolviendo una matriz de unos y ceros del mismo tamaño que A.
- isinf(A) chequea si hay valores *Inf (Infinite)* en A, devolviendo una matriz de unos y ceros del mismo tamaño que A.
- isfinite(A) chequea si los valores de A son finitos.
- isempty(A) chequea si un vector o matriz está vacío o tiene tamaño nulo.
- ischar() chequea si una variable es una cadena de caracteres.
- isglobal() chequea si una variable es global (evitar usar estas variables).
- issparse() chequea si una matriz es rala o dispersa (*sparse*, es decir, con un gran número de elementos iguales a cero no almacenados).





6. Otras funciones que actúan sobre vectores/matrices

- A continuación se presentan algunos ejemplos de uso de estas funciones en combinación con otras vistas previamente.
- Se desea eliminar un **NaN** de un vector:

```
>> x=[1 2 3 4 0/0 6]
>> i=find(isnan(x))
>> x=x(find(~isnan(x)))
```

Otras posibles formas de eliminar el NaN:

```
>> x=x(~isnan(x))
>> x(isnan(x))=[]
```

• La siguiente sentencia elimina las filas de una matriz que contienen algún *NaN*:

```
>> A(any(isnan(A)'), :)=[]
```





7. Funciones para cálculos con polinomios

 Para Octave un polinomio se puede definir mediante un vector de coeficientes. Por ejemplo, el polinomio:

```
p(x) = x^4 - 8x^2 + 6x - 10,
se representa en Octave mediante el vector p = [1, 0, -8, 6, -10].
```

 Octave puede realizar diversas operaciones sobre un polinomio, como por ejemplo evaluarlo para un determinado valor de x mediante la función polyval() y calcular las raíces empleando la función roots().

```
Ejemplo: graficar p(x), determinar y representar en la figura sus raíces.
>> ezplot("x^4 - 8*x^2 + 6*x - 10",[-4,4])
>> pol=[1 0 -8 6 -10]
>> rp=roots(pol)
>> polyval(pol,1)
>> x=linspace(-4,4,100);
>> plot(x,polyval(pol,x),'r-',...
rp,polyval(pol,rp),'bo','markersize',12)
```





7. Funciones para cálculos con polinomios

- Algunas funciones orientadas al cálculo con polinomios:
- poly(A) polinomio característico de la matriz A
- roots(pol) raíces del polinomio pol
- polyval(pol,x) evaluación del polinomio pol para el valor de x.
 Si x es un vector, pol se evalúa para cada elemento de x
- polyder(pol) calcula la derivada de un polinomio
- polyder(p1,p2) calcula la derivada de producto de polinomios
- polyfit(x,y,n) calcula los coeficientes de un polinomio p(x) de grado n que se ajusta a los datos $p(x(i)) \sim = y(i)$, mínimo error cuadrático medio.
- conv(p1,p2) producto de convolución de dos polinomios p1 y p2
- [c,r]=deconv(p,q) división del polinomio p por el polinomio q.
 En c se devuelve el cociente y en r el resto de la división
- residue(p1,p2) descompone el cociente entre **p1** y **p2** en suma de fracciones simples (ver >>help residue)
- interp1(xp,yp,x) calcula el valor interpolado para la abscisa x a partir de un conjunto de puntos dado por los vectores xp e yp.





8. Funciones anónimas @



- Las funciones anónimas @ constituyen una forma muy flexible de crear funciones sobre la marcha, bien en la línea de órdenes, bien en una línea cualquiera de una función o de un fichero *.m.
- La forma general de las funciones anónimas es la siguiente: func = @(argumentos) expresión;
- Después de ser creada, la función anónima puede ser llamada a través del *func* seguido de la lista de argumentos actuales entre paréntesis, o también puede ser pasada a otra función como argumento, también por medio de *func*.

```
Ejemplo: Calcular el valor del seno del doble del ángulo:
            func(theta) = sen(2*theta)
```

```
senAngDoble = @(ang) 2*sin(ang).*cos(ang);
senAngDoble([pi/4,pi/3])
ans: [1, sqrt(3)/2]
```



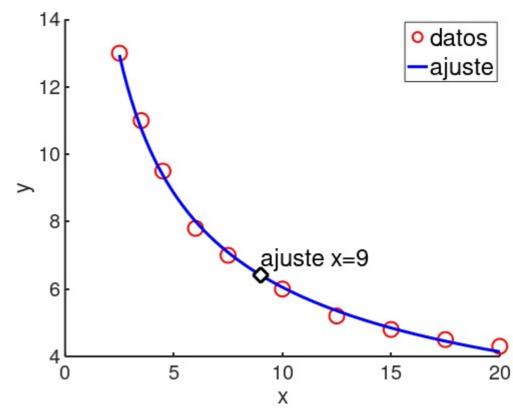


8. Funciones anónimas @

Ejemplo:

- (i) Ajuste los datos siguientes con el modelo de potencias $y = a x^b$.
- (ii) Use la ecuación de potencias resultante para hacer el pronóstico de y en x = 9.

X	у
2.5	13.0
3.5	11.0
4.5	9.5
6.0	7.8
7.5	7.0
10.0	6.0
12.5	5.2
15.0	4.8
17.5	4.5
20.0	4.3





Ayuda: utilizar el script U3_ej_ajuste_potencias.m subido a la web del curso.



Bonus track Funciones de biblioteca

- Existen además funciones definidas en ficheros *.m y *.oct que vienen con el propio programa o que han sido aportadas por usuarios del mismo.
- Los archivos **oct** son piezas de código C++ que se han compilado con la API Octave (Application Programming Interface).
- Octave proporciona el comando mkoctfile para construir archivos oct a partir de código fuente en C, C++ o Fortran.
- Para que Octave encuentre una determinada función de usuario dicho archivo-M debe estar en el directorio actual de trabajo o en el search path.





Bonus track Funciones de biblioteca

- Octave incluye una interfaz para permitir el uso de archivos
 *.mex y para compartir código compilado entre Octave y
 MATLAB.
- Dado que los *.mex emplean subrutinas, funciones y procedimientos de la estructura interna de MATLAB (diferentes de Octave), un archivo *.mex nunca poseerá el mismo rendimiento en Octave que el archivo *.oct equivalente.
- Por ej. cuando se invoca una función mex-file, para pasar las variables a las funciones mex se emplean un número significativo de copias adicionales de bloques de memoria.
- Se recomienda que cualquier nuevo código en C, C++ o Fortran se escriba con la interfaz oct-file para generar el archivo oct mediante la orden mkoctfile.



Introducción a Octave

para ciencias aplicadas e ingeniería



San Rafael, Argentina 2020







