# Lange Halbwertszeiten

Björn Lennartz Johannes Löhner-Böttcher

4.3.2009

Da es sich in diesem Versuch um sehr langlebige Atome handelt, wurden die Aktivitäten von Samarium-147 und Kalium-40 gemessen, um die Halbwertszeiten zu bestimmen. Zur Festlegung der Arbeitsbereiche der Messung wurde zuvor die Zählrohrcharakteristik mit Uran-238 aufgenommen.

# Inhaltsverzeichnis

1. LabView-Messprogramm

2. Wahl der geeigneten Einstellungen der Elektronik

3. Messung der Zählrohrchrakteristik mit Uran-238

4. Halbwertszeit des reinen α-Strahlers Samarium-147
    4.1. Aufnahme des α-Plateaus
    4.2. Messung der Aktivität
    4.2. Berechnung der Halbwertszeit

5. Halbwertszeit des reinen β-Strahlers Kalium-40
    5.1. Aufnahme des β-Plateaus
    5.2. Massenabhängige Messung der spezifischen Aktivität
    5.3. Berechnung der Halbwertszeit

<u>Anhang:</u>
- Einleitung, Ziel des Versuchs
- Theorieteil: Physikalische Grundlagen
- Messprotokoll

## 1. LabView-Messprogramm

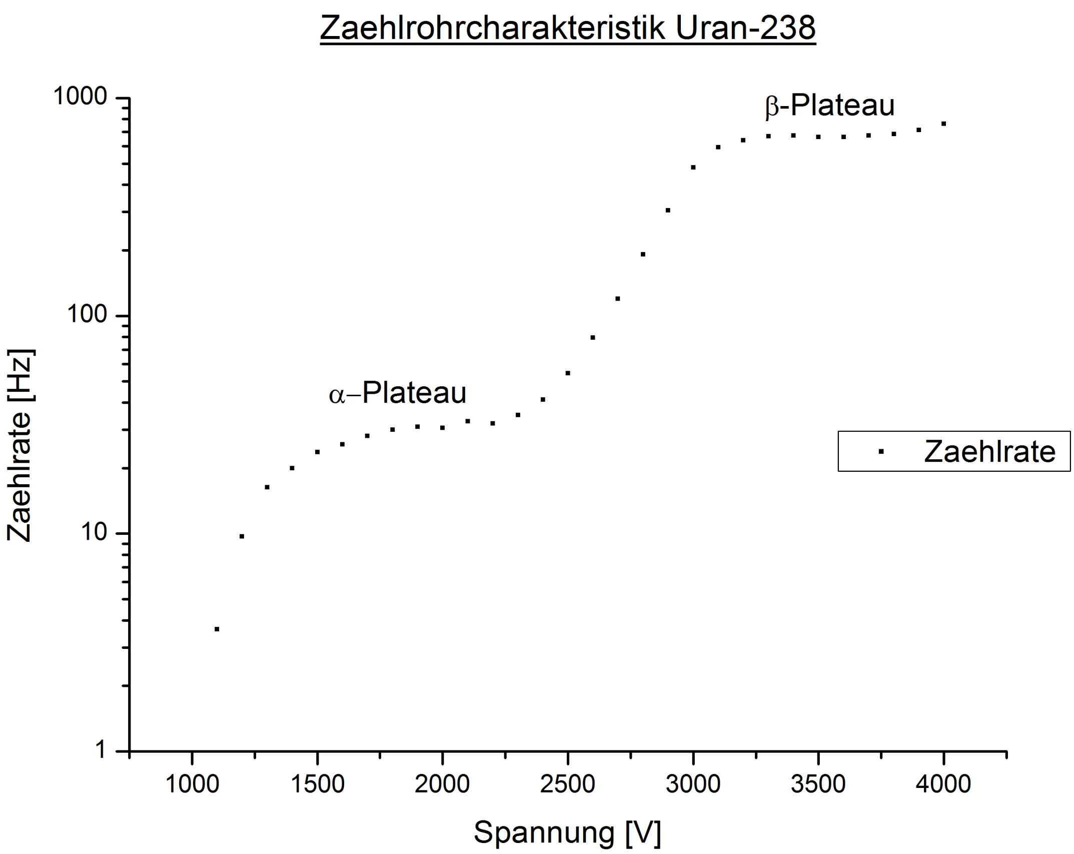
Es wurde ein LabView-Messprogramm erstellt,das folgende Funktionen übernimmt:
- Steuerung des Potentiometers der Hochspannungsquelle
- Zählen der Counts und Bestimmung der Zählraten
- Darstellung der Messwerte als Tabelle
- Darstellung der Messwerte als Diagramm

## 2. Wahl der geeigneten Einstellungen der Elektronik

Die Einstellungen der Elektronik wurden dahingehend optimiert, dass eine saubere Trennung von Signal und Rauschen möglich war.

## 3. Messung der Zählrohrchrakteristik mit Uran-238

Mit einer Messzeit pro Spannungswert von t=50s wurde die Zählrohrcharakteristik von Uran-238 aufgenommen. Man erkennt deutlich die erwarteten Plateaus für α- und β-Strahlung.




Das α-Plateau wurde von U=1700V bis U=2200V festgelegt.

Das β-Plateau von 3300V bis 3800V.

Die gemessenen Werte wurden durch Abzug einer Untergrundmessung (von 1700V – 4000V) mit einem leeren Aluminiumschälchen berichtigt.

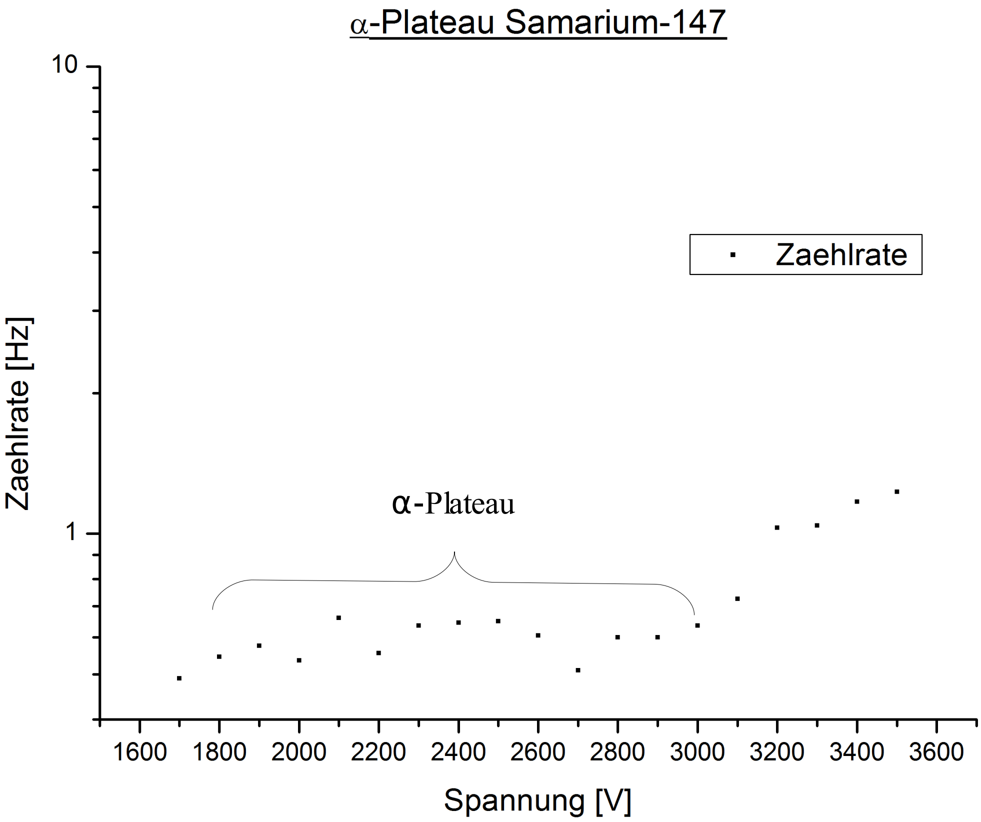
# 4. Halbwertszeit der reinen α-Strahlers Samarium-147

Zur Bestimmung der Halbwertszeit von Samarium wurde zuerst die Arbeitsspannung durch Aufnahme des α-Plateaus bestimmt. Bei dieser Spannung wurde dann die Aktivität von Sm-147 gemessen und unter Berücksichtigung des gemessenen Untergrund die Halbwertszeit berchnet.

## 4.1. Aufnahme des α-Plateaus

Zur Auswahl der Spannung für die Messung der Halbwertszeit wurde in diesem Versuchsteil das α-Plateau mit Samarium aufgenommen. Als Anfangsspannung wurde die Eintrittsspannung des α-Plateaus U=1700V und als Endspannung U=3500V gewählt.

(Schrittweite der Spannung 100V, Messzeit pro Spannungswert 200s)




Grund dieser zusätzlichen Messung ist, dass bei Uran bereits Elektronen bei Spannungen nachgewiesen werden, bei denen das α-Plateaus noch nicht vollständig erreicht ist.

Der Mittelwert der Zählraten von U=1800V bis 3000V : $\mu(n)=\frac{1}{13}\cdot\sum_{i=1}^{13} n_i=0{,}596154\,\frac{1}{s}$

Der Fehler liegt bei: $\sigma(n)=\sqrt{\frac{1}{(12)}\cdot\sum_{i=1}^{13}(n_i-\mu(n))^2}=0{,}01404548\,\frac{1}{s}$

Der leichte Anstieg im α-Plateau kommt von der größer werdenden Spannung, da die Beschleunigung der Elektronen im Zählrohr zu einer Messverstärkung führt.

Die Messwerte wurden mit der Untergrundmessung aus 3. korrigiert.

## 4.2. Messung der Aktivität

Als Mitte des α-Plateau wurde U=2300V gewählt.

Mit einer Messzeit von t = 2000s wurde ein Fehler von 2% erwartet.

Nach der Zeit t = 2000s ergaben sich 1288 Zählungen: $n_{gem}=0{,}644\,\frac{1}{s}$

Als Fehler für die Zählrate ergibt sich: $\sigma(n_{gem})=\frac{0{,}594}{\sqrt{1288}}\,\frac{1}{s}=0{,}01655\,\frac{1}{s}$

Eine zusätzliche Untergrundmessung ergab $n_u=\frac{25}{500\text{s}}=0{,}05\,\frac{1}{s}$

Fehler der Untergrundmessung: $\sigma(n_u)=\frac{0{,}05}{\sqrt{25}}\,\frac{1}{s}=0{,}01\,\frac{1}{s}$

Als korrigierte Zählrate ergibt sich somit: $n=0{,}594\,\frac{1}{s}$

Als Gesamtfehler ergibt sich: $\sigma(n)=\sigma(n_{gem})+\sigma(n_u)=0{,}02655\,\frac{1}{s}$

Die Zählrate mit ihrem Fehler: $n=0{,}594\,\frac{1}{s}\pm0{,}02655\,\frac{1}{s}$

## 4.3. Berechnung der Halbwertszeit

Zur Berechnung der Halbwertszeit wurde der Durchmesser des Aluminiumschälchens vermessen:

$\mu(d)=2{,}8833\,cm$ , also $\mu(r)=1{,}44167\,cm$ und $\mu(F)=r^2\cdot\pi=6{,}5295\,cm^2$

Als Fehler ergab sich: $\sigma(F)=\sqrt{\frac{1}{2}\cdot\sum_{i=1}^{3}(F_i-\mu(F))^2}=0{,}026164\,cm^2$

Unter Verwendung der Herleitung in 2.7.3.3 und $R_{Sm_2O_3}\cdot\rho_{Sm_2O_3}=4{,}026\cdot10^{-3}\,\frac{g}{cm^2}$

sowie $h_{rel}=0{,}1487$ und $m_{rel,Sm_2O_3}=2\cdot150{,}36+3\cdot15{,}9994$ ergibt sich die Halbwertszeit:

$$T_{1/2}(^{147}Sm)=\frac{(\ln(2)\cdot R_{Sm_2O_3}\cdot\rho_{Sm_2O_3}\cdot N_A\cdot h_{rel}\cdot F)}{(2\cdot n\cdot m_{rel,Sm_2O_3})}=const.\cdot\left(\frac{F}{n}\right)\ =$$

$$= 3{,}5831\cdot 10^{17}\frac{1}{cm^2}\cdot(\frac{F}{n})=3{,}9387\cdot 10^{18}s=1{,}249\cdot 10^{11}a$$

Als Zählrate und Fehler ergaben sich: $n=0{,}594\frac{1}{s}$ und $\sigma(n)=\frac{0{,}594}{\sqrt{1288}}\frac{1}{s}=0{,}02655\frac{1}{s}$

Mithilfe der Fehlerfortpflanzung ergibt sich der Fehler der Halbwertszeit:

$$\sigma^2(T_{1/2})=(\frac{(\delta T_{1/2})}{(\delta F)})^2\cdot\sigma(F)^2+(\frac{(\delta T_{1/2})}{(\delta n)})^2\cdot\sigma(n)^2 =$$

$$= (\frac{const.}{n})^2\cdot(0{,}026164\,cm^2)^2+(\frac{-(const.\cdot F)}{n^2})^2\cdot(0{,}02655\frac{1}{s})^2=3{,}124\cdot 10^{34}s^2$$

$$\sigma(T_{1/2})=1{,}768\cdot 10^{17}s=5{,}605\cdot 10^{9}a$$

Somit ergibt sich als Halbwertszeit für Samarium:

$$T_{1/2}(^{147}Sm)=(1{,}249\pm 0{,}056)\cdot 10^{11}a$$

Der Literaturwert für die Halbwertszeit von Samarium ist $T_{1/2}(^{147}Sm)=1{,}06\cdot 10^{11}a$ .

Der von uns bestimmte Wert stimmt also innerhalb der Fehlergrenzen nicht mit dem Literaturwert überein.

Grund: mögliche statistische Fehler:

- Messung zu ungenau durch relativ kurze Messzeit für Aktivität und Untergrund
- Vermessung des Aluminiumschälchens ungenau

mögliche systematische Fehler:

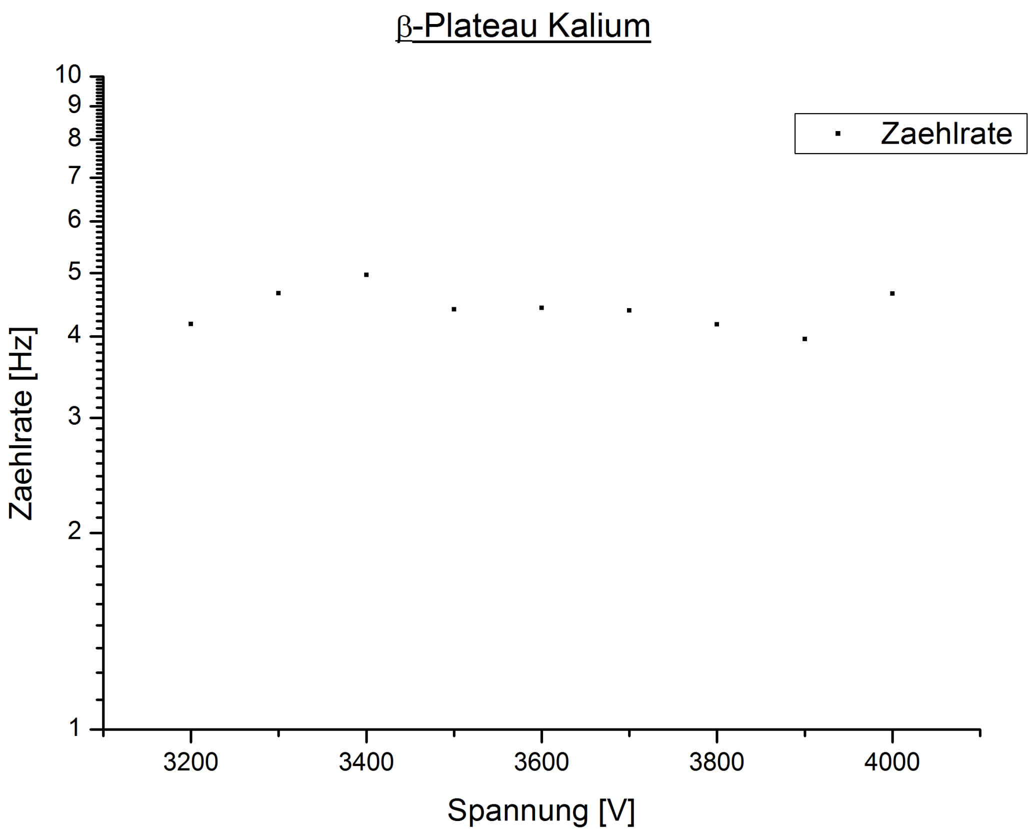
- evtl. wurden vom Durchflusszählrohr nicht alle Zerfälle erfasst, also zu kleines n gemessen.
- Gasfluss nicht optimal geregelt.

# 5. Halbwertszeit des reinen β-Strahlers Kalium-40

## 5.1. Aufnahme des β-Plateaus

Für Kalium-40 wurde das β-Plateau im Bereich U=3200V bis 4000V aufgenommen und mit der Untergrundmessung aus 3. korrigiert.

Grund für diese Messung ist die Tatsache, dass die Zählrate von Uran vor Erreichen der Endspannung von 4000V weiter ansteigt und die Zählrate die des β-Plateaus überschreitet. Es wurde wie beim α-Plateau eine Schrittweite der Spannung von 100V und eine Messzeit pro Spannungswert von t = 100s gewählt.




Der Mittelwert der Zählraten von U=3200V bis 4000V : $\mu(n)=\frac{1}{9}\cdot\sum_{i=1}^{9} n_i = 4{,}421111\frac{1}{s}$

Der Fehler liegt bei: $\sigma(n)=\sqrt{\frac{1}{8}\cdot\sum_{i=1}^{9}(n_i-\mu(n))^2}=0{,}108014\frac{1}{s}$

## 5.2. Massenabhängige Messung der spezifischen Aktivität

Für die Messung wurde als Mitte des β-Plateaus die Spannung U=3600V festgelegt.

Die Messwerte wurden durch eine Untergrundmessung mir leerem Aluminiumschälchen korrigiert : $n_u=\frac{277}{300\text{s}}=0{,}923\frac{1}{s}$

Fehler der Untergrundmessung: $\sigma(n_u)=\frac{0{,}923}{\sqrt{277}}\frac{1}{s}=0{,}055\frac{1}{s}$

Der Fehler der einzelnen Messwerte für eine Messzeit von t=400s wurde als ungefähr 2% angenommen: $\sigma(n_i)=\frac{n_i}{\sqrt{N_i}}+\sigma(n_u)$

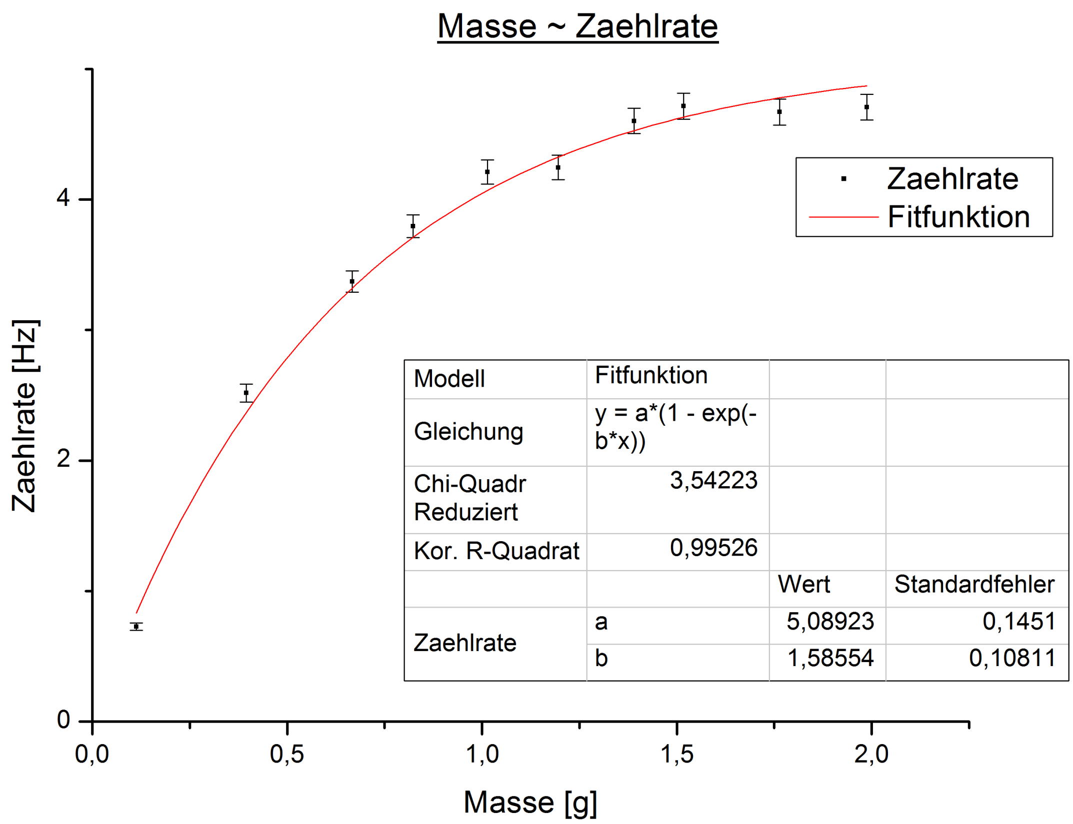
$N_i = Zählung\ nach\ 400\mathrm{s}$

Es ergibt sich die Impulsrate in Abhängigkeit von der Masse gemäß

$$n(m)=\frac{(A_s \cdot F \cdot \rho)}{\mu} \cdot (1-e^{(-b \cdot m)})=a \cdot (1-e^{(-b \cdot m)})$$

Variiert man die Masse m der Probe, lassen sich durch Interpolation der Messwerte die Parameter a und b gewinnen, aus der sich die spezifische Aktivität von Kalium-40 bestimmen lässt.

Fit mit Hilfe von Origin:




Es ergeben sich die Werte für **a = 5,08923** und **b = 1,58554**

mit den Fehlern $\sigma(a)=0{,}1451$ und $\sigma(b)=0{,}10811$ .

Aus $a=A_s\frac{(F \cdot \rho)}{\mu}$ und $b=\frac{\mu}{(F \cdot \rho)}$ folgt $a=\frac{A_s}{b}$ .

Damit ergibt sich $a \sim b^{-1}$ , a und b sind also voll antikorreliert.

Dadurch ergibt sich für die Korrelation: $\rho=-1$

## 5.3. Berechnung der Halbwertszeit

Zur Berechnung der Halbwertszeit wurden die Zählraten mit verschiedenen Massen gemessen. Mit Hilfe der Herleitung der Halbwertszeit für Kalium in Kapitel 2.7.4.2 der Versuchsanleitung,

dem Rückstreufaktor $f = 1{,}29$ ,

der spezifischen Aktivität $A_s = \frac{(2 \cdot a \cdot b)}{f}$ in Abhängigkeit von a und b,

der relativen Häufigkeit von Kalium $h_{rel} = 0{,}000118$ ,

der relativen Molekülmasse von Kaliumchlorid $m_{rel,KCl} = 39{,}10 + 35{,}45$ und der

Formel $n(m) = \frac{(A_s \cdot F \cdot \rho)}{\mu} \cdot (1 - e^{(-b \cdot m)}) = a \cdot (1 - e^{(-b \cdot m)})$ errechnet man die Halbwertszeit:

$$T_{1/2}(^{40}K) = \frac{(\ln(2) \cdot N_A \cdot h_{rel})}{(1{,}13 \cdot A_s \cdot m_{rel,KCl})} = const. \cdot (\frac{1}{A_s}) = 4{,}674 \cdot 10^{16} s = 1{,}481 \cdot 10^9 a$$

$$\sigma^2(T_{1/2}) = (\frac{(\delta T_{1/2})}{(\delta a)})^2 \cdot \sigma(a)^2 + (\frac{(\delta T_{1/2})}{(\delta b)})^2 \cdot \sigma(b)^2 + 2 \cdot (\frac{(\delta T_{1/2})}{(\delta a)}) \cdot (\frac{(\delta T_{1/2})}{(\delta b)}) \cdot Cov(a, b) =$$

$$= (\frac{(const.')}{(a^2 \cdot b)})^2 \cdot 0{,}1451^2 + (\frac{(const.')}{a} \cdot b^2) \cdot 0{,}10811^2 - 2 \cdot (\frac{(const.')^2}{(a^3 \cdot b^3)}) \cdot 0{,}1451 \cdot 0{,}10811 =$$

$$= 1{,}77577 \cdot 10^{30} s^2 + 1{,}015664 \cdot 10^{31} s^2 - 8{,}493723 \cdot 10^{30} s^2 = 3{,}439 s^2$$

$$\sigma(T_{1/2}) = 1{,}854 \cdot 10^{15} s = 0{,}0588 \cdot 10^9 a$$

Somit ergibt sich als Halbwertszeit für Kalium:

$$T_{1/2}(^{40}K) = (1{,}481 \pm 0{,}059) \cdot 10^9 a$$

Der Literaturwert für die Halbwertszeit von Kalium ist $T_{1/2}(^{40}K) = 1{,}28 \cdot 10^9 a$ .

Der von uns bestimmte Wert stimmt also innerhalb der Fehlergrenzen nicht mit dem Literaturwert überein.

Grund: mögliche statistische Fehler:
- Messung zu ungenau durch relativ kurze Messzeit für Aktivitäten und Untergrund
- Ungenauigkeiten bei Massenbestimmung

mögliche systematische Fehler:
- Eichung der Waage
- evtl. wurden vom Durchflusszählrohr nicht alle Zerfälle erfasst, also zu kleines n gemessen.
- Gasfluss nicht optimal geregelt.
- Fehler unterschätzt.