

# FP 1

## ULTRASCHALL

Alexander Fromm  
&  
Martin Hörner  
Gruppe 7

4. Oktober 2005

## Inhaltsverzeichnis

<b>1 Aufgabenstellung</b>	<b>4</b>
1.1 Amplitudengitter . . . . .	4
1.2 Phasengitter . . . . .	4
<b>2 Theorie</b>	<b>5</b>
2.1 Beugung . . . . .	5
2.2 Amplitudengitter . . . . .	5
2.3 Auflösungsvermögen . . . . .	6
2.4 Rekonstruktion der Aperturfunktion . . . . .	6
2.5 Phasengitter . . . . .	7
2.6 Raman-Nath-Theorie . . . . .	7
<b>3 Versuchsbeschreibung und Durchführung</b>	<b>8</b>
<b>4 Versuchsergebnisse</b>	<b>9</b>
4.1 Amplitudengitter . . . . .	9
4.1.1 Sinusgitter . . . . .	9
4.1.2 Referenzgitter . . . . .	9
4.1.3 Strichgitter . . . . .	10
4.2 Phasengitter . . . . .	16
4.2.1 Eichgitter $R$ . . . . .	16
4.2.2 Intensitätsverteilung und Vergleich mit der Raman-Nath-Theorie . . . . .	16
4.2.3 Schallwellenlänge im Isooktan . . . . .	22
<b>5 Zusammenfassung</b>	<b>24</b>
5.1 Amplitudengitter . . . . .	24
5.2 Phasengitter . . . . .	24
<b>6 Handschriftliches</b>	<b>28</b>

## Tabellenverzeichnis

1	Werte des Referenzgitters $R$ zur Eichung . . . . .	9
2	Werte aus der Messung mit Gitter $G_1$ , wobei der Index $r$ für den rechten und der Index $l$ für den linken Peak steht . . . . .	11
3	Werte aus der Messung mit Gitter $G_2$ , der mit * markierte Wert ist von der 0. Ordnung zum Peak gemessen . . . . .	13
4	Werte aus der Messung mit Gitter $G_3$ . . . . .	14
5	Werte aus der Messung mit Gitter $G_4$ . . . . .	15

6	Werte aus der Messung mit Gitter $G_5$ . . . . .	15
7	Werte aus der Messung mit dem Referenzgitter hinter dem Ultraschall-Tank . . . . .	16
8	Werte aus der Messung mit dem Isooktan-Tank (Fortsetzung siehe Tab. 9) . . . . .	17
9	Fortsetzung von Tabelle 8:Werte aus der Messung mit dem Isooktan-Tank . . . . .	18
10	Gitterkonstanten und Auflösungsvermögen der Strichgitter . . . . .	24
11	Werte aus der Messung mit dem Isooktan-Tank (Fortsetzung siehe Tab. 12) . . . . .	25
12	Fortsetzung von Tabelle 11:Werte aus der Messung mit dem Isooktan-Tank . . . . .	26

## Abbildungsverzeichnis

1	Skizze des Versuchsaufbaus . . . . .	8
2	mit dem Referenzgitter $R$ ermittelte Eichgerade . . . . .	10
3	Ausgleichsgerade zur Bestimmung der Gitterkonstanten $K_1$ des Gitters $G_1$ . . . . .	11
4	Aperturfunktion des Gitters $G_1$ , rechts zur Messung der Spaltbreite vergrößert . . . . .	12
5	Ausgleichsgeraden, links: zur Bestimmung der Gitterkonstanten $K_2$ des Gitters $G_2$ , rechts: zur Bestimmung der Gitterkonstanten $K_3$ des Gitters $G_3$ . . . . .	13
6	10DM-Schein mit dem Abbild von C. F. Gauß . . . . .	14
7	Ausgleichsgeraden, links: zur Bestimmung der Gitterkonstanten $K_4$ des Gitters $G_4$ , rechts: zur Bestimmung der Gitterkonstanten $K_5$ des Gitters $G_5$ . . . . .	15
8	mit Referenzgitter $R$ nach dem mit Isooktan gefüllten Tank ermittelte Eichgerade . . . . .	16
9	Vergleich der Meßwerte mit der Raman-Nath-Theorie, 0. Ordnung . . . . .	19
10	Beugungsbild des Phasengitters bei einer Spannungsamplitude von $a=2,36V$ . . . . .	19
11	Vergleich der Meßwerte mit der Raman-Nath-Theorie, links: 1. Ordnung links der 0. Ordnung, rechts: 1. Ordnung rechts der 0. Ordnung . . . . .	20
12	Beugungsbild des Phasengitters bei einer Spannungsamplitude von $a=2,98V$ . . . . .	20
13	Vergleich der Meßwerte mit der Raman-Nath-Theorie, links: 2. Ordnung links der 0. Ordnung, rechts: 2. Ordnung rechts der 0. Ordnung . . . . .	21
14	Vergleich der Meßwerte mit der Raman-Nath-Theorie, links: 3. Ordnung links der 0. Ordnung, rechts: 3. Ordnung rechts der 0. Ordnung . . . . .	21
15	Vergleich der Meßwerte mit der Raman-Nath-Theorie 4. Ordnung . . . . .	22
16	Ausgleichsgerade zur Bestimmung der Ultraschall-Wellenlänge im Isooktan . . . . .	23
17	Beugungsbild des Phasengitters bei einer Spannungsamplitude von $a=4,40V$ . . . . .	23
18	Vergleich der Meßwerte bei einer Frequenz von $\nu \simeq 6,47MHz$ mit der Raman-Nath-Theorie, trotz maximal ausgeschöpftem Amplitudenintervall ergaben sich hier keine verwertbaren Extrema. Die eingezeichneten Fehler stimmen nicht mit den realen Fehlern überein!! . . . . .	27

# **1 Aufgabenstellung**

## **1.1 Amplitudengitter**

- Bestimmung der Gitterkonstante eines Sinusgitters aus dem Abstand der ersten Beugungsordnung
- Bestimmung der Gitterkonstanten von fünf Amplitudengittern
- Berechnung der Aperturfunktion für Gitter eins (größte Gitterkonstante, höchste Dichte an den Beugungsmaxima) aus den ermittelten Intensitäten der Beugungsordnungen sowie Zeichnen einer Periode der Aperturfunktion
- Bestimmung des Verhältnisses der Spaltbreite zum Spaltabstand aus der Aperturfunktion
- Bestimmung des Auflösungsvermögens der Gitter bei ihrer vollen Ausleuchtung

## **1.2 Phasengitter**

- Messung der Intensitätsverteilung der Beugungsfigur eines Ultraschallwellengitters in Abhängigkeit von der Spannung am Ultraschallschwingquarz
- Vergleich der Messergebnisse mit der Raman-Nath-Theorie
- Bestimmung der Schallwellenlänge in Isooktan durch Ausmessen der Beugungsordnungen und Vergleich mit dem rechnerischen Wert

## 2 Theorie

### 2.1 Beugung

Unter Beugung versteht man die Wechselwirkung elektromagnetischer Wellen mit geometrischen Objekten, wie Blenden, Spalten und Kanten, die nicht durch Brechung und Reflektion zu erklären sind. Beugungseffekte lassen sich anschaulich durch die Huygens'sche Theorie der Wellenausbreitung erklären, nach der von jedem Punkt im Raum, der von einer Wellenfront überrollt wird, eine Kugelwelle ausgeht. An Kanten und Spalten kommt es zu Inhomogenitäten in der Ausbreitung, so daß Interferenzerscheinungen aufereten. Bei Beugungsexperimenten unterscheidet man zwischen zwei möglichen Versuchsanordnungen:

- 1.) *Fresnel'sche Anordnung*: Bei dieser Anordnung ist der Abstand Lichtquelle-Apertur oder Schirm-Apertur klein, d.h. die Form der Wellenfront des einfallenden Lichts ist nicht vernachlässigbar.
- 2.) *Fraunhofer Anordnung*: Im Gegensatz zur Fresnelschen Anordnung sind hier die Abstände groß, d.h. die Wellenfront des einfallenden Lichts kann als eben angenommen werden. Zusätzlich wird gefordert, daß die Beugungsöffnung groß gegen die Wellenlänge des einfallenden Lichtes ist.

Hier werden sämtliche Versuche in der Fraunhofer Anordnung durchgeführt.

### 2.2 Amplitudengitter

Die Eigenschaften eines Beugungshindernisses lassen sich durch eine Aperturfunktion  $g(x, y)$  beschreiben, mit welcher sich die Amplitude und Phase der Wellenfunktion auf dem Schirm berechnen lassen. Im Experiment werden allerdings typischerweise Intensitäten beobachtet und gemessen. Es lässt sich aber mit dem Kirchhoff'schen Integraltheorem zeigen, daß man die Feldverteilung auf dem Schirm durch die Fouriertransformierte der Aperturfunktion erhält. Da aber die beobachtbare Intensitätsverteilung proportional zum Quadrat der Feldverteilung ist, erhält man den Zusammenhang

$$I \propto \left| \int_{\text{Blende}} g(x, y) \exp(ikr) dx dy \right|^2.$$

Das bedeutet, daß man die Feldverteilung auf dem Schirm durch die Fouriertransformation der Aperturfunktion erhält. Im Experiment ist jedoch die Intensität direkt zugänglich. Sie ist proportional zum Quadrat der Feldverteilung. Bei einem Strichgitter gilt für den Beugungswinkel  $\vartheta$  zum Maximum  $m$ -ter Ordnung:

$$\sin \vartheta = \frac{m\lambda}{K}$$

mit der Wellenlänge  $\lambda$  des einfallenden Lichts und der Gitterkonstanten  $K$ .

Betrachtet man die Amplitudenmodulation an einem langen Einzelspalt ( $l \gg b$ ) mit der Apertur- oder Durchlassfunktion  $g(x)$  gegeben durch

$$g(x) = \begin{cases} 0 & ; |x| > \frac{b}{2} \\ 1 & ; |x| \leq \frac{b}{2} \end{cases}.$$

Somit erhält man für die Amplitude der Lichtwellenfunktion in Abhängigkeit vom Beugungswinkel  $\vartheta$

$$\psi(\vartheta) \propto \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \exp(ikx \cdot \sin(\vartheta)) dx = \frac{\sin\left(\frac{1}{2kb \sin \vartheta}\right)}{k \sin \vartheta}$$

mit der Spaltbreite  $b$ . Für  $\beta(\vartheta) = \frac{1}{2kb \sin \vartheta}$  gilt für die Intensitätsverteilung

$$I(\vartheta) = \psi(\vartheta) \propto \left( \frac{\sin(\beta(\vartheta))}{\beta(\vartheta)} \right)^2.$$

Geht man zu einem Amplitudengitter mit  $N$  Spalten und der Gitterkonstanten  $K$  über, so erhält man eine  $K$ -periodische Aperturfunktion der Form

$$g(x) = \begin{cases} 1 & ; 0 \leq x \leq b, \quad K \leq x \leq K + b \\ 0 & ; \text{sonst} \end{cases},$$

damit setzt sich die Gesamtwellenfunktion aus einer Summe von  $N$  Integralen zusammen, so dass für die Intensitätsverteilung gilt:

$$I(\vartheta) = \psi^2(\vartheta) \propto \left( \frac{\sin(\beta(\vartheta))}{\beta(\vartheta)} \right)^2 \cdot \left( \frac{\sin(N\gamma)}{N \cdot \sin(\gamma)} \right)^2$$

mit  $\beta(\vartheta) = \frac{1}{2kb \sin(\vartheta)}$  und  $\gamma(\vartheta) = \frac{1}{2kK \sin(\vartheta)}$ . Dabei ist der erste Faktor die „Einhüllende“ der Beugungsmaxima, wohingegen der zweite Faktor die Lage der Maxima beschreibt. Damit ist auch zu verstehen, weshalb im Beugungsexperiment mit den Amplitudengittern unter Umständen Beugungsordnungen nicht erscheinen. In solch einem Fall, hat die Einhüllende ein Minimum und lässt die Intensität verschwinden.

Für den Zusammenhang zwischen Beugungswinkel  $\vartheta$  und der Beugungsordnung  $m$  erhält man somit die Form

$$m\lambda = K \sin(\vartheta),$$

wobei  $\lambda$  die Wellenlänge des einfallenden Lichts ist.

### 2.3 Auflösungsvermögen

Unter dem Auflösungsvermögen versteht man den kleinsten Abstand zweier Objektpunkte, so daß diese von einem optischen Gerät noch getrennt abgebildet werden können. Eine exaktere Formulierung beinhaltet das Reyleigh'sche Kriterium: „Wenn das nullte Beugungsmaximum eines Objektes mit dem ersten Beugungsminimum eines zweiten Objektes zusammenfällt, so werden diese beiden Objekte noch sicher aufgelöst,“. Beim Gitter spricht man auch vom „spektralen Auflösungsvermögen“  $a$ . Es ist gegeben durch:

$$a = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = N \cdot m$$

mit der Zahl der lichtdurchsetzten Gitterlinien  $N$  und der Zahl der dabei beobachteten Beugungsmaxima  $m$ .

### 2.4 Rekonstruktion der Aperturfunktion

Man ist daran interessiert, aus einer gemessenen Intensitätsverteilung die zugehörige Aperturfunktion zu ermitteln. Mathematisch erhält man sie durch die inverse Fourier-Transformation der Wurzel der Intensitätsverteilung. Näherungsweise erhält man:

$$g(x) = \sum_{j=0}^{\infty} \pm \sqrt{I_j} \cdot \cos\left(\frac{x}{K} 2\pi j\right) \quad (1)$$

wobei  $I_j$  die j-te Peakamplitude des Beugungsbildes ist.  
Hier ergibt sich so das Auflösungsvermögen eines Gitters zu

$$a = N \cdot m$$

mit der Anzahl der beleuchteten Spalte  $N$ . Bei bekanntem Beleuchtungsstrahldurchmesser  $s$  und Gitterkonstanten  $K$  ergibt sich

$$a = \frac{s}{K} \cdot m \quad .$$

## 2.5 Phasengitter

Anders als beim Amplitudengitter ist hier die Transmission konstant, moduliert wird nur die Phase. Das bedeutet, daß ursprünglich phasengleiche Wellen phasenversetzt aus dem Gitter austreten. Dies erreicht man durch periodische Variationen des Brechungsindex. In Regionen mit höherem Brechungsindex wird die Amplitude des einfallenden Lichts durch Überlagerung verstärkt.

In diesem Versuch werden diese periodischen Variationen des Brechungsindex durch Dichteschwankungen in Isoktan erzeugt. Hierzu werden über Ultraschallquarze Schallwellen in einer Zelle, gefüllt mit Isoktan erzeugt. Für den ortsabhängigen Brechungsindex gilt

$$n(x) = n_0 + \Delta n \cdot \sin\left(\frac{2\pi x}{\Lambda}\right) \quad ,$$

mit der Wellenlänge der Ultraschall-Welle  $\Lambda$  und der Variation des Brechungsindex  $\Delta n$ . Zusätzlich ist die Schallintensität proportional zum Quadrat der Spannung an der Ultraschallzelle und für die Änderung  $\Delta n$  des Brechungsindex gilt:

$$\frac{\Delta n}{n - 1} = \frac{\Delta p}{p_0} \sim \sqrt{S}$$

mit der Schallintensität  $S$ . Das heißt, daß die Änderung des Brechungsindex proportional zur Amplitude des Schallwellenfeldes ist.

## 2.6 Raman-Nath-Theorie

Mit dem Konzept der Intensitätsverteilung als Fouriertransformierte der Aperturfunktion unter Berücksichtigung der Eigenschaften des Phasengitters liefert die von Raman und Nath entwickelte Theorie

$$\sin(\vartheta) = \pm m \frac{\lambda}{\Lambda}$$

mit der Beugungsordnung  $m$ , der Lichtwellenlänge  $\lambda$  und der Ultraschallwellenlänge im Medium  $\Lambda$ . Für das Verhältnis der Intensität des Maximums m-ter Ordnung zur Intensität des Maximums n-ter Ordnung gilt:

$$\frac{I_m}{I_n} = \frac{J_m^2\left(\frac{2\pi\Delta n D}{\lambda}\right)}{J_n^2\left(\frac{2\pi\Delta n D}{\lambda}\right)}$$

mit  $J_n$  Besselfunktion n-ter Ordnung und der Dicke des Schallwellenfeldes  $D$ .

### 3 Versuchsbeschreibung und Durchführung

In diesem Versuch musste zuerst der Strahlengang justiert werden. Dazu wurden zuerst alle Linsen und der Ultraschall-Tank aus dem Strahlengang entfernt und der Laser mittels zwei Spiegel parallel zum Tisch ausgerichtet. Dabei musste darauf geachtet werden, daß der Strahl, mit dem im Anschluß getriggert werden soll nach wie vor auf die Diode  $D_2$  gerichtet ist.

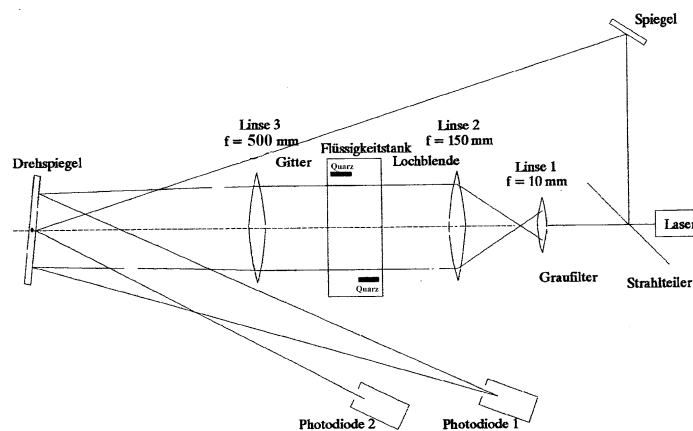


Abbildung 1: Skizze des Versuchsaufbaus

Nach Verdunkeln des Lasers wurde die Linse  $L_1$  eingesetzt und dafür gesorgt, daß der Strahl nach wie vor parallel zum Tisch ist. Ebenso wurde mit den Linsen  $L_2$  und  $L_3$  verfahren. Dann wurde die Lochblende in den Strahlengang gesetzt und justiert.

Nachdem der Strahlengang nochmals kontrolliert war, wurde das Sinusgitter in der dafür vorgesehenen Halterung in den Strahlengang nach Linse  $L_2$  gesetzt und die Linse  $L_3$  entfernt. Nun konnte auf einer Platte das Beugungsbild des Sinusgitters betrachtet und vermessen werden. Dabei fiel eine Asymmetrie der Intensitäten in der ersten Ordnung auf. Die rechte Seite war weit schwächer, als die linke und mit der Justierbrille nicht mehr zu erkennen.

Als das Beugungsbild des Sinusgitters vermessen war, wurde es durch das Referenzgitter  $R$  ersetzt und auch die Linse  $L_3$  wieder in den Strahlengang gesetzt. Nun konnte auf dem Oszilloskop das Beugungsbild betrachtet und mit dem Computer ausgelesen werden. Auch hier wurde der Abstand der Beugungsordnungen von insgesamt fünf Gittern und dem Referenzgitter  $R$  vermessen.

Dannach wurde das Gitter durch den Ultraschall-Tank, gefüllt mit Isooktan ersetzt und eine Sinusspannung an die Piezo-Quarze angelegt. Dabei wurde die im Praktikumsordner vorgeschlagene Frequenz zur Orientierung verwendet. Die Messungen von Peakhöhen und Abständen der Beugungsordnungen wurden am Computer bei einer Frequenz von etwa  $\nu_1 \simeq 2,07$  MHz und  $\nu_2 \simeq 6,5$  MHz vorgenommen, mehr hierzu in der Zusammenfassung. Dafür wurde das Beugungsbild des Phasengitters mit dem Computer ausgelesen und vermessen, was mit zehn verschiedenen Spannungsamplituden wiederholt wurde. Die Amplitude und deren Änderung wurde am Oszilloskop beziehungsweise am Computer überprüft.

Im Anschluß daran wurden aus Interesse die vorher beobachteten Oberschwingungen der Resonanzfrequenz der Quarze eingestellt und vermessen. Zu guter Letzt wurde noch die Dicke des Laserstrahls gemessen, um die Auflösung der Gitter bestimmen zu können.



## 4 Versuchsergebnisse

### 4.1 Amplitudengitter

#### 4.1.1 Sinusgitter

Nach der Justierung des Strahlengangs wurde das Sinusgitter nach Linse  $L_2$  gesetzt und das Beugungsbild sowie der Abstand von Schirm zum Gitter vermessen. Dabei wurde der Abstand der beiden Maximas erster Ordnung gemessen und durch zwei dividiert, um den Ablesefehler, den wir zu  $1mm$  abschätzen auf die Hälfte, also  $0,5mm$  zu reduzieren. Dies wurde bei allen verwendeten Gittern, wenn nicht explizit anders beschrieben so betrieben. Aus den Werten wurde über

$$K = \frac{m\lambda}{\sin \vartheta}$$
$$\vartheta = \tan^{-1} \left( \frac{d}{2D} \right)$$

die Gitterkonstante des Sinusgitters zu

$$K_S = (999 \pm 14)nm \quad ,$$

was mit dem auf dem Gitter angegebenen Wert von  $K = 984nm$  innerhalb von ziemlich genau  $1 \cdot \sigma$  übereinstimmt. Für die Berechnung des Fehlers wurde Gauß'sche Fehlerfortpflanzung gemäß

$$S_K = \sqrt{\left( \frac{\partial K}{\partial x_1} \right)^2 \cdot S_{x_1} + \left( \frac{\partial K}{\partial x_2} \right)^2 \cdot S_{x_2} + \dots + \left( \frac{\partial K}{\partial x_n} \right)^2 \cdot S_{x_n}}$$

verwendet. Damit ergibt sich für das Sinusgitter

$$\frac{1}{K_S} = (1001 \pm 14) \frac{\text{Linien}}{mm} \quad .$$

#### 4.1.2 Referenzgitter

Um das Oszilloskop zu eichen, wurden die Beugungsmaxima eines Amplitudengitters mit bekannter Gitterkonstanten von  $K_R = 125\mu m$  vermessen. Dazu wurde um die Fraunhofer-Bedingung zu erfüllen die Linse  $L_3$  wieder in den Strahlengang gesetzt und die Beugungsbilder am Oszilloskop beziehungsweise um den Fehler, den wir mit  $1\mu s$  abschätzen, zu minimieren, am Computer vermessen, womit sich die Werte in Tabelle 1 ergaben.

Ordnung m	Abstand $T_m$ Peak zu Peak / $\mu s$	Fehler $S_{T_m}$ / $\mu s$
1	130,0	1,0
2	256,0	1,0
3	387,5	1,0
4	517,0	1,0

Tabelle 1: Werte des Referenzgitters  $R$  zur Eichung

Da nun der Abstand zwischen Gitter und Schirm nicht mehr bestimmbar ist, muß ein Eichfaktor  $\alpha$  ermittelt werden, um die abgelesenen Zeiten in Verbindung mit dem zugehörigen Winkel zu setzen. Aus

den in Tabelle 1 angegebenen Werten lässt sich nun unter Verwendung von

$$\begin{aligned}\sin \vartheta_m &= \frac{m\lambda}{K} \\ t_m = \alpha \sin \vartheta_m &= \frac{m\lambda\alpha}{K}\end{aligned}\quad (2)$$

die Eichkonstante  $\alpha$  als Steigung einer Ausgleichsgeraden, bei der  $t_m$  gegen  $\frac{m\lambda}{K_R}$  aufgetragen ist zu

$$\alpha = (12766 \pm 76)\mu s$$

bestimmen. Der Fehler ergibt sich hierbei aus der Linearen Regression (siehe Abb. 2) unter Berücksichtigung des Ablesefehlers.

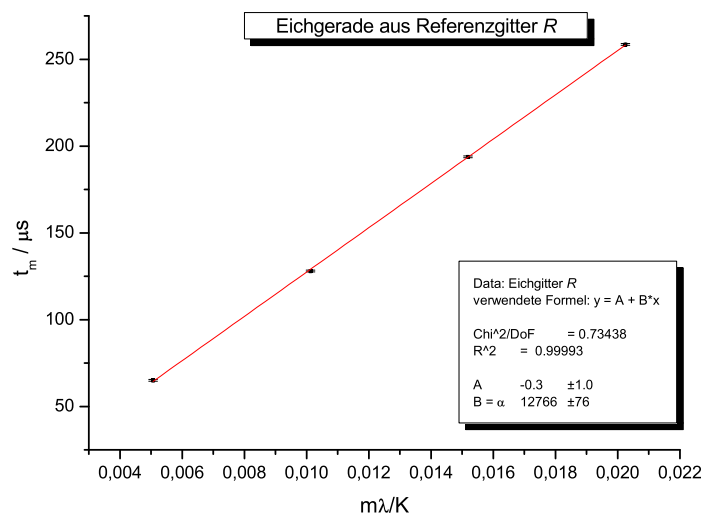


Abbildung 2: mit dem Referenzgitter  $R$  ermittelte Eichgerade

Somit erhält man einen Eichwert für den optischen Aufbau, was eine Vermessung der übrigen Gitter ermöglicht. Aus dem Zusammenhang in Gleichung 2 ergibt sich durch Auftragen von  $m\lambda$  gegen  $\frac{t_m}{\alpha}$  die jeweilige Gitterkonstante  $K_{G_i}$  als Steigung der Ausgleichsgeraden.

#### 4.1.3 Strichgitter

Aus den Strichgittern kann nun unter Zuhilfenahme des oben ermittelten Eichfaktors  $\alpha$  die Gitterkonstante des jeweiligen Gitters durch Lineare Regression bestimmt werden. Um später das Auflösungsvermögen der Gitter bestimmen zu können, wurde die Laserstrahldicke gemessen. Es ergab sich ein Wert von

$$\delta = (4 \pm 1)mm \quad ,$$

was einem enormen Fehler von 25% entspricht.

## 4.1.3.1 Gitter 1

Nach Einsetzen von Gitter  $G_1$  ergaben sich durch das Ausmessen der Beugungsmaxima die in Tabelle 2 aufgelisteten Werte. Daraus ergibt sich für die Gitterkonstante  $K_1$ , die direkt der Steigung der Ausgleichsgeraden entspricht zu

$$(136,0 \pm 0,5) \mu\text{m} \quad .$$

Ordnung m	Abstand $T_m$ Peak zu Peak / $\mu\text{s}$	Fehler $\mathcal{S}_{T_m}$ / $\mu\text{s}$	Amplitude $h$ / V	Fehler $\mathcal{S}_h$ / V
0	-	-	3,96	0,01
1	118,0	1,0	$0,24^{\text{r},\text{l}}$	0,01
2	236,0	1,0	$0,18^{\text{r}}, 0,22^{\text{l}}$	0,01
3	354,0	1,0	$0,10^{\text{r}}, 0,12^{\text{r}}$	0,01
4	472,0	1,0	$0,04^{\text{r}}, 0,06^{\text{l}}$	0,01
5	594,0	1,0	$0,02^{\text{r},\text{l}}$	0,01

Tabelle 2: Werte aus der Messung mit Gitter  $G_1$ , wobei der Index r für den rechten und der Index l für den linken Peak steht

Dabei wurde die Wellenlänge  $\lambda$  als fehlerlos angenommen. Der Fehler in x-Richtung ergibt sich mit der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung aus dem Fehler von  $\alpha$  und dem Ablesefehler von  $\mathcal{S}_{t_m} = 0,5 \mu\text{s}$  gemäß

$$\mathcal{S}_{K_1} = \sqrt{\alpha^2 \cdot \mathcal{S}_{t_m}^2 + \left(\frac{t}{\alpha^2}\right)^2 \cdot \mathcal{S}_{\alpha}^2} \quad ,$$

wobei  $\frac{T_m}{2} = t_m$  ist. Die Ausgleichsgerade ist in Abbildung 3 zu sehen. Aus dem gemessenen Strahl-

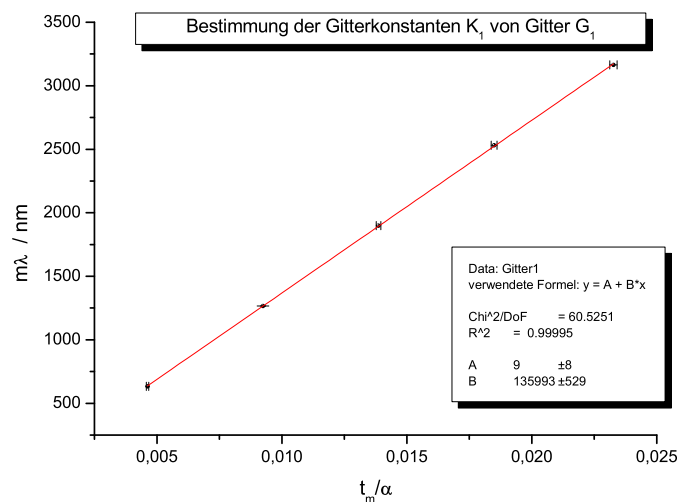


Abbildung 3: Ausgleichsgerade zur Bestimmung der Gitterkonstanten  $K_1$  des Gitters  $G_1$

durchmesser  $\delta$  und der ermittelten Gitterkonstante  $K$  läßt sich nun über

$$a = \frac{\delta}{K} m$$

das Auflösungsvermögen des Gitters zu

$$a = 147 \pm 37$$

bestimmen. Der Fehler ergibt sich aus der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung, in Anbetracht des vernachlässigbar kleinen Fehlers der Gitterkonstante gegenüber dem der Laserstrahldicke zu

$$\mathcal{S}_a = \sqrt{\left(\frac{a}{\delta} \mathcal{S}_\delta\right)^2 + \left(\frac{a}{K} \mathcal{S}_K\right)^2} \simeq \frac{a}{\delta} \cdot \mathcal{S}_\delta \quad .$$

Aus den gemessenen, in Tabelle 2 angegebenen Intensitäten, ließ sich über den Zusammenhang der Aperturfunktion mit der Intensitätsverteilung die Aperturfunktion des Gitters  $G_1$  über Gleichung 1 annähern und graphisch darstellen. Das Ergebnis ist in Abbildung 4 zu sehen.

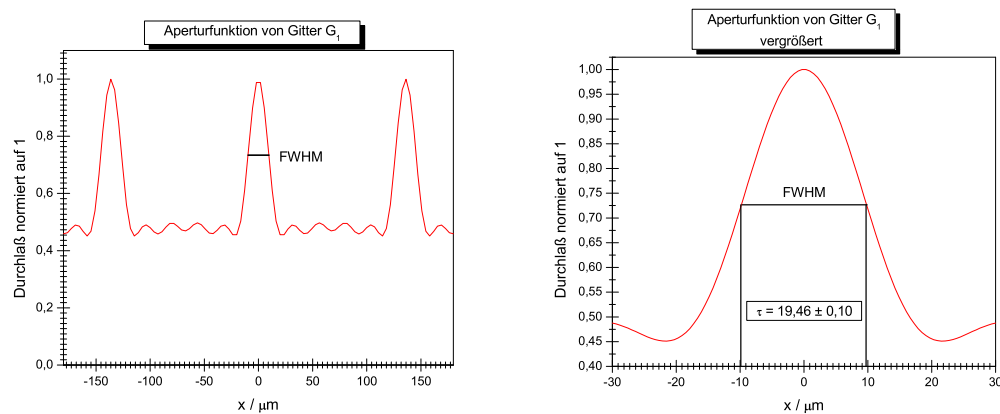


Abbildung 4: Aperturfunktion des Gitters  $G_1$ , rechts zur Messung der Spaltbreite vergrößert

Um aus der Aperturfunktion die Spaltbreite zu erhalten, verwendeten wir die Full Width Half Maximum-Methode, daraus ließ sich recht genau die Spaltbreite zu

$$\tau = (19,46 \pm 0,10) \mu m$$

bestimmen. Aus der Spaltbreite ließ sich nun auch das Verhältnis aus Spaltbreite zu Gitterkonstante zu

$$\frac{\tau}{K_1} = 0,143 \pm 0,001$$

bestimmen, wobei sich der Fehler über die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung aus

$$\mathcal{S}_{\frac{\tau}{K_1}} = \sqrt{\left(\frac{1}{K_1} \cdot \mathcal{S}_\tau\right)^2 + \left(\frac{\tau}{K_1^2} \cdot \mathcal{S}_{K_1}\right)^2}$$

errechnet.

## 4.1.3.2 Gitter 2

Für das zweite Amplitudengitter  $G_2$  ergaben sich die in Tabelle 3 gelisteten Werte. Der Zeitwert  $T_2$ , der mit einem \* markiert ist, gibt nicht den Abstand von Peak zu Peak der zweiten Ordnung, sondern den Abstand vom Peak der nullten zum Peak der zweiten Ordnung an.

Ordnung m	Abstand $T_m$ Peak zu Peak / $\mu s$	Fehler $S_{T_m}$ / $\mu s$
1	443,5	1,0
2	442,0*	1,0

Tabelle 3: Werte aus der Messung mit Gitter  $G_2$ , der mit \* markierte Wert ist von der 0. Ordnung zum Peak gemessen

Da beim zweiten Gitter nur zwei Beugungsordnungen meßbar waren, ergibt die Linearre Regression, die in Abbildung 5 links dargestellt ist naturgemäß kein Fehler. Dieser läßt sich aber mittels der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung gemäß

$$S_{K_2} = \sqrt{\left(\frac{K}{\alpha}\right)^2 \cdot S_{\alpha}^2 + (K_2 t \cdot S_t)^2}$$

abschätzen. Daraus ergibt sich für die Gitterkonstante

$$K_2 = (36,7 \pm 0,6) \mu m$$

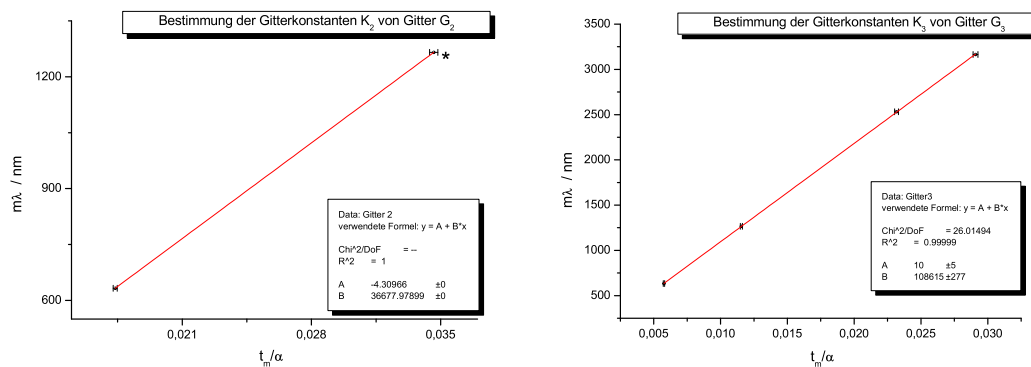


Abbildung 5: Ausgleichsgeraden, links: zur Bestimmung der Gitterkonstanten  $K_2$  des Gitters  $G_2$ , rechts: zur Bestimmung der Gitterkonstanten  $K_3$  des Gitters  $G_3$

Für das Auflösungsvermögen von Gitter 2 ergibt sich ein Wert von

$$a_2 = 218 \pm 55$$

**4.1.3.3 Gitter 3**

Für das dritte Amplitudengitter  $G_3$  sind die sich ergebenden Werte in Tabelle 4 angegeben. Hierbei fällt das Fehlen der dritten Ordnung auf. Es ist davon auszugehen, daß an dieser Stelle die Einhüllende ein Minimum aufweist. Aus der Linearen Regression ergibt sich die Gitterkonstante zu

$$K_3 = (108,6 \pm 0,3) \mu m \quad .$$

Dabei ergibt sich auch hier der Fehler aus der Linearen Regression, die in Abbildung 5 rechts zu sehen ist.

Ordnung m	Abstand $T_m$ Peak zu Peak / $\mu s$	Fehler $S_{T_m}$ / $\mu s$
1	147,0	1,0
2	295,0	1,0
3	nicht messbar	1,0
4	591,5	1,0
5	742,5	1,0

Tabelle 4: Werte aus der Messung mit Gitter  $G_3$ 

Für Gitter 3 ergibt sich

$$a_3 = 184 \pm 46$$

als Auflösungsvermögen.



Abbildung 6: 10DM-Schein mit dem Abbild von C. F. Gauß

**4.1.3.4 Gitter 4**

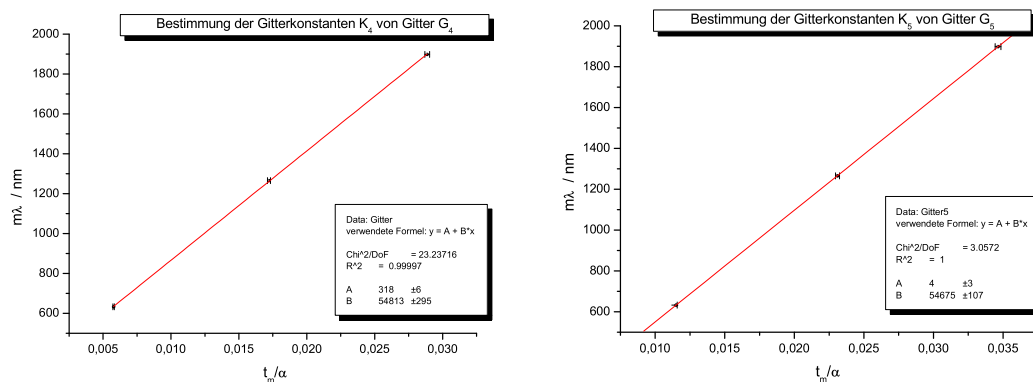
Aus der Vermessung des vierten Amplitudengitters  $G_4$  ergeben sich die Werte in Tabelle 5. Aus der Linearen Regression ergibt sich die Gitterkonstante zu

$$K_4 = (54,8 \pm 0,3) \mu m$$

und auch hier ergibt sich der Fehler direkt aus der Linearen Regression unter Berücksichtigung der Fehler von  $\alpha$  und  $t_m$ . Die Ausgleichsgerade ist in Abbildung 7 links dargestellt. Das Auflösungsvermögen von Gitter 4 ergibt sich zu

$$a_4 = 219 \pm 55 \quad .$$

Ordnung m	Abstand $T_m$ Peak zu Peak / $\mu s$	Fehler $\mathcal{S}_{T_m}$ / $\mu s$
1	147,5	1,0
2	439,5	1,0
3	737,0	1,0

Tabelle 5: Werte aus der Messung mit Gitter  $G_4$ Abbildung 7: Ausgleichsgeraden, links: zur Bestimmung der Gitterkonstanten  $K_4$  des Gitters  $G_4$ , rechts: zur Bestimmung der Gitterkonstanten  $K_5$  des Gitters  $G_5$ 

#### 4.1.3.5 Gitter 5

Die Werte für das fünfte Amplitudengitter  $G_5$  sind in Tabelle 6 aufgelistet. Für diese Werte ergibt die in Abbildung 7 rechts abgebildete Lineare Regression eine Gitterkonstante von

$$K_5 = (54,67 \pm 0,11) \mu m \quad .$$

Ordnung m	Abstand $T_m$ Peak zu Peak / $\mu s$	Fehler $\mathcal{S}_{T_m}$ / $\mu s$
1	293,5	1,0
2	590,0	1,0
3	884,5	1,0

Tabelle 6: Werte aus der Messung mit Gitter  $G_5$ 

Hier ergibt sich ein Auflösungsvermögen von

$$a_5 = 219 \pm 55 \quad .$$

## 4.2 Phasengitter

### 4.2.1 Eichgitter $R$

Nachdem alle Amplitudengitter vermessen waren, wurde der Gitterhalter durch den mit Isooktan gefüllten Ultraschall-Tank ersetzt. Hinter den Tank wurde erneut das Referenzgitter  $R$  gesetzt, um eventuelle Abweichungen des Eichfaktors  $\alpha$  durch das Isooktan feststellen zu können.

Ordnung $m$	Abstand $T_m$ Peak zu Peak / $\mu s$	Fehler $S_{T_m}$ / $\mu s$
1	130,0	1,0
2	258,5	1,0
3	388,5	1,0
4	520,5	1,0
5	650,0	1,0

Tabelle 7: Werte aus der Messung mit dem Referenzgitter hinter dem Ultraschall-Tank

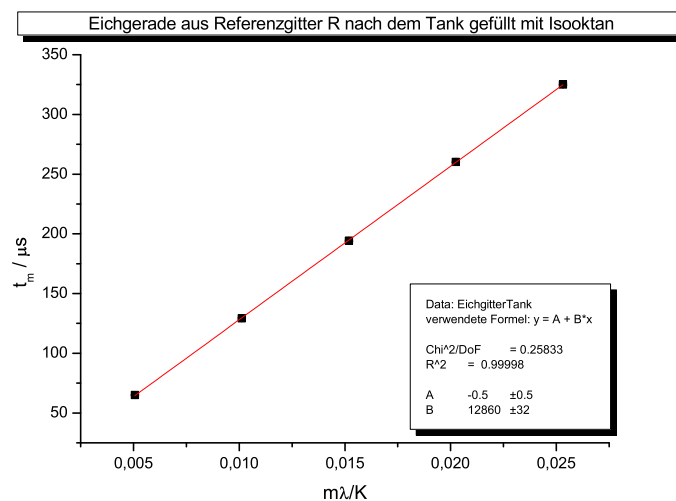


Abbildung 8: mit Referenzgitter  $R$  nach dem mit Isooktan gefüllten Tank ermittelte Eichgerade

Der ermittelte Eichfaktor ergibt sich zu

$$(12860 \pm 32) \mu s ,$$

was innerhalb der Fehler mit dem vorher errechneten Wert ohne den Tank übereinstimmt.

### 4.2.2 Intensitätsverteilung und Vergleich mit der Raman-Nath-Theorie

Danach wurde das Eichgitter aus dem Strahlengang entfernt, und die Piezoquarze im Tank an eine Sinusförmige Spannung bei einer Frequenz von etwa 2,1MHz, welche bei Variation der Amplitude et-



was schwankte, angeschlossen. Die entstehenden Beugungsbilder wurden auf dem Oszilloskop und dem Computer beobachtet und die Abstände der Maxima, sowie deren Höhen bei zehn verschiedenen Amplituden vermessen. Die sich ergebenden Werte sind in Tabelle 8 beziehungsweise in Tabelle 9 zu sehen.

Ordnung m	Abstand $T_m$ / $\mu s$ Peak zu Peak	Fehler $\mathcal{S}_{T_m}$ / $\mu s$	Amplitude $h$ / V links	Amplitude $h$ / V rechts	Fehler $\mathcal{S}_h$ / V
Amplitude $A_1 = (1,36 \pm 0,01)V$ Frequenz $\nu_1 = (2,07 \pm 0,01)MHz$					
0	-	-	11,20	-	0,01
1	27,9	0,5	3,20	3,12	0,01
Amplitude $A_2 = (2,36 \pm 0,01)V$ Frequenz $\nu_2 = (2,08 \pm 0,01)MHz$					
0	-	-	4,96	-	0,01
1	29,3	0,5	5,76	5,60	0,01
2	56,6	0,5	1,20	1,20	0,01
3	87,7	0,5	0,08	0,08	0,01
Amplitude $A_3 = (2,98 \pm 0,01)V$ Frequenz $\nu_3 = (2,07 \pm 0,01)MHz$					
0	-	-	2,24	-	0,01
1	29,4	0,5	6,00	5,84	0,01
2	57,9	0,5	2,16	2,16	0,01
3	87,7	0,5	0,32	0,32	0,01
Amplitude $A_4 = (3,88 \pm 0,01)V$ Frequenz $\nu_4 = (2,08 \pm 0,01)MHz$					
0	-	-	0,64	-	0,01
1	29,5	0,5	4,64	4,40	0,01
2	58,2	0,5	3,68	3,60	0,01
3	86,0	0,5	1,04	0,96	0,01
4	116,3	0,5	0,16	0,16	0,01
Amplitude $A_5 = (4,44 \pm 0,01)V$ Frequenz $\nu_5 = (2,08 \pm 0,01)MHz$					
0	-	-	0,96	-	0,01
1	29,5	0,5	3,52	3,28	0,01
2	58,5	0,5	4,08	4,00	0,01
3	87,4	0,5	1,44	1,44	0,01
4	117,9	0,5	0,24	0,24	0,01
Amplitude $A_6 = (3,48 \pm 0,01)V$ Frequenz $\nu_6 = (2,07 \pm 0,01)MHz$					
0	-	-	0,80	-	0,01
1	29,5	0,5	5,60	5,60	0,01
2	58,2	0,5	3,04	2,96	0,01
3	83,7	0,5	0,64	0,56	0,01

Tabelle 8: Werte aus der Messung mit dem Isooktan-Tank (Fortsetzung siehe Tab. 9)

Ordnung m	Abstand $T_m$ / $\mu s$ Peak zu Peak	Fehler $\mathcal{S}_{T_m}$ / $\mu s$	Amplitude $h$ / V links	Amplitude $h$ / V rechts	Fehler $\mathcal{S}_h$ / V
Amplitude $A_7 = (2,46 \pm 0,01)V$ Frequenz $\nu_7 = (2,07 \pm 0,01)MHz$					
0	-	-	6,00	-	0,01
1	29,0	0,5	5,44	5,36	0,01
2	57,4	0,5	0,96	0,88	0,01
Amplitude $A_8 = (2,90 \pm 0,01)V$ Frequenz $\nu_8 = (2,08 \pm 0,01)MHz$					
0	-	-	4,00	-	0,01
1	29,0	0,5	6,08	5,92	0,01
2	56,6	0,5	1,52	1,52	0,01
2	88,2	0,5	0,08	0,16	0,01
Amplitude $A_9 = (4,40 \pm 0,01)V$ Frequenz $\nu_9 = (2,07 \pm 0,01)MHz$					
0	-	-	0,40	-	0,01
1	29,0	0,5	4,88	4,40	0,01
2	58,2	0,5	3,84	3,76	0,01
2	86,4	0,5	0,88	1,04	0,01
Amplitude $A_{10} = (3,12 \pm 0,01)V$ Frequenz $\nu_{10} = (2,06 \pm 0,01)MHz$					
0	-	-	3,28	-	0,01
1	29,2	0,5	6,16	6,00	0,01
2	56,9	0,5	1,60	1,68	0,01
2	91,4	0,5	n.m.	0,16	0,01

Tabelle 9: Fortsetzung von Tabelle 8: Werte aus der Messung mit dem Isooktan-Tank

Die in Form von Peakhöhen gemessenen Intensitäten wurden gegen die Spannungsamplituden aufgetragen, die an den Piezo-Quarzen angelegt waren. Um die sich ergebenden Graphen mit den Besselfunktionen vergleichen zu können, musste ein Umrechnungsfaktor  $\eta$  gefunden werden. Dieser berechnet sich aus dem Verhältnis des ersten Minimums der Besselfunktion 0. Ordnung, welches bei 2,4 liegt zu dem von uns ermittelten Wert aus der Messung von 3,89V bzw. dem Verhältnis des ersten Maximums der Besselfunktion 1. Ordnung, welches bei 1,8 liegt zu dem von uns ermittelten Wert aus der Messung von 2,99V. Dies ergibt im Mittel einen Umrechnungsfaktor

$$\eta = (0,61 \pm 0,01) \frac{1}{V} ,$$

wobei sich der Fehler aus der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung nach

$$\mathcal{S}_\eta = \sqrt{\sum_{n=1}^N \left( \frac{\partial \eta}{\partial x_n} \right)^2 \mathcal{S}_{x_n}^2}$$

berechnet.

Zur Verifikation der Raman-Nath-Theorie wurden nun die Meßwerte der einzelnen Ordnungen, sowie die Quadrate der Besselfunktionen der Form  $J_n^2(x \cdot 0,61)$  aufgetragen. Dabei ergeben sich die Fehler der

Meßwerte in x-Richtung aus dem Ablesefehler auf dem Computer-Bildschirm (siehe Tab. 8 und 9) und die Fehler in y-Richtung aus dem Ablesefehler und den schnell einsetzenden Schwankungen, die auf der Erwärmung des Isooktans beruhen. Sie wurden als  $\pm 0,5V$  abgeschätzt und entsprechend fortgepflanzt.

**4.2.2.1 0. Ordnung** Der Vergleich der Meßwerte mit der Raman-Nath-Theorie ist in Abbildung 9 zu sehen. Dabei sind die Meßwerte in rot dargestellt, das Quadrat der Besselfunktion 0. Ordnung in grün. Die Meßwerte geben hier gut den Verlauf der Besselfunktion wieder und stimmen damit innerhalb von etwa  $3\sigma$  überein. Es fällt allerdings auf, daß alle Werte durchgängig zu hoch liegen, was auf einen systematischen Fehler hindeuten könnte.

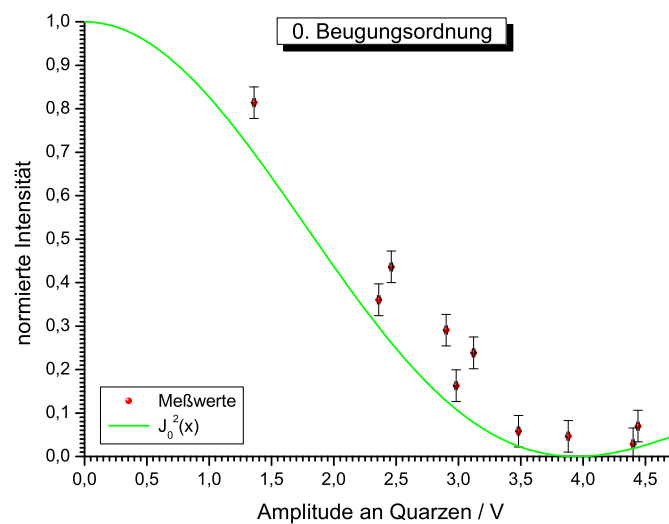


Abbildung 9: Vergleich der Meßwerte mit der Raman-Nath-Theorie, 0. Ordnung

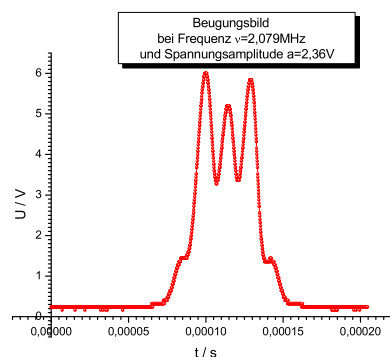


Abbildung 10: Beugungsbild des Phasengitters bei einer Spannungsamplitude von  $a=2,36V$

**4.2.2.2 1. Ordnung** Beim Vergleich der weiteren Ordnungen musste auf Grund der leichten Asymmetrie der Beugungsordnungen eine Unterscheidung zwischen den Maxima rechts und links der 0. Beugungsordnung vorgenommen werden. Der Vergleich der Meßwerte der 1. Ordnung mit der Raman-Nath-Theorie ist in Abbildung 11 zu sehen.

Die Meßwerte der rechten Peaks geben, wie die Werte der 0. Ordnung den Verlauf des Quadrats der Besselfunktion 1. Ordnung gut wieder. Die Werte der linken Seite ebenfalls, allerdings finden sich hier zwei „Ausreißer“, welche sich durch das sich im Laufe des Versuchs verstärkende Tanzen der Beugungsbilder erklären lassen. Auch bei den Werten der 1. Ordnung fällt eine Verschiebung der Werte zu höheren y-Werten gegenüber der Besselfunktion auf. Dennoch stimmen alle Meßwerte, mit Ausnahme der oben beschriebenen Ausreißer innerhalb von etwa  $2,5\sigma$  mit der Besselfunktion überein.

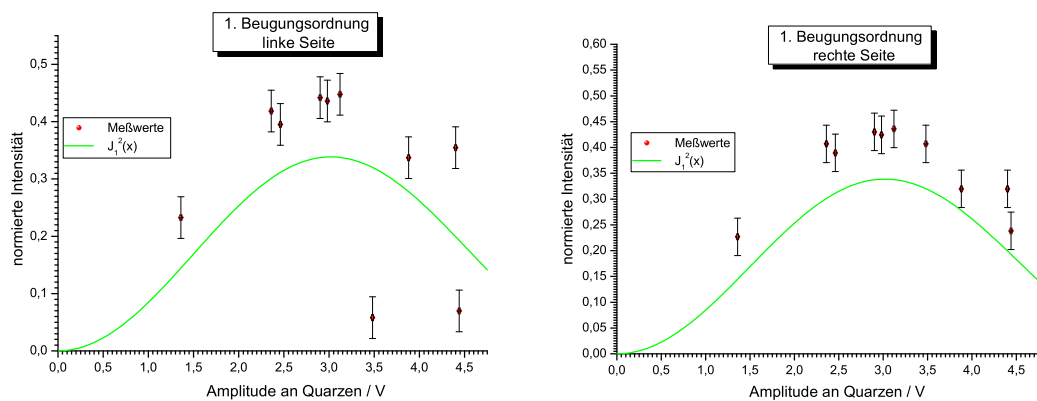


Abbildung 11: Vergleich der Meßwerte mit der Raman-Nath-Theorie, links: 1. Ordnung links der 0. Ordnung, rechts: 1. Ordnung rechts der 0. Ordnung

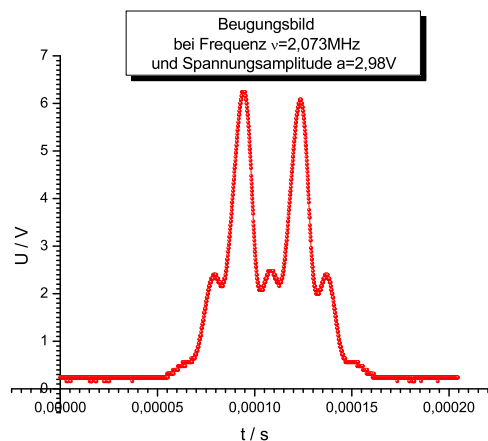


Abbildung 12: Beugungsbild des Phasengitters bei einer Spannungsamplitude von  $a=2,98V$

**4.2.2.3 2. Ordnung** Der Vergleich der Meßwerte der 2. Ordnung stimmt ebenfalls gut mit dem Quadrat der Besselfunktion 2. Ordnung überein. Die Abweichungen liegen hier im Bereich von etwa  $1,5\sigma$ . Die Tendenz der Werte, über der Besselfunktion zu liegen, setzt sich aber auch hier fort (siehe Abb. 13).

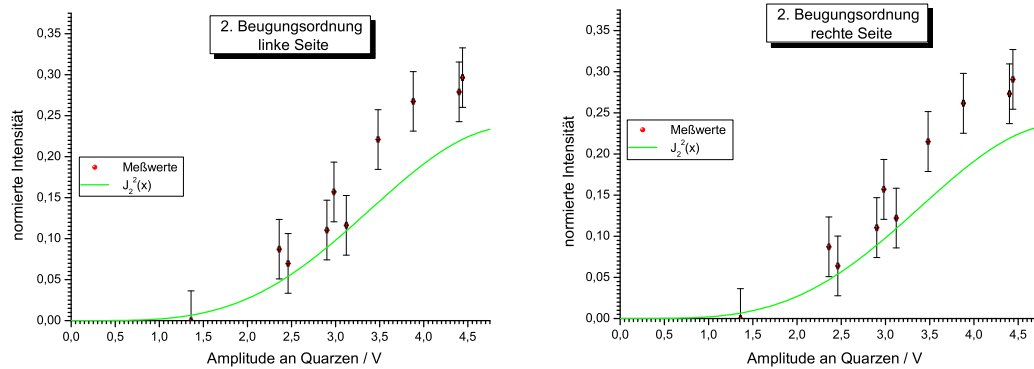


Abbildung 13: Vergleich der Meßwerte mit der Raman-Nath-Theorie, links: 2. Ordnung links der 0. Ordnung, rechts: 2. Ordnung rechts der 0. Ordnung

**4.2.2.4 3. Ordnung** Auch hier ergibt der Vergleich der Meßwerte mit der Raman-Nath-Theorie trotz großer Fehler eine verblüffende Übereinstimmung. Die Abweichungen liegen im Bereich von ziemlich genau  $1\sigma$ , wobei die Werte nach wie vor meist über der Besselfunktion liegen.

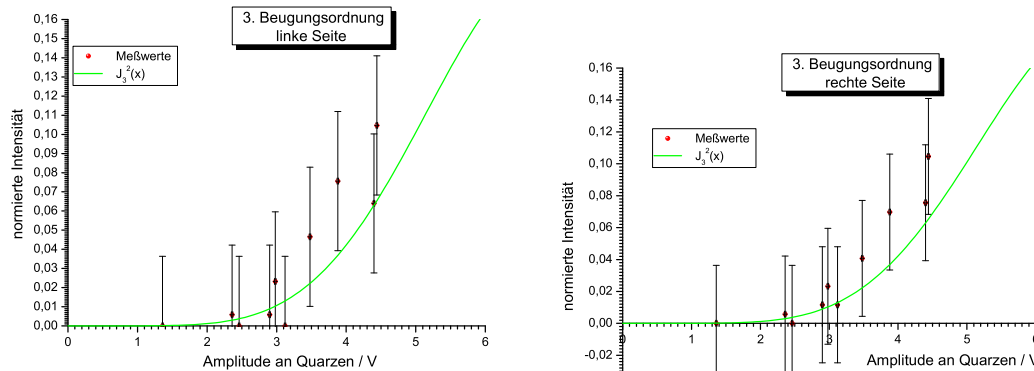


Abbildung 14: Vergleich der Meßwerte mit der Raman-Nath-Theorie, links: 3. Ordnung links der 0. Ordnung, rechts: 3. Ordnung rechts der 0. Ordnung

**4.2.2.5 4. Ordnung** Die Werte der 4. Ordnung lagen wieder symmetrisch um die 0. Ordnung, so ergab sich für die Werte rechts wie links das selbe Bild, was in Abbildung 15 zu sehen ist. Hier stimmen die Meßwerte innerhalb des enormen Fehlers, verursacht durch das Tanzen der Beugungsbilder, mit dem Quadrat der Besselfunktion 4. Ordnung überein. Weiter Ordnungen waren in den Beugungsbildern nicht zu finden.

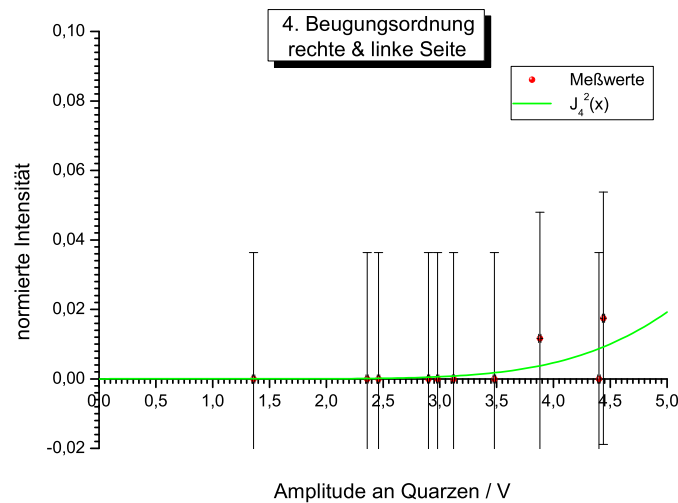


Abbildung 15: Vergleich der Meßwerte mit der Raman-Nath-Theorie 4. Ordnung

### 4.2.3 Schallwellenlänge im Isooktan

Aus den Abständen der Beugungsordnungen bei verschiedenen Spannungsamplituden, beziehungsweise deren Mittelwert lässt sich über die Beziehung in Gleichung 2 bzw.

$$K_p = \Lambda = \frac{m\lambda}{\frac{t_m}{\alpha}}$$

die Gitterkonstante  $K_p$ , also die Ultraschall-Wellenlänge  $\Lambda$  bestimmen. Dazu wurde  $m\lambda$  gegen  $\frac{t_m}{\alpha}$  aufgetragen, was in Abbildung 16 zu sehen ist. Die Ultraschall-Wellenlänge  $\Lambda$  im Isooktan ergibt sich nun als Steigung der Ausgleichsgeraden zu

$$\Lambda = (555 \pm 5) \mu m \quad .$$

Die Fehler in x-Richtung ergeben sich über die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung gemäß

$$S_{\frac{t_m}{\alpha}} = \sqrt{\left(\frac{\frac{t_m}{\alpha}}{T_m} \cdot S_{T_m}\right)^2 + \left(\frac{\frac{t_m}{\alpha}}{\alpha} \cdot S_{\alpha}\right)^2} \quad .$$

Die y-Werte müssen hierbei als fehlerfrei angenommen werden.

Mit der im Praktikumsordner angegebenen Schallgeschwindigkeit im Isooktan von

$$c_{theo} = 1111 \frac{m}{s}$$

ergab sich für den Mittelwert der von uns verwendeten Frequenz, bzw. der unbeabsichtigt auftretenden Variation der Selben während der Amplitudenvariation, eine Ultraschall-Wellenlänge im Isooktan von

$$\Lambda_{theo} = (537 \pm 3) \mu m \quad ,$$

wobei der Fehler durch die Variation der Frequenz während der Messung entsteht und über Gauß'sche Fehlerfortpflanzung berechnet wurde. Das Ergebnis stimmt somit innerhalb von etwa  $2,3\sigma$  mit der von uns ermittelten Ultraschall-Wellenlänge übereinstimmt.

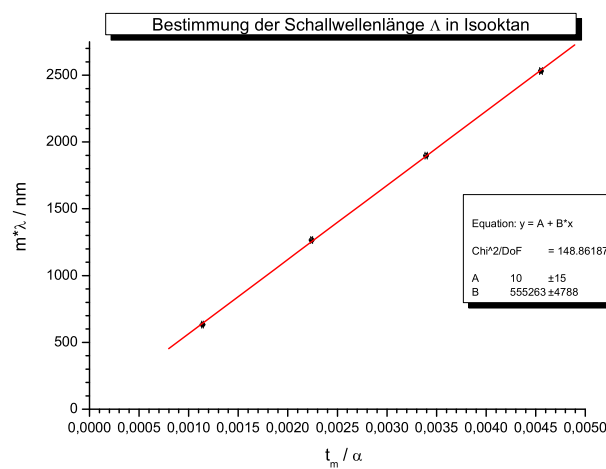


Abbildung 16: Ausgleichsgerade zur Bestimmung der Ultraschall-Wellenlänge im Isooktan

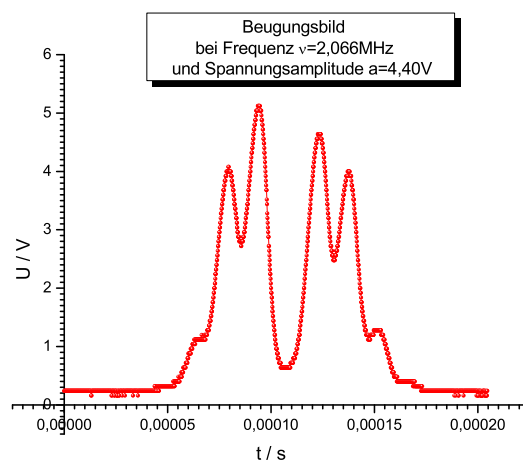


Abbildung 17: Beugungsbild des Phasengitters bei einer Spannungsamplitude von  $a=4,40V$

## 5 Zusammenfassung

### 5.1 Amplitudengitter

Aus der Vermessung der Beugungsordnungen des Sinusgitters ergab sich die Gitterkonstante des Sinusgitters zu

$$K_s = (999 \pm 14) \text{ nm} ,$$

was gut mit dem angegebenen Wert auf dem Gitter von 984nm übereinstimmt. Für die Strichgitter ergaben sich die in Tabelle 10 aufgelisteten Gitterkonstanten und Auflösungsvermögen. Für das erste Gitter ergab sich außerdem ein Verhältnis von Spaltbreite zu Spaltabstand von

$$\frac{\tau}{K_1} = 0,143 \pm 0,001 .$$

Gitter $n$	Gitterkonstante $K_n / \mu\text{m}$	Auflösungsvermögen $a_n$
1	$(136,0 \pm 0,5)$	$(147 \pm 37)$
2	$(36,7 \pm 0,6)$	$(218 \pm 55)$
3	$(108,6 \pm 0,3)$	$(184 \pm 46)$
4	$(54,8 \pm 0,3)$	$(219 \pm 55)$
5	$(54,67 \pm 0,11)$	$(219 \pm 55)$

Tabelle 10: Gitterkonstanten und Auflösungsvermögen der Strichgitter

Dabei stammen die recht hohen Fehler des Auflösungsvermögens aus dem 25%igen Fehler der Laserstrahlbreite. Daher besitzen die Ergebnisse nur geringe bis gar keine Aussagekraft.

Bei den Gitterkonstanten von Gitter 4 und 5 fällt die überraschende Übereinstimmung auf. Aus diesem Grund haben wir uns diese Ergebnisse nochmals angesehen. Wird die Gitterkonstante  $K_4$  aus dem Mittelwert errechnet, so ergibt sich ein Wert von

$$K_4 \simeq 83 \mu\text{m} ,$$

der sich aus den Einzelwerten für die Beugungsordnungen von

$$m_1 : 109,5 \mu\text{m}$$

$$m_2 : 73,5 \mu\text{m}$$

$$m_3 : 65,8 \mu\text{m}$$

zusammensetzt. Die Diskrepanz aus Linearer Regression und dem Mittelwert läßt sich aus dem enormen Achsenabschnitt von 318nm erklären, welcher etwa um einen Faktor 100 größer ist, als bei den anderen Gittern. Außerdem ist die Schwankung der Einzelwerte auffällig. Somit ist von einer weit größeren Gitterkonstante auszugehen, die eher im Bereich des Mittelwertes liegen sollte.

Für das erste Gitter wurde außerdem näherungsweise die Aperturfunktion bestimmt, was in Abbildung 4 zu sehen ist.

### 5.2 Phasengitter

Der Vergleich der Intensitätsverteilungen mit dem Quadrat der Besselfunktionen entsprechender Ordnung ergab eine relativ gute Übereinstimmung mit der Raman-Nath-Theorie. Die Abweichungen überschritten zu keiner Zeit  $3,5\sigma$ . Es bleibt jedoch der Verdacht, daß sich ein systematischer Fehler eingeschlichen hat, da so gut wie alle Werte über der Theoriefunktion liegen. Dieser kann eventuell von einem



nicht genau senkrecht auf das Gitter fallende Laserstrahl oder den Temperaturschwankungen des Isooktans herrühren.

Die Ultraschall-Wellenlänge im Isooktan ließ sich aus den Beugungsbildern zu

$$\Lambda = (555 \pm 5) \mu m$$

bestimmen, was innerhalb von  $2,3 \cdot \sigma$  mit dem Literaturwert von  $\Lambda_{theo} = (537 \pm 3) \mu m$  übereinstimmt, dabei stammt der Fehler des Theoriewertes aus den leichten Schwankungen der eingestellten Frequenz von  $\nu_2 \simeq 2,07 MHz$ .

Bei der Suche nach der Resonanzfrequenz der Piezo-Quarze fanden wir bei der im Versuchsordner vorgegebenen Frequenz  $\nu_v \approx 8 MHz$  keine Resonanz, so probierten wir den Bereich zwischen  $\nu = 1,5; \dots; 10 MHz$  durch und fanden unter anderem Resonanzen bei

$$\begin{aligned} \nu_2 &\simeq 2,07 MHz \\ \nu_1 &\simeq 6,47 MHz \\ \nu_3 &\simeq 11,03 MHz \\ \nu_4 &\simeq 15,39 MHz \\ \nu_5 &\simeq 19,76 MHz \\ &\dots \end{aligned}$$

Wir entschieden uns zunächst, bei einer Frequenz im Bereich von  $\nu_1$  zu messen, da diese am nächsten zu der im Versuchsordner genannten liegt, was auch die obige Nummerierung erklärt. Die Meßwerte sind in den Tabellen 11 und 12 zu sehen. Außerdem haben wir auch eine Messung im Bereich von  $\nu_2$  durchgeführt, da hier die Beugungsbilder mehr Maxima zeigten. Die Versuchsauswertung zeigte aber schnell, daß aus den Meßwerten, aufgenommen bei der Frequenz  $\nu_1$ , bei Auftragen der Intensität gegen die Spannungsamplitude, kein Minimum der 0. Ordnung, bzw. kein Maximum der 1. Ordnung bestimmbar war. Die Versuche sind in Abbildung 18 zu sehen. Es wurden zwar ein Umrechnungsfaktor  $\eta$  geschätzt und auch eine quadrierte Besselfunktion erstellt, allerdings sind diese sehr ungenau. Aus diesem Grund entschieden wir uns dazu, diese Meßreihe nicht weiter auszuwerten und mit den Werten aufgenommen bei Frequenz  $\nu_2$  fortzufahren, was gute Ergebnisse lieferte.

Ordnung m	Abstand $T_m / \mu s$ Peak zu Peak	Fehler $\mathcal{S}_{T_m} / \mu s$	Amplitude $h / V$ links	Amplitude $h / V$ rechts	Fehler $\mathcal{S}_h / V$
Amplitude $A_1 = (1,24 \pm 0,01)V$ Frequenz $\nu_1 = (6,47 \pm 0,01)MHz$					
0	-	-	13,68	-	0,01
1	87,8	0,5	0,40	0,40	0,01
Amplitude $A_2 = (4,24 \pm 0,01)V$ Frequenz $\nu_2 = (6,48 \pm 0,01)MHz$					
0	-	-	10,24	-	0,01
1	87,8	0,5	3,60	3,68	0,01
2	178,3	0,5	0,16	0,16	0,01

Tabelle 11: Werte aus der Messung mit dem Isooktan-Tank (Fortsetzung siehe Tab. 12)

Ordnung m	Abstand $T_m$ / $\mu s$ Peak zu Peak	Fehler $\mathcal{S}_{T_m}$ / $\mu s$	Amplitude $h$ / V links	Amplitude $h$ / V rechts	Fehler $\mathcal{S}_h$ / V
Amplitude $A_3 = (5,84 \pm 0,01)V$ Frequenz $\nu_3 = (6,48 \pm 0,01)MHz$					
0	-	-	6,40	-	0,01
1	88,0	0,5	5,44	5,52	0,01
2	175,5	0,5	0,56	0,64	0,01
Amplitude $A_4 = (6,84 \pm 0,01)V$ Frequenz $\nu_4 = (6,94 \pm 0,01)MHz$					
0	-	-	4,24	-	0,01
1	88,5	0,5	6,24	6,40	0,01
2	175,5	0,5	0,96	1,20	0,01
3	266,0	0,5	n.m.	0,08	0,01
Amplitude $A_5 = (6,16 \pm 0,01)V$ Frequenz $\nu_5 = (6,48 \pm 0,01)MHz$					
0	-	-	5,68	-	0,01
1	87,8	0,5	5,92	6,08	0,01
2	175,5	0,5	0,72	0,88	0,01
3	261,5	0,5	0,08	n.m.	0,01
Amplitude $A_6 = (5,88 \pm 0,01)V$ Frequenz $\nu_6 = (6,48 \pm 0,01)MHz$					
0	-	-	6,32	-	0,01
1	88,0	0,5	5,60	5,76	0,01
2	174,3	0,5	0,56	0,72	0,01
Amplitude $A_7 = (6,44 \pm 0,01)V$ Frequenz $\nu_7 = (6,47 \pm 0,01)MHz$					
0	-	-	5,20	-	0,01
1	88,5	0,5	5,92	6,10	0,01
2	176,3	0,5	0,80	0,88	0,01
Amplitude $A_8 = (5,72 \pm 0,01)V$ Frequenz $\nu_8 = (6,47 \pm 0,01)MHz$					
0	-	-	6,96	-	0,01
1	87,8	0,5	5,36	5,44	0,01
2	175,0	0,5	0,56	0,64	0,01
Amplitude $A_9 = (5,12 \pm 0,01)V$ Frequenz $\nu_9 = (6,49 \pm 0,01)MHz$					
0	-	-	8,40	-	0,01
1	88,5	0,5	4,72	4,72	0,01
2	176,3	0,5	0,32	0,40	0,01
Amplitude $A_{10} = (4,56 \pm 0,01)V$ Frequenz $\nu_{10} = (6,47 \pm 0,01)MHz$					
0	-	-	9,84	-	0,01
1	88,5	0,5	4,00	4,00	0,01
2	176,3	0,5	0,24	0,24	0,01

Tabelle 12: Fortsetzung von Tabelle 11: Werte aus der Messung mit dem Isooktan-Tank

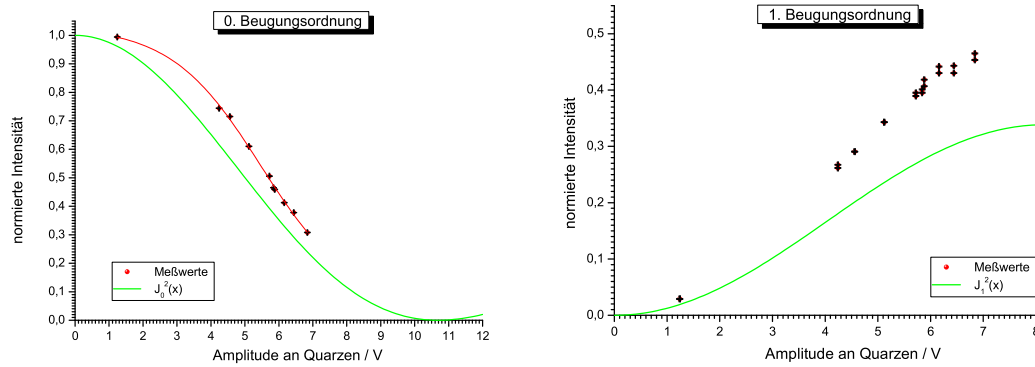


Abbildung 18: Vergleich der Meßwerte bei einer Frequenz von  $\nu \simeq 6,47\text{MHz}$  mit der Raman-Nath-Theorie, trotz maximal ausgeschöpftem Amplitudenintervall ergaben sich hier keine verwertbaren Extrema. Die eingezeichneten Fehler stimmen nicht mit den realen Fehlern überein!!

## 6 Handschriftliches