

FP II

**DER COMPTON EFFEKT**

Alexander Fromm  
&  
Martin Hörner

6. März 2006

## Inhaltsverzeichnis

<b>1 Aufgabenstellung</b>	<b>4</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>4</b>
2.1 Radioaktiver Zerfall . . . . .	4
2.1.1 $\alpha$ -Zerfall . . . . .	5
2.1.2 $\beta$ -Zerfälle . . . . .	5
2.1.3 $\gamma$ -Zerfall . . . . .	6
2.1.4 Zerfallskaskaden . . . . .	6
2.2 Wechselwirkung von $\gamma$ -Strahlung mit Materie . . . . .	7
2.2.1 Photoeffekt . . . . .	7
2.2.2 Paarbildung . . . . .	8
2.2.3 Compton-Effekt . . . . .	8
2.2.4 Rückstreuung . . . . .	9
2.2.5 Wirkungsquerschnitt & Klein-Nishina-Formel . . . . .	9
2.3 Messapparatur . . . . .	11
2.3.1 Szintillationszähler . . . . .	11
2.3.2 Vielkanalanalysator (VKA) . . . . .	12
2.3.3 Time - Amplitude - Converter (TAC) und Vielkanalanalysator (MCA) . . . . .	12
2.4 Messmethode . . . . .	13
2.4.1 Koinzidenzmethode . . . . .	13
2.5 Theorie der Auswertung von Spektren . . . . .	13
<b>3 Versuchsbeschreibung und Durchführung</b>	<b>14</b>
<b>4 Versuchsauswertung und Ergebnisse</b>	<b>16</b>
4.1 Energie-Kanal-Eichung . . . . .	16
4.2 Energieerhaltung im Compton-Effekt . . . . .	18
4.3 Wirkungsquerschnitt & Klein-Nishina-Formel . . . . .	21
<b>5 Zusammenfassung</b>	<b>22</b>
<b>6 Handschriftliches</b>	<b>24</b>

## Abbildungsverzeichnis

1	Feynman-Graphen von links $\beta^-$ -Zerfall und rechts $\beta^+$ -Zerfall . . . . .	5
2	Zerfallsreihen von $^{137}\text{Cs}$ (links) und $^{22}\text{Na}$ (rechts) . . . . .	7
3	links: Darstellung des Photoeffekts, mitte: Darstellung des Compton-Effekts, rechte: Darstellung der Paarbildung . . . . .	8
4	differentieller Wirkungsquerschnitt . . . . .	10
5	Schema eines Photomultipliers ( <i>Quelle: www.microscopy.fsu.edu</i> ) . . . . .	12
6	v.l.n.r.: Signale nach Vorverstärker des Photomultipliers, nach TSCA und nach Haupt- verstärker . . . . .	14
7	Skizze der Verkabelung der Elektronikbauteile . . . . .	14
8	Abgleich von Gate- und SCA-Signal . . . . .	15
9	Untergrundbereinigtes Energiespektrum des $^{137}\text{Cs}$ -Präparats (oben) und des $^{22}\text{Na}$ -Präpa- rats (unten) aufgenommen mit dem NaI-Szintillator . . . . .	16
10	Untergrundbereinigtes Energiespektrum des $^{137}\text{Cs}$ -Präparats (oben) und des $^{22}\text{Na}$ -Präpa- rats (unten) aufgenommen mit dem Plastik-Szintillator . . . . .	17
11	gemessene und theoretische Werte zur Energieerhaltung . . . . .	19
12	Messung zur Energieerhaltung ( $\gamma$ -Energie), links oben: $30^\circ$ , rechts oben: $60^\circ$ , links un- ten: $90^\circ$ , rechts unten: $120^\circ$ . . . . .	20
13	Vergleich zwischen Klein-Nishina-Formel und Wirkungsquerschnitt . . . . .	22

## Tabellenverzeichnis

1	charakteristischen Energien im Spektrum von $^{22}\text{Na}$ und $^{137}\text{Cs}$ . . . . .	7
2	Wechselwirkungsarten und ihre charakteristischen Energien . . . . .	7
3	Energieen der charakteristischen Merkmale der Spektren . . . . .	16
4	gemessene und theoretische Werte zur Energieerhaltung . . . . .	18
5	gemessene, untergrundbereinigte Zählraten . . . . .	21
6	Vergleich von Wirkungsquerschnitt und Klein-Nishina-Formel mit gemessenen Energien . . . . .	21

## 1 Aufgabenstellung

In diesem Versuch soll der Compton-Effekt untersucht werden, der bei der Streuung von  $\gamma$ -Quanten mit näherungsweise freien ( $h\nu \gg E_{bind}$ ), ruhenden Elektronen auftritt. Dabei soll die Energieerhaltung und die Gültigkeit der Klein-Nishina-Formel überprüft werden, welche die Energie der einfallenden Strahlung beim differentiellen Wirkungsquerschnitt der Compton-Streuung berücksichtigt. Es sollen dabei folgende Punkte abgearbeitet werden:

- Montage der Einzelbausteine der Nachweiselektronik.
- Betrachten von Amplitude, Breite und Form der Signale, bzw. deren Veränderung nach Vorverstärker, Hauptverstärker, Einkanal- und Koinzidenzstufe am Oszilloskop.
- Energieeichung mit sowohl dem Plastik-, als auch mit dem NaI-Szintillator von der  $^{137}\text{Cs}$ - und der  $^{22}\text{Na}$ -Probe.
- Eichung der gesamten Apparatur der jeweiligen Szintillatoren mit eingeschalteter Koinzidenzstufe. Einstellung des Energiefenster am SCA des Plastik-Szintillators derart, daß alle unerwünschten Nebeneffekte bei späteren Messungen verschwinden, d.h. daß alle Energien, die nicht auf Wechselwirkungen mit den herausgelösten Elektronen zurückzuführen sind, herausgefiltert werden.
- Aufnahme des Elektronen- bzw.  $\gamma$ -Spektrums für alle Winkel und Verifikation von Klein-Nishina-Formel und Energieerhaltung.

## 2 Theorie

### 2.1 Radioaktiver Zerfall

Man unterscheidet bei radioaktiven Zerfällen zwischen  $\alpha$ -,  $\beta$ - und  $\gamma$ -Zerfällen. Alle drei Zerfälle sind statistische Prozesse und zeichnen sich durch die zeitlich exponentielle Abnahme der Aktivität und der Elementmenge aus. Diese werden beschrieben durch Gleichungen 1 und 2.

$$dN = -\lambda N dt \quad \Rightarrow \quad N(t) = N_0 \exp(-\lambda \cdot t) \quad (1)$$

$$\text{ebenso für die Aktivität } A \quad A(t) = A_0 \exp(-\lambda \cdot t) \quad (2)$$

mit der Elementmenge  $N$  und der Zerfallswahrscheinlichkeit  $\lambda$ , welche die Halbwertszeit über  $T_{1/2} = \frac{-\ln 2}{\lambda}$  und ebenso den Kehrwert der Zerfallskonstanten, die mittlere Lebensdauer  $\tau$  definiert. Für die gemessene Aktivität gilt außerdem:

$$A = 4\pi \frac{\dot{Z}}{\Omega \varepsilon},$$

wobei  $\frac{\Omega}{4\pi}$  das vom Detektor abgedeckte Raumwinkelement,  $\dot{Z}$  die Zählrate und  $\varepsilon$  der Wirkungsgrad der Apparatur sind.

### 2.1.1 $\alpha$ -Zerfall

Die sogenannten  $\alpha$ -Teilchen sind vollständig ionisierte Heliumkerne. Aufgrund der Ladung und der hohen Masse hat die  $\alpha$ -Strahlung eine sehr geringe Reichweite und kann deshalb leicht abgeschirmt werden. Diese Art von Strahlung tritt nur bei Atomen mit sogenannten schweren Kernen ab Kernladungszahlen mit  $Z > 83$  auf. Gibt es zu viele Neutronen und Protonen im Kern, erhöht sich die Wahrscheinlichkeit, daß jeweils zwei Neutronen und zwei Protonen aus dem Potentialtopf tunneln. In diesem Versuch ist der  $\alpha$ -Zerfall aber nicht von Belang.

### 2.1.2 $\beta$ -Zerfälle

Beim  $\beta$ -Zerfall unterscheidet man zwischen drei Arten, dem  $\beta^-$ - und  $\beta^+$ -Zerfall und dem Bahnelektro-neneinfang. In allen Fällen bleibt die Nukleonenzahl des Ausgangselement erhalten, die Ordnungszahl ändert sich um eins.

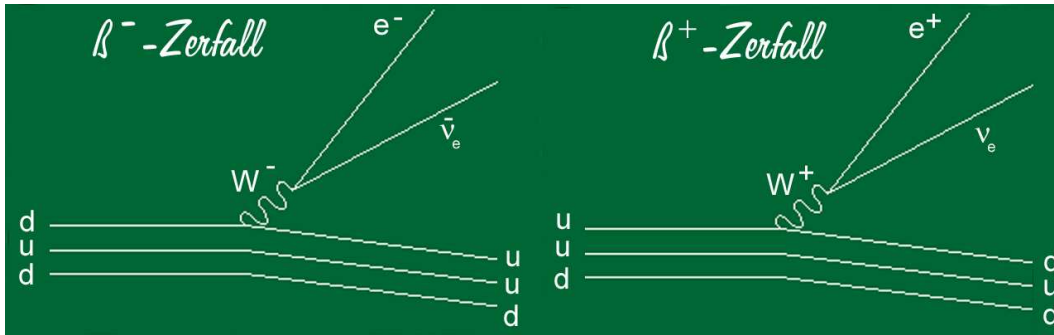
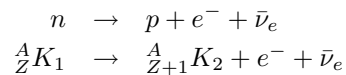


Abbildung 1: Feynman-Graphen von links  $\beta^-$ -Zerfall und rechts  $\beta^+$ -Zerfall

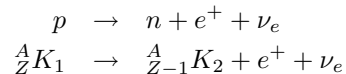
#### 2.1.2.1 $\beta^-$ -Zerfall

Ist das Verhältnis von Neutronen und Protonen stark auf die Seite der Neutronen verschoben, so wandelt sich ein Neutron unter Aussendung eines Elektrons und eines Antielektron-Neutrinos zu einem Proton um.



#### 2.1.2.2 $\beta^+$ -Zerfall

Ist das Verhältnis stark auf die Seite der Protonen verschoben, so wandelt sich unter Aussendung eines Positrons und eines Elektron-Neutrinos das Proton in ein Neutron um.

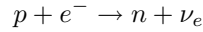


Bei diesem Zerfall treten außerdem zwei  $\gamma$ -Quanten aus der Vernichtungsreaktion des Positrons mit einem aus der Umgebung vorhandenen Elektron auf. Dabei bildet das Positron zusammen mit einem Elektron aus der Umgebung ein Positronium-Atom, welches eine Halbwertszeit von  $\tau = 10^{-7} - 10^{-9} \text{ s}$  besitzt und schließlich die beiden  $\gamma$ -Quanten aussendet. Diese haben eine Energie von 511 keV, die der

Masse des Elektrons bzw. Positrons entspricht und werden aus Gründen der Impulserhaltung unter einem Winkel von  $180^\circ$  abgestrahlt.

### 2.1.2.3 Bahnelektroneneinfang (Inverser $\beta^+$ -Zerfall)

Aufgrund einer endlichen Aufenthaltswahrscheinlichkeit von Bahnelektronen am Kern, kann es zu einem Einfang durch ein Proton kommen. Dieses wandelt sich unter Aussendung eines Elektron-Neutrinos zu einem Neutron um.



Das so entstandene „Loch“ in der meist untersten Schale wird durch ein Elektron einer höheren Schale unter Aussendung eines Photons oder strahlungslos unter Abgabe eines Auger-Elektrons gefüllt.

Im Falle von Photonaussendung wandert das „Loch“ von der untersten zu höheren Schalen und es entsteht ein für das Element charakteristisches Emissionsspektrum. Dieser Prozeß ist, im Gegensatz zum  $\beta^+$ -Zerfall, schon bei einer Energie von  $1,022\text{ MeV}$  möglich und steht daher zu ihm in Konkurrenz.

### 2.1.2.4 Innere Konversion

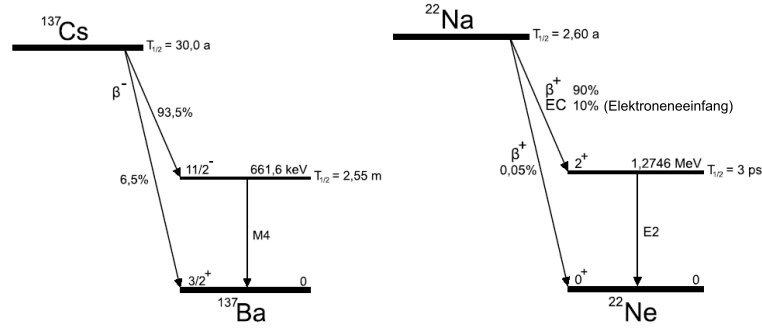
Ähnlich zum Bahnelektroneneinfang kann sich ein angeregter, schwerer Kern durch Abgabe von Energie direkt an ein Hüllenelektron abregen. Dabei wird das Elektron emittiert. Es trägt dabei die kinetische Energie  $E_{kin} = E_{abreg} - E_{bind}$ . Die Innere Konversion ist somit ein Alternativprozeß zur  $\gamma$ -Emission und erhöht somit die Übergangswahrscheinlichkeit.

### 2.1.3 $\gamma$ -Zerfall

Als  $\gamma$ -Strahlung bezeichnet man elektromagnetische Strahlung mit Wellenlängen unter  $0,5\text{ nm}$  bzw. Energien ab  $2,5\text{ keV}$ . Sie tritt auch in Verbindung mit  $\alpha$ - und  $\beta$ -Strahlung auf, welche häufig angeregte Kerne hinterlassen. Diese regen sich über Abstrahlung von  $\gamma$ -Quanten ab.

### 2.1.4 Zerfallskaskaden

Die im Versuch verwendeten Quellen sind  $^{137}\text{Cs}$ , welches zu 6,5% direkt in den Barium-Grundzustand über einen  $\beta^-$ -Zerfall und zu 93,5% in den angeregten  $661,6\text{ keV}$ -Zustand von Barium zerfällt. Aus dem angeregten Zustand geht der Kern durch Emission von  $\gamma$ -Strahlung mit einer Energie, die seiner Anregungsenergie entspricht ( $661,6\text{ keV}$ ) in den Grundzustand über. Außerdem wird eine  $^{22}\text{Na}$ -Quelle verwendet.  $^{22}\text{Na}$  zerfällt zu annähernd 100% in den  $1274,6\text{ keV}$ -Zustand von Neon. Dieser Zerfall ist zu 90% durch  $\beta^+$ -Zerfall, der durch die Aussendung zweier Photonen mit je  $511\text{ keV}$  nachgewiesen werden kann und zu 10% durch Elektroneneinfang gegeben. Nur ein sehr kleiner Bruchteil der  $^{22}\text{Na}$ -Atome (etwa 0,05%) geht direkt durch  $\beta^+$ -Zerfall in den Ne-Grundzustand über. Aus dem angeregten Ne-Zustand geht der Kern dann unter Emission von  $1274,6\text{ keV}$ - $\gamma$ -Strahlung ebenfalls in den Grundzustand über.

Abbildung 2: Zerfallsreihen von  $^{137}\text{Cs}$  (links) und  $^{22}\text{Na}$  (rechts)

$^{22}\text{Na}$		$^{137}\text{Cs}$	
Peak	char. Energie	Peak	char. Energie
Rückstreupeak (Vernichtung)	170 keV	Rückstreupeak (Photo)	184 keV
Rückstreupeak (Photo)	213 keV	Comptonkante (Photo)	477 keV
Comptonkante (Vernichtung)	341 keV	Photopeak	661 keV
Vernichtungspeak ( $\beta^+$ )	511 keV		
Comptonkante (Photo)	1062 keV		
Photopeak	1275 keV		

Tabelle 1: charakteristischen Energien im Spektrum von  $^{22}\text{Na}$  und  $^{137}\text{Cs}$ 

## 2.2 Wechselwirkung von $\gamma$ -Strahlung mit Materie

Die Wechselwirkung der  $\gamma$ -Strahlung mit Materie lässt sich in drei verschiedene Effekte unterteilen, die sich durch ihre charakteristischen Energiebereiche (vergl. Tabelle 2) unterscheiden lassen. Die Eindringtiefe  $d$  der  $\gamma$ -Quanten lässt sich aus

$$I_d = I_0 \exp(-\mu d)$$

mit material- und energieabhängigem Absorptionskoeffizient  $\mu$  und Intensität  $I$  berechnen.

Art der Wechselwirkung	Energiebereich
Photoeffekt	$< 200\text{keV}$
Compton-Effekt	$200\text{keV} - 5\text{MeV}$
Paarbildung	$> 1,022\text{MeV}$

Tabelle 2: Wechselwirkungsarten und ihre charakteristischen Energien

### 2.2.1 Photoeffekt

Beim Photoeffekt (siehe Abb. 3) wird durch das eintreffendes  $\gamma$ -Quant ein Elektron (meist aus der K-Schale) herausgeschlagen. Dabei erhält das Elektron die kinetische Energie des Photons abzüglich seiner Bindungsenergie.

$$E_{kin}^{e^-} = h\nu - E_{bind.}$$

Dabei ist die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten des Photoeffekts proportional zu  $Z^5/E^{3,5}$ . Das Eintreten des Photoeffekts ist also bei kleinen Energien und großen Kernen am wahrscheinlichsten. Durch das in einer der unteren Schalen entstandene Loch kann nun entweder der oben beschriebene Auger-Effekt oder Röntgenstrahlung beobachtet werden. Verlässt diese Röntgenstrahlung den Szintillator ohne weitere Wechselwirkung, so kann man einen sogenannten Satellitenpeak im Spektrum beobachten.

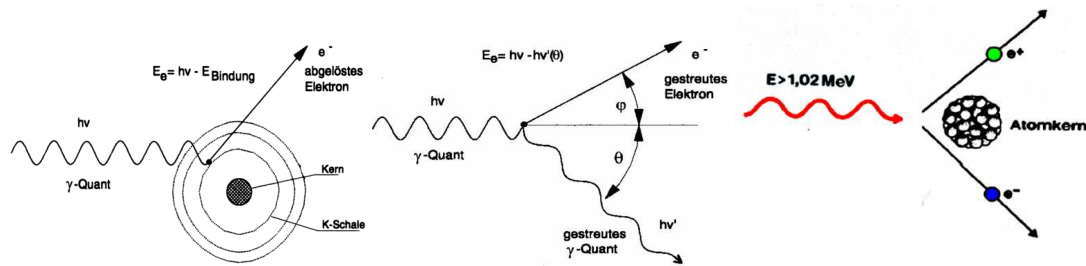


Abbildung 3: links: Darstellung des Photoeffekts, mitte: Darstellung des Compton-Effekts, rechte: Darstellung der Paarbildung

### 2.2.2 Paarbildung

Ab einer Photonenenergie, die der Ruheenergie zweier Elektronen entspricht ( $E = 1,022\text{ MeV}$ ), kann es zur sogenannten Paarbildung (siehe Abb. 3) kommen. Das  $\gamma$ -Quant zerstrahlt im elektromagnetischen Feld eines Atoms zu einem Elektron und einem Positron, auf welche die Energie des  $\gamma$ -Quant willkürlich verteilt wird. Der Atomkern nimmt dabei den restlichen Impuls auf.

Das Positron kann nicht in Anwesenheit von Materie existieren. Es bildet mit einem Elektron ein sogenanntes Positronium, welches wieder in zwei Photonen gleicher Energie ( $511\text{ keV}$ ) zerfällt und im  $180^\circ$ -Winkel abgestrahlt werden, die eventuell den Szintillator ohne weitere Wechselwirkung verlassen können. Diese Energiedifferenzen führt zum Escape- (nur ein Photon wird im Szintillator detektiert) bzw. zum Double-Escape-Peak (kein Photon wird detektiert). Diese liegen bei  $E^\gamma - 511\text{ keV}$ , bzw. bei  $E^\gamma - 1022\text{ keV}$ .

### 2.2.3 Compton-Effekt

Wie aus Tabelle 2 ersichtlich, dominiert der Compton-Effekt (siehe Abb. 3) in einem Energiebereich zwischen ca.  $200\text{ keV}$  und  $5\text{ MeV}$ . Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten des Compton-Effekts nimmt mit höherer Energie der  $\gamma$ -Strahlung ab, bei kleineren Energien dominiert der Photoeffekt.

Bei der Wechselwirkung eines einfallenden Photons mit einem Elektron vergrößert sich die Wellenlänge des gestreuten Photons. Es besitzt also nun den Impuls  $p = \frac{h}{\lambda}$ . Wird das Photon als Welle betrachtet, so wird bei der Wechselwirkung das Elektron mit der Frequenz der einfallenden Welle angeregt. Dabei wird diese bevorzugt in die Ebene senkrecht zu  $\vec{E}$  gestreut.

Betrachtet man nun die Winkelabhängigkeit der Energie bei Comptonstreuung, erhält man unter Verwendung des Energieerhaltungssatz und unter den Bedingungen, daß für die Energien von Photon bzw.



Elektron gilt:

$$\begin{aligned} E_\gamma &= h\nu \\ E_\gamma^{nach} &= h\nu^{nach} \\ E_e &= m_0c^2 \end{aligned}$$

die Beziehungen

$$\begin{aligned} m_0^2c^4 + (p_e^{nach}c)^2 &= h^2(\nu - \nu^{nach})^2 + 2h(\nu - \nu^{nach})m_0c^2 + m_0^2c^4 \\ (p_e^{nach})^2 &= \left(\frac{h}{c}\right)^2 [(\nu - \nu^{nach})^2 + 2\nu\nu^{nach}(1 - \cos\vartheta)] \\ \Rightarrow \Delta\lambda &= \lambda - \lambda^{nach} = \lambda_c(1 - \cos\vartheta) \quad , \end{aligned}$$

wobei hier  $\lambda_c = \frac{h}{m_e c}$  die Compton-Wellenlänge ist. Damit erhält man die Photonenergie nach dem Stoß als

$$E_\gamma^{nach} = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2(1 - \cos\vartheta)}} \quad ,$$

sowie die kinetische Energie des Elektrons nach dem Stoß:

$$E_e^{nach} = E_\gamma - E_\gamma^{nach} = \frac{h\nu}{1 + \frac{m_e c^2}{h\nu(1 - \cos\vartheta)}} \quad .$$

Der maximale Energieübertrag ergibt sich somit bei einem Streuwinkel von  $\vartheta = 180^\circ$  zu

$$\begin{aligned} (E_\gamma^{nach})_{min} &= \frac{h\nu}{1 + \frac{2h\nu}{m_e c^2}} \\ (E_e^{nach})_{max} &= \frac{h\nu}{1 + \frac{m_e c^2}{2h\nu}} \quad , \end{aligned}$$

wobei hier  $(E_e^{nach})_{max}$  der Energie der Comptonkante im Energiespektrum entspricht.

#### 2.2.4 Rückstreuung

Gammaquanten, die an der Umgebung wie zum Beispiel der Bleiabschirmung des Szintillators gestreut werden, beeinflussen das Spektrum. Nachdem sie einen Teil ihrer Energie abgegeben haben, geben sie im Szintillator ihre Restenergie

$$E_R = E_\gamma - \bar{E}_{ab}$$

ab. Dabei ist  $E_\gamma$  die ursprünglich Energie des Gammaquants und  $\bar{E}_{ab}$  die mittlere Energieabgabe an die Umgebung. Dadurch entsteht im Spektrum bei der Energie  $E_R$  ein weiterer Peak.

#### 2.2.5 Wirkungsquerschnitt & Klein-Nishina-Formel

Um Streuversuche quantitativ zu beschreiben, bedient man sich der Definition eines totalen und differentiellen Wirkungsquerschnittes.

### 2.2.5.1 totaler Wirkungsquerschnitt

Der totale Wirkungsquerschnitt gibt die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer Wechselwirkung an, also dafür, ob sich Target und Streuzentrum überhaupt treffen. Der totale Wirkungsquerschnitt ist gegeben durch

$$\sigma_{tot} = \frac{R_s}{R_{ein} \cdot \frac{N}{A}} ,$$

wobei  $R_s$  die Rate der gestreuten und  $R_{ein}$  die Rate der einfallenden Teilchen,  $N$  die Anzahl der Steu-  
zentren und  $A$  die bestrahlte Fläche ist.

### 2.2.5.2 differentieller Wirkungsquerschnitt

Der differentielle Wirkungsquerschnitt gibt hingegen die Wahrscheinlichkeit für die Streuung eines Teilchens in ein Raumwinkelement  $\Omega$  an und läßt somit Aussagen über die Streuung in eine bestimmte Richtung oder über die Abhängigkeit der Energie zu. Dies ist für diesen Versuch von Nöten. Der differentielle Wirkungsquerschnitt ist gegeben durch

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_\delta = \frac{R_s}{R_{ein}} \cdot \frac{1}{\varrho x \cdot \Delta\Omega} ,$$

wobei  $\delta$  der betrachtete Streuwinkel,  $\varrho$  die Dichte der Steu-  
zentren und  $x$  die durchlaufene Strecke ist.

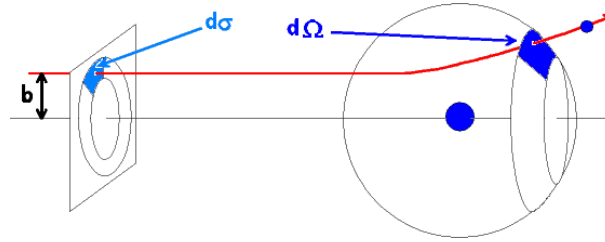


Abbildung 4: differentieller Wirkungsquerschnitt

Der experimentelle differentielle Wirkungsquerschnitt ist gegeben durch

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Exp} = \frac{4d^2}{\pi D^2 s \varrho \cdot I_0} \cdot \frac{I(\vartheta)}{\varepsilon(\vartheta)} \exp\left(\frac{\mu s}{2}\right) , \quad (3)$$

wobei hier  $d$  der Abstand zwischen Plastik- und NaI-Szintillator,  $D$  der Durchmesser des NaI-Szintillators,  $s$  die Dicke des Plastik-Szintillators,  $\mu$  der Absorptionskoeffizient des Plastik-Szintillators,  $I_0$  die Grundintensität,  $\varepsilon(\vartheta)$  die Effizienz des NaI-Szintillators und  $I(\vartheta)$  die gemessene Intensität des  $\gamma$ -Peaks ist.

### 2.2.5.3 Klein-Nishina-Formel

Die Klein-Nishina-Formel <sup>1</sup> berücksichtigt beim Streuprozess zusätzlich die Energie der einfallenden Strahlung. Sie gibt differentiellen Wirkungsquerschnitt folgendmaßen wieder:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_0^2 \left[ \frac{1 + \cos^2 \vartheta + \frac{\frac{h\nu}{m_e c^2}^2 (1 - \cos \vartheta)^2}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos \vartheta)}}{\left( 1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos \vartheta) \right)^2} \right] \quad (4)$$

<sup>1</sup>  $m_e = 9,109\,382 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ,  $e = 1,602\,176 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ,  $c = 299\,792\,458 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

## 2.3 Messaparatur

### 2.3.1 Szintillationszähler

Ein Szintillationszähler ist wie in Abbildung 5 dargestellt aus einem Szintillator und einem Photomultiplier zusammengesetzt.

#### 2.3.1.1 Szintillator

In einem Szintillator werden hochenergetische Photonen in Photonen einer materialabhängigen, niedrigeren Wellenlänge umgewandelt. Man unterscheidet hierbei zwischen organischen und anorganischen Szintillatoren.

##### 2.3.1.1.1 organische Szintillatoren

Organische Szintillatoren besitzen eine geringere Lichtausbeute, geringere Dichte und geringere Ordnungszahl  $Z$  als anorganische Szintillatoren. Auf Grund der  $Z^5$ -Abhängigkeit des Photoeffekts, kann der Photopeak nicht oder nur mit geringer Auflösung gemessen werden. Aus diesem Grund sind die organischen Szintillatoren nur bedingt zur Aufnahme von Energiespektren geeignet.

Ein großer Vorteil der organischen Szintillatoren ist aber ihre sehr kurze Ansprechzeit.

##### 2.3.1.1.2 anorganische Szintillatoren

Anorganische Szintillatoren, wie der hier verwendete NaI-Kristall, der mit Tl dotiert wurde, haben eine weit größere Auflösung und sind somit für die Aufnahme der Energiespektren besser geeignet. Der NaI-Kristall hat eine Bandlücke von ca.  $6\text{eV}$ .

Das eintreffende Photon hebt Elektronen aus dem Valenz- ins Leitungsband. Hierbei entstehen auch Elektron-Loch-Paare, die sogenannten Exzitonen, die sich ebenfalls durch den Kristall bewegen können. Diese werden von den Dotierzentren, hier den Thallium-Atomen, eingefangen und rekombinieren wieder. Der Kristall ist durchlässig für das hierbei freiwerdende Licht. Es besitzt eine feste Wellenlänge von  $410\text{nm}$ .

Um die Zählausbeute zu optimieren muß das Präparat ausreichend dicht am Szintillator platziert werden.

#### 2.3.1.2 Photomultiplier

Der Photomultiplier dient der Verstärkung der im Szintillatorkristall entstandenen Photonen in einen meßbaren Strom. Die aus dem Szintillator auf die Photokathode auftreffenden Photonen schlagen dort Elektronen frei, die über eine Beschleunigungsspannung auf eine Dynode geleitet werden, um dort weitere Elektronen herauszulösen.

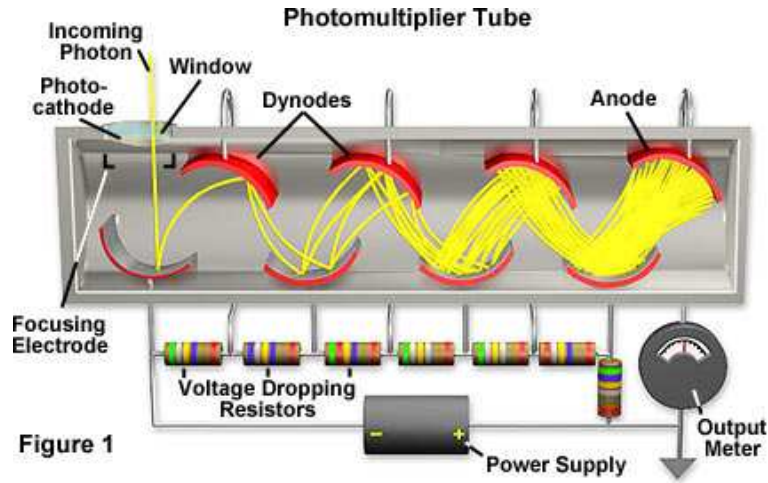
Die mittlere Anzahl  $\bar{n}_0$ , der aus der Photokathode freigeschlagenen Elektronen ist von der Energie  $E_\gamma$  des  $\gamma$ -Quants, der mittleren Quantenausbeute an der Kathode  $\alpha$ , dem Energieanteil  $\Delta E$ , der als Strahlung in den Szintillatorzentren abgegeben wird und der mittleren Energie  $\bar{E}$ , die nötig ist, um ein Elektron aus dem Valenz- ins Leitungsband zu heben mit Hilfe von

$$\bar{n}_0 = \frac{\alpha \cdot \Delta E \cdot E_\gamma}{\bar{E}} \quad (5)$$

berechenbar. Dieser Vorgang wird mehrfach wiederholt. Auf diese Weise wird eine mittlere Verstärkung von  $\bar{g} = \eta \cdot \Delta U \cdot 10^6$  erreicht, mit einer Spannungsdifferenz  $\Delta U$  zwischen den Dynoden und einer spezifischen Sekundäremmission pro Volt von  $\eta$ . In der Regel werden Werte von  $\bar{g} \simeq 5$  erreicht.

Nach  $m$  Dynodendurchgängen erhält man eine mittlere Elektronenzahl von

$$\bar{n}_{end} = \bar{n}_0 (\eta \cdot \Delta U)^m$$

Abbildung 5: Schema eines Photomultipliers (Quelle: [www.microscopy.fsu.edu](http://www.microscopy.fsu.edu))

womit sich aus Gleichung 5 die Energie des auslösenden Photons zu

$$E_{\gamma} = \frac{\bar{E}}{\alpha \cdot \Delta E (\eta \cdot \Delta U)^m}$$

ergibt.

Durch Unregelmäßigkeiten ergibt die ermittelte Energie im Spektrum eine Gauß- oder Poissonverteilung. Dies wird hier im Versuch eine „Verschmierung“ der Compton-Kante zur Folge haben. Sie ergibt sich als Faltung der Heavyside-Funktion mit der Gauß-Funktion.

Die Auflösung der Messung ergibt sich aus dem Quotienten der Halbwertsbreite  $E_{\frac{1}{2}}$  und dem Kurvenmaximum  $E_m$  zu

$$A = \frac{E_{\frac{1}{2}}}{E_m} \approx \frac{1}{\sqrt{E_m}},$$

da für eine Poissonverteilung  $E_{\frac{1}{2}} \approx \sqrt{E_m}$  gilt.

### 2.3.2 Vielkanalanalysator (VKA)

Das Signal vom Photomultiplier wird mit einem integrierenden Verstärker verarbeitet, der dann einen genormten Impuls ausgibt. Die „Shaping“-Zeit des Normimpulses sollte im Verhältnis zur Abklingzeit des Szintillators bei einem Impuls richtig gewählt werden (ca. 0, 25  $\mu$ s bei NaJ(Tl)). Der Impuls wird im Vielkanalanalysator je nach Amplitude verschiedenen Kanälen (hier 1024) zugeordnet. Im Gegensatz zu einem Einkanal spektrometer werden alle Amplituden sortiert und nicht nur ein bestimmter Spannungsnervall durchgelassen. Dieser Impuls wird ab seinem Maximum verbreitert und dem Momentanwert der Sägezahnspannung verglichen. Aus der Laufzeit der Sägerzahnspannung bis zum Schnittpunkt ergibt sich ein Maß für die Amplitude des Impulses.

### 2.3.3 Time - Amplitude - Converter (TAC) und Vielkanalanalysator (MCA)

Der TAC wandelt ein Zeitintervall in eine dazu proportionale Spannung um. Dies wird dadurch erreicht, daß ein Kondensator während des Zeitintervalls aufgeladen wird. Da hier, auf Grund des Ratenverhält-

nisses ( $e^-:\gamma$ ) = (10:1) nur jedem zehnten Startsignal (also der 122keV-Übergang) auch ein Stoppsignal (14,4keV-Übergang) folgt, wird der Start- und Stop-Eingang vertauscht und das Startsignal verzögert. Das vom TAC so aufintegrierte Signal wird nun an einen MCA ausgegeben, der die Signale nach Zeitintervallen getrennt zu einer Zählrate aufaddiert.

## 2.4 Messmethode

### 2.4.1 Koinzidenzmethode

Um die mittleren Lebensdauern von sehr kurzlebigen Anregungszuständen zu ermitteln, wird die sogenannte Koinzidenzmethode<sup>2</sup> verwendet. Hierfür wird bei Erreichen eines Anregungszustandes die Zeitmessung gestartet und bei deren Zerfall wieder gestoppt. Aus dem sehr breiten Untergrund aus zufälligen Koinzidenzen ragen nun die als Zählrate aufgetragenen Koinzidenzen als abfallende Exponentialkurve heraus.

## 2.5 Theorie der Auswertung von Spektren

Vor dem Vermessen eines unbekannten Energiespektrums muß das Meßgerät geeicht werden, also ein Zusammenhang zwischen Kanalnummer und Energie hergestellt werden. Dies wird durch Messung der Spektren einer oder mehrerer Proben mit wenigen Peaks bekannter Energie gemacht. Die Position der Peaks wird durch Anfitten einer Gaußkurve mit exponentiell abfallendem Untergrund bestimmt. Damit wird ein linearer Zusammenhang zwischen Kanalnummer und Energie hergestellt.

Die Anzahl  $N$  der registrierten Ereignisse in einem Kanal ist mit einem statistischen Fehler behaftet, der sich unter der Annahme einer Poissonverteilung, zu  $\sigma = \sqrt{N}$  ergibt. Zur Bestimmung des Energiespektrums muß noch eine Untergrundmessung vorgenommen werden, die dann nach Normierung von der Messung abgezogen wird.

---

<sup>2</sup>Koinzidenz (lat.) zeitliches Zusammenfallen, genaue Übereinstimmung (Quelle: [www.InfoBitte.de](http://www.InfoBitte.de))

### 3 Versuchsbeschreibung und Durchführung

Zu Beginn des Versuchs wurden die Signale nach dem Vorverstärker des Photomultipliers, dem Hauptverstärker, dem Timing-SCA und dem Gates am Oszilloskop betrachtet und Veränderungen beobachtet. Die Bilder in Abbildung 6 zeigen die aufgenommenen Signale am Oszilloskop.

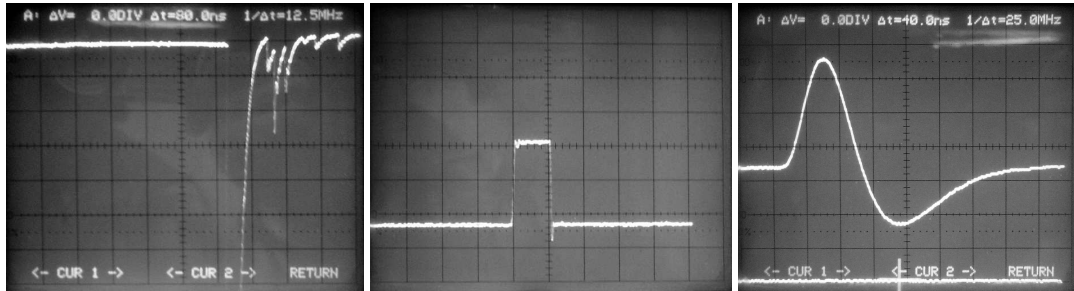


Abbildung 6: v.l.n.r.: Signale nach Vorverstärker des Photomultipliers, nach TSCA und nach Hauptverstärker

Nachdem die Oszilloskopbilder aufgenommen waren, wurde mit der Verkabelung der Aparatur begonnen, um die Eichspektren der beiden Szintillatoren mit dem  $^{22}\text{Na}$ - und dem  $^{137}\text{Cs}$ -Präparat aufnehmen zu können. Diese wurden zu Beginn des Versuchs bei „noch kalter“ Elektronik und erneut am letzten Versuchstag aufgenommen, nachdem die Elektronik eine Woche durchgehend in Betrieb war, aufgenommen. Außerdem wurde für beide Szintillatoren eine Untergrundmessung durchgeführt. Alle Spektren wurden mit der in Abbildung 7 dargestellten Verkabelung gemessen.

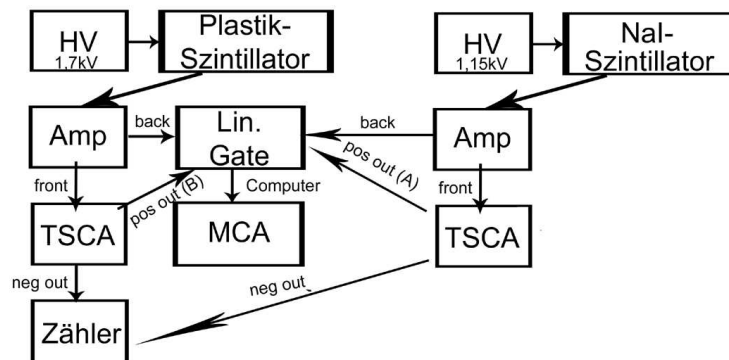


Abbildung 7: Skizze der Verkabelung der Elektronikbauteile

Um im weiteren Verlauf die Energieerhaltung anhand des Comptoneffekts verifizieren zu können, musste nun das Koinzidenzspektrum der  $^{137}\text{Cs}$ -Probe mit beiden Szintillatoren bei verschiedenen Winkeln aufgenommen werden. Dabei wurde die Flächennormale des Plastik-Szintillators immer auf den halben Streuwinkel eingestellt.

Um die Signale des TSCA mit den zugehörigen Gates zu synchronisieren, wurden beide Signale auf verschiedene Kanäle des Oszilloskops gelegt und durch geeignete Wahl des Delays am TSCA und an der Delay-Einheit zur Deckung gebracht. Dies wurde mit den Signalen beider Szintillatoren wiederholt (siehe Abbildung 8). Außerdem mussten noch die Signale der beiden TSCAs zur Deckung gebracht werden,

damit die Koinzidenzrate maximiert wird. Nun wurde das Signal aus  $\text{SCA-Signal} \times \text{Gate-Signal}$  in den MCA geleitet, um das Spektrum des entsprechenden Szintillators aufzunehmen. Dabei ergab sich nur dann ein Gate-Signal, wenn sowohl der Plastik- als auch der NaI-Szintillator ein Signal aufzeichneten.

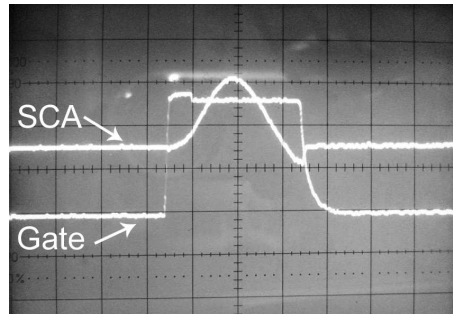


Abbildung 8: Abgleich von Gate- und SCA-Signal

Nachdem die Spektren unter den Winkeln  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$  und  $120^\circ$  mit beiden Szintillatoren aufgenommen waren, wurden Untergrundmessungen mit beiden Szintillatoren durchgeführt und die Anzahl der zufälligen Koinzidenzen mit Präparat, aber verstelltem Delay bestimmt, um diese später abziehen zu können.

Im Anschluß daran wurde zur Bestimmung des Wirkungsquerschnittes und zur Verifizierung der Klein-Nishina-Formel das Spektrum des  $^{137}\text{Cs}$ -Präparats mit dem NaI-Szintillator aufgenommen und die Zählrate bestimmt. Dazu wurde der Plastik-Szintillator, der zuvor zwischen Quelle und NaI-Szintillator positioniert war, entfernt und die Schaltung wie zuvor bei der Energieeichung verwendet.

Abschließend wurde, wie bereits oben erwähnt, nochmals eine Eichmessung der beiden Szintillatoren mit beiden Präparaten durchgeführt.

## 4 Versuchsauswertung und Ergebnisse

### 4.1 Energie-Kanal-Eichung

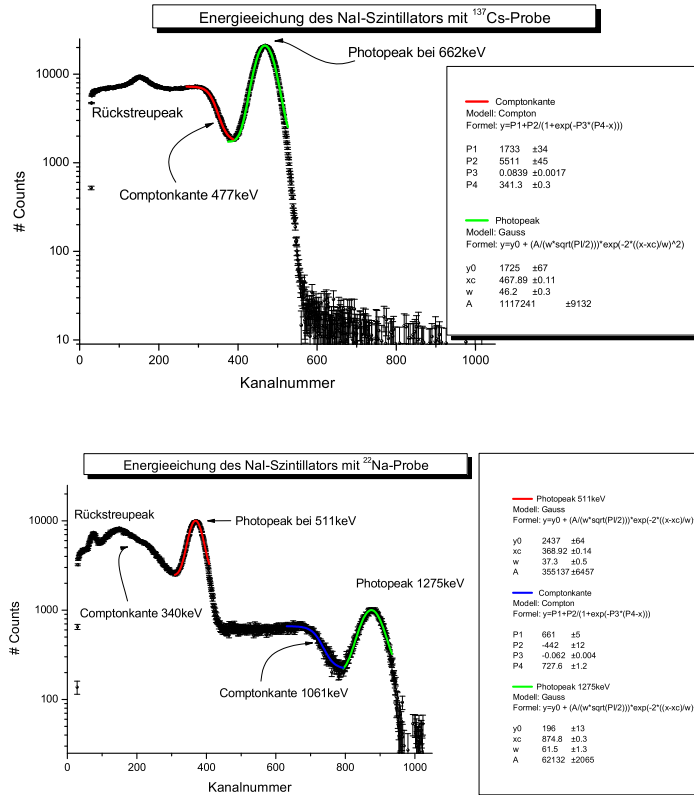


Abbildung 9: Untergrundbereinigtes Energiespektrum des  $^{137}\text{Cs}$ -Präparats (oben) und des  $^{22}\text{Na}$ -Präparats (unten) aufgenommen mit dem NaI-Szintillator

Quelle	Energie [keV]	Peak / Kante
$^{22}\text{Na}$	340,67	Compton
	511	Photo
	1061,7	Compton
	1274,53	Photo
$^{137}\text{Cs}$	477,33	Compton
	661,66	Photo

Tabelle 3: Energien der charakteristischen Merkmale der Spektren

Zunächst wurden die mit den beiden Szintillatoren aufgenommenen Eichspektren (zu sehen in den Abbildungen 9 und 10) der beiden Präparate gegen die Kanalnummer aufgetragen. Dannach wurden die



bekannten Peaks, bzw. die Comptonkanten, deren Energien in Tabelle 3 aufgelistet sind, identifiziert und deren Position mit Hilfe von Gauß-Fits bzw. Compton-Fits bestimmt. Dazu wurden die Formeln

$$y_{Gau\beta} = y_0 + \left( \frac{A}{w\sqrt{\frac{\pi}{2}}} \right) \cdot \exp \left( -2 \left( \frac{x - x_c}{w} \right)^2 \right)$$

$$y_{Compton} = P_1 + \frac{P_2}{1 + \exp(-P_3(P_4 - x))}$$

verwendet. Nun ließ sich mit Hilfe der so bestimmten Positionen der Peaks bzw. Kanten der beiden

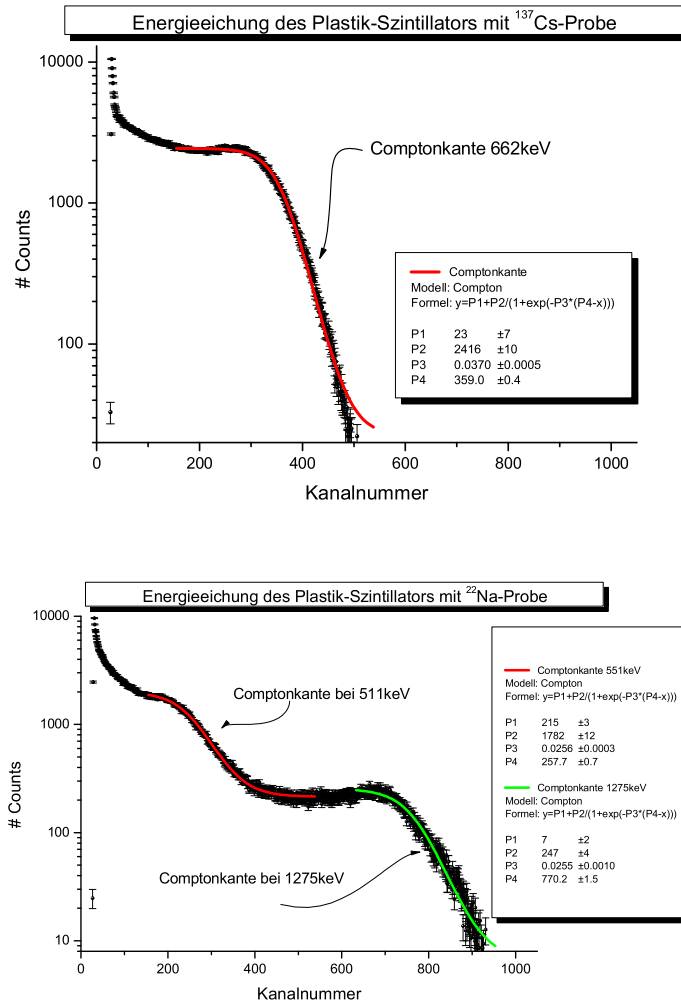


Abbildung 10: Untergrundbereinigtes Energiespektrum des  $^{137}\text{Cs}$ -Präparats (oben) und des  $^{22}\text{Na}$ -Präparats (unten) aufgenommen mit dem Plastik-Szintillator

Eichmessungen für jeden Szintillator über lineare Regression eine Eichgerade bestimmen, welche im

Folgendes die Zuordnung von Kanälen zu Energien ermöglicht. Die Spektren wurden, wie oben in der Durchführung erwähnt nach einer Woche bei ständig laufender, also nun warmer Elektronik erneut gemessen. Auch hier wurden die Daten gefittet um daraus Eichgeraden erstellen zu können. Für die Kanaleichung wurde der Mittelwert der Einzelmessungen verwendet. Aus der Breite der Gaußkurven der Spektren lässt sich nun das Auflösungsvermögen des NaI-Szintillators bestimmen. Dies geschieht über die Formel

$$A = \frac{\omega \sqrt{\ln 4}}{BE}$$

## 4.2 Energieerhaltung im Compton-Effekt

Um die Energieerhaltung im Compton-Effekt verifizieren zu können, wurde das Koinzidenzspektrum mit sowohl dem Plastik-, als auch mit dem NaI-Szintillator bei verschiedenen Winkeln gemessen, und die Lage des Photopeaks verfolgt. Über die Energie-Kanal-Eichung konnte nun unter Verwendung der Formeln

$$E = A + B \cdot C$$

$$\mathcal{S}_E = \sqrt{\mathcal{S}_A^2 + C^2 \mathcal{S}_B^2} ,$$

wobei hier  $C$  die Nummer des Kanals und  $A$  und  $B$  der Achsenabschnitt bzw. die Steigung der Eichgeraden sind, die Lage der Peaks, bzw. deren Energie berechnet werden. Die Spektren in Abhängigkeit der Winkel sind in den Abbildungen 12 dargestellt. Aus der Addition der Energiewerte müsste sich nach der Theorie ein Wert von 662keV, die Energie des Photopeaks ergeben. Die Einzelnen Werte, sowie die Addition und die Theorie sind in der Abbildung 11 und in Tabelle 4 dargestellt. Hier fallen die großen Abweichungen der Messung mit dem Plastik-Szintillator auf, was wohl auf einen systematischen Fehler der Aparatur zurückzuführen ist (siehe auch in der Zusammenfassung).

Szintillator	Winkel / °	Energie / keV	Theoriewert / keV
NaI	30	$564 \pm 21$	564
	60	$392 \pm 17$	402
	90	$280 \pm 14$	288
	120	$214 \pm 14$	225
Plastik	30	$286 \pm 23$	98
	60	$426 \pm 24$	260
	90	$517 \pm 24$	374
	120	$576 \pm 27$	437
Summe	30	$850 \pm 31$	662
	60	$818 \pm 29$	662
	90	$797 \pm 28$	662
	120	$790 \pm 30$	662

Tabelle 4: gemessene und theoretische Werte zur Energieerhaltung

Aus der Summe der Photon- und Elektronenergien ließ sich nun ein Wert von

$$\overline{E} = (814 \pm 30) \text{ keV}$$

$$\mathcal{S}_{\overline{E}} = \sqrt{\sum_{i=1}^4 \frac{\mathcal{S}_i^2}{4}}$$

errechnen, dessen Fehler aus der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung stammt. Auch hier ergibt sich ein weit höherer Wert, als der theoretische. Dies ist aber durch den zu hohen Wert der Elektronen-Energie zu erklären, da die Werte der Photon-Energie sehr gut innerhalb des Fehlers mit den Theoriewerten übereinstimmen.

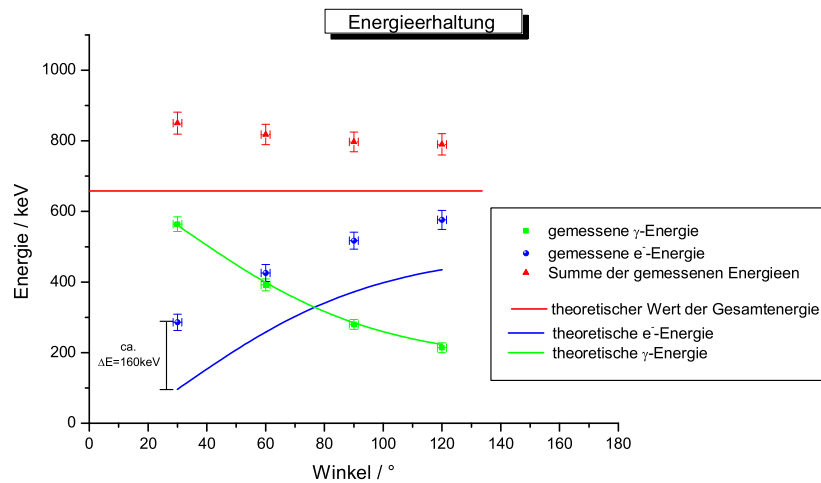


Abbildung 11: gemessene und theoretische Werte zur Energieerhaltung

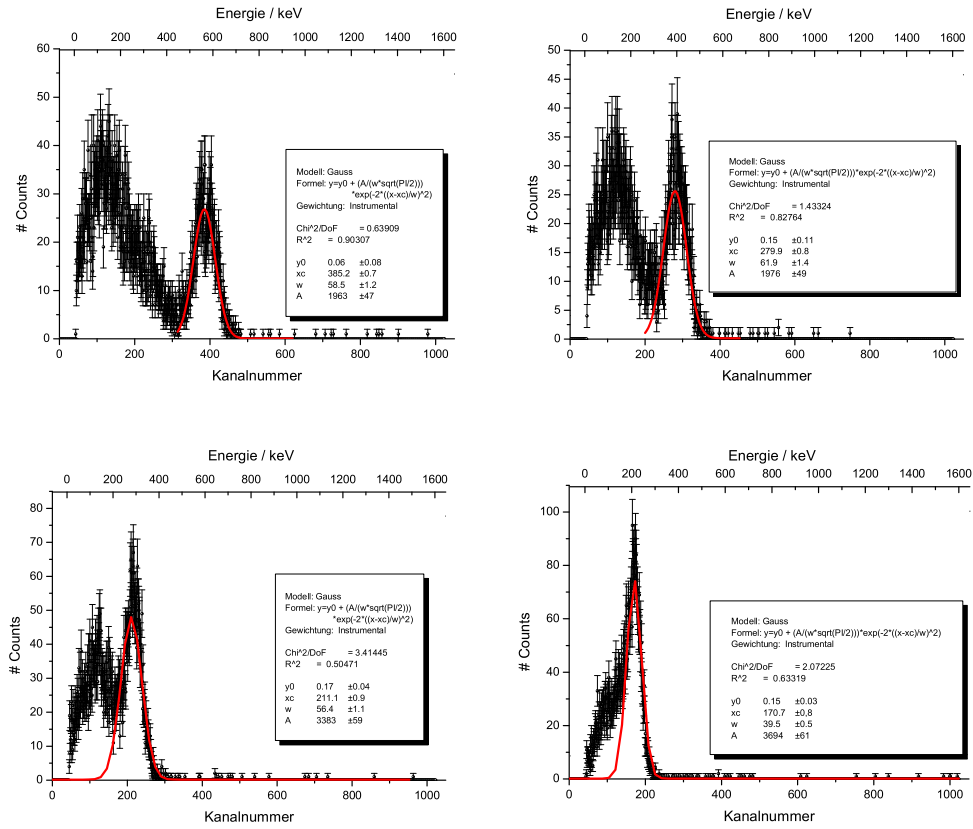


Abbildung 12: Messung zur Energieerhaltung ( $\gamma$ -Energie), links oben:  $30^\circ$ , rechts oben:  $60^\circ$ , links unten:  $90^\circ$ , rechts unten:  $120^\circ$

### 4.3 Wirkungsquerschnitt & Klein-Nishina-Formel

Um den differentiellen Wirkungsquerschnitt der Elektronen im Plastik-Szintillator zu bestimmen, wurde die Schaltung aus der Messung zur Energieerhaltung übernommen. Zunächst wurde die Zählrate  $R_{Int}$  gemessen. Dazu wurde der Plastik-Szintillator ausgebaut und unter einem Winkel von  $0^\circ$  gemessen. Dabei ergab sich eine bereits untergrundbereinigte Zählrate von

$$R_{Int} = (981 \pm 32) \text{ Counts/s} .$$

Außerdem wurde parallel zur Messung der Photonenenergie die Zählraten bei verschiedenen Winkeln bestimmt, welche in Tabelle 5 aufgetragen sind. Der Fehler ergibt sich hierbei aus der Wurzel der Zählrate und Gauß'scher Fehlerfortpflanzung.

Winkel / °	Zählrate / ( $\frac{\text{Counts}}{\text{s}}$ )
30	$9,19 \pm 0,09$
60	$5,86 \pm 0,08$
90	$5,25 \pm 0,07$
120	$5,25 \pm 0,07$

Tabelle 5: gemessene, untergrundbereinigte Zählraten

Aus den Werten in Tabelle 5 ließ sich nun über die Formeln

$$\begin{aligned}
 R_s &= \frac{R_{mess}}{\varepsilon} \cdot \exp\left(\frac{\mu x}{2}\right) \\
 \mathcal{S}_{R_s} &= \sqrt{\left(\frac{\mathcal{S}_{R_{Int}}}{R_{Int}} R_{ein}\right)^2 + \left(\frac{\mathcal{S}_\varepsilon}{\varepsilon} R_{ein}\right)^2} \\
 \Delta\Omega &= \frac{\pi D}{4r^2} \\
 \mathcal{S}_{\Delta\Omega} &= \frac{\Delta\Omega \cdot \mathcal{S}_r}{r}
 \end{aligned}$$

und Gleichungen 3 und 4 der Wirkungsquerschnitt und die Klein-Nishina-Formel berechnen. Das Ergebnis und der Vergleich zwischen Wirkungsquerschnitt und der Klein-Nishina-Formel sind in Tabelle 6 und in Abbildung 13 zu sehen. Das Verwendete  $\varepsilon$  und  $\mu$  stammen aus Diagrammen im Praktikumsordner. Besonders beim Ablesen des  $\varepsilon$ -Wertes ergaben sich verhältnismäßig große Fehler, da der Graph mit dem passenden Abstand nicht eingezeichnet war und somit die Werte mehr oder weniger geschätzt werden mussten. Dieser Fehler pflanzt sich stark fort und beeinträchtigt den Fehler des Wirkungsquerschnitts.

Winkel / °	$\varepsilon$	$\mu / \frac{1}{\text{cm}}$	Wirkungsquerschnitt / $10^{-30} \text{m}^2$	Klein-Nishina-Formel / $10^{-30} \text{m}^2$
30	0,46	0,093	$4,6 \pm 1,2$	5,26
60	0,58	0,107	$3,4 \pm 0,8$	2,78
90	0,70	0,125	$2,3 \pm 0,5$	1,95
120	0,80	0,132	$1,5 \pm 0,3$	2,21

Tabelle 6: Vergleich von Wirkungsquerschnitt und Klein-Nishina-Formel mit gemessenen Energien

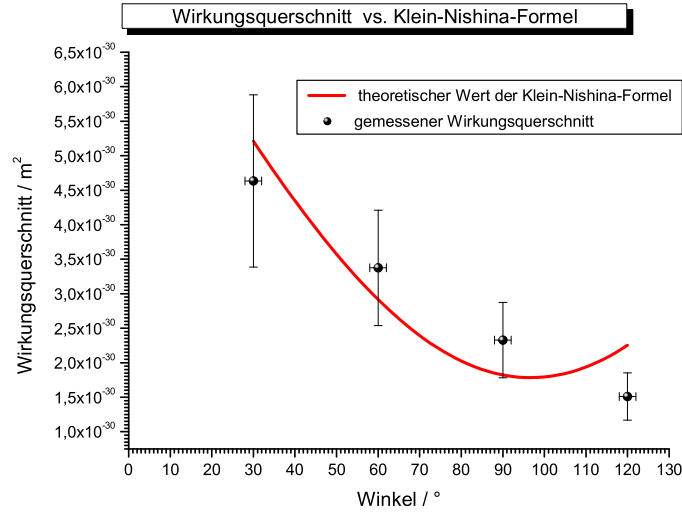


Abbildung 13: Vergleich zwischen Klein-Nishina-Formel und Wirkungsquerschnitt

## 5 Zusammenfassung

Über die Aufnahme der Eichspektren von  $^{22}\text{Na}$  und  $^{137}\text{Cs}$  konnte sowohl für den NaI- als auch für den Plastik-Szintillator eine Energie-Kanal-Eichung durchgeführt werden. Hierfür ergaben sich die Werte

$$\begin{aligned}
 A_{\text{NaI}} &= (-64 \pm 9) \text{ keV} \\
 B_{\text{NaI}} &= (1,63 \pm 0,05) \frac{\text{keV}}{\text{Ch}} \\
 A_{\text{Plastik}} &= (123 \pm 23) \text{ keV} \\
 B_{\text{Plastik}} &= (1,62 \pm 0,03) \frac{\text{keV}}{\text{Ch}} .
 \end{aligned}$$

Hierbei fällt besonders der Achsenabschnitt des Plastik-Szintillators auf. Dieser ist wohl auf einen systematischen Fehler der Messapparatur zurückzuführen. Er wird im Folgenden alle gemessenen Elektronen-Energien, die mit dem Plastik-Szintillator gemessen wurden, zu größeren Energien hin verschieben. Dies ist auch mit der Grund, weshalb sich bei der Verifikation der Energieerhaltung im Compton-Effekt eine um etwa  $160 \text{ keV}$  über dem theoretischen Wert liegende Gesamtenergie von

$$\overline{E} = (814 \pm 30) \text{ keV}$$

ergibt. Der Wert, der mit dem NaI-Szintillator ermittelten  $\gamma$ -Energie, stimmt hingegen innerhalb des Fehlers sehr gut mit dem theoretischen Wert überein. Wird nun der Achsenabschnitt der Eichkurve vernachlässigt, so stimmt die ermittelte Gesamtenergie von nun

$$\overline{E} = (691 \pm 30) \text{ keV}$$

innerhalb des Fehlers mit dem Theoriewert von  $662 \text{ keV}$  überein.

Bei der Ermittlung des Wirkungsquerschnitts ergaben sich Werte, die innerhalb von 1 bis  $2 \times \sigma$  mit den

theoretischen Werten der Klein-Nishina-Formel übereinstimmen. Dabei wurden die Werte der Klein-Nishina-Formel aus den gemessenen Energieen ermittelt.

Statistische Fehler in den Messungen hätten hier besonders bei der Messung für die Bestimmung des Wirkungsquerschnittes durch längere Messdauern weiter minimiert werden können, jedoch reichte hierfür leider die Zeit von einer Woche nicht aus. Von systematischen Fehlern ist in der Messung, wie oben bereits erwähnt, ebenfalls auszugehen. Diese zeichnen sich in den Eichgeraden wieder, die zu Beginn und am Ende der Messungen aufgenommen wurden.

## 6 Handschriftliches