Fortgeschrittenen Praktikum I

Hanle-Effekt

Wiebke Herzberg und Kolja Glogowski

20. September 2004

Inhaltsverzeichnis

1. Aufgabenstellung

Bestimmung der Lebensdauer des angeregten $6s6p\,^3P_1$ Zustands des Quecksilberatoms durch Messung des *Hanle-Signals* in Abhängigkeit zum Quecksilberdampfdruck für verschiedene Polarisationsrichtungen des eingestrahlten Lichts, sowie Dokumentation der Variation der effektiven Lebensdauer durch *Coherence Narrowing*.

2. Theoretische Grundlagen

Mit Hilfe des Hanle-Effekts kann die Lebensdauer von angeregten Atomen bestimmt werden. Dazu wird Licht einer Frequenz, die einem bestimmten Übergang der Hg-Atome entspricht, linear polarisiert und dann in eine mit Quecksilberdampf gefüllte Kammer eingestrahlt. Die Hg-Atome darin werden dadurch angeregt und beginnen nun ebenfalls Licht der selben Frequenz auszusenden (Resonanzfluoreszenz). Beobachtet man nun aus der Polarisationsrichtung des Lichts, so sieht man zunächst keine Strahlung. Legt man jedoch ein äußeres Magnetfeld senkrecht zur Polarisationsrichtung an, so erkennt man bei Variation desselbigen auch eine Variation der Intensität der Resonanzfluoreszenz. Dies wird als Hanle-Effekt bezeichnet.

2.1. Klassische Betrachtung

In der klassischen Betrachtungsweise wird das Leuchtelektron als gedämpfter Oszillator behandelt. Durch das linear polarisierte Licht wird das Elektron angeregt und beginnt in Polarisationsrichtung zu schwingen. Auf diese Weise sendet es Dipolstrahlung aus, und zwar so lange, bis die Bewegung aufgrund der Strahlungsdämpfung abgeklungen ist. Da bei der Dipolstrahlung entlang der Oszillationsachse kein Strahlung emittiert wird, ist zunächst in Beobachtungsrichtung (Polarisationsrichtung) keine Intensität feststellbar. Legt man nun wie beschrieben ein Magnetfeld an, so beginnt das Elektron aufgrund der Lorentzkraft um die Feldrichtung zu präzedieren und zwar mit der Larmorfrequenz

$$\omega_L = \frac{g_j\,\mu_B\,H}{\hbar}\ , \tag{1}$$

wobei g_j der Landesche Faktor und μ_B das Bohrsche Magneton ist. In einer zur Feldachse senkrechten Ebene kommt es somit zu einer rosettenartigen Figur der Elektronenbahn.

Quantitativ betrachtet ist die Verteilung der Dipolstrahlung hauptsächlich ein $\sin^2\theta$-Ausdruck (θ ist der Winkel zwischen Dipolachse und Beobachtungsrichtung). Ersetzt man θ durch $\omega_L\,t$ und beschreibt die Dämpfung durch den Term $e^{-t/\tau}$, mit τ als mittlerer

Lebensdauer des angeregten Zustands, so ergibt sich die Strahlungsintensität aus:

$$I = C \int_0^\infty e^{-\frac{t}{\tau}} \sin^2(\omega_L t)\, dt \tag{2}$$

C ist hierbei ein Proportionalitätsfaktor. Ausgewertet ergibt dieses Integral eine inverse Lorentzkurve.

Ist die Polarisation des Lichts nicht parallel zur Beobachtungsrichtung, sondern um $\pi/2$ verschoben, dann ist der Winkel zwischen Beobachtungsrichtung und Dipolachse $\omega_L t + \pi/2$ und für die Intensität gilt:

$$\begin{aligned} I_{\pi/2} &= C \int_0^\infty e^{-\frac{t}{\tau}} \sin^2\left(\omega_L t + \frac{\pi}{2}\right)\, dt = C \int_0^\infty e^{-\frac{t}{\tau}} \cos^2(\omega_L t)\, dt \\ &= C \int_0^\infty e^{-\frac{t}{\tau}} \left(1 - \sin^2(\omega_L t)\right)\, dt = C\,\tau - I \end{aligned}$$

man erhält also eine normale Lorentzkurve. Für die Halbwertsbreite w gilt in beiden Fällen:

$$w = \frac{\hbar}{g_j \mu_B\, \tau} \tag{3}$$

Daraus folgt dann für die Lebensdauer, wenn $H_{1/2}$ die Feldstärke bei halber Höhe der vollen Intensität ist:

$$\tau = \frac{\hbar}{2\, g_j\, \mu_B\, H_{1/2}}\,. \tag{4}$$

2.2. Quantenmechanische Betrachtung

Der Hanle-Effekt ist ein Spezialfall des sogenannten *level-crossing*. Dabei handelt es sich um folgendes:

Liegt eine Feinstrukturaufspaltung in verschiedene Zeeman-Niveaus bereits ohne äußeres Magnetfeld vor, so können die verschiedenen Niveaus durch Anlegen eines Feldes zur Überkreuzung gebracht werden, d. h. bei einer bestimmten Feldstärke können zwei Niveaus energetisch zusammenfallen. In diesem Bereich findet man eine merkliche Änderung der Intensität der Fluoreszenzstrahlung.

Im Spezialfall des Hanle-Effekts tritt das *level-crossing* bei Feldstärke Null auf. Die Form des Intensitätsverlaufs kann quantenmechanisch hergeleitet werden. Unter bestimmten Bedingungen, die in unserem Versuch und bei Verwendung von normalen Spektrallampen gut erfüllt sind, kann man die Breit-Formel verwenden; eine Ratengleichung, welche die Absorption und Reemission von Photonen (mit der Polarisation von f bzw. g) in der Resonanzzelle beschreibt.

Für ein System mit Grundzustand a und zwei sich kreuzenden Zuständen b und c lässt sich die Rate aufspalten, mit $\nu(b,c)$ als Frequenzdifferenz der angeregten Zustände.

$$R(f,g) = c\left[R_0 + \frac{A}{1-2\pi\, i\, \tau\, \nu(b,c)} + \frac{A^*}{1-2\pi\, i\, \tau\, \nu(b,c)}\right] \tag{5}$$

Für feste Polarisation ist die Rate proportional zur beobachteten Intensität des Fluoreszenzlichts. Daher erhält man für ein imaginäres A einen Intensitätsverlauf in Form einer Dispersionskurve und für ein reelles A eine Lorentzkurve.

Von den drei Komponenten in die sich ein $^3P_1$-Term aufspaltet, nämlich $m = 0$ und $m = \pm 1$, beobachten wir nur die Strahlung der $m = \pm 1$-Komponenten. A ist in diesem Fall reell und die Energieaufspaltung im Magnetfeld beträgt:

$$\Delta\nu = \frac{2\, g_j\, \mu_B\, H}{h} \tag{6}$$

Für die Halbwertsbreite der Lorentzkurve gilt dann:

$$\Delta\nu_{1/2} = \frac{1}{\pi\tau} = \frac{2\, g_j\, \mu_B\, 2\, H_{1/2}}{h} \tag{7}$$

und damit erhält man für die Lebensdauer wieder:

$$\tau = \frac{h}{4\, g_j\, \mu_B\, \pi\, H_{1/2}} = \frac{\hbar}{2\, g_j\, \mu_B\, H_{1/2}} \tag{8}$$

was genau mit dem Ergebnis der klassischen Betrachtung übereinstimmt!

2.3. Coherence Narrowing

Es stellt sich heraus, dass die gemessene Lebensdauer τ von der Temperatur bzw. dem Dampfdruck des Quecksilbers abhängt. Dies wird durch den Effekt des *coherence narrowing* verursacht. Resonanzstrahlung die von einem Atom ausgesandt wird, wird von einem anderen unter Beibehaltung der Phase und Raumorientierung der Dipolschwingung absorbiert. Das neu angeregte Atom führt daraufhin die Präzessionsbewegung des ersten Atoms fort, wodurch dem Beobachter die Lebensdauer des angeregten Zustands verlängert erscheint. Dieser Prozess kann mehrfach stattfinden; seine Wahrscheinlichkeit hängt vom Dampfdruck der beobachteten Substanz ab und dieser wiederum von der Temperatur. Durch Messung bei verschiedenen Temperaturen können wir auf $T = 0K$, also auf Dichte Null extrapolieren und somit einen Wert für die natürliche Lebensdauer gewinnen.

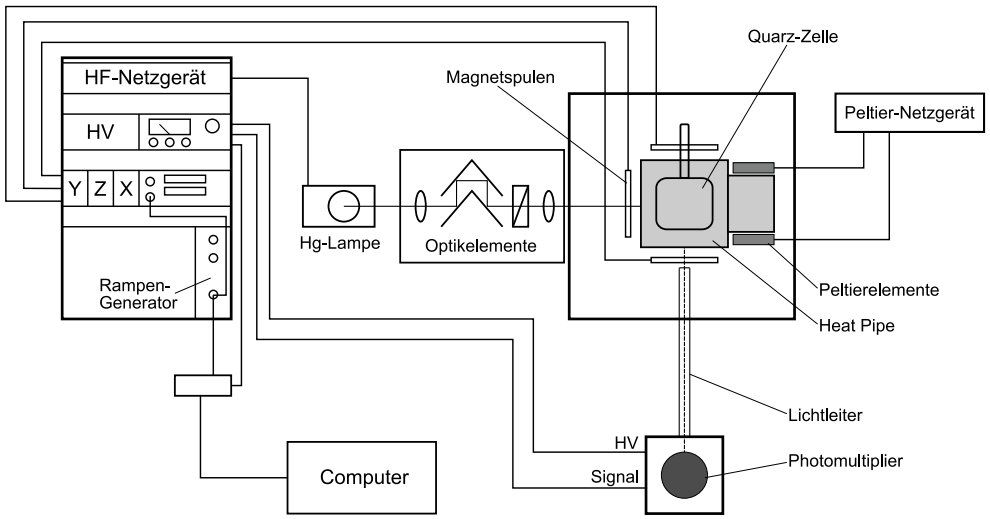


Abbildung 1: Schematischer Versuchsaufbau

3. Versuchsaufbau und Durchführung

Eine HF-induzierte Gasentladung in einer Quecksilberdampflampe dient als Lichtquelle. Über eine Kombination von zwei Linsen, einem Interferenzfilter und einem Polarisator wird das Licht in die mit Quecksilberdampf gefüllte Resonanzzelle aus Quarz eingestrahlt. Die erste Linse macht das Licht parallel, der Interferenzfilter selektiert die zur Anregung des $^3P_1$-Zustands benötigte Linie, der Polarisator polarisiert das Licht in die gewünschte Richtung und die zweite Linse schließlich fokussiert das Licht in die Zelle. Die Zelle selbst ist über einen Seitenarm und eine Heatpipe mit mehreren Peltierelementen gekühlt um die Messung bei verschiedenen Temperaturen, also auch verschiedenen Dampfdrücken, zu ermöglichen. Um die Zelle herum sind drei Helmholtzspulenpaare angebracht. Das eine Paar erzeugt das für die Messung benötigte Magnetfeld, welches durchvariiert wird, die anderen beiden sind zur Kompensation von störenden äußeren Feldern (u.a. das Erdmagnetfeld) gedacht. Senkrecht zur Einfallsrichtung des Lichts wird die erzeugte Resonanzstrahlung über einen Lichtleiter zum Photomultiplier geführt. Von dort wird das Signal an ein Elektrometer weitergegeben, an das ein Computer angeschlossen ist, mit dem das Signal dann aufgezeichnet wird.

Wir nahmen zwei Messreihen über den gesamt möglichen Temperaturbereich von etwa $-20°C$ bis $+10°C$ auf, eine bei einer Polarisatorstellung von 90° und eine bei 0°. Dafür kühlten wir die Zelle zunächst auf die tiefstmögliche Temperatur von $-20°C$ ab und nahmen dann während des Aufwärmvorgangs unsere erste Messreihe bei 90° auf. Während wir die Zelle erneut abkühlen ließen zeichneten wir vier Kurven mit einer Polarisatorstelllung von 45° auf und danach, wieder während des Aufwärmvorgangs, unsere zweite Messreihe bei 0°. Beim zweiten Abkühlvorgang erreichten wir allerding nur eine Tiefsttemperatur von etwa $-12°C$.

4. Auswertung

Die vom Computer aufgezeichneten Daten passten wir mit folgender Lorentzkurve an:

$$y(x) = y_0 + \frac{2A}{\pi} \frac{w}{4(x - x_c)^2 + w^2} + bx \tag{9}$$

wobei y_0 der Y-Achsenoffset, A die Fläche, x_c die X-Koordinate des Peaks und w die Halbwertsbreite der Kurve ist. Außerdem fügten wir noch einen linearen Term mit Steigung b hinzu, um die Temperaturänderung während des Messvorgangs zu berücksichtigen. Bei den zum Fitten verwendeten Messpunkten beschränkten wir uns auf einen Bereich von $0,7A$ um den Peak der Kurve, da es bei den Werten am Rand oft Unregelmässigkeiten gab, die zu schlechten Fits führten.

Der Parameter w der Kurve (in *Ampère*) liefert uns direkt die Halbwertsbreite, aus der wir die Magentfeldstärke $H_{1/2}$ (in *Tesla*) bei halber Intensität bestimmen können:

$$2\,H_{1/2} = 3.363 \cdot 10^{-4}\,w \tag{10}$$

Damit ergibt sich nach Gleichung 4 die Lebensdauer in *Sekunden*:

$$\tau = \frac{\hbar}{2\,g_j\,\mu_B\,H_{1/2}} = \frac{\hbar}{g_j\,\mu_B\,\cdot 3.363 \cdot 10^{-4}\,w}\,. \tag{11}$$

Für den Fehler s_τ der Lebensdauer erhält man aus dem Fehler s_w der Halbwertsbreite:

$$s_\tau = \tau\,\frac{s_w}{w} \tag{12}$$

Die Ergebnisse der insgesamt 68 Fits sind in den Tabellen 1 und 2 im Anhang A zusammengetragen und die Abbildungen 2 und 3 zeigen jeweils einen Fit aus der 90° bzw. der 0° Messreihe.

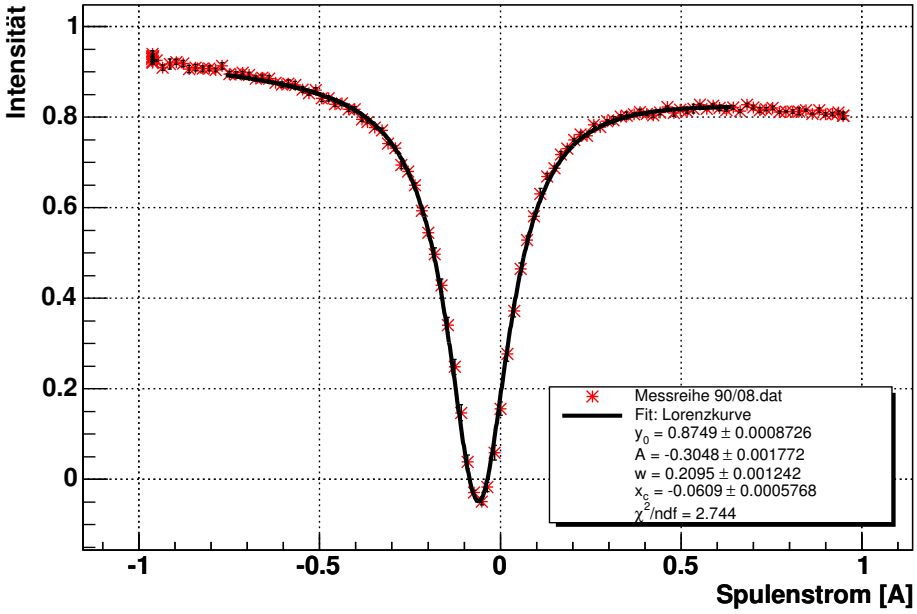


Abbildung 2: Lorentzkurven-Fit einer Messung der 90°-Messreihe

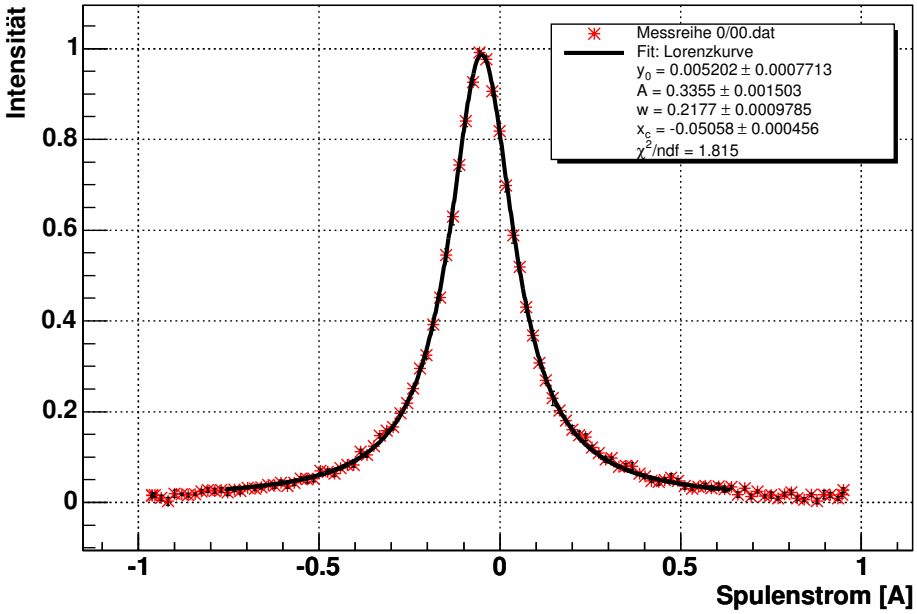


Abbildung 3: Lorentzkurven-Fit einer Messung der 0°-Messreihe

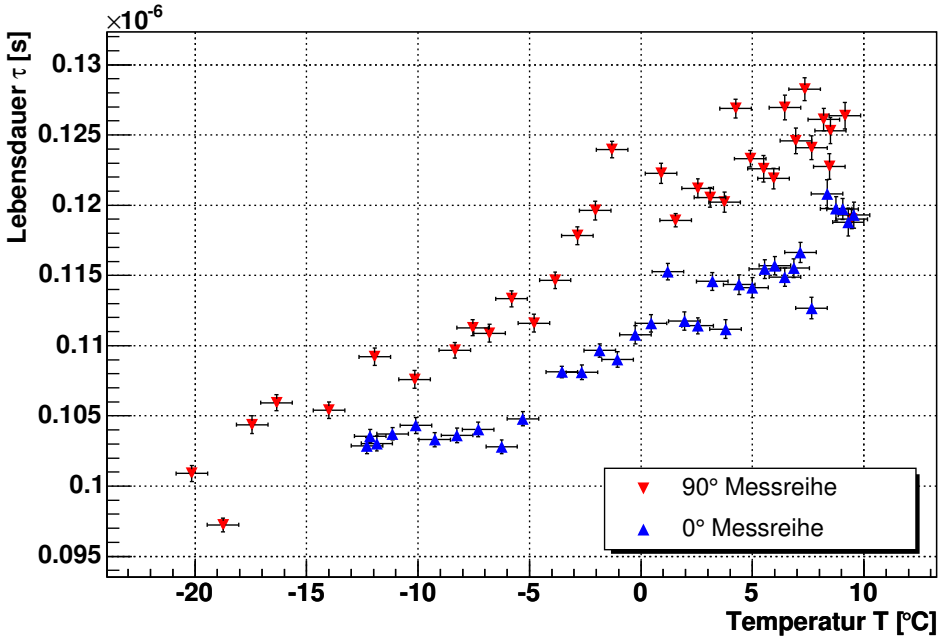


Abbildung 4: Lebensdauer in Abhängigkeit zur Temperatur

Da sich die Temperatur während einer Messung stärker änderte, bildeten wir jeweils den Mittelwert aus Anfangs- und Endtemperatur. Wegen des defekten Temperaturchips mussten wir die Temperatur von der Anzeige des Netzgeräts der Peltierelemente ablesen. Diese Anzeige erwies sich jedoch als recht instabil, daher hielten wir es für angebracht den Fehler für die Temperatureinzelmessung mit $1°C$ und damit den Fehler für den Mittelwert mit $\frac{1}{\sqrt{2}}{}^{\circ}C$ abzuschätzen.

Die berechneten Lebensdauern trugen wir dann gegen die jeweils zugehörige Temperatur auf (Abbildung 4). Man erkennt hier sehr schön die Zunahme der Lebensdauer mit steigender Temperatur, also den Effekt des *coherence narrowing* (siehe Abschnitt 2.3).

Um den Dampfdruck p (in *Torr*) aus der Temperatur T (in *Kelvin*) zu bestimmen, benutzten wir für unseren Temperaturbereich die empirische Formel:

$$p = 10^{A+C/T} = 10^{8.86-3440/T} \tag{13}$$

Für den Fehler des Drucks ergibt sich damit:

$$s_p = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)^2 s_T^2} = \sqrt{\left(-\frac{C\,\ln(10)}{T^2}\,p\right)^2 s_T^2} = \left|C\,\ln(10)\,p\,\frac{s_T}{T^2}\right| \tag{14}$$

Nun trugen wir die Lebensdauern gegen den Dampfdruck auf (Abbildung 5). Mit linearen Fits durch die beiden Messreihen extrapolierten wir auf $p = 0$ um die natürliche

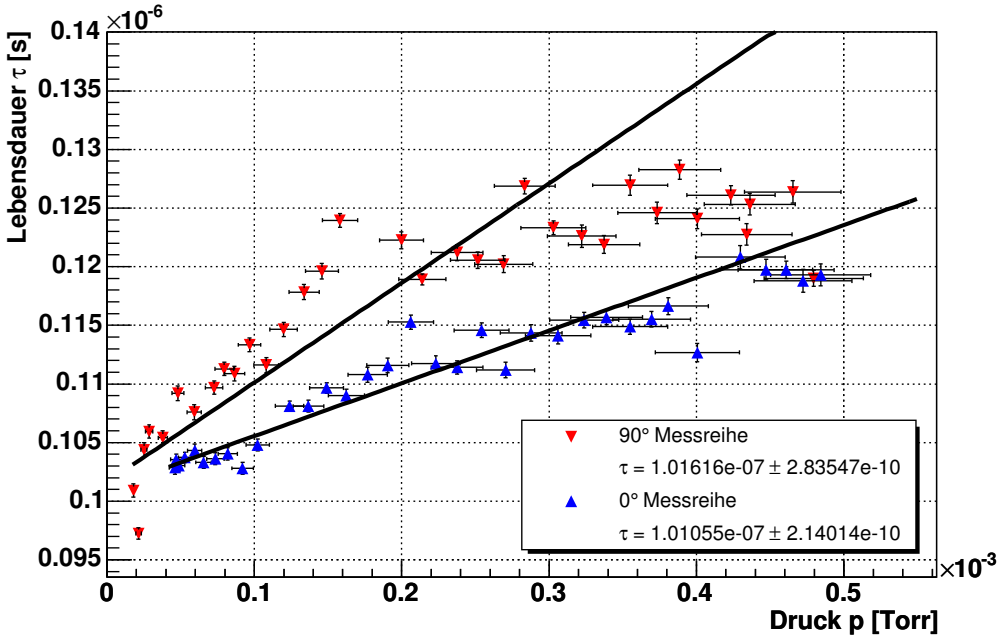


Abbildung 5: Lebensdauer in Abhängigkeit zum Dampfdruck

Lebensdauer zu erhalten.

Bei der 90°-Messreihe ergibt sich:

$$\tau_{90^\circ} = (1,01616 \pm 0,00284) \cdot 10^{-7} s \ ,$$

und bei der 0°-Messreihe:

$$\tau_{0^\circ} = (1,01055 \pm 0,00214) \cdot 10^{-7} s \ ,$$

dabei sind die angegebenen Fehler die Fehler des Achsenabschnitts.

Die bei einer Polarisatorstellung von 45° aufgenommenen Kurven zeigen den typischen Verlauf einer Dispersionskurve, die eine Überlagerung von Lorentz- und inverser Lorentzkurve darstellt (siehe dazu Abbildung 6 und Anhang B).

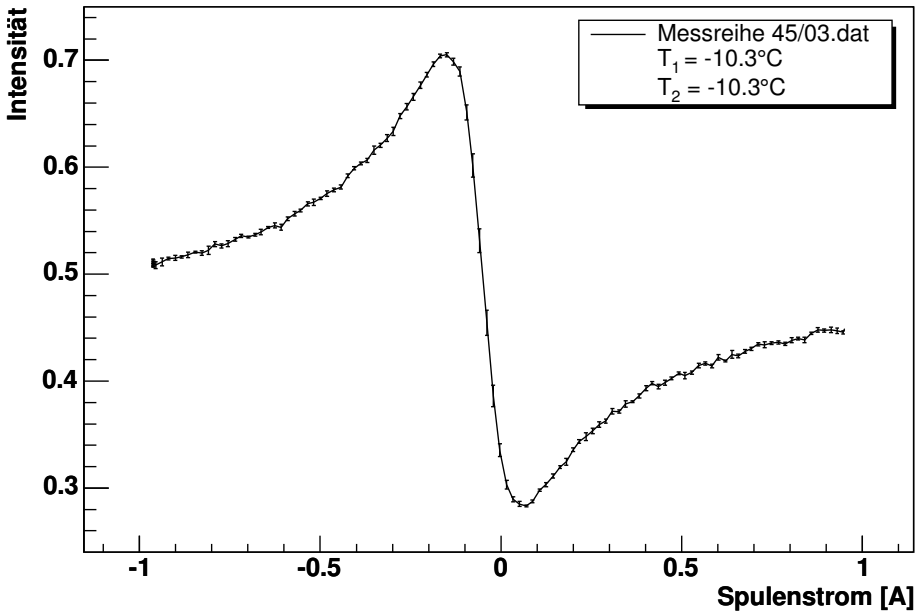


Abbildung 6: Eine der Messkurven der 45° Messreihe

5. Zusammenfassung

Bei unseren beiden Messreihen erhielten wir für die Lebensdauer des $^3P_1$ Zustands der Hg-Atome:

$$\begin{aligned} \tau_{90^\circ} &= (1,01616 \pm 0,00284) \cdot 10^{-7} s \\ \tau_{0^\circ} &= (1,01055 \pm 0,00214) \cdot 10^{-7} s \end{aligned}$$

Diese Werte weichen um $(5,6155 \pm 3,5525) \cdot 10^{-10} s$ voneinander ab, sie liegen also im $1,58\sigma$-Bereich ihrer Fehler und stimmen daher noch gut überein. Insgesamt liegen sie aber weit unterhalb des Literaturwerts von $\tau_{Lit} = 1,18 \cdot 10^{-7} s$. Da wohl auch andere Gruppen einen zu niedrigen Wert von vergleichbarer Größe gemessen haben, liegt die Vermutung nahe, dass die Aparatur mit einem gravierenden systematischen Fehler behaftet ist. Ein möglicher Fehler wäre der angegebene Umrechnungsfaktor vom Spulenstrom in die Magnetfeldstärke der Helmholtzspulen, der sich durch geringe Änderungen am Aufbau verändert haben könnte. Eine Verringerung dieses Faktors um $0,4$ würde uns beispielsweise direkt auf den Literaturwert bringen.

A. Ergebnisse der Einzelfits

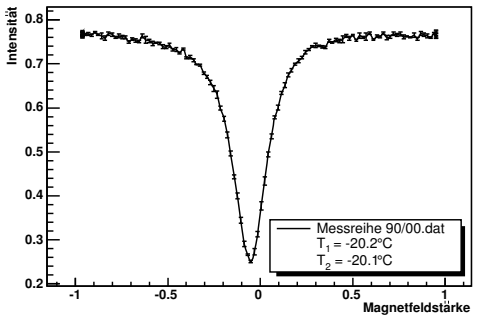
Messung	χ^2/ndf	$w\ /A$	$s_w\ /A$	$\tau\ /10^{-7}s$	$s_\tau\ /10^{-7}s$
90/00.dat	5.998647	0.223404	0.001243	1.009020	0.005614
90/01.dat	5.775291	0.231823	0.001157	0.972376	0.004853
90/02.dat	1.945854	0.215984	0.001316	1.043684	0.006359
90/03.dat	3.874765	0.212792	0.001145	1.059340	0.005700
90/05.dat	2.462263	0.213872	0.001195	1.053990	0.005889
90/07.dat	3.377618	0.206414	0.001182	1.092072	0.006254
90/08.dat	2.744112	0.209508	0.001242	1.075945	0.006378
90/09.dat	6.753100	0.205531	0.001051	1.096764	0.005608
90/10.dat	4.370311	0.202571	0.001049	1.112790	0.005763
90/11.dat	3.982041	0.203303	0.001168	1.108784	0.006370
90/12.dat	3.323382	0.198898	0.001011	1.133340	0.005761
90/13.dat	3.506741	0.201984	0.001143	1.116024	0.006315
90/14.dat	4.526610	0.196611	0.001026	1.146523	0.005983
90/15.dat	7.021395	0.191306	0.001043	1.178317	0.006424
90/16.dat	5.174582	0.188441	0.001062	1.196231	0.006742
90/17.dat	8.178114	0.181859	0.000857	1.239526	0.005841
90/19.dat	3.717542	0.184374	0.001085	1.222618	0.007195
90/20.dat	4.222215	0.189547	0.000752	1.189251	0.004718
90/21.dat	6.008292	0.185993	0.001027	1.211976	0.006692
90/22.dat	6.444705	0.186982	0.001069	1.205565	0.006892
90/23.dat	3.797250	0.187525	0.001119	1.202075	0.007173
90/24.dat	9.494437	0.177667	0.000931	1.268773	0.006649
90/25.dat	4.835182	0.182805	0.000877	1.233112	0.005916
90/26.dat	3.064029	0.183859	0.001413	1.226043	0.009422
90/27.dat	4.368646	0.184927	0.001130	1.218962	0.007448
90/28.dat	4.091064	0.177565	0.001218	1.269501	0.008708
90/29.dat	4.804117	0.180923	0.001320	1.245939	0.009090
90/30.dat	3.182680	0.175750	0.001127	1.282612	0.008225
90/31.dat	2.699532	0.181670	0.001240	1.240816	0.008469
90/32.dat	4.210045	0.178767	0.001147	1.260966	0.008091
90/33.dat	3.039533	0.183640	0.001360	1.227505	0.009091
90/34.dat	2.886155	0.179886	0.001314	1.253122	0.009154
90/35.dat	4.329140	0.178365	0.001337	1.263808	0.009473
90/36.dat	5.797035	0.189414	0.001096	1.190086	0.006886

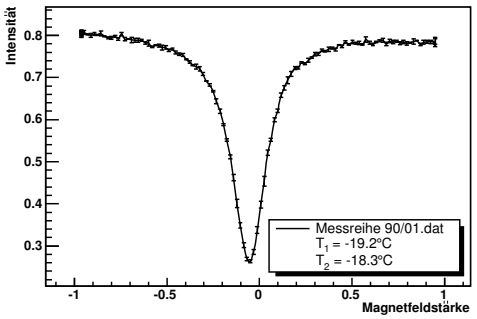
Tabelle 1: Ergebnisse der 90°-Fits

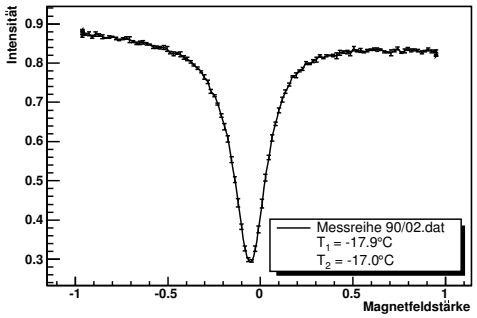
Messung	χ^2/ndf	$w\ /A$	$s_w\ /A$	$\tau\ /10^{-7}s$	$s_\tau\ /10^{-7}s$
0/00.dat	1.814907	0.217679	0.000979	1.035557	0.004657
0/01.dat	2.105338	0.219122	0.001199	1.028738	0.005629
0/02.dat	2.797541	0.218764	0.001122	1.030421	0.005285
0/03.dat	1.797629	0.217322	0.000926	1.037258	0.004420
0/04.dat	2.229176	0.216080	0.001173	1.043220	0.005663
0/05.dat	1.933816	0.218191	0.001055	1.033127	0.004995
0/06.dat	1.653385	0.217557	0.001086	1.036138	0.005172
0/07.dat	5.449316	0.216677	0.001087	1.040346	0.005219
0/08.dat	3.343999	0.219270	0.001062	1.028043	0.004979
0/09.dat	3.358708	0.215094	0.001024	1.048002	0.004989
0/11.dat	2.939714	0.208481	0.000760	1.081245	0.003942
0/12.dat	2.432457	0.208517	0.000999	1.081058	0.005179
0/13.dat	3.975508	0.205571	0.000863	1.096551	0.004603
0/14.dat	2.813962	0.206777	0.001046	1.090155	0.005515
0/15.dat	1.774566	0.203472	0.001200	1.107863	0.006534
0/16.dat	1.668473	0.202004	0.001125	1.115914	0.006215
0/17.dat	2.169155	0.195562	0.000995	1.152673	0.005865
0/18.dat	3.409407	0.201721	0.001194	1.117479	0.006614
0/19.dat	2.559239	0.202325	0.001013	1.114143	0.005578
0/20.dat	2.016621	0.196737	0.001096	1.145789	0.006383
0/21.dat	4.009835	0.202755	0.001209	1.111780	0.006629
0/22.dat	2.588000	0.197130	0.001201	1.143504	0.006967
0/23.dat	1.901765	0.197507	0.001250	1.141322	0.007223
0/24.dat	2.418175	0.195254	0.001108	1.154491	0.006551
0/25.dat	2.374700	0.194839	0.001081	1.156950	0.006419
0/26.dat	3.645355	0.196210	0.001111	1.148866	0.006505
0/27.dat	3.927568	0.195144	0.001121	1.155142	0.006636
0/28.dat	3.096272	0.193256	0.001193	1.166427	0.007201
0/29.dat	3.751084	0.200062	0.001358	1.126746	0.007648
0/30.dat	1.951085	0.186588	0.001552	1.208111	0.010049
0/31.dat	2.857155	0.188241	0.001359	1.197502	0.008645
0/32.dat	3.068907	0.188277	0.001156	1.197273	0.007351
0/33.dat	1.977557	0.189758	0.001580	1.187929	0.009891
0/34.dat	3.451701	0.188963	0.001474	1.192927	0.009305

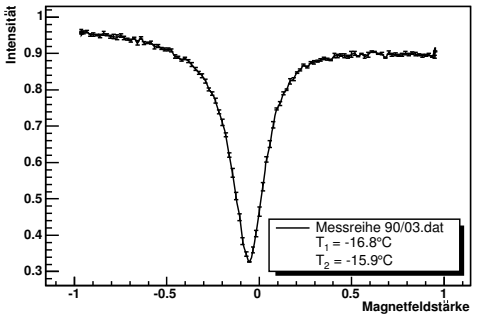
Tabelle 2: Ergebnisse der 0°-Fits

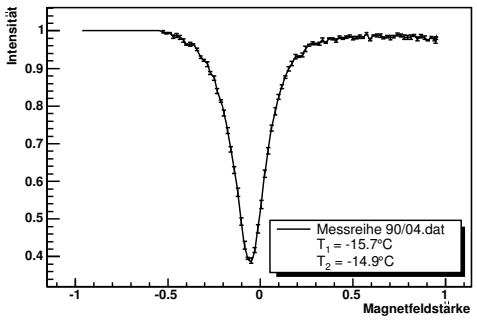
B. Aufgenommene Messkurven

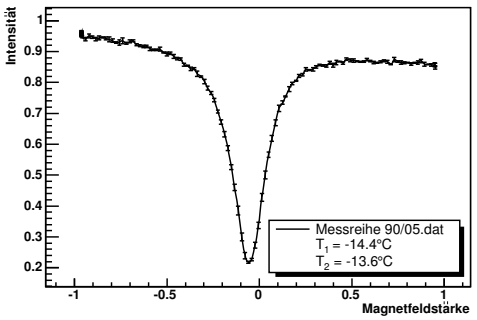


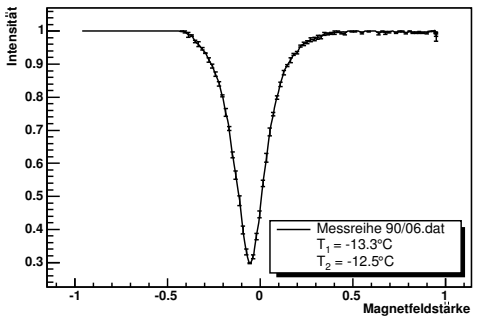


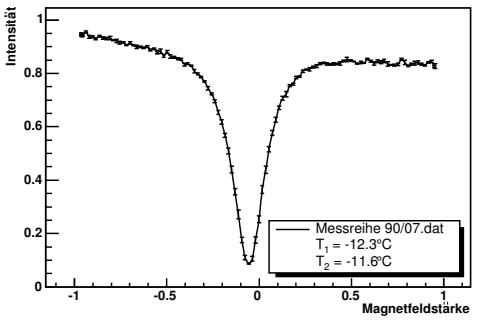


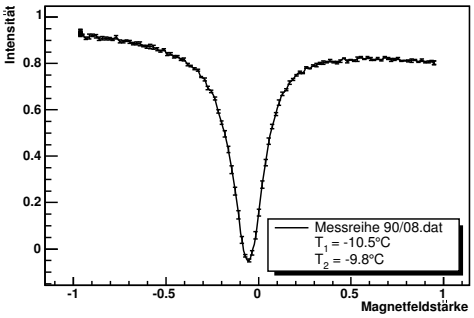


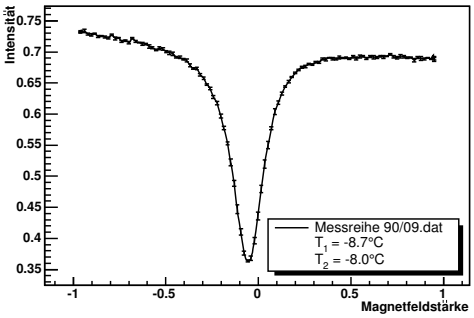


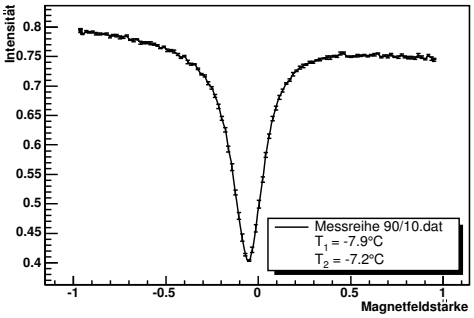


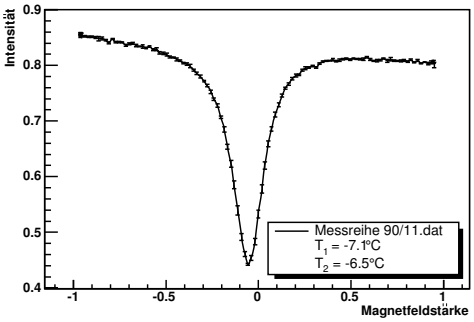


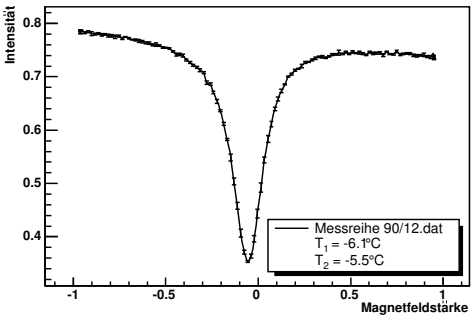


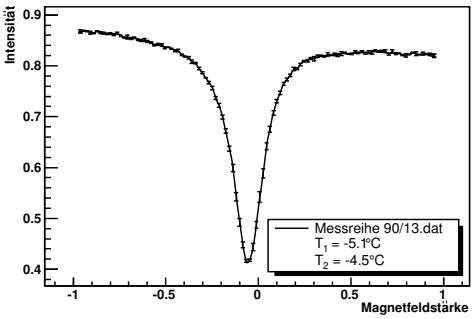

Intensität
Magnetfeldstärke
Messreihe 90/08.dat
T1 = -10.5°C
T2 = -9.8°C

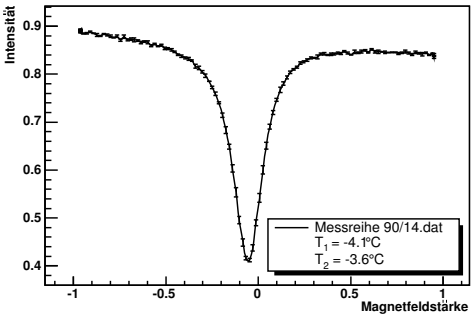

Intensität
Magnetfeldstärke
Messreihe 90/09.dat
T1 = -8.7°C
T2 = -8.0°C

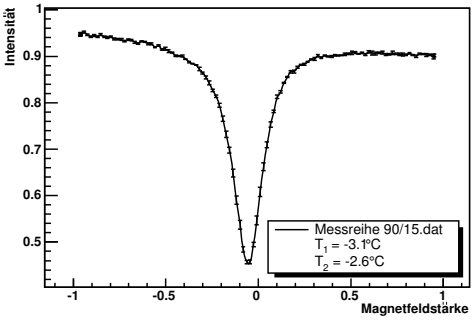

Intensität
Magnetfeldstärke
Messreihe 90/10.dat
T1 = -7.9°C
T2 = -7.2°C

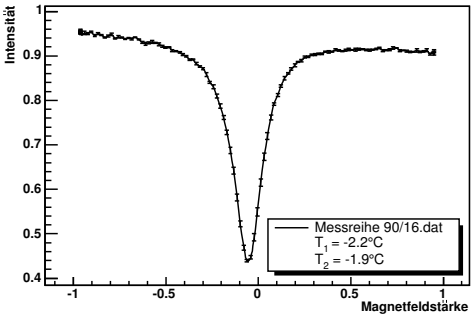

Intensität
Magnetfeldstärke
Messreihe 90/11.dat
T1 = -7.1°C
T2 = -6.5°C

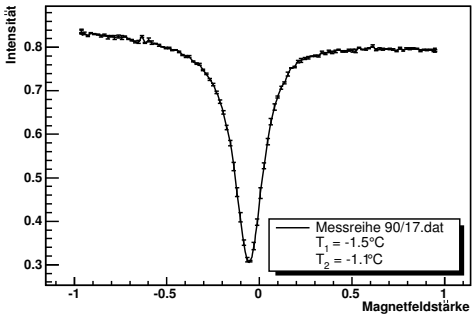

Intensität
Magnetfeldstärke
Messreihe 90/12.dat
T1 = -6.1°C
T2 = -5.5°C

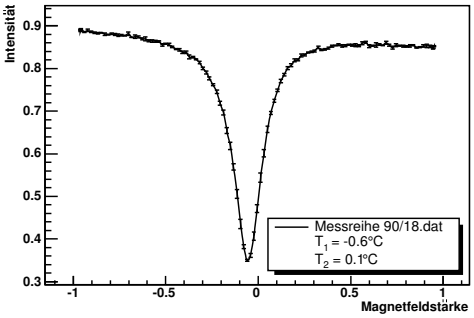

Intensität
Magnetfeldstärke
Messreihe 90/13.dat
T1 = -5.1°C
T2 = -4.5°C

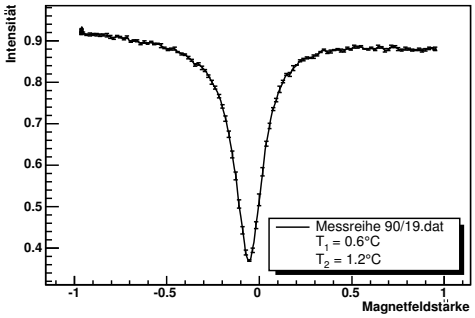

Intensität
Magnetfeldstärke
Messreihe 90/14.dat
T1 = -4.1°C
T2 = -3.6°C

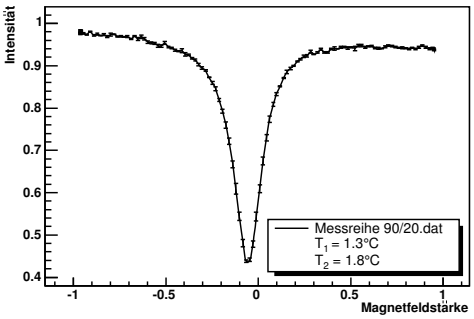

Intensität
Magnetfeldstärke
Messreihe 90/15.dat
T1 = -3.1°C
T2 = -2.6°C

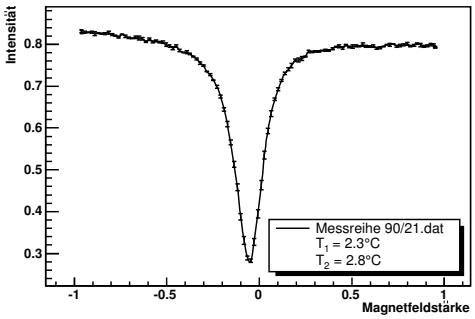

Intensität
Magnetfeldstärke
Messreihe 90/16.dat
T1 = -2.2°C
T2 = -1.9°C

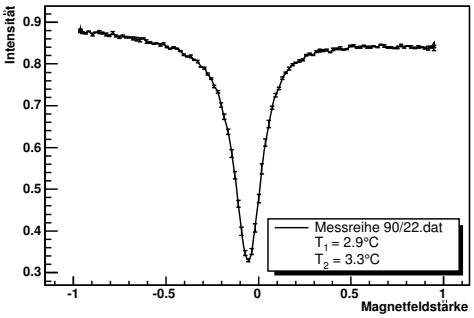

Intensität
Magnetfeldstärke
Messreihe 90/17.dat
T1 = -1.5°C
T2 = -1.1°C

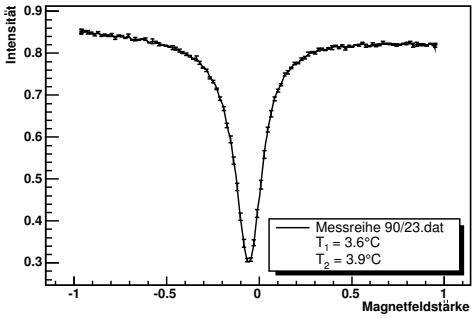

Intensität
Magnetfeldstärke
Messreihe 90/18.dat
T1 = -0.6°C
T2 = 0.1°C

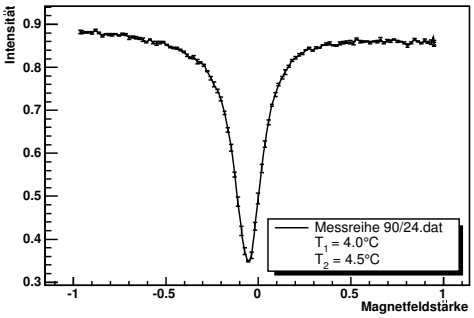

Intensität
Magnetfeldstärke
Messreihe 90/19.dat
T1 = 0.6°C
T2 = 1.2°C

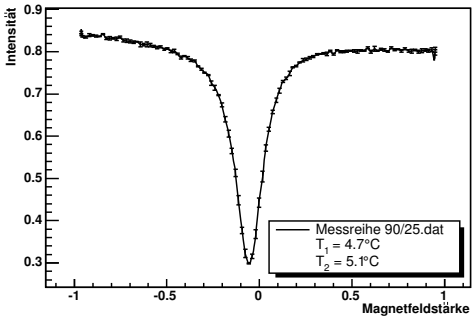

Intensität
Magnetfeldstärke
Messreihe 90/20.dat
T1 = 1.3°C
T2 = 1.8°C

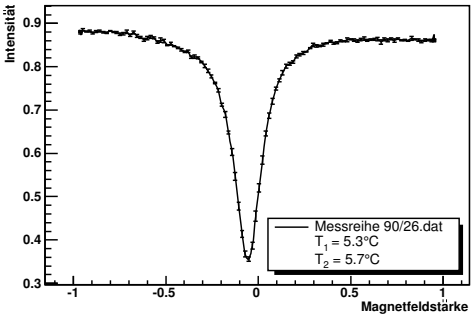

Intensität
Magnetfeldstärke
Messreihe 90/21.dat
T1 = 2.3°C
T2 = 2.8°C

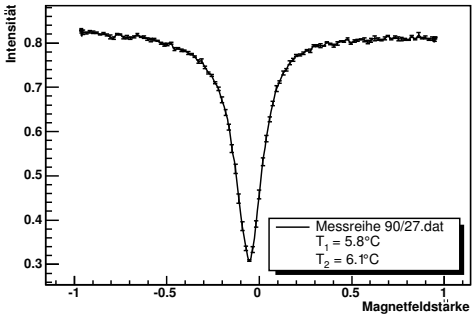

Intensität
Magnetfeldstärke
Messreihe 90/22.dat
T1 = 2.9°C
T2 = 3.3°C

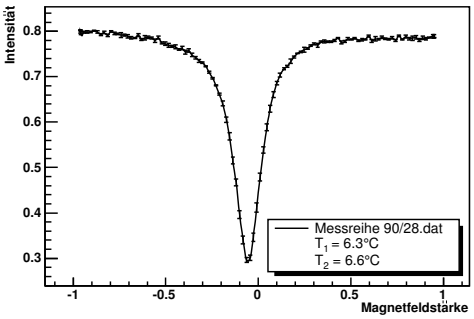

Intensität
Magnetfeldstärke
Messreihe 90/23.dat
T1 = 3.6°C
T2 = 3.9°C

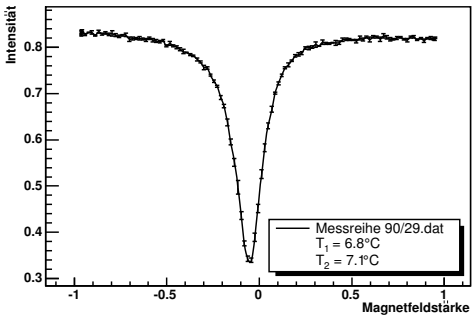

Intensität
Magnetfeldstärke
Messreihe 90/24.dat
T1 = 4.0°C
T2 = 4.5°C

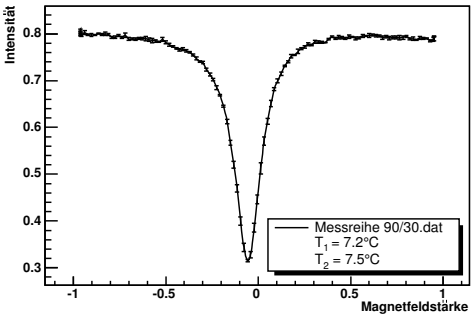

Intensität
Magnetfeldstärke
Messreihe 90/25.dat
T1 = 4.7°C
T2 = 5.1°C

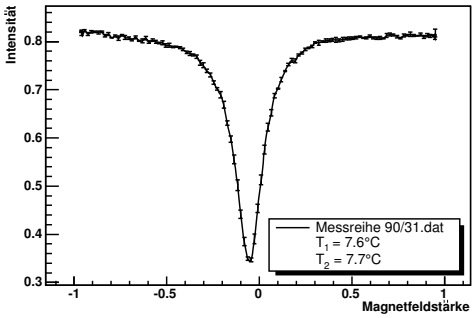

Intensität
Magnetfeldstärke
Messreihe 90/26.dat
T1 = 5.3°C
T2 = 5.7°C

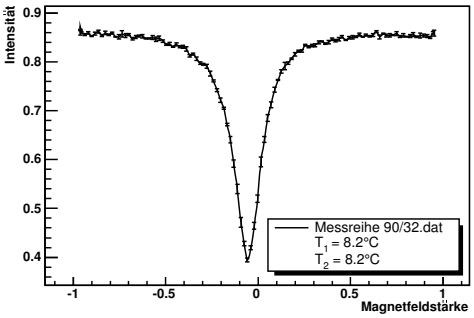

Intensität
Magnetfeldstärke
Messreihe 90/27.dat
T1 = 5.8°C
T2 = 6.1°C

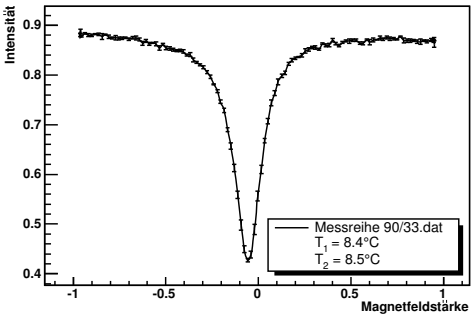

Intensität
Magnetfeldstärke
Messreihe 90/28.dat
T1 = 6.3°C
T2 = 6.6°C

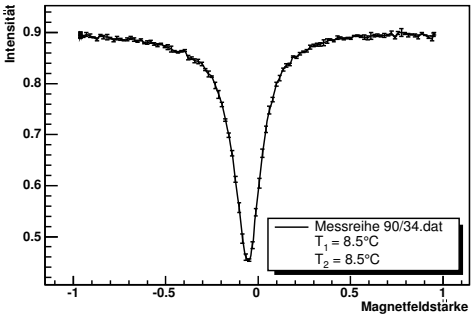

Intensität
Magnetfeldstärke
Messreihe 90/29.dat
T1 = 6.8°C
T2 = 7.1°C

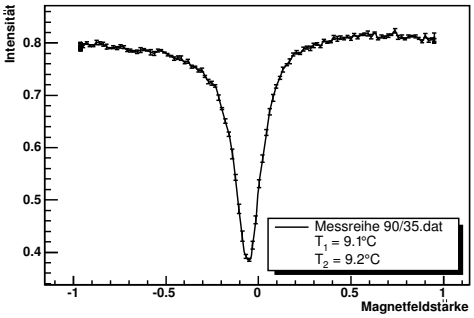

Intensität
Magnetfeldstärke
Messreihe 90/30.dat
T1 = 7.2°C
T2 = 7.5°C

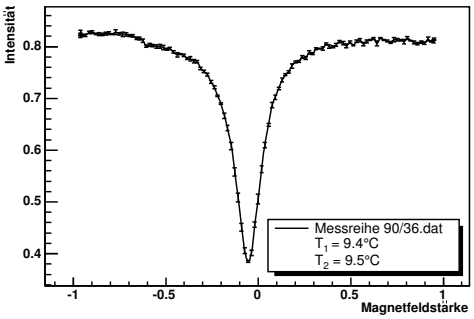

Intensität
Magnetfeldstärke
Messreihe 90/31.dat
T1 = 7.6°C
T2 = 7.7°C

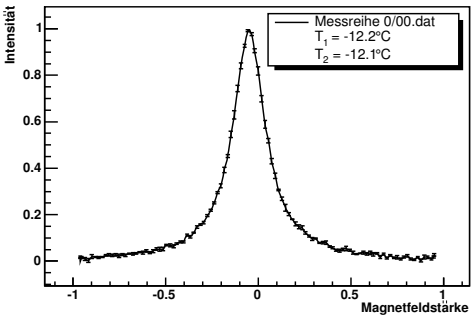

Intensität
Magnetfeldstärke
Messreihe 90/32.dat
T1 = 8.2°C
T2 = 8.2°C

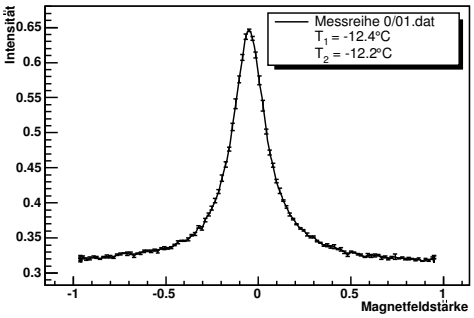

Intensität
Magnetfeldstärke
Messreihe 90/33.dat
T1 = 8.4°C
T2 = 8.5°C

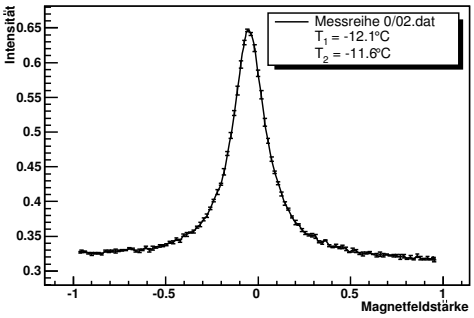

Intensität
Magnetfeldstärke
Messreihe 90/34.dat
T1 = 8.5°C
T2 = 8.5°C

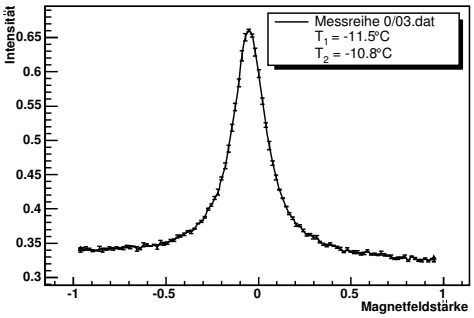

Intensität
Magnetfeldstärke
Messreihe 90/35.dat
T1 = 9.1°C
T2 = 9.2°C

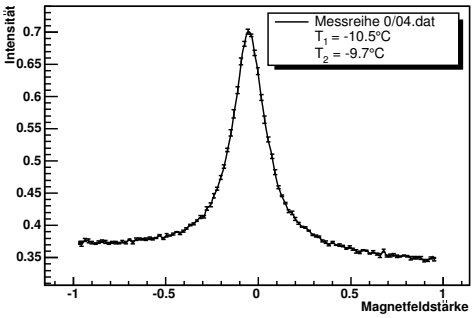

Intensität
Magnetfeldstärke
Messreihe 90/36.dat
T1 = 9.4°C
T2 = 9.5°C

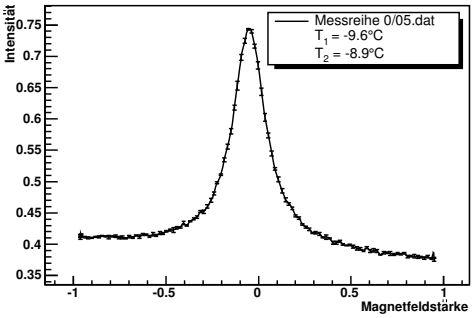

Intensität
Magnetfeldstärke
Messreihe 0/00.dat
T1 = -12.2°C
T2 = -12.1°C

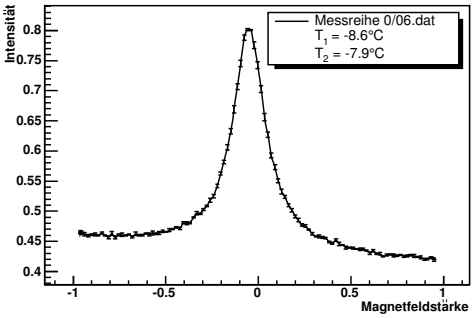

Intensität
Magnetfeldstärke
Messreihe 0/01.dat
T1 = -12.4°C
T2 = -12.2°C

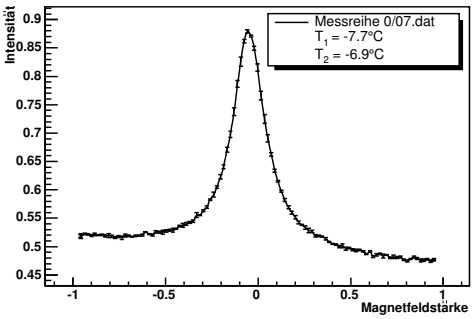

Intensität
Magnetfeldstärke
Messreihe 0/02.dat
T1 = -12.1°C
T2 = -11.6°C

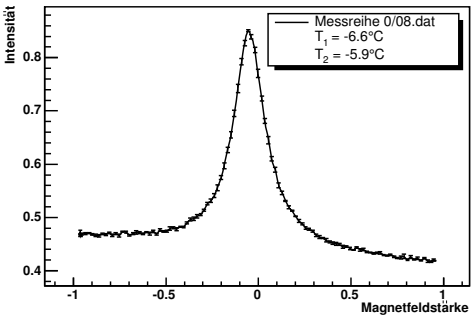

Messreihe 0/03.dat
T1 = -11.5°C
T2 = -10.8°C
Intensität
Magnetfeldstärke

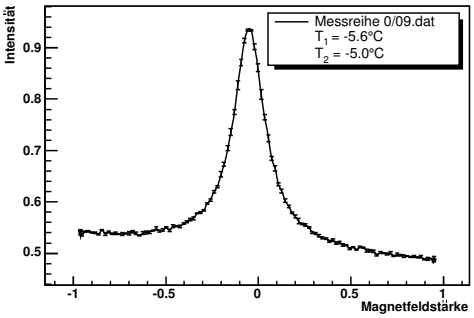

Messreihe 0/04.dat
T1 = -10.5°C
T2 = -9.7°C
Intensität
Magnetfeldstärke

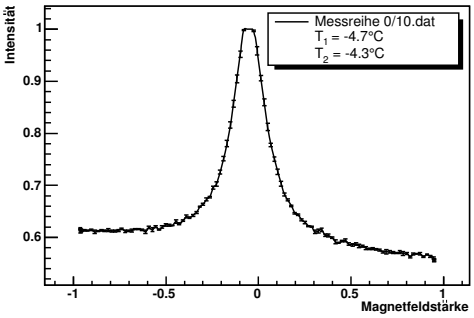

Messreihe 0/05.dat
T1 = -9.6°C
T2 = -8.9°C
Intensität
Magnetfeldstärke

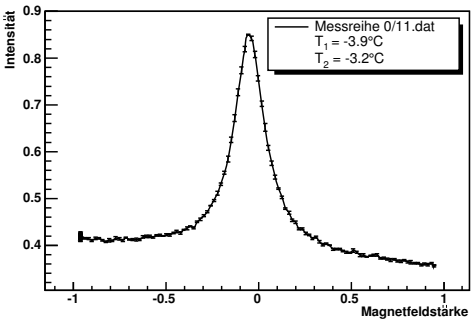

Messreihe 0/06.dat
T1 = -8.6°C
T2 = -7.9°C
Intensität
Magnetfeldstärke

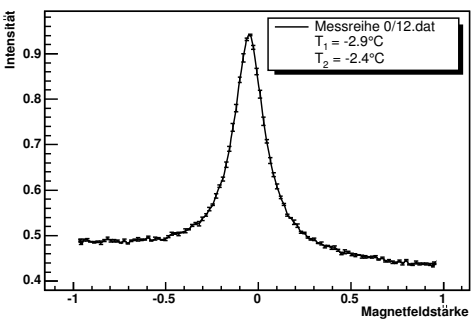

Messreihe 0/07.dat
T1 = -7.7°C
T2 = -6.9°C
Intensität
Magnetfeldstärke

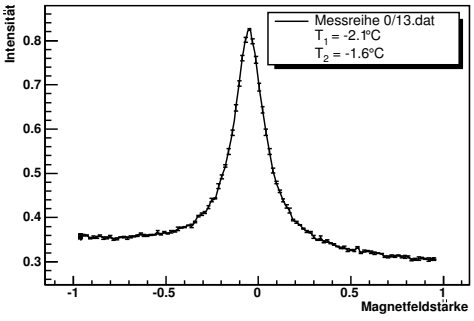

Messreihe 0/08.dat
T1 = -6.6°C
T2 = -5.9°C
Intensität
Magnetfeldstärke

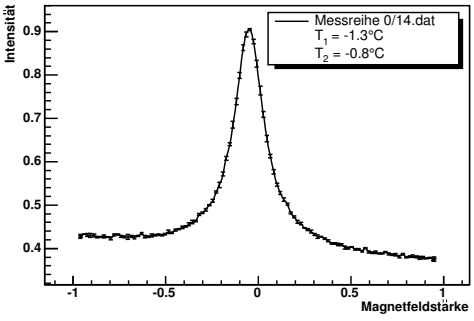

Messreihe 0/09.dat
T1 = -5.6°C
T2 = -5.0°C
Intensität
Magnetfeldstärke

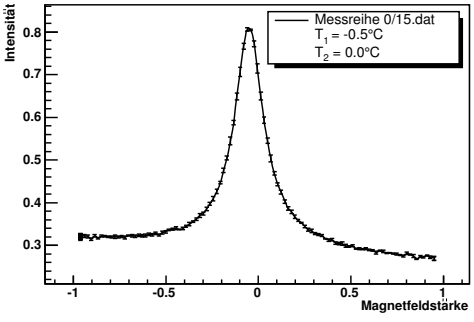

Messreihe 0/10.dat
T1 = -4.7°C
T2 = -4.3°C
Intensität
Magnetfeldstärke

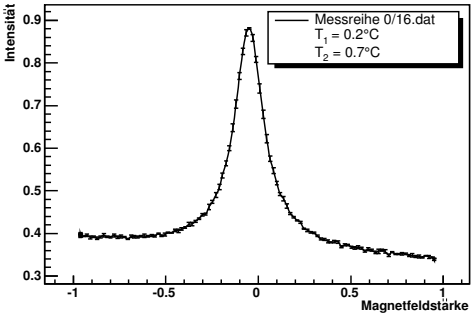

Messreihe 0/11.dat
T1 = -3.9°C
T2 = -3.2°C
Intensität
Magnetfeldstärke

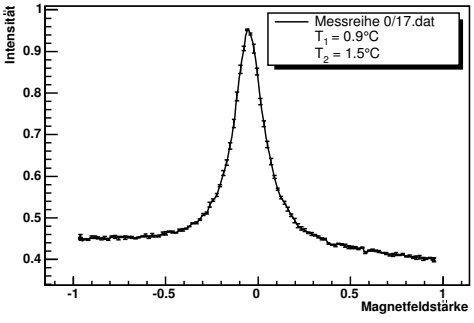

Messreihe 0/12.dat
T1 = -2.9°C
T2 = -2.4°C
Intensität
Magnetfeldstärke

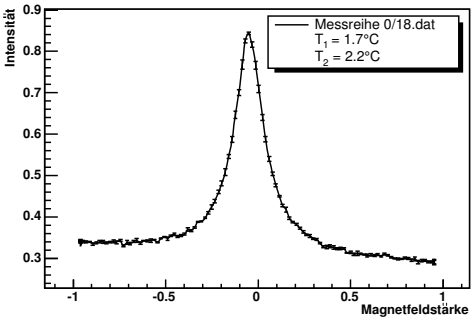

Messreihe 0/13.dat
T1 = -2.1°C
T2 = -1.6°C
Intensität
Magnetfeldstärke

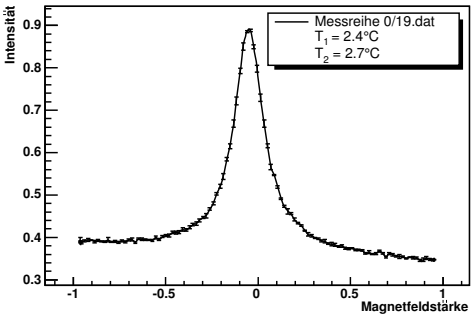

Messreihe 0/14.dat
T1 = -1.3°C
T2 = -0.8°C
Intensität
Magnetfeldstärke

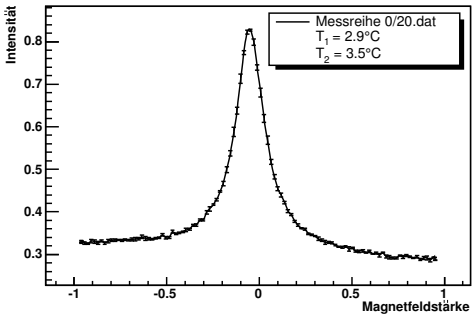

Messreihe 0/15.dat
T1 = -0.5°C
T2 = 0.0°C
Intensität
Magnetfeldstärke

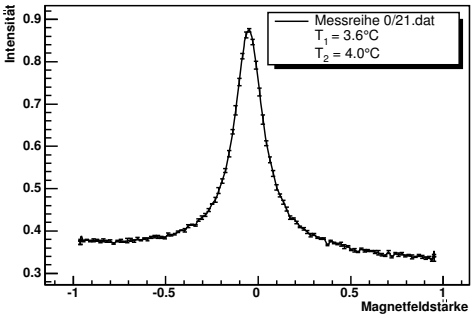

Messreihe 0/16.dat
T1 = 0.2°C
T2 = 0.7°C
Intensität
Magnetfeldstärke

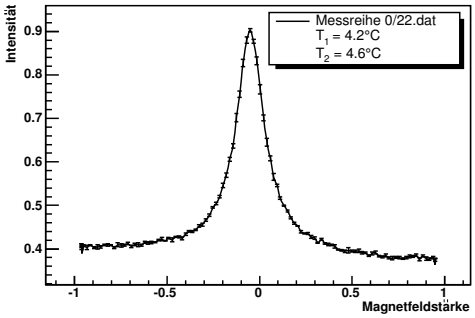

Messreihe 0/17.dat
T1 = 0.9°C
T2 = 1.5°C
Intensität
Magnetfeldstärke

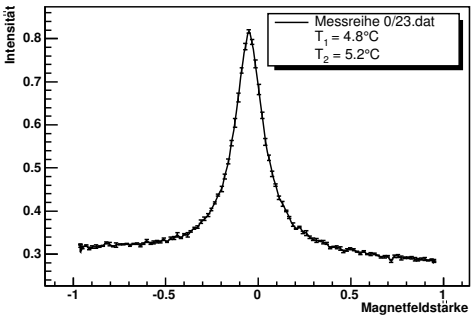

Messreihe 0/18.dat
T1 = 1.7°C
T2 = 2.2°C
Intensität
Magnetfeldstärke

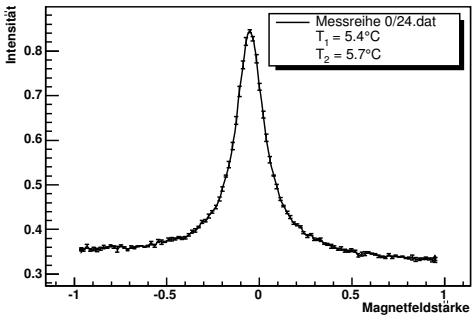

Messreihe 0/19.dat
T1 = 2.4°C
T2 = 2.7°C
Intensität
Magnetfeldstärke

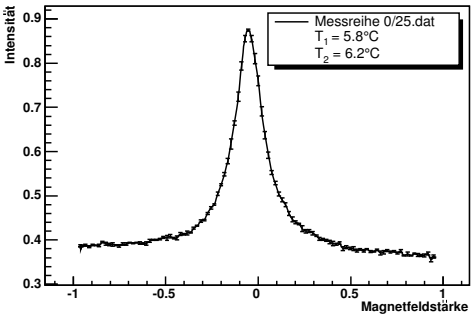

Messreihe 0/20.dat
T1 = 2.9°C
T2 = 3.5°C
Intensität
Magnetfeldstärke

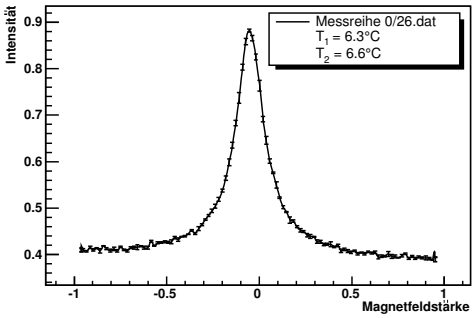

Messreihe 0/21.dat
T1 = 3.6°C
T2 = 4.0°C
Intensität
Magnetfeldstärke

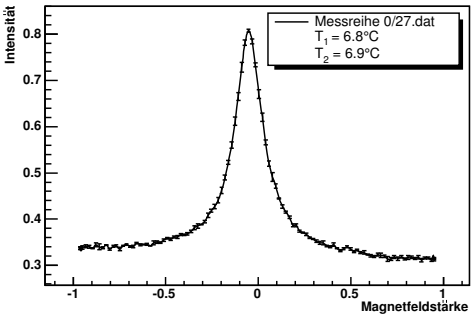

Messreihe 0/22.dat
T1 = 4.2°C
T2 = 4.6°C
Intensität
Magnetfeldstärke

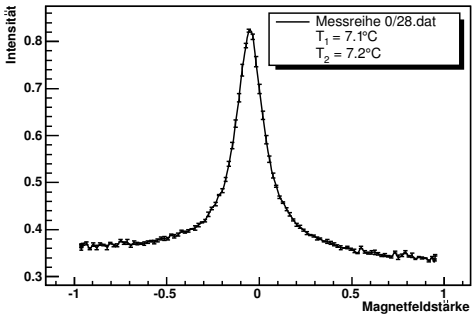

Messreihe 0/23.dat
T1 = 4.8°C
T2 = 5.2°C
Intensität
Magnetfeldstärke

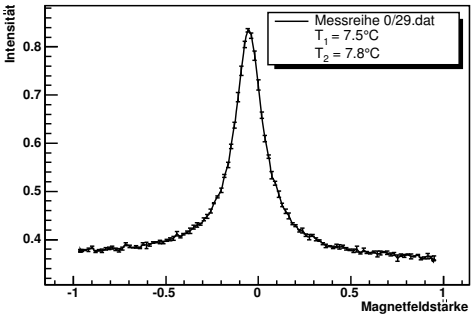

Messreihe 0/24.dat
T1 = 5.4°C
T2 = 5.7°C
Intensität
Magnetfeldstärke

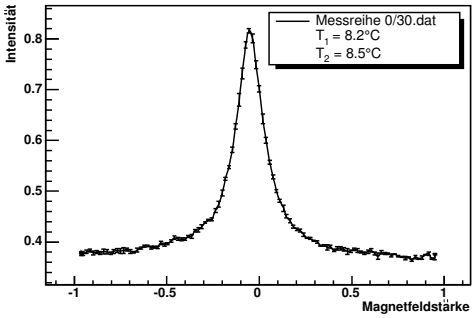

Messreihe 0/25.dat
T1 = 5.8°C
T2 = 6.2°C
Intensität
Magnetfeldstärke

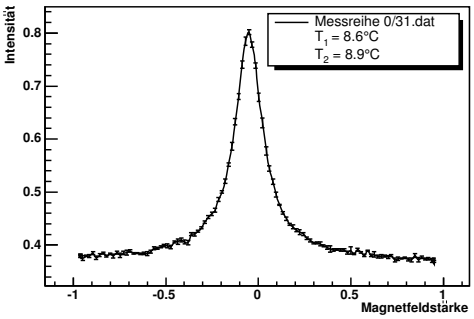

Messreihe 0/26.dat
T1 = 6.3°C
T2 = 6.6°C
Intensität
Magnetfeldstärke

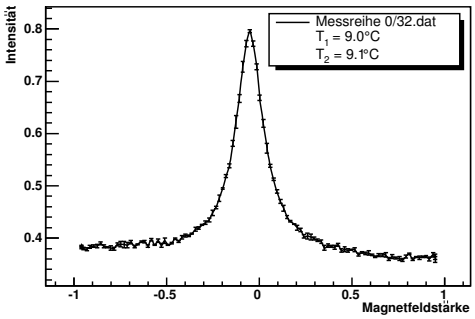

Messreihe 0/27.dat
T1 = 6.8°C
T2 = 6.9°C
Intensität
Magnetfeldstärke

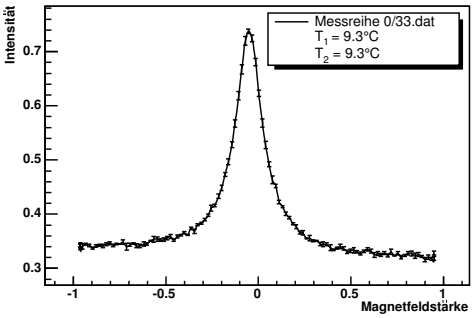

Messreihe 0/28.dat
T1 = 7.1°C
T2 = 7.2°C
Intensität
Magnetfeldstärke

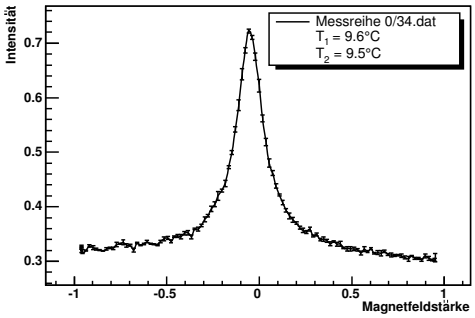

Messreihe 0/29.dat
T1 = 7.5°C
T2 = 7.8°C
Intensität
Magnetfeldstärke

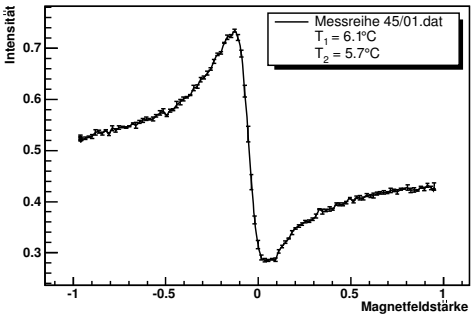

Messreihe 0/30.dat
T1 = 8.2°C
T2 = 8.5°C
Intensität
Magnetfeldstärke

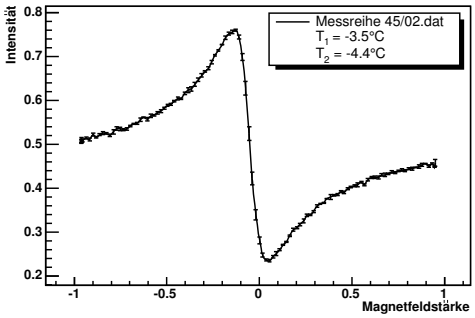

Messreihe 0/31.dat
T1 = 8.6°C
T2 = 8.9°C
Intensität
Magnetfeldstärke

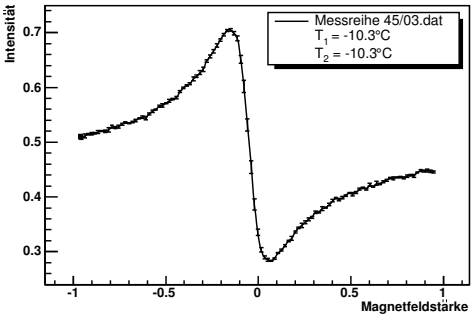

Messreihe 0/32.dat
T1 = 9.0°C
T2 = 9.1°C
Intensität
Magnetfeldstärke

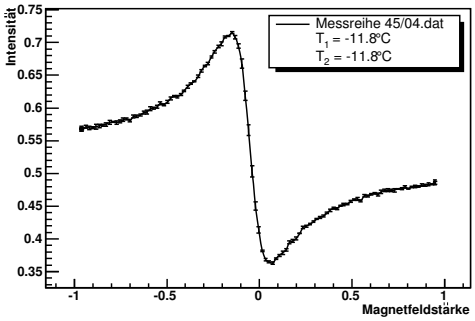

Messreihe 0/33.dat
T1 = 9.3°C
T2 = 9.3°C
Intensität
Magnetfeldstärke


Messreihe 0/34.dat
T1 = 9.6°C
T2 = 9.5°C
Intensität
Magnetfeldstärke


Messreihe 45/01.dat
T1 = 6.1°C
T2 = 5.7°C
Intensität
Magnetfeldstärke


Messreihe 45/02.dat
T1 = -3.5°C
T2 = -4.4°C
Intensität
Magnetfeldstärke


Messreihe 45/03.dat
T1 = -10.3°C
T2 = -10.3°C
Intensität
Magnetfeldstärke


Messreihe 45/04.dat
T1 = -11.8°C
T2 = -11.8°C
Intensität
Magnetfeldstärke

C. Quelltexte [1]

Wir verwendeten zur Auswertung die Programmiersprache Python mit dem Datenanalyse Framework ROOT.

C.1. Bestimmung der Halbwertsbreiten (`fwhm.py`)

```
#!/usr/bin/python
# -*- coding: iso-8859-1 -*-

from array import array
from math import sqrt
from ROOT import gROOT, TCanvas, TGraphErrors, TF1, TLegend

gROOT.SetStyle("Plain")

# ---------------------------------------------------------------------
# Hanle-Signal-Abhaengigkeit zum Gasdruck
# ---------------------------------------------------------------------

# Die Lorentz-Verteilung mit linearem Term
# lorentz(x) = y0 + 2*A/pi * w/(4*(x-xc)^2 + w^2) + b*x
#
# [0] y0 : Offset
# [1] A  : Flaeche
# [2] w  : Breite
# [3] xc : Peak
# [4] b  : lineare Steigung
lorentz = '[0] + 2*[1]/pi * [2]/(4*(x-[3])^2 + [2]^2) + [4]*x'

class Messung:
    '''Klasse zur Handhabung der Messungen'''

    def __init__(self, name, t12):
        '''name: Dateiname der Messwerte
        t12: Tupel aus Anfangs- und Endtemperatur'''

        self.name = name
        self.t1, self.t2 = t12
        self.fitted = False

        # Lese Messdaten ein
        x, y, sy = array('d'), array('d'), array('d')
        for line in open(name, 'r'):
            xl, yl, syl = map(float, line.split())
```

[1] Siehe *http://www.physik.uni-freiburg.de/~kolja/fp1/hanle/*.

```
39              x.append(xl); y.append(yl); sy.append(syl)
40          sx = array('d', [0]*len(x))
41
42          # Erzeuge Graphen aus den Messdaten
43          g = TGraphErrors(len(x), x ,y, sx, sy)
44          g.SetTitle(';Spulenstrom [A];Intensit#ddot{a}t')
45          g.SetMarkerColor(2)
46          g.SetMarkerStyle(3)
47          self.graph = g
48
49      def fit(self, params, fitopt='QR'):
50          '''Fittet Messdaten und berechnet die FWHM
51          params: Anfangswerte der Fitparameter
52          fitopt: Fitoptionen fuer ROOT'''
53
54          self.fitted = True
55          params = array('d', params)
56
57          # Erstelle Lorentzfunktion-Objekt
58          f = TF1('f'+self.name, lorentz, -0.76, 0.64)
59          f.SetNpx(1000)
60          f.SetParameters(params)
61          self.fcn = f
62
63          # Fitte und speichere Ergebnisse
64          self.graph.Fit(f, fitopt)
65          f.GetParameters(params)
66          self.y0, self.A, self.w, self.xc, self.b = params
67          p = f.GetParErrors()
68          self.sy0, self.sA, self.sw, = p[0], p[1], p[2]
69          self.sxc,self.sb = p[3], p[4]
70          self.rchisq = f.GetChisquare() / float(f.GetNDF())
71          self.fwhm = abs(self.w)
72          self.sfwhm = self.sw
73
74      def draw(self, drawopt='AP'):
75          '''Zeichnet den Graph der Messung
76          drawopt: Zeichenoptionen fuer ROOT'''
77
78          c = TCanvas('c'+self.name, self.name)
79          self.canvas = c
80          c.SetGrid()
81
82          self.graph.Draw(drawopt)
83
84          l = TLegend(0.55, 0.14, 0.88, 0.34)
85          l.SetFillColor(0)
86          l.AddEntry(self.graph,'Messreihe '+self.name, 'p')
87          l.AddEntry(self.fcn,'Fit: Lorenzkurve', 'l')
```

```
88          l.AddEntry(self.fcn,'y_{0} = %.4g #pm %.4g' % (self.y0,self.sy0),'')
89          l.AddEntry(self.fcn,'A = %.4g #pm %.4g' % (self.A,self.sA),'')
90          l.AddEntry(self.fcn,'w = %.4g #pm %.4g' % (self.w,self.sw),'')
91          l.AddEntry(self.fcn,'x_{c} = %.4g #pm %.4g' % (self.xc,self.sxc),'')
92          l.AddEntry(self.fcn,'#chi^{2}/ndf = %.4g' % self.rchisq,'')
93          l.Draw()
94          self.legend = l
95
96          c.Update()
97
98  # lese Temperaturen und Messdaten zur 90° Messung ein
99  t90 = [map(float,line.split()) for line in open('90/temp.dat','r')]
100 m90 = [Messung('90/%.2d.dat'%i, t90[i]) for i in range(37)]
101
102 # lese Temperaturen und Messdaten zur 0° Messung ein
103 t0 = [map(float,line.split()) for line in open('0/temp.dat','r')]
104 m0 = [Messung('0/%.2d.dat'%i, t0[i]) for i in range(35)]
105
106 # Anfangswerte fuer die Fit-Parameter
107 params0 = [0.4, 0.16, 0.2, -0.05, -0.02]
108 params90 = [0.85, -0.14, 0.2, -0.06, 0.02]
109
110 # Fitte die Messwerte der 90° Messreihe an die Lorentzverteilung und
111 # sichere Temperatur und Halbwertsbreite in einer Datei
112 f = open('fwhm90.dat', 'w')
113 for m in m90:
114     m.fit(params90)
115     if m.rchisq < 10:
116         tm = (m.t1+m.t2)/2
117         print '%s: chisq/ndf=%.2f, tm=%.2f, fwhm=%.3f' % (
118             m.name, m.rchisq, tm, m.fwhm)
119         f.write(m.name)
120         f.write(' %f %f %f %f\n' % (tm, m.fwhm, m.sfwhm, m.rchisq))
121     else:
122         print '%s: Fit nicht möglich!' % m.name
123 f.close()
124
125 # Fitte die Messwerte der 0° Messreihe an die Lorentzverteilung und
126 # sichere Temperatur und Halbwertsbreite in einer Datei
127 f = open('fwhm0.dat', 'w')
128 for m in m0:
129     m.fit(params0)
130     if m.rchisq < 10:
131         tm = (m.t1+m.t2)/2
132         print '%s: chisq/ndf=%.2f, tm=%.2f, fwhm=%.3f' % (
133             m.name, m.rchisq, tm, m.fwhm)
134         f.write(m.name)
135         f.write(' %f %f %f %f\n' % (tm, m.fwhm, m.sfwhm, m.rchisq))
136     else:
```

```
137         print '%s: Fit nicht möglich!' % m.name
138 f.close()
```

C.2. Berechnung der Lebensdauer (lebensdauer.py)

```
1  #!/usr/bin/python
2  # -*- coding: iso-8859-1 -*-
3
4  from array import array
5  from math import sqrt, log
6  from ROOT import gROOT, TCanvas, TGraphErrors, TF1, TLegend
7
8  gROOT.SetStyle("Plain")
9
10 # ---------------------------------------------------------------------
11 # Lebensdauer des 3P1-Zustands
12 # ---------------------------------------------------------------------
13
14 # Konstanten
15 hq  = 1.05457266e-34  # Plancksches Wirkungsquantum
16 muB = 9.2740154e-24   # Bohrsches Magneton
17 gj  = 1.5             # Landscher Faktor
18
19 def schreibe_tabelle(name, mess, rchisq, w, sw, tau, stau):
20     f = open(name+'.tex', 'w')
21     f.write(r'''
22 \begin{tabular}{|c|c|c|c|c|c|}
23 \hline
24 Messung&$\chi^2/ndf$&$w\;/A$&$s_w\;/A$&$\tau\;/10^{-7}s$&$s_{\tau}\;/10^{-7}s$\\
25 \hline''')
26     for i in range(len(mess)):
27         f.write('%s&%f&%f&%f&%f \\\\\n' % (
28             mess[i], rchisq[i], w[i], sw[i], tau[i]*1e7, stau[i]*1e7))
29     f.write(r'''\hline
30 \end{tabular}''')
31     f.close()
32
33 def erzeuge_graphen(name, color=2, style=23):
34     mess, rchisq, w, sw = [], [], [], []
35     T, p, tau, stau = array('d'), array('d'), array('d'), array('d')
36     for line in open(name, 'r'):
37         tokens = line.split()
38         Ti,wi,swi,rchisqi = map(float, tokens[1:])
39         mess += [tokens[0]]; rchisq += [rchisqi]
40
41         # berechne Lebensdauer aus Halbwertsbreite
42         taui = hq / (gj * muB * 3.363e-4 * wi)
43         staui = taui * swi/wi
```

```
44
45          # berechne Druck aus Temperatur
46          pi = 10**(8.86-3440/(Ti+273))
47
48          T.append(Ti)
49          p.append(pi)
50          tau.append(taui)
51          stau.append(staui)
52          w += [wi]; sw += [swi]
53
54      # Fehler der Temperatureinzelmessung: 1°C
55      sT = array('d', [1.0/sqrt(2)]*len(T))
56
57      # Fehler auf den Druck: C*log(10)*p*sT/T^2
58      sp = array('d')
59      for pi,Ti,sTi in zip(p,T,sT):
60          spi = abs(-3440*log(10)*pi*sTi/(Ti+273)**2)
61          sp.append(spi)
62
63      # Schreibe Ergebnisse in Form einer TeX-Tabelle
64      schreibe_tabelle(name, mess, rchisq, w, sw, tau, stau)
65
66      # Graphen erstellen
67      gT = TGraphErrors(len(T), T, tau, sT, stau)
68      gT.SetTitle(';Temperatur T [#circC];Lebensdauer #tau [s]')
69      gT.GetHistogram().SetTitleOffset(1.35, 'Y')
70      gT.SetMarkerColor(color)
71      gT.SetMarkerStyle(style)
72
73      gp = TGraphErrors(len(p), p, tau, sp, stau)
74      gp.SetTitle(';Druck p [Torr];Lebensdauer #tau [s]')
75      gp.GetHistogram().SetTitleOffset(1.35, 'Y')
76      gp.SetMaximum(0.14e-6)
77      gp.SetMarkerColor(color)
78      gp.SetMarkerStyle(style)
79
80      return gT, gp
81
82  # Temperaturen und Halbwertsbreiten der 90° bzw. 0° Messreihe einlesen
83  gTa, gpa = erzeuge_graphen('fwhm90.dat')
84  gTb, gpb = erzeuge_graphen('fwhm0.dat', 4, 22)
85
86  # Linearer Fit der beiden Druck-Graphen
87  f = TF1('fa', '[0]*x + [1]')
88  f.SetParameter(0,1e-9); f.SetParameter(1,1e-7)
89
90  gpa.Fit(f, 'Q')
91  tau_a, stau_a = f.GetParameter(1), f.GetParError(1)
92  print '90°: tau = %g +- %g' % (tau_a, stau_a)
```

```
93
94  gpb.Fit(f, 'Q')
95  tau_b, stau_b = f.GetParameter(1), f.GetParError(1)
96  print '0°: tau = %g +- %g' % (tau_b, stau_b)
97
98  # Differenz der Ergebnisse berechnen
99  tau_diff = abs(tau_a - tau_b)
100 stau_diff = sqrt(stau_a**2 + stau_b**2)
101 print 'Differenz: %g +- %g' % (tau_diff, stau_diff)
102
103 # Graphen plotten
104 cT = TCanvas('cT', 'Lebensdauer des 3P1-Zustands, Temperatur')
105 cT.SetGrid()
106 gTa.Draw('AP')
107 gTb.Draw('P')
108 lp = TLegend(0.58, 0.14, 0.88, 0.26)
109 lp.SetFillColor(0)
110 lp.AddEntry(gpa, '90#circ Messreihe', 'p')
111 lp.AddEntry(gpb, '0#circ Messreihe', 'p')
112 lp.Draw()
113 cT.Update()
114
115 cp = TCanvas('cp', 'Lebensdauer des 3P1-Zustands, Druck')
116 cp.SetGrid()
117 gpa.Draw('AP')
118 gpb.Draw('P')
119 lp = TLegend(0.50, 0.14, 0.88, 0.33)
120 lp.SetFillColor(0)
121 lp.AddEntry(gpa, '90#circ Messreihe', 'p')
122 lp.AddEntry(gpa, '#tau = %.6g #pm %.6g' % (tau_a, stau_a), '')
123 lp.AddEntry(gpb, '0#circ Messreihe', 'p')
124 lp.AddEntry(gpb, '#tau = %.6g #pm %.6g' % (tau_b, stau_b), '')
125 lp.Draw()
126 cp.Update()
```

C.3. Plotten der Messkurven (messplot.py)

```
1  #!/usr/bin/python
2  # -*- coding: iso-8859-1 -*-
3
4  from array import array
5  from ROOT import gROOT, TCanvas, TGraphErrors, TLegend
6
7  gROOT.SetStyle("Plain")
8
9  # ---------------------------------------------------------------------
10 # Plotten der Messdaten
11 # ---------------------------------------------------------------------
```

```
12
13 messreihen = [('90', range(37)), ('0', range(35)), ('45', range(1,5))]
14
15 temp, namen = [], []
16 for m in messreihen:
17     for i in m[1]:
18         namen += ['%s/%.2d.dat' % (m[0],i)]
19     temp += [map(float,l.split()) for l in open(m[0]+'/temp.dat','r')]
20
21 anzahl = len(namen)
22
23 c, g, l = [], [], []
24 for i in range(anzahl):
25     #name = '%s/%.2d.dat' % (messreihe,i)
26     name = namen[i]
27     t1, t2 = temp[i][0], temp[i][1]
28
29     # Lese Messdaten ein
30     x, y, sy = array('d'), array('d'), array('d')
31     for line in open(name, 'r'):
32         xl, yl, syl = map(float, line.split())
33         x.append(xl); y.append(yl); sy.append(syl)
34     sx = array('d', [0]*len(x))
35
36     # Erzeuge Graphen aus den Messdaten
37     gi = TGraphErrors(len(x), x ,y, sx, sy)
38     gi.SetTitle(';Magnetfeldst#ddot{a}rke;Intensit#ddot{a}t')
39
40     li = None
41     if name[:2] == '90': li = TLegend(0.52, 0.14, 0.88, 0.29)
42     else: li = TLegend(0.52, 0.73, 0.88, 0.88)
43     li.SetFillColor(0)
44     li.AddEntry(gi, 'Messreihe ' + name, 'l')
45     li.AddEntry(gi, 'T_{1} = %.1f#circC' % t1, '')
46     li.AddEntry(gi, 'T_{2} = %.1f#circC' % t2, '')
47
48     # 4 Messkurven auf eine Seite
49     if i%4 == 0:
50         titel = 'messung_%.2d-%.2d' % (i,i+3)
51         ci = TCanvas(titel, titel)
52         ci.Divide(2,2)
53         c += [ci]
54
55     ci.cd(i%4 + 1)
56     gi.Draw('AC')
57     li.Draw()
58
59     g += [gi]; l += [li]
```