

Ultraschall

Inhalt

	Seite
A. Versuchsanleitung:	
1. Einführung in den Versuch.....	2
2. Aufgabenstellung.....	2
3. Theorie / Definition wichtiger Begriffe.....	3
4. Hinweise zur Durchführung der Aufgaben.....	9
 B. Technische Hinweise:	
1. Versuchsaufbau (Blockbild).....	12
2. Versuchsaufbau (Foto)	13
3. Funktion der Messanordnung.....	16
4. Geräteliste für den Versuch.....	16
 C. Literatur:	
1. Wissenschaftliche Arbeiten.....	17
2. Weiterführende Literatur.....	17

A. Versuchsanleitung

1. Vorwort zum Versuch

Der Versuch beschäftigt sich vorwiegend mit dem Phänomen der Beugung. Es wird an den einfachen Amplitudengitter die Gitterkonstante und an einem bestimmten Gitter die Aperturfunktion aus den Messungen bestimmt. Die laufende Welle des Ultraschalls in der Flüssigkeit stellt ein Phasengitter für das Laserlicht (He-Ne $\lambda = 6328 \text{ \AA}$) dar. In Abhängigkeit von der angelegten Spannung des Schallerzeugers (Piezoquarz) werden die Beugungsordnungen ausgewertet und mit der Raman-Nath-Theorie verglichen. Diese behandelt die Beugung an einer Ultraschallwelle und gibt Aussagen über die Phasenänderung. Ebenso kann dann direkt die Wellenlänge bestimmt werden.

2. Aufgabenstellung

- 2.1. Bestimmung der Gitterkonstanten eines Sinusgitters aus dem Abstand der 1. Beugungsordnung.
- 2.2. Bestimmung der Gitterkonstanten von 5 Amplitudengittern.
- 2.3. Berechnung der Aperturfunktion für Gitter Nr.1 (größte Gitterkonstante, höchste Dichte an Beugungsmaxima) aus den ermittelten Intensitäten der Beugungsordnungen und Zeichnen einer Periode der Aperturfunktion.
- 2.4. Bestimmung des Verhältnisses der Spaltbreite zum Spaltabstand aus der Aperturfunktion.
- 2.5. Bestimmung des Auflösungsvermögens der Gitter bei ihrer vollen Ausleuchtung.
- 2.6. a) Messung der Intensitätsverteilung der Beugungsfigur eines Ultraschallwellengitters (Phasengitter) in Abhängigkeit von der Spannung am Ultraschallschwingquarz.

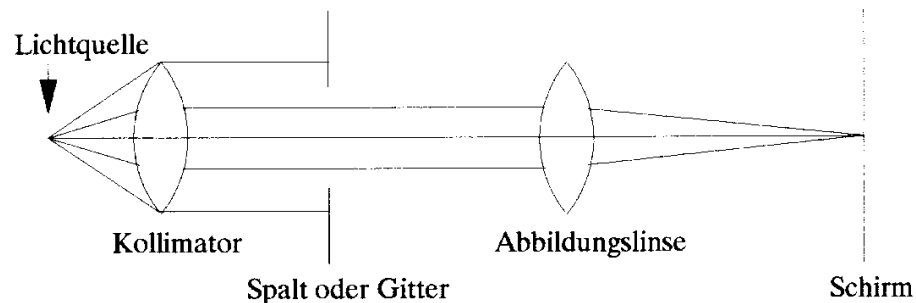
b) Vergleich der Messergebnisse mit der Raman-Nath-Theorie.

c) Bestimmung der Schallwellenlänge in Isooktan durch Ausmessen der Beugungsordnungen und Vergleich mit dem rechnerischen Wert.

3. Theorie / Definition wichtiger Begriffe

Zum grundlegenden Verständnis der Theorie diene folgender Abriß, der ohne Benutzung der (zitierten) Literatur natürlich nicht nachvollzogen werden kann.

Betrachtet wird ein Beugungsexperiment, das folgenden schematischen Aufbau besitzt



Das Beugungshindernis (Spalt oder Gitter) liegt hierbei in einem parallelen Strahlengang. Die Anordnung wird auch als *Fraunhofersche Anordnung* [2] bezeichnet. Die Eigenschaften des Beugungshindernisses werden durch die ihm zugeordnete sogenannte *Aperturfunktion* g beschrieben :

$$g: \begin{cases} \text{Blendenebene} \rightarrow \mathbb{R} \\ (x,y) \rightarrow g(x,y) \end{cases}$$

die so definiert ist, daß $g(x,y) dx dy$ die auf dem Schirm in der xy -Ebene auftreffende Lichtintensität (genauer: Amplitude und Phase der Wellenfunktion) ist, die von dem Flächenelement $dx dy$ um den Ursprung (x,y) des Lichtstrahls herrührt.

Mit Hilfe des *Kirchhoffschen Integraltheorems* [2] und der daraus resultierenden *Fresnel-Kirchhoffschen Integralformel* [2] für die Amplitude einer Kugelwelle auf dem Rand ihres Ausbreitungsgebietes läßt sich zeigen, daß die Intensitätsverteilung I des Beugungsbildes auf dem Schirm die Fouriertransformierte der Aperturfunktion g des Beugungshindernisses ist.

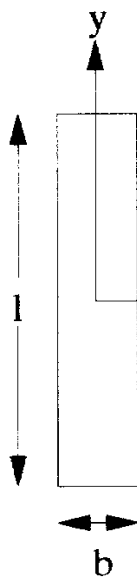
$$I = |y|^2(x,y) = \left| \int_{\text{Blende}} g \cdot e^{ikr} da^2 \right|$$

Wegen der Symmetrie dieser Beziehung lässt sich umgekehrt die *Aperturfunktion als Fouriertransformierte der Intensitätsverteilung* erhalten (bzw. der Amplitudenverteilung der Wellenfunktion).

Dieses Konzept kann nun zur Vorhersage der Intensitätsverteilung verschiedenartiger Beugungshindernisse aufgrund deren bekannter Aperturfunktion herangezogen werden:

a) Der *lange Einzelspalt* [2]:

Sei $l \gg b$



Die Aperturfunktion lautet : $g(x) = \begin{cases} 0; & |x| > b/2 \\ 1; & |x| \leq b/2 \end{cases}$

Man erhält für die Amplitude der Lichtwellenfunktion in Abhängigkeit vom Beugungswinkel θ (vom Spalt aus gemessen) :

$$\psi(\theta) \sim \int_{-b/2}^{b/2} e^{ikx \cdot \sin(\theta)} dx = \frac{\sin(\frac{1}{2}kb \sin(\theta))}{k \sin(\theta)}$$

Mit $\beta(\theta) = \frac{1}{2} k b \sin(\theta)$

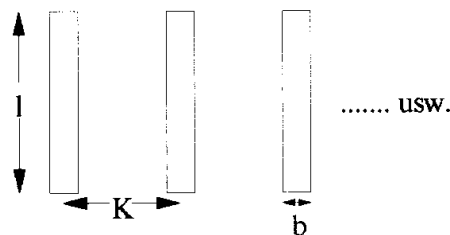
folgt also für die meßbare Intensitätsverteilung der Beugungsfunktion:

$$\psi^2(\theta) \sim \left(\frac{\sin(\beta)}{\beta(\theta)} \right)^2$$

Daraus lässt sich ableiten :

b) *Gitter mit N Linien* (bzw. Spalten) [2]

Sei $l \gg b$



Der Abstand zweier benachbarter Spaltmitten K wird als *Gitterkonstante* bezeichnet. Es gilt die Aperturfunktion :

$$g(x) = \begin{cases} 1 ; 0 \leq x \leq b, K \leq x \leq K+b \\ 0 \text{ sonst} \end{cases}$$

$\Psi(\theta)$ spaltet somit in eine Summe aus N Integralen auf :

$$\psi(\theta) = \sum_{j=0}^{N-1} \int_0^{jK+b} e^{ikx \sin(\theta)} dx$$

Für die Intensitätsverteilung folgt:

$$(*) \quad I(\theta) = \psi^2(\theta) \sim \left(\frac{\sin(\beta(\theta))}{\beta(\theta)} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sin(N\gamma)}{N \cdot \sin(\gamma)} \right)^2$$

mit

$$\beta(\theta) = 1/2 k b \sin(\theta) ; \gamma(\theta) = 1/2 k K \sin(\theta)$$

Der erste Faktor stellt eine Einhüllende der Peaks (Beugungsmaxima) dar, deren Position durch den zweiten Faktor bestimmt wird (siehe hierzu auch die Abbildungen in [2]). Man kann anhand der Formel (*) zeigen, daß mit zunehmendem N diese Peaks im Beugungsbild schmaler und die entstehenden Nebenmaxima schwächer werden.

Zwischen den Winkeln θ der Beugungsrichtung und der Ordnung m der in ihrer Richtung entstehenden Peaks erhält man folgende Beziehung :

$$m \cdot \lambda = K \cdot \sin(\phi)$$

λ ist die Wellenlänge des verwendeten Lichts, K die Gitterkonstante.

Die Aperturfunktion des eben betrachteten Gitters ist eine N -Perioden-Rechteckfunktion mit Rechteckbreite $\Delta x = b$ und Periode K . Die Höhe der Rechtecke ist 1

(entsprechend 100 % Transmission). Die Amplitude der Peaks des Beugungsbildes entspricht dem Quadrat der Peakamplitude der Fouriertransformierten der Aperturfunktion, also im wesentlichen dem Frequenzspektrum.

Will man die Aperturfunktion aus der Fouriertransformation der Intensitätsverteilung erhalten, so kann man die Transformierte durch eine Fourierreihe nähern, deren Koeffizienten die Wurzeln der Peakamplituden I_j , im Beugungsbild sind :

$$g(x) = \sum_{j=0}^{\infty} \pm \sqrt{I_j} \cdot \cos\left(\frac{x}{K} \cdot 2\pi j\right)$$

Im vorliegenden Experiment läßt sich diese Reihe durch eine Summe über eine endliche Zahl ermittelter Amplituden approximieren, da diese zu größeren Beugungsordnungen hin unmeßbar klein werden.

Für ein Sinusgitter folgt :

$$g(x) = \sqrt{I_0} + \sqrt{I_1} \cdot \cos\left(\frac{x}{K} \cdot 2\pi\right)$$

es entstehen also nur Maxima 1. Ordnung.

Bei einem Sinusgitter verhält sich die Transmission von Spalt zu Spalt harmonisch-periodisch (während sie beim Strichgitter für alle Spalte konstant ist).

Zum *Auflösungsvermögen* eines Gitters :

Das Auflösungsvermögen a ist definiert als:

$$a = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

dabei sind λ die Wellenlänge des Lichts, $\Delta\lambda$ der Wellenlängenabstand, bei dem sich eine andere Wellenlänge von λ bei der Beugung noch unterscheiden läßt.

Mit der Formel (*) läßt sich zeigen, daß:

$$a = N \cdot m$$

mit N : Zahl der lichtdurchsetzten Gitterlinien und m : Zahl der dabei beobachteten Beugungsmaxima.

Die bisher diskutierten Gitter sind sogenannte *Amplitudengitter*. Ihr Brechungsindex ist für alle Linien der gleiche, sie modulieren daher nur die Amplitude der durch sie gebeugten Lichtwellen.

Im Gegensatz dazu unterscheiden sich beim sogenannten *Phasengitter* die Linien nur in ihren Brechungsindizes bei ansonsten konstanter Transmission. Dadurch treten ursprünglich gleichphasige Wellen phasenversetzt aus dem Gitter aus. Im vorliegenden Versuch wird dies durch eine laufende (!) Ultraschallwelle in Isooktan realisiert.

Das Prinzip für die hierbei zu beobachtende Lichtbeugung an Schallwellen ist folgendes [3] : Eine laufende Schallwelle erzeugt periodische Dichteschwankungen in einem Medium und damit periodische Schwankungen des Brechungsindex. Licht falle senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Schallwelle ein. Es sei parallel und kohärent (Laser!). Die Krümmung der Lichtstrahlen beim Durchgang durch die Schallwelle sei vernachlässigbar klein. In Regionen höherer Brechungsindizes verstärkt sich die Amplitude des Lichtes dann durch Überlagerung.

Der *Brechungsindex* n ist im schalldurchsetzten Medium eine Λ -periodische Funktion von x

$$n(x) = n_0 + \Delta n \cdot \sin(2\pi / \Lambda \cdot x)$$

wobei Λ die Schallwellenlänge ist.

Da die Schallintensität S proportional zum Quadrat der Spannung U an der Ultraschallzelle ist ($S \sim U^2$) und die Änderung des Brechungsindex Δn folgendermaßen mit der Änderung der Dichte $\Delta \rho$ zusammenhängt : $\Delta n / (n - 1) = \Delta \rho / \rho_0$ (ρ_0 sei hierbei die Dichte des Mediums ohne Schallwelle), sowie ebenfalls $S \sim (\Delta \rho / \rho_0)^2$ gilt, ist Δn proportional zu S , also zur Amplitude des Schallwellenfeldes [1], [4]. Mit ihr kann also der Brechungsindex n verändert werden.

Mit dem oben motivierten Konzept der Intensitätsverteilung als Fouriertransformierte der Aperturfunktion unter Berücksichtigung besagter Eigenschaften eines Phasengitters liefert die Raman-Nath-Theorie folgende Aussagen [3] :

Für die Winkel, unter denen sich Intensitätsmaxima des Beugungsbildes zeigen, gilt in m -ter Ordnung :

$$\sin(q) = \pm m \cdot \frac{\lambda}{L}$$

Dabei sind λ die Wellenlänge des Lichts, Λ die Schallwellenlänge.

Außerdem gilt, daß sich die Intensitäten der Maxima m-ter Ordnung zu denen der Maxima m'-ter Ordnung verhalten wie die Quadrate der *Besselfunktionen* m-ter zu denen m'-ter Ordnung :

$$\frac{I_m}{I_{m'}} = \frac{J_m^2(\Lambda n D \cdot 2\pi / \lambda)}{J_{m'}^2(\Lambda n \cdot 2\pi / \lambda)}$$

Dabei ist D die Dicke des gesamten Schallwellenfeldes

4. Hinweise zur Durchführung der Aufgaben

Eine Anleitung zur Justierung des Aufbaus befindet sich im Ordner am Versuch!

zu 2.1) Beim Sinusgitter ist der Winkel zwischen 0. und 1. Ordnung sehr groß. Daher wird der Laserstrahl ohne Aufweitung und ohne Kollimation direkt auf das Sinusgitter gerichtet. Man achte auf senkrechten Einfall. Das hierdurch erzeugte Beugungsbild wird auf einem Schirm wenige Zentimeter hinter dem Sinusgitter direkt beobachtet. Siehe des weiteren den Abschnitt Theorie/Definition wichtiger Begriffe.

zu 2.2) Die Ultraschallzelle wird aus dem Strahlengang genommen und **VORSICHTIG** (nicht kippen !) auf einen freien Platz neben der Anordnung gesetzt. Man befolge die Justieranleitung im Ordner am Versuch. Dabei ist insbesondere auf die korrekte Höheneinstellung der Linse L1 zu achten : Von ihr hängt es in der Hauptsache ab, ob das Zentrum des Strahlenbündels tatsächlich auf der optischen Achse der Anordnung liegt. Die Parallelität des Strahlenbündels (L1 und L2 im Abstand der Summe ihrer Brennweiten) prüft man durch Autokollimation mit dem vorhandenen Spiegel. Man sollte darauf achten, daß es nicht (oder kaum) nötig ist, ihn vertikal zu neigen. Es wird nun die oben beschriebene Drehspiegelanordnung benutzt. Der Motor des Drehspiegels hat Anlaufschwierigkeiten!. Manchmal vibriert der Spiegel nur. Abhilfe erfolgt durch wiederholtes Aus- und Einschalten.

Die Positionen der Photodioden sind nicht unkritisch!. Für die Photodiode 1 (siehe Abb.) versuche man, durch Höhenverstellung und Drehung ein Maximum an Signalintensität zu gewinnen. Man versuche daraufhin, den vorgesetzten Spalt auf ein Minimum zu schließen, um den angeschlossenen Verstärker nicht zu übersteuern. Dabei genügt es, diesen im Bereich von 10 facher Verstärkung zu betreiben. (Die Feinregelung am Gerät ist als Abschwächer geschaltet, dreht man nach links, erhöht man die Amplitude).

Zunächst muß die Zeitachse des Oszilloskopenbildes anhand des Gitters "R" geeicht werden. Man nehme für alle zu beobachtenden Beugungsordnungen die Abstände (Zeiten !) der Beugungsmaxima vom Hauptmaximum (0. Ordnung) auf und finde durch lineare Regression die Umrechnungsformel von Zeiten in Brechungswinkel.

zu 2.3) Um die Zahl der ausgeleuchteten Gitterlinien zu kennen, wird der Spalt vor dem Gitter aus dem Strahlengang genommen, um das Gitter in seiner vollen Breite (nachmessen!) auszuleuchten. Man verwende die in 2.) bestimmten Gitterkonstanten.

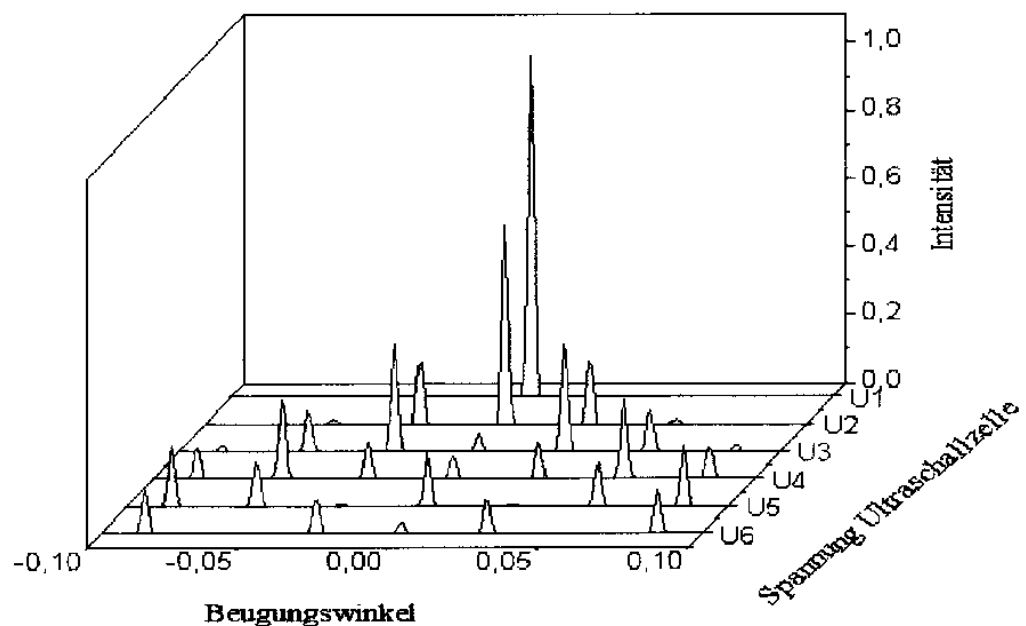
zu 2.4) Im folgenden muss die Ultraschallzelle an den Generator angeschlossen sein! Zunächst drehe man den Regler für die Ausgangsspannung des Generators auf 0.

Dann ist die Frequenz des Generators durch Drehen der beiden 10gang Potis (zuerst grob ~2000kHz, dann fein) des Frequenzregler auf maximale erzielbare Beugungsbilder und größtmögliche Stabilität des Signals abzugleichen. Die Frequenz darf danach keinesfalls mehr verändert werden, da dies auch die Amplitude des Generatorsignals verändert.

Es sind dann Beugungsbilder für 10 verschiedene Spannungen an der Ultraschallzelle aufzunehmen.

Zu Normierungszwecken (siehe unten) ist dabei ebenfalls die Intensität des Strahls bei Spannung 0 V (Generator aus !) an der Ultraschallzelle zu messen.

Man erhält nun einen zweidimensionalen Datensatz (siehe Abbildung): Die Intensitätsverteilung der Beugungsbilder liegt in einer Ebene, die zum einen von der Spannung am Ultraschallgenerator, zum anderen vom Beugungswinkel (bzw. der Zeitachse des Speicheroszilloskops) aufgespannt wird. Um nun einen Vergleich mit der Raman-Nath-Theorie durchführen zu können, müssen Schnitte dieses Datensatzes längs der Spannungsachse dargestellt werden und zwar jeweils für jede meßbare Beugungsordnung (d.h. für jeweils den festen Beugungswinkel, unter dem ein Beugungsmaximum auftritt.) Man lege für jede Beugungsordnung ein eigenes Diagramm an, wobei die aufzutragenden Intensitäten durch die Intensität des Strahls ohne Spannung an der Zelle (kein Gitter) dividiert werden.



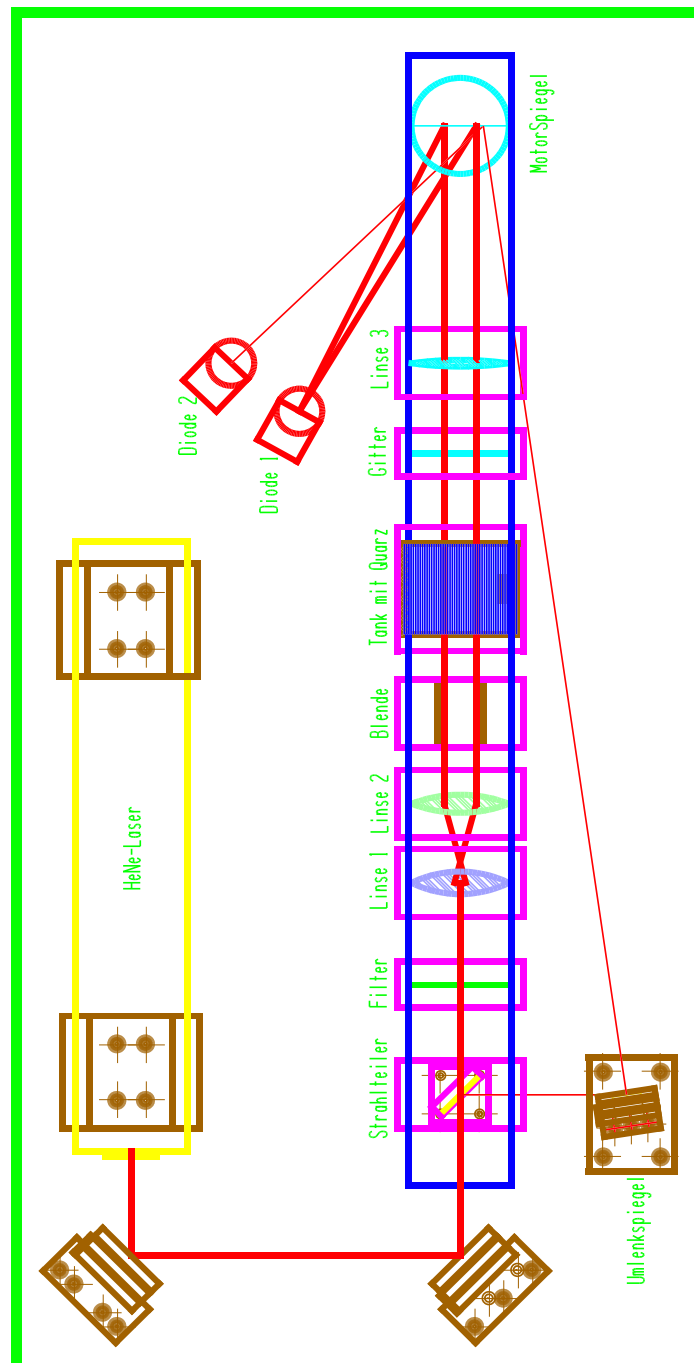
(Warum tut man das ?)

Nun muß der Umrechnungsfaktor der Spannungen des Generators in das Argument der Besselfunktion gefunden werden. Hierzu werden aus den oben gewonnenen Graphen die Spannungen für das erste spannungsabhängige Minimum (nicht Beugungsminimum !) im Intensitätsverlauf der 0. Ordnung und das erste spannungsabhängige Maximum des Intensitätsverlaufs in 1. Ordnung ermittelt. Mit den Argumenten der quadrierten Besselfunktionen korrespondierender Ordnung für deren korrespondierende Extremalstellen (siehe Tabellen im Anhang) können nun zwei Werte und daraus der Mittelwert für den gesuchten Umrechnungsfaktor bestimmt werden.

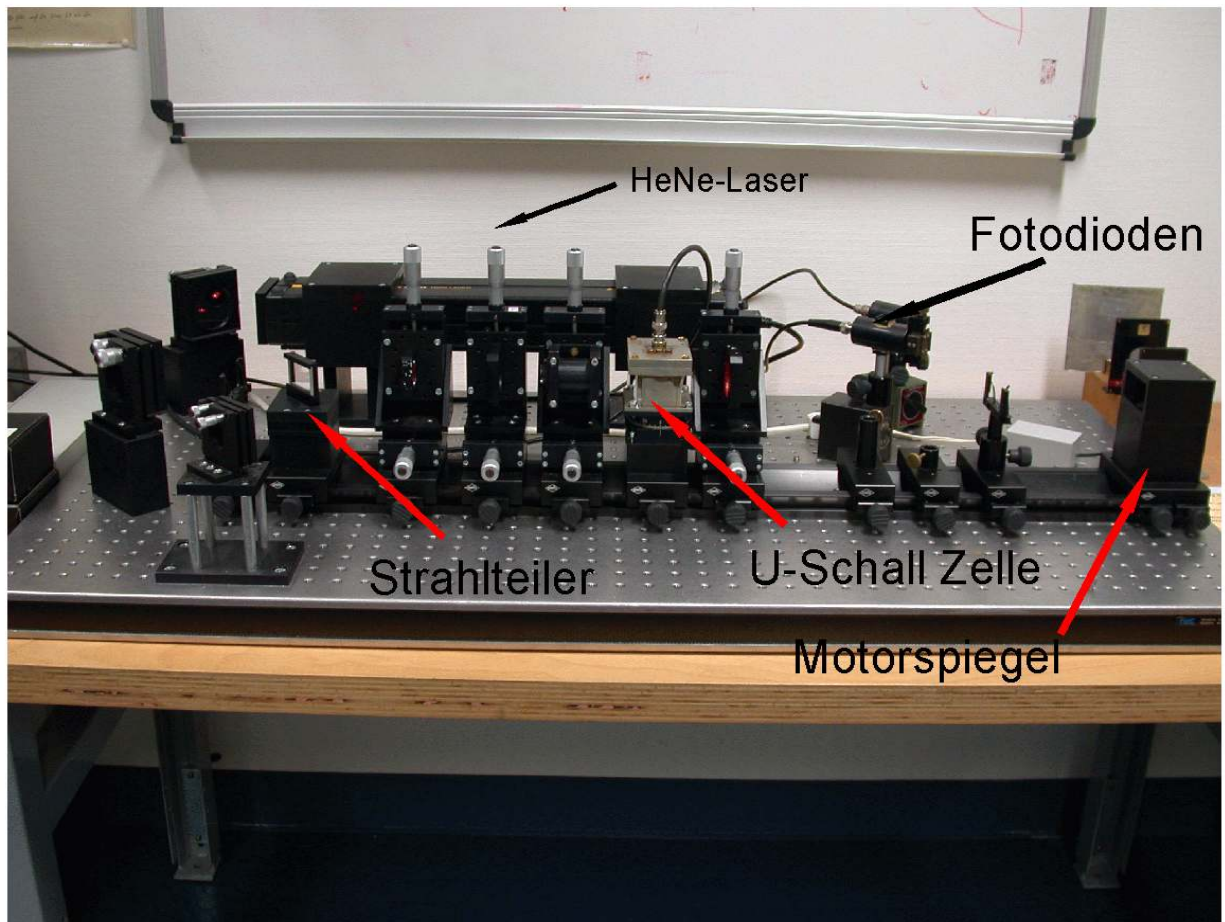
Zur Bestimmung der Schallwellenlänge in Isooktan sollte die Eichung mit dem Gitter "R" (diesmal mit eingebauter Ultraschallzelle) wiederholt werden. Der Ultraschallgenerator ist aus folgendem Grund nur für möglichst kurze Meßdauern zu betreiben : Bei längerem Betrieb des Schwingquarzes erwärmt sich das Isooktan in der Zelle. Schlierenbildung ist die Folge und verdirbt die Qualität der Messungen.

B. Technische Hinweise

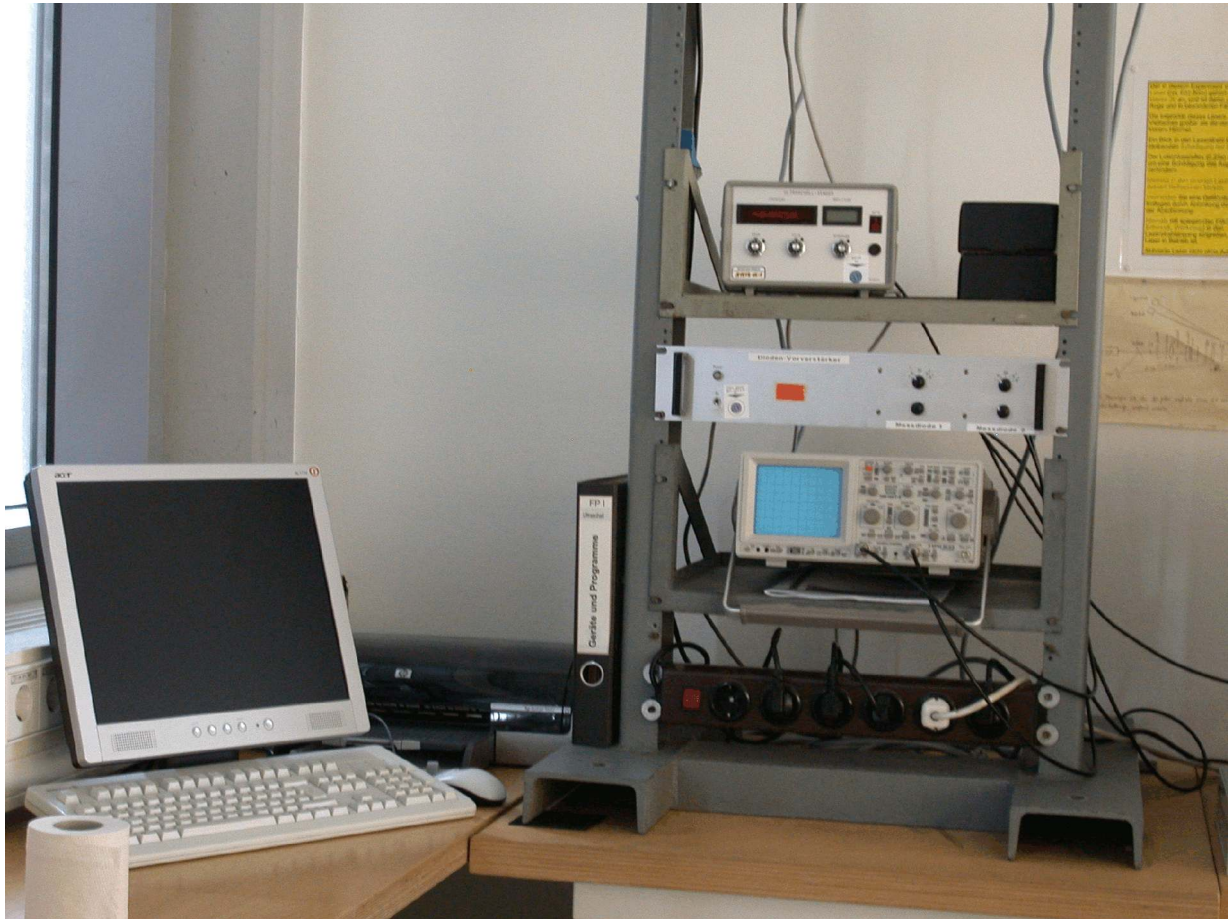
1. Versuchsaufbau (Blockbild)



2. Versuchsaufbau (Mechanischer Aufbau)



2.1 Versuchsaufbau (Messelektronik)



3. Funktion der Meßanordnung

Der Strahl des He-Ne-Lasers wird aufgeweitet und durch einen Kollimator in ein paralleles Strahlenbündel verwandelt. Dieses passiert das Beugungshindernis (jeweiliges Gitter). Das hierdurch entstehende Beugungsbild wird darauf von einer Linse über einen rotierenden Spiegel 12,5 mal pro Sekunde über eine Photodiode "geschoben", die das Beugungsbild somit quasi sequentiell abtastet. Die Signalamplitude der Diode wird verstärkt und von einem Oszilloskop wiedergegeben. Zum Triggern des Oszilloskops (d.h., um dem Oszilloskop mitzuteilen, wann es damit beginnen soll, ein neues von der Photodiode aufzunehmendes Bild zu "zeichnen") wird über einen Strahlteiler hinter dem Austritt des Lasers ein Teil des primären Strahls ebenfalls über den rotierenden Spiegel auf eine zweite Photodiode gelenkt. Deren verstärktes Signal wird dem Triggereingang des Oszilloskops zugeführt.

4. Geräteliste für den Versuch

- 2.1 Lichterzeugung:
 - He-Ne-Laser (6328 Å)
- 2.2 - Fünf (Amplituden-)Kreuzgitter mit zu bestimmender Gitterkonstante, numeriert von 1 - 5
Ein Kreuzgitter mit 80 Linien/cm zu Eichzwecken, Bezeichnung R Ein sinusförmiges Amplitudengitter, Bezeichnung S
- 2.3 Phasengitter:
 - Schwingquarz mit Ultraschallsender
 - Ultraschallzelle, gefüllt mit Isooktan
- 2.4 Strahlengang:
 - verstellbarer Spalt
 - Drehspiegel auf Motor ($f=12,5$ Hz)
 - Spiegel, Strahlteiler
 - Aufweitungslinse ($f=10$ mm)
 - Kollimator ($f=150$ mm)
 - Abbildungslinse ($f=500$ mm)
- 2.5 Nachweis/Meßtechnik:
 - Zwei Photodioden mit Signalverstärker
 - Digitalspeicheroszilloskop
 - Computer mit Auswertesoftware

D. Literatur

1. Wissenschaftliche Arbeiten

- 1.1 D.T. Pierce, R.L. Byer: *Experiments on the Interaction of Light and Sound for the Advanced Laboratory*, Am. J. Phys. 41 (1973) 314
- 1.2 C.V. Raman, N.S. Nagendra Nath: *The Diffraction of Light by Sound Waves of High Frequency. Part II*, Dep. of Physics, Indian Institute of Science, Bangalore
- 1.3 G.R. Fowles: *Introduction to Modern Optics*, Chapter 5

2. Weiterführende Literatur

- 2.1 L. Lefevre, Zulassungsarbeit, Universität Freiburg, Februar 1977 (beigefügt)
- 2.2 Bergmann - Schäfer, Experimentalphysik, Bd.3, Optik, EX 1 1