上海交通大學

SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY

粘性流体力学

平板边界层测量实验报告

学生姓名: 危国锐

学生学号: 120034910021

专　　业: 海洋科学

指导教师: 田伟

学院（系）: 海洋学院

1. 边界层速度剖面（注意：壁面处速度为 0）：

实验数据表明，流体速度的 v 分量非常小，故下面只讨论速度的 u 分量。

边界层速度剖面示于下图，图中已补充无滑移壁面相应的数据点。

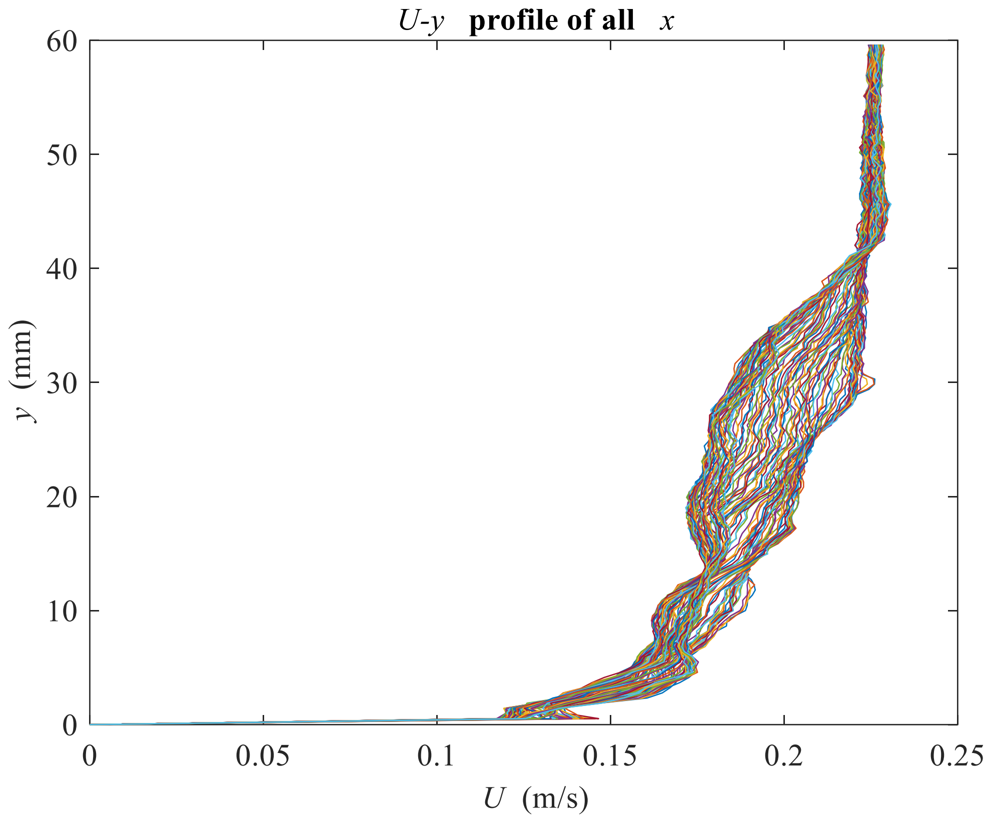

图 1 边界层速度剖面，将所有 x 位置上的 u 剖面绘于同一图中。在实验数据的基础上，添加了无滑移壁面“在 $y = 0$ 处，$u = 0$”相应的数据点。

2. 边界层厚度：

为减弱原始数据“噪声”的影响，将位置 x 处的边界层厚度定义为：记最大 u 为 U；从壁面起，第 6 个超过 0.99 U 的数据点的 y 坐标。

这里，将位移厚度、动量厚度的积分范围设定为：从壁面到边界

层顶。

边界层厚度、位移厚度、动量厚度示于下图。可见：（1）边界层厚度 > 位移厚度 > 动量厚度；（2）位移厚度和动量厚度在流动方向上仅略有增加，表明实验段中的边界层已接近充分发展。

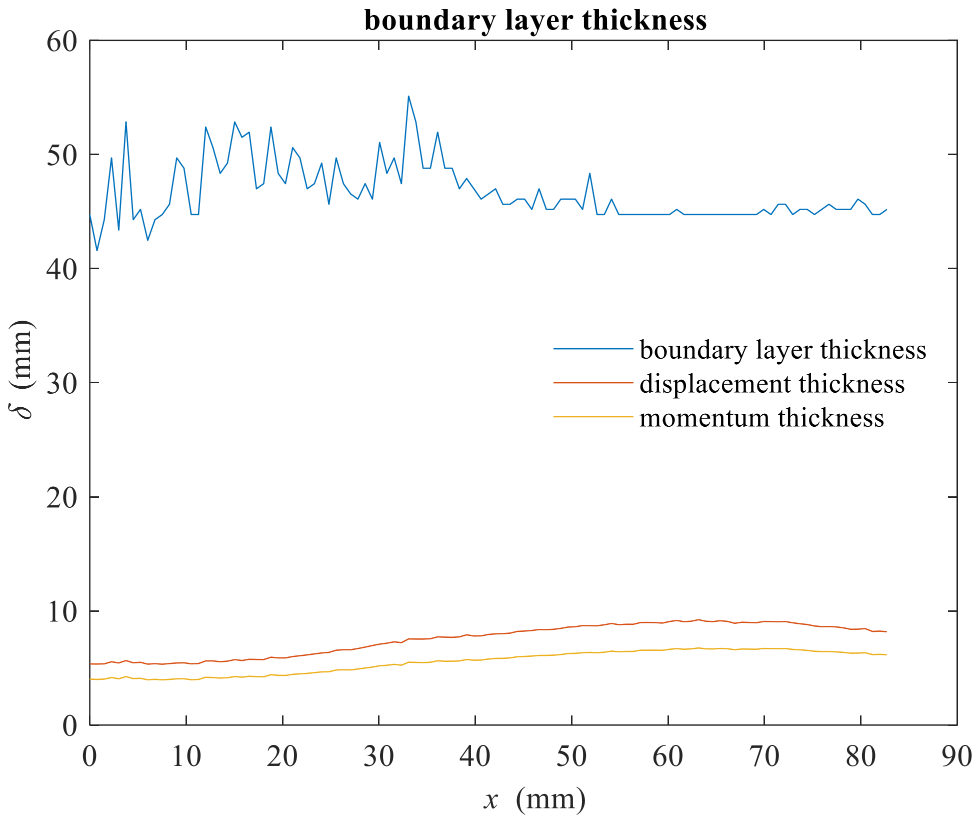

图 2 边界层厚度、位移厚度、动量厚度

3. 边界层位移厚度：

见图 2。

4. 边界层动量厚度：

见图 2。

5. 利用多项式拟合边界层速度剖面：

记边界层内速度为 u，边界层外势流速度为 U，假定边界层内的速度剖面形如

$$\frac{u}{U}=\frac{p_1\left(\frac{y}{\delta}\right)^2+p_2\left(\frac{y}{\delta}\right)+p_3}{\left(\frac{y}{\delta}\right)^2+q_1\left(\frac{y}{\delta}\right)+q_2}. \tag{1}$$

计算实验数据中每个数据点的 u/U, 其中 U 取同一个 x 坐标上（而不是整个实验段）u 的最大值，δ 取同一个 x 坐标上的边界层厚度。用式（1）拟合实验数据（示于图 3），得一个拟合

$$\frac{u}{U}=\frac{76640.6\left(\frac{y}{\delta}\right)^2+193096\left(\frac{y}{\delta}\right)}{\left(\frac{y}{\delta}\right)^2+268316\left(\frac{y}{\delta}\right)+1499.68}\coloneqq f\left(\frac{y}{\delta}\right). \tag{2}$$

这里已考虑壁面处的无滑移边界条件，即引入约束 $p_3=0$ 。

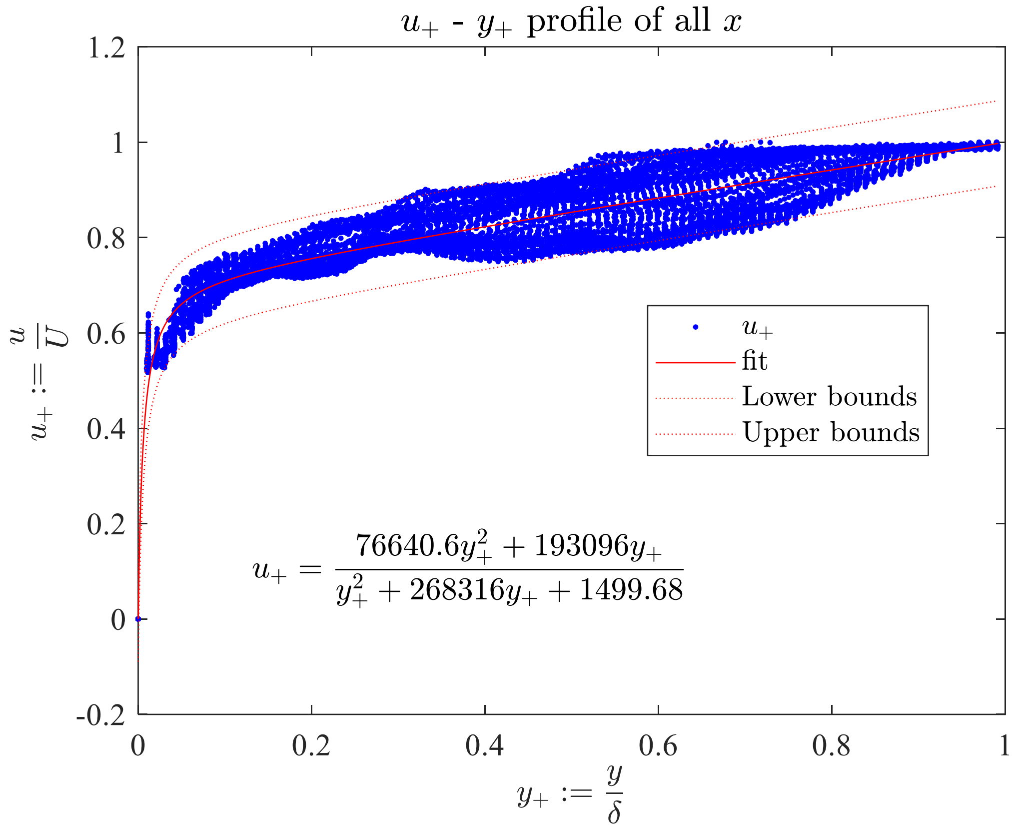

图 3 利用二次多项式拟合边界层速度剖面。在拟合中仅使用实验数据点，即未考虑无滑移壁面“在 $y=0$ 处，$u=0$”

6. 利用动量积分方程计算位移厚度、动量厚度及壁面剪切应力：

将实验段的流动近似为定常、二维、不可压、层流、无限大平板

上的平行流动，则有动量积分方程

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}x}+(2\theta+\delta^*)\frac{1}{U}\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}x}=\frac{\tau_0}{\rho U^2}, \tag{3}$$

式中各符号同惯常意义。假定式（3）左端第二项的量级远小于第一项的，则该式可简化为

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}x}=\frac{\tau_0}{\rho U^2}. \tag{4}$$

下面使用多项式拟合的边界层速度剖面（2），利用简化的动量积分方程（4），求位移厚度、动量厚度及壁面剪切应力。

由（2）得动量厚度

$$\theta=\int_0^\delta \frac{u}{U}\left(1-\frac{u}{U}\right)\mathrm{d}y=\delta\int_0^1 f(\eta)\big(1-f(\eta)\big)\,\mathrm{d}y=c_\theta\delta, \tag{5}$$

其中 $c_\theta\coloneqq\int_0^1 f(\eta)\big(1-f(\eta)\big)\,\mathrm{d}y=0.1214.$ 位移厚度

$$\delta^*=\int_0^\delta\left(1-\frac{u}{U}\right)\mathrm{d}y=\delta\int_0^1\big(1-f(\eta)\big)\,\mathrm{d}y=c_{\delta^*}\delta, \tag{6}$$

其中 $c_{\delta^*}\coloneqq\int_0^1\big(1-f(\eta)\big)\,\mathrm{d}y=0.1600.$ 壁面切应力

$$\tau_0=\mu\frac{\partial u}{\partial y}\bigg|_{y=0}=\frac{\mu U}{\delta}\frac{\partial f(\eta)}{\partial\eta}\bigg|_{\eta=0}=c_{\tau_\mathrm{w}}\frac{\mu U}{\delta}, \tag{7}$$

其中 $c_{\tau_\mathrm{w}}\coloneqq\frac{\partial f(\eta)}{\partial\eta}\Big|_{\eta=0}=128.8.$

将（5）（7）代入（4）得

$$c_\theta\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}x}=c_{\tau_\mathrm{w}}\frac{\nu}{U\delta}. \tag{8}$$

为便于积分(8)，假定动力粘度 ν 和边界层外势流速度 U 都与 x 无关，则在边界条件 $\delta|_{x=0}=0$ 下积分（8）得

$$\frac{\delta}{x}=\sqrt{\frac{2c_{\tau_{\mathrm{w}}}}{c_\theta}}\frac{1}{\sqrt{\mathrm{Re}_x}}=\frac{46.05}{\sqrt{\mathrm{Re}_x}}, \tag{9}$$

其中无量纲数

$$\mathrm{Re}_x \coloneqq \frac{Ux}{\nu}. \tag{10}$$

被称为雷诺数。

将（9）代入（5）（6）（7）得动量厚度、位移厚度及壁面剪切应力：

$$\frac{\theta}{x}=\sqrt{2c_\theta c_{\tau_{\mathrm{w}}}}\frac{1}{\sqrt{\mathrm{Re}_x}}=\frac{5.592}{\sqrt{\mathrm{Re}_x}}, \tag{11}$$

$$\frac{\delta^*}{x}=c_{\delta^*}\sqrt{\frac{2c_{\tau_{\mathrm{w}}}}{c_\theta}}\frac{1}{\sqrt{\mathrm{Re}_x}}=\frac{7.367}{\sqrt{\mathrm{Re}_x}}, \tag{12}$$

$$\frac{\tau_0}{\rho U^2/2}=\sqrt{2c_\theta c_{\tau_{\mathrm{w}}}}\frac{1}{\sqrt{\mathrm{Re}_x}}=\frac{5.592}{\sqrt{\mathrm{Re}_x}}. \tag{13}$$

要求：要有明确的计算过程