

# 上海交通大学

SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY

## 粘性流体力学 平板边界层测量实验报告



学生姓名: 危国锐

学生学号: 120034910021

专 业: 海洋科学

指导教师: 田伟

学院 (系): 海洋学院

## 1. 边界层速度剖面（注意：壁面处速度为 0）：

实验数据表明，流体速度的  $v$  分量非常小，故下面只讨论速度的  $u$  分量。

边界层速度剖面示于下图，图中已补充无滑移壁面相应的数据点。

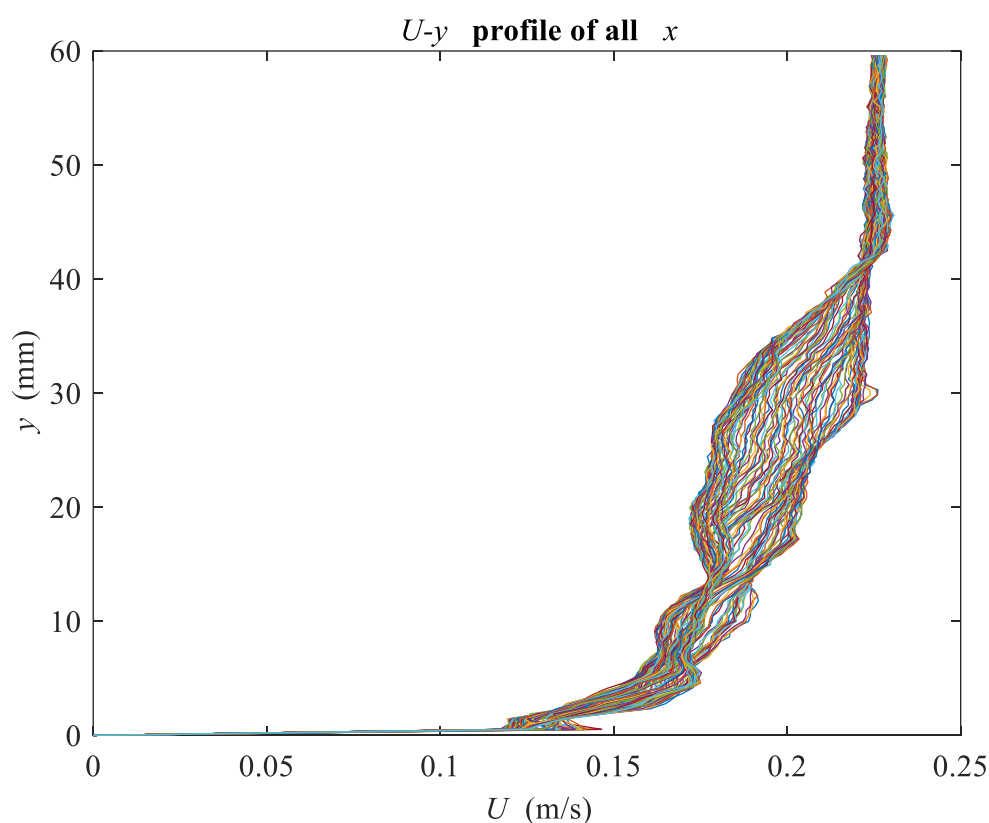


图 1 边界层速度剖面，将所有  $x$  位置上的  $u$  剖面绘于同一图中。在实验数据的基础上，添加了无滑移壁面“在  $y = 0$  处， $u = 0$ ”相应的数据点。

## 2. 边界层厚度：

为减弱原始数据“噪声”的影响，将位置  $x$  处的边界层厚度定义为：记最大  $u$  为  $U$ ；从壁面起，第 6 个超过  $0.99 U$  的数据点的  $y$  坐标。

这里，将位移厚度、动量厚度的积分范围设定为：从壁面到边界

层顶。

边界层厚度、位移厚度、动量厚度示于下图。可见：（1）边界层厚度 > 位移厚度 > 动量厚度；（2）位移厚度和动量厚度在流动方向上仅略有增加，表明实验段中的边界层已接近充分发展。

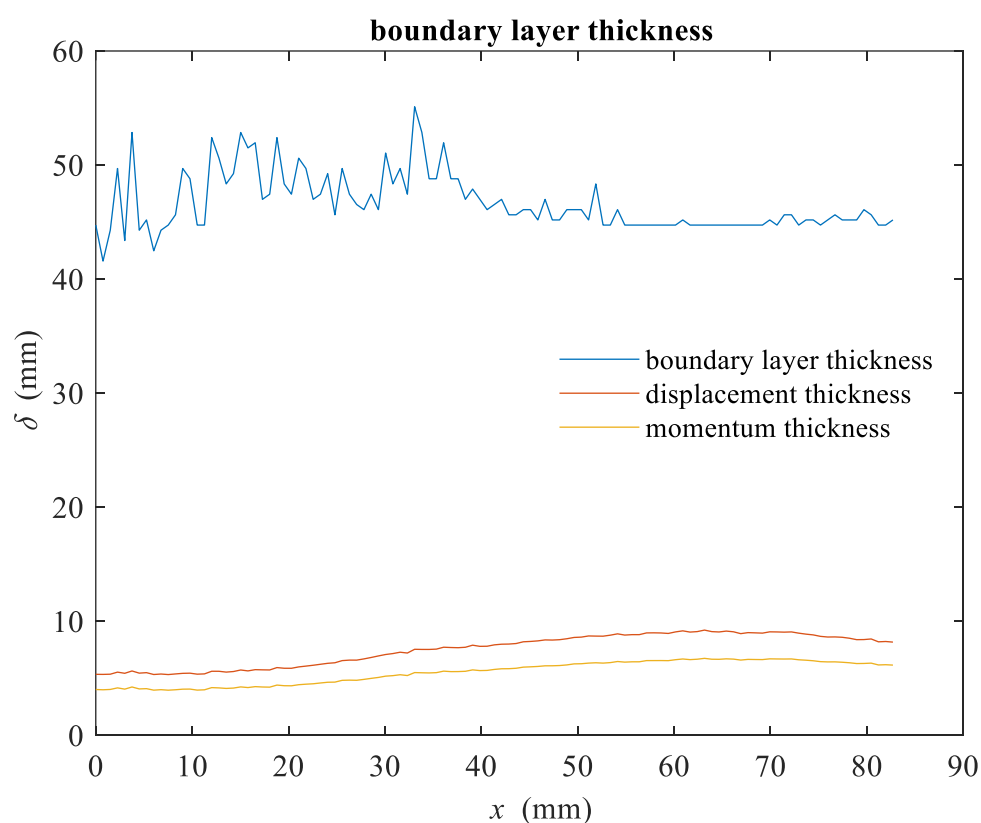


图 2 边界层厚度、位移厚度、动量厚度

### 3. 边界层位移厚度：

见图 2。

### 4. 边界层动量厚度：

见图 2。

### 5. 利用多项式拟合边界层速度剖面：

记边界层内速度为  $u$ ，边界层外势流速度为  $U$ ，假定边界层内的速度剖面形如

$$\frac{u}{U} = \frac{p_1 \left(\frac{y}{\delta}\right)^2 + p_2 \left(\frac{y}{\delta}\right) + p_3}{\left(\frac{y}{\delta}\right)^2 + q_1 \left(\frac{y}{\delta}\right) + q_2}. \quad (1)$$

计算实验数据中每个数据点的  $u/U$ , 其中  $U$  取同一个  $x$  坐标上（而不是整个实验段） $u$  的最大值,  $\delta$  取同一个  $x$  坐标上的边界层厚度。用式（1）拟合实验数据（示于图 3），得一个拟合

$$\frac{u}{U} = \frac{76640.6 \left(\frac{y}{\delta}\right)^2 + 193096 \left(\frac{y}{\delta}\right)}{\left(\frac{y}{\delta}\right)^2 + 268316 \left(\frac{y}{\delta}\right) + 1499.68} := f\left(\frac{y}{\delta}\right). \quad (2)$$

这里已考虑壁面处的无滑移边界条件，即引入约束  $p_3 = 0$ 。

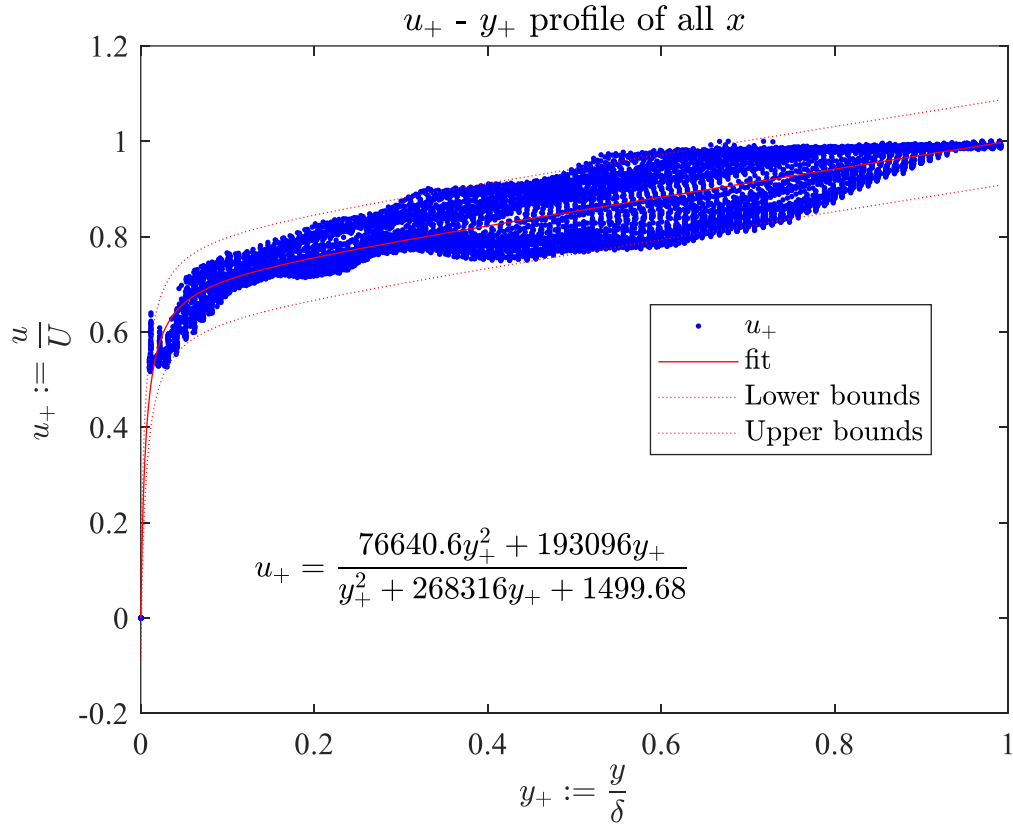


图 3 利用二次多项式拟合边界层速度剖面。在拟合中仅使用实验数据点，即未考虑无滑移壁面“在  $y = 0$  处， $u = 0$ ”

## 6. 利用动量积分方程计算位移厚度、动量厚度及壁面剪切应力：

将实验段的流动近似为定常、二维、不可压、层流、无限大平板

上的平行流动，则有动量积分方程

$$\frac{d\theta}{dx} + (2\theta + \delta^*) \frac{1}{U} \frac{dU}{dx} = \frac{\tau_0}{\rho U^2}, \quad (3)$$

式中各符号同惯常意义。假定式（3）左端第二项的量级远小于第一项的，则该式可简化为

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{\tau_0}{\rho U^2}. \quad (4)$$

下面使用多项式拟合的边界层速度剖面（2），利用简化的动量积分方程（4），求位移厚度、动量厚度及壁面剪切应力。

由（2）得动量厚度

$$\theta = \int_0^\delta \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy = \delta \int_0^1 f(\eta)(1 - f(\eta)) d\eta = c_\theta \delta, \quad (5)$$

其中  $c_\theta := \int_0^1 f(\eta)(1 - f(\eta)) d\eta = 0.1214$ . 位移厚度

$$\delta^* = \int_0^\delta \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy = \delta \int_0^1 (1 - f(\eta)) d\eta = c_{\delta^*} \delta, \quad (6)$$

其中  $c_{\delta^*} := \int_0^1 (1 - f(\eta)) d\eta = 0.1600$ . 壁面切应力

$$\tau_0 = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = \frac{\mu U}{\delta} \left. \frac{\partial f(\eta)}{\partial \eta} \right|_{\eta=0} = c_{\tau_w} \frac{\mu U}{\delta}, \quad (7)$$

其中  $c_{\tau_w} := \left. \frac{\partial f(\eta)}{\partial \eta} \right|_{\eta=0} = 128.8$ .

将（5）（7）代入（4）得

$$c_\theta \frac{d\delta}{dx} = c_{\tau_w} \frac{\nu}{U\delta}. \quad (8)$$

为便于积分（8），假定动力粘度  $\nu$  和边界层外势流速度  $U$  都与  $x$  无关，则在边界条件  $\delta|_{x=0} = 0$  下积分（8）得

$$\frac{\delta}{x} = \sqrt{\frac{2c_{\tau_w}}{c_\theta}} \frac{1}{\sqrt{\text{Re}_x}} = \frac{46.05}{\sqrt{\text{Re}_x}}, \quad (9)$$

其中无量纲数

$$\text{Re}_x := \frac{Ux}{\nu}. \quad (10)$$

被称为雷诺数。

将（9）代入（5）（6）（7）得动量厚度、位移厚度及壁面剪切应力：

$$\frac{\theta}{x} = \sqrt{2c_\theta c_{\tau_w}} \frac{1}{\sqrt{\text{Re}_x}} = \frac{5.592}{\sqrt{\text{Re}_x}}, \quad (11)$$

$$\frac{\delta^*}{x} = c_{\delta^*} \sqrt{\frac{2c_{\tau_w}}{c_\theta}} \frac{1}{\sqrt{\text{Re}_x}} = \frac{7.367}{\sqrt{\text{Re}_x}}, \quad (12)$$

$$\frac{\tau_0}{\rho U^2/2} = \sqrt{2c_\theta c_{\tau_w}} \frac{1}{\sqrt{\text{Re}_x}} = \frac{5.592}{\sqrt{\text{Re}_x}}. \quad (13)$$

要求：要有明确的计算过程

## 附录 实验数据和代码

参见：[https://grwei.github.io/SJTU\\_2021-2022-1-MS3406/](https://grwei.github.io/SJTU_2021-2022-1-MS3406/).