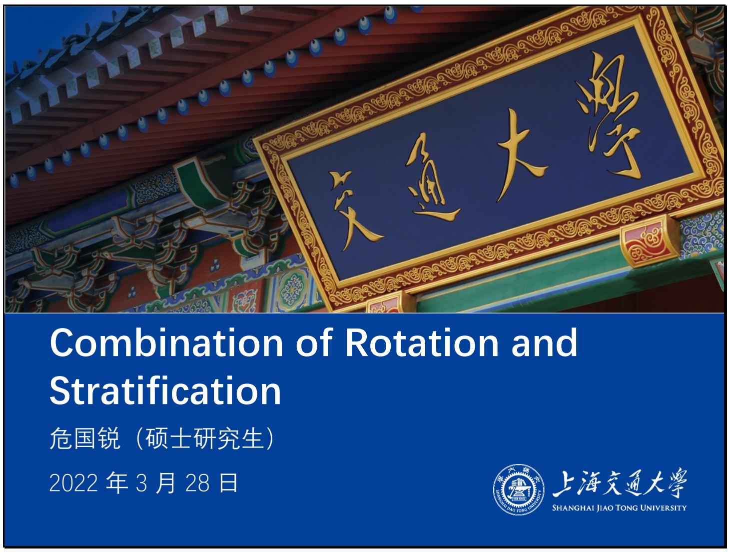
幻灯片 1



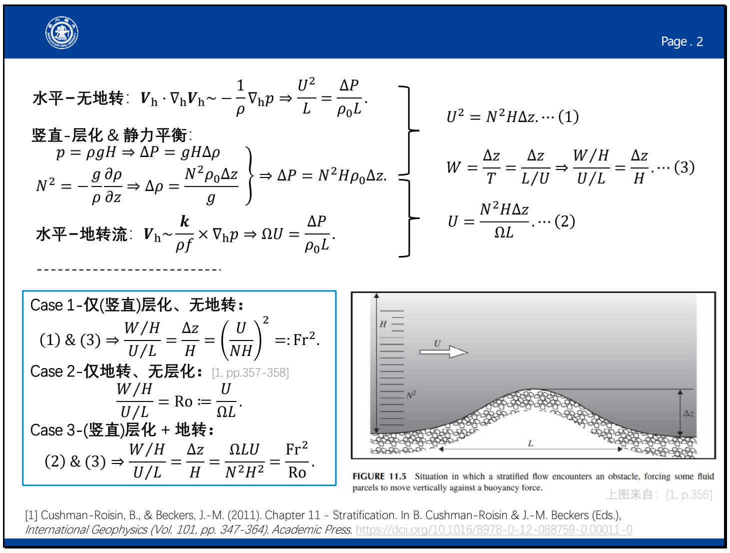
前面，我们介绍了什么是层化，什么是浮力频率，还引入了一个重要的无量纲数——Froude 数以衡量层化(净浮力)相对于平流项(惯性力)的重要性。

张老师在本课程的第一次课就讲了：区别于普通流体，地球流体有两个重要特征，一是流体运动受到背景场旋转(地转)的影响，二是流体运动受到自身层化的影响。

在本课程的前半部分，我们主要讨论了地球旋转对地球流体运动的影响。刚才，我们介绍了层化的基本概念。现在，我们可以正式提出这个大问题：在地转和层化两个因素同时作用下，流体的运动是什么样的？为了研究这个大问题，我们自然地想了解这个小问题：地转和层化这两个因素，哪个更重要？或者，如何衡量这两个因素的相对重要性？

下面，我们就来讨论这个小问题。

幻灯片 2



我们仍然使用刚才引入 Froude 数时所用的模型：一个垂直尺度为 H、在竖直方向上以浮力频率 $N2$ 层化的流体，以水平特征速度 U 越过障碍物，这障碍物具有水平尺度 L 和垂直尺度 Δz. 假定流体处于静力平衡状态，且层化只沿竖直方向，则可得到压强变化量的量级为 $\Delta P = N^2 H \rho_0 \Delta z$. 假定流体翻过障碍物的时间是以水平速度 U 通过距离 L 所需的，则得到 竖直辐合(散) 与 水平辐散(合) 的量级之比为 $\Delta z / H$.

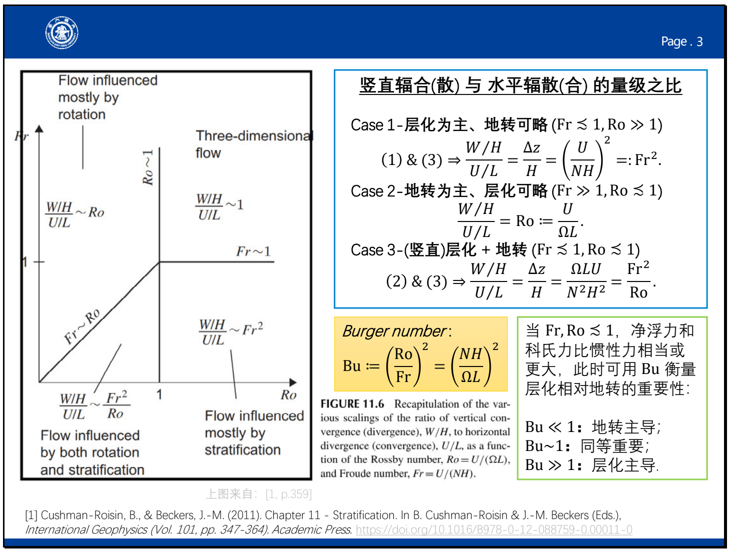
假定流体不受地转影响，且近似是定常、无粘的，则在水平方向上基本上是惯性力和压强梯度力平衡，从而有量级关系 $\frac{U^2}{L} = \frac{\Delta P}{\rho_0 L}$，进而有 $U^2 = N^2 H \Delta z$. 于是竖直辐合(散) 与 水平辐散(合) 的量级之比为 Fr^2. 这便是我们已经讨论过的仅层化无地转的情形.

我们现在引入地转的影响. 假定水平速度场是地转流，即 $\boldsymbol{V}_{\mathrm{h}} \sim \frac{\boldsymbol{k}}{\rho f} \times \nabla_{\mathrm{h}} p$. 因为 $\boldsymbol{V}_{\mathrm{h}}, f, \nabla_{\mathrm{h}} p$ 的量级分别是 $U, \Omega, \frac{\Delta P}{L}$ (暂不讨论赤道附近 $f \ll \Omega$ 的情况)，我们得到量级关系式 $\Omega U = \frac{\Delta P}{\rho_0 L}$ ，进而有 $U = \frac{N^2 H \Delta z}{\Omega L}$. 这时，竖直辐合(散) 与 水平辐散(合) 的量级之比成为 $\mathrm{Fr}^2 / \mathrm{Ro}$.

还有一种极端情况，就是地转主导、无层化的情形。这时，竖直辐合(散) 与 水平辐散(合) 的量级之比就是 Rossby 数. 这里略去推导.

注意蓝框内的结果。现在，我们将它写到右上角。

幻灯片 3



我们刚才已经得到了，在这三种情形下，竖直辐合(散) 与 水平辐散(合) 的量级之比，作为 Rossby 数和 Froude 数的函数。现在，我们用一个图，重述这三种情形。

这图的横坐标是 Rossby 数，纵坐标是 Froude 数。Case 1-层化为主、地转可略 $(\mathrm{Fr}\lesssim1,\mathrm{Ro}\gg1)$ 位于图中右下角，这时流动主要受层化影响，旋转可略，竖直辐合(散) 与 水平辐散(合) 的量级之比用 Fr^2 表示； Case 2-地转为主、层化可略 $(\mathrm{Fr}\gg1,\mathrm{Ro}\lesssim1)$ 位于图中左上角，这时流动主要受旋转影响，层化可略，竖直辐合(散) 与 水平辐散(合) 的量级之比用 Ro 表示；Case 3-(竖直)层化 + 地转 $(\mathrm{Fr}\lesssim1,\mathrm{Ro}\lesssim1)$ 位于图中左下角，这时流动同时受旋转和层化影响，竖直辐合(散) 与 水平辐散(合) 的量级之比用 $\mathrm{Fr}^2/\mathrm{Ro}$ 表示。图中右上角区域表示净浮力和科氏力相对惯性力可略，层化和旋转对流动的影响小。

在这图中，从左下角这根斜率为 1 的线段（表示 Froude 数和 Rossby 数相等）出发，越往右走，则层化越比地转重要；越往上走，则地转越比层化重要。事实上，我们这里已经在使用 Rossby 数和 Froude 数的相对大小来比较层化和旋转的相对重要性。自然地，我们将 Rossby 数和 Froude 数的比值的平方定义成一个新的无量纲数——Burger 数。当 $\mathrm{Fr},\mathrm{Ro}\lesssim1$，净浮力和科氏力都比惯性力相当或更大，此时可用 Burger 数衡量层化相对地转的重要性：当 $\mathrm{Bu}\ll1$，表示旋转主导流动；当 $\mathrm{Bu}\sim1$ ，旋转和重要性相当；当 $\mathrm{Bu}\gg1$，表示层化主导流动。

至此，我们已能初步回答我们在开头提出的这个小问题，即“如何衡量地转和层化这两个因素的相对重要性？”希望大家掌握 Rossby 数，Froude 数和 Burger 数这三个重要无量纲数的物理意义。

在这门课的后半部分，我们将尝试探究开头提出的那个大问题，即：在地转和层化两个因素同时作用下，流体的运动是什么样的？

幻灯片 4

我们小组的展示到此结束，请张老师和各位同学批评指正。谢谢。