



Quiz 4 (2022-05-07)

危国锐 120034910021

(上海交通大学海洋学院, 上海 200030)

腾讯会议

12:54 PM Sat May 7

Quiz4_中文

Quiz 4

考虑如下的 KdV 方程

$$\partial_t u + uu_x = \nu u_{xxx}.$$

简要回答下述问题.

- (5 pts) 考虑右端项 νu_{xxx} . 该项导致的过程可由下方程给出:
$$\partial_t u = \nu u_{xxx}.$$
由该方程, 你用来处理这一项的时间差分格式应该满足什么样的要求, 是哪种类型的数值格式? 简述理由. (可从该项的特征值、刚性等特点出发考虑.)
- (2 pts) 考虑输运项 uu_x . 可以考虑如下的 Burgers 方程
$$\partial_t u + uu_x = 0.$$
你用来处理这一项的格式应该满足什么样的要求, 是哪种类型的数值格式? 简述理由.
- (3 pts) 结合上述直观分析, 设计一个求解 KdV 方程的数值方法 (不考虑边界条件). [如果不愿意写公式, 用语言能说清楚也是可以的.]

正在讲话: 李磊

李磊的屏幕共享



MATH6008

Quiz 4

2022.05.07

1. 该问题是强刚性的, 且是色散的 (因特征值为虚数), 线性的.

⇒ ^{显式} 需要 $\tau \sim O(h^3)$ 甚高, 进而要求过高.

2. ∴ 采用隐式格式. (e.g. Crank-Nicolson)

3. u_t 是非线性, ^因 非刚性的.

⇒ 可采取显式格式. (e.g. 前向 Euler)

3. 对 ^{采用} 半子(时间)分裂算法: IMEX 法.

a) 对 $u_t = \nu u_{xx}$, 用 ^{时间分裂} 隐式格式: $u_n \rightarrow u^*$. (时间 τ)

b) 对 $u_t + uu_x = 0$, 用 ^{显式} 格式: $u^* \rightarrow u_{n+1}$. (时间 τ)