



第 7 次作业

危国锐 120034910021

(上海交通大学海洋学院, 上海 200030)

摘 要: 主教材: ([胡冠章 and 王殿军, 2006](#)), 学习指导书: ([胡冠章, 2012](#)). 截止日期: 2022-05-30.

关键词: 有限群的结构, Sylow 定理

Homework 7

Guorui Wei 120034910021

(School of Oceanography, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200030, China)

Abstract: Main textbook: ([胡冠章 and 王殿军, 2006](#)), Study guide: ([胡冠章, 2012](#)). Due date: 2022-05-30.

Keywords: keyword 1, keyword 2



目 录

摘要	i
Abstract.....	i
1 Due date: 2022-05-30	1
References	2

**1 Due date: 2022-05-30**

MATH6013

第7次作业

2022.05.30 (due)

2.12-3 证: $|G| = 40 = 2^3 \times 5$. 由 Sylow 定理的计数定理,

Sylow-5 子群的个数为 $N(5) \equiv 1 \pmod{5}$ 且 $N(5) | 40$.

$\Rightarrow N(5) = 1$, 即有唯一的 Sylow 5-子群 P ^{计数定理} $\Rightarrow [G : N_G(P)] = 1 \Leftrightarrow N_G(P) = G$

$\Leftrightarrow P \trianglelefteq G$. 而 $P < G$, 故 P 是 G 的非平凡正规子群 $\Rightarrow G$ 非单.

2.13-4. 证: (1) 若 $p = 2$, 则 $|G| = 2^2 \Rightarrow G$ 是 Abel 群 (命题 2.7-4, 通过证明 $C_G(\alpha(G)) = G$). 由存在定理, $\Rightarrow G$ 有 p 阶子群 P . [而素数阶群仅为循环群 (用 Lagrange 定理证), 循环群...] G 是 Abel 群 $\Rightarrow G$ 的任何子群都正规.

$\therefore P$ 是 G 的非平凡正规子群 $\Rightarrow G$ 非单.

(2) 若 $p \neq 2$, 不妨设 $p > 2$. 由 Sylow 定理的计数定理, p 阶子群

的个数 $N(p) \equiv 1 \pmod{p}$ 且 $N(p) | pq$. $\xRightarrow{p > q} N(p) = 1 \Rightarrow P \trianglelefteq G$,

且 $P < G$. $\Rightarrow G$ 非单.



References

- 胡冠章. 应用近世代数（第三版）学习指导和习题详解[C]//北京:清华大学出版社,2012
胡冠章, 王殿军. 应用近世代数[C]//北京:清华大学出版社,2006