



## 第 7 次作业

危国锐 120034910021

(上海交通大学海洋学院, 上海 200030)

摘 要: 主教材: ([胡冠章 and 王殿军, 2006](#)), 学习指导书: ([胡冠章, 2012](#)). 截止日期: 2022-05-30.

关键词: 有限群的结构, Sylow 定理

## Homework 7

Guorui Wei 120034910021

(School of Oceanography, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200030, China)

**Abstract:** Main textbook: ([胡冠章 and 王殿军, 2006](#)), Study guide: ([胡冠章, 2012](#)). Due date: 2022-05-30.

**Keywords:** keyword 1, keyword 2



## 目 录

摘要 .....	i
Abstract.....	i
1 Due date: 2022-05-30 .....	1
References .....	2

**1 Due date: 2022-05-30**

MATH6013

第7次作业

2022.05.30 (due)

2.12-3 证:  $|G| = 40 = 2^3 \times 5$ . 由 Sylow 定理的计数定理,

Sylow-5 子群的个数为  $N(5) \equiv 1 \pmod{5}$  且  $N(5) | 40$ .

$\Rightarrow N(5) = 1$ , 即有唯一的 Sylow 5-子群  $P$  <sup>计数定理</sup>  $\Rightarrow [G : N_G(P)] = 1 \Leftrightarrow N_G(P) = G$

$\Leftrightarrow P \triangleleft G$ . 而  $P < G$ , 故  $P$  是  $G$  的非平凡正规子群  $\Rightarrow G$  非单.

2.13-4. 证: (1) 若  $p = 2$ , 则  $|G| = p^2 \Rightarrow G$  是 Abel 群 (命题 2.7-4, 通过证明  $C_G(\alpha(G)) = G$ ). 由存在定理,  $\Rightarrow G$  有  $p$  阶子群  $P$ . [而素数阶群仅为循环群 (用 Lagrange 定理证), 循环群...]  $G$  是 Abel 群  $\Rightarrow G$  的任何子群都正规.

$\therefore P$  是  $G$  的非平凡正规子群  $\Rightarrow G$  非单.

(2) 若  $p \neq 2$ , 不妨设  $p > 2$ . 由 Sylow 定理的计数定理,  $p$  阶子群

的个数  $N(p) \equiv 1 \pmod{p}$  且  $N(p) | pq$ .  $\xRightarrow{p > 2} N(p) = 1 \Rightarrow P \triangleleft G$ ,

且  $P < G$ .  $\Rightarrow G$  非单.

**A<sup>+</sup>**



## References

- 胡冠章. 应用近世代数（第三版）学习指导和习题详解[C]//北京:清华大学出版社,2012
- 胡冠章, 王殿军. 应用近世代数[C]//北京:清华大学出版社,2006