毕业论文素材（主要公式）

# 绪论

## 研究背景

综述+[1]

## 微波网络分析

文献[2]

## 传输线理论基础

导体传输线的MTL方程[3]

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （） |

其中单位长度阻抗，单位长度导纳**，**分别是单位长度电阻、电感、电导、电容。

文献[3]

模型限制：TEM模

## 本文的主要工作

# 主要公式

## 单线情形

文献[4]，叙述基于S参数的MTL建模的缘起，单线提取法的推导

## 由RLGC参数求解S参数

单位长度RLGC参数作为MTL方程的参数，当其完全确定时，MTL方程的解便完全确定，从而MTL的特性也可完全确定。给定线长为的MTL在频率处的RLGC参数和，可求出其在频率处的S参数。

### 复传播常数和特征阻抗的求解

首先对作相似对角化（应几乎处处可行，条件见[3]）

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （） |

其中复对角阵的对角元素是第个特征模式的特征复传播常数，变换矩阵的第列是的第个右特征向量。定义复传播常数[5][6]

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （） |

及特征阻抗[5]

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （） |

### ABCD参数的计算

ABCD（*chain-parameter*）矩阵与单位长度参数的关系式一[5]，推导见[6][3]

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

关系式二[3,7]

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （） |

式中

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （） |

其中作用于对角阵的双曲函数的定义为

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （） |

可以证明，对于一个确定的矩阵，其的值是唯一的，与的相似对角化方式无关。

根据[6](7.127)，关系式一不正确（疑似因为定义不同）MATLAB复现也提示式二比式一好，故目前采用后者。文献[3,6]分别给出了式二式一的推导，建议说明它们是否一致？

由式（5）可以看出，并非任意微波网络参数都有对应的RLGC参数。例如，文献[6]指出上式有（可用[3]第7章证明），于是不满足该约束的ABCD参数不可能通过由它提取的RLGC参数准确还原。这种数学上的约束正与文献[3]所述（引前章）的MTL方程基本假设和RLGC参数的适用条件相对应。

由式（5）还可以看出一个重要的事实：给定，能唯一地得到一个ABCD矩阵；然而在特定频率处，不同的可能对应相同的ABCD矩阵。例如，若有

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （） |

则在该频率下，与将对应到同一个ABCD矩阵。这一计算上的重要事实体现了MTL设计中的一种现象，即不同的MTL结构可能在某一特定频率上具有相同的特性。

### 由ABCD参数到S参数的变换

微波网络参数S (scattering)，Z (impedance)，Y (admittance)，ABCD (chain)之间可以相互转换[8]。先将ABCD参数变换到Z参数

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （） |

再将Z参数变换为S参数，法一

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （） |

法二[8]，当端口阻抗皆为相同的实数

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

上式，是端口参考阻抗（假定个端口的参考阻抗均为相同的正实数），是阶单位阵。

在MATLAB实现，上两式性能未见区别。建议说明上述两式等价。（算了吧）

### 小结

本节叙述了由MTL的RLGC参数求解S参数的方法。该算法从RLGC参数出发，逐频点依次求解MTL的复传播常数、特征阻抗、ABCD参数、Z参数，最后求出给定端口参考阻抗下的S参数。可见，给定一组RLGC参数，可唯一地求出相应的S参数。然而，可能存在不同的RLGC参数，二者在某一特定频率下具有相同的S参数。

## 由S参数求解RLGC参数

第2.1节详述了由MTL的RLGC参数求解S参数的方法。受此启发，本节将推导其逆过程：已知MTL的S参数和线长，提取其单位长度RLGC参数。

### 将S参数变换为ABCD参数

首先将S参数变换为Z参数。法一[5]

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （） |

法二[8]，当端口阻抗皆为相同的实数

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

在MATLAB实现，上两式性能未见区别。建议说明上述两式等价。

然后将Z参数变换为ABCD参数[5][8]

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （） |

### 从ABCD参数求解复传播常数和特征阻抗

由式（5）可知，若式（12）的ABCD参数是来自于满足约束（要在文前说明）的MTL，则满足相似对角化关系

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （） |

从而，只要对作特征值分解，就可得到式（2）（3）中的变换矩阵及。然而，由于函数具有周期，由的值只能得到的一支，如主值支，这就是**相位折叠**现象。对于复数，记

复对数函数（主值）

式中正负号的选取使得的实部非负，虚部属于[9]。

值得指出的是，式（13）对的特征值分解不是唯一的：如对于同一组特征值，对应的右特征向量矩阵的每列可以乘以任意复常数；的列也可以任意调整顺序，只要的主对角线元素也相应调整顺序；若有一些相同的特征值，则这些特征值对应的特征向量的任意线性无关的线性组合可以替换中相应的列。

沿用上述记号，由可以求得的的主值

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （） |

我们的目标是要求解的真值，它与的主值相差的整数倍，即

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （） |

其中为待定系数。式（15）中的一经确定，MTL的复传播常数就可由式（3）（13）确定，即

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （） |

由式（5）（6），可导出特征阻抗的计算公式

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （） |

即的值可由和ABCD矩阵的子阵唯一地求解。值得一提的是，上式中的位于函数内，而函数与函数一样具有周期，所以若采用上式求解特征阻抗，则相位折叠现象不会影响计算结果。

至此，有必要对上文公式作以下说明：

（1）上述公式未体现所涉各参数的频率依赖特性

到目前为止，所有公式在不同频率点之间的计算是独立的。因此，就上述公式谈论复传播常数、特征阻抗和RLGC参数的频率依赖特性没有多大意义，除非考虑更多约束条件。例如，从式（8）（15）（17）可以看出，若仅在单个频率点处独立求解，则由ABCD参数出发，不能唯一地确定复传播常数和特征阻抗，从而也不能唯一地确定RLGC参数，故对其频率依赖性的研究也就无从谈起。又如，由于式（13）中满足相似对角化关系的不唯一，所以不加约束地研究的某特定分量对频率的依赖关系同样没有意义。

（2）的合理值应是唯一的

式（15）中的不同取值将导致不同的，最终导致不同的RLGC参数。从这些RLGC参数出发，按本文第2.1节建立的方法重建产生的ABCD参数是相同的[[1]](#footnote-1)。但并非的任意取值都是合理的。一个合理的至少应满足这样的基本约束：在相距充分小的两个频率点处，在该下求解得到的频率依赖RLGC参数、复传播常数、特征阻抗及各种网络参数的差别可任意小。所以，为了得到具有物理意义，从而适用于MTL时域和频域仿真的RLGC参数，我们必须要仔细确定的值，这对于RLGC模型的性能至关重要[10]（建议文末略讲或不要展开。非物理RLGC在某些情况下也可用于仿真[11]，但多数仿真器，包括spice的W-element模型，都不接受。且不利于模型修正）。后文将详细建立其确定方法。

基于上述两点，下文将建立基于不连续点计数的相位解折叠方法和基于Hermitian内积的模式追踪方法，最终目标是建立从S参数提取有物理意义且适用于MTL建模和仿真的频率依赖RLGC模型的完整方法。

### 基于不连续点计数的相位解折叠算法

由上节讨论可知，因为存在相位折叠现象，所以通过式（13）中对作特征值分解得到的特征值，只能求出的主值。为了克服相位折叠现象以还原的主值，本节将建立一种基于不连续点计数的相位解折叠方法，利用该方法可以确定式（15）中的，进而正确提取复传播常数和特征阻抗。

可以这样解释相位折叠现象发生的原因：在由复传播常数和特征阻抗计算ABCD参数的过程中，的相位信息即式（15）中的“丢失”了，体现在计算上就是复双曲函数的周期性。为了恢复相位信息，可以从本身应具有的性质入手。

根据传播常数的物理意义，各特征模式的复传播常数应具有以下性质（要引用些art，例如[12][10]。建议引更经典的，看[2]有没有？）：

性质1

传输线作为无源系统，衰减常数应是非负的。

性质2 是单调递增的连续函数

在双导体传输线中，当传播的波长为，相速为时，传播常数[2]

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （） |

对的线性单调递增。在多导体传输线中，同样是单调增加的连续函数。

性质3 当趋向于0时，也趋向于0

该性质表明，在从S参数提取RLGC参数的过程中，只要起始频率足够低，则应介于之间，从而式（15）中的满足。

现在从上述三个性质入手，建立确定的值的方法。式（14）中的反双曲余弦运算是取其主值支，运算结果的实部为非负，已经满足性质1。注意到的值的虚部介于之间，所以从起始频率出发向高频检测，每检测到的一个跳变点，就在该点处加上的适当整数倍，就能使得满足性质2和性质3。可以将上述分析描述成下列**基于不连续点计数的相位解折叠算法**：

步骤1 按式（14）逐频率点求出。

步骤2 选择一个跳变点判定阈值。对于第个频率点上的第个对角元素，记

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （） |

统计内满足的频率点的个数。规定。

步骤3 令式（15）中的，即

这样得到了的频率依赖的真值，可以期待它满足前述关于各特征模式的复传播常数的性质1至3。

下面以双导体传输线为例，展示基于不连续点计数的相位解折叠算法的效果。对于双导体传输线，其复传播常数为一个标量，即。图1表明，对于标量复传播常数，基于不连续点计数的相位解折叠算法能有效克服相位折叠现象，准确地由式（14）计算得出的的主值恢复出真值。

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| **（a）** | **（b）** |

**图1 基于不连续点计数的相位解折叠算法示例——以双导体传输线为例**

**（a）由式（14）求解得到的复传播常数的主值**

**左子图横坐标为频率（单位：赫兹），纵坐标为衰减常数（单位：奈培/米）；右子图横坐标为频率（单位：赫兹），纵坐标为传播常数与传输线长的乘积（单位：弧度）。可见存在明显的相位折叠现象，其值介于之间。**

**（b）执行相位解折叠算法后得到的复传播常数的真值**

**左子图横坐标为频率（单位：赫兹），纵坐标为衰减常数（单位：奈培/米）；右子图横坐标为频率（单位：赫兹），纵坐标为传播常数（单位：弧度/米）。可见相位折叠现象已被消除，接近一个过原点的线性函数。（检查格式）**

从上述分析可见，至少对于复传播常数为标量的情形而言，基于不连续点计数的相位解折叠算法是高效且易于实现的。然而，对于一般的多导体传输线，为了使算法的输出满足上述关于复传播常数的性质1至3，下列三个条件应当被满足：

条件1 原始S参数[[2]](#footnote-2)的起始频率要足够低

该算法的步骤2假设起始频率上的各的真值介于之间。若起始频率过高，以至于该假设不成立，将导致算法得到的与其真值相差的某整数倍，最终导致非物理的特征阻抗和RLGC参数。

条件2 原始S参数的频率点间隔要足够小

该算法的核心是设定一个阈值来判别不连续点，其依据是不连续点处的值应大于非跳变点处的值。如果原始S参数的频率点过于稀疏，将难以找出一个可以区分连续点与跳变点的阈值，使得算法漏判或多判跳变点。

条件3 各特征模式的特征复传播常数在对角阵中的位置要相对固定

由三个或以上导体组成的传输线具有两个或以上的特征模式，其的对角元素有多个。因为每个在各频率点处的计算相互独立，而式（13）对作特征值分解得到的特征值及对应特征向量的排列顺序可能任意交换，所以在物理上的同一个特征模式对应的复传播常数在不同的频率点处可能位于的不同位置上。然而，算法步骤2的跳变点判别法则总是在的同一位置元素的相邻频率点之间进行，这就导致算法的输出依赖于特定的特征值分解方案。更严重的是，如果的对角元素的顺序在某个的跳变频率点附近多次交换，就可能导致跳变点早判、迟判甚至重复判断的情况。

上述三个条件必须同时满足，才可能保证相位解折叠算法的可靠性。其中条件1和条件2通过制定合理的测量或仿真方案不难满足，现在考虑条件3。对于双导体传输线，因为其复传播常数是标量，所以条件3自动满足；对于有更多导体的传输线，情况就变得复杂了。即便是对于仅有两个特征模式的三导体传输线[[3]](#footnote-3)，如果不作进一步处理，条件3一般不会被满足。

为了进一步说明条件3的重要性，下面以一对差分线为例，说明破坏条件3可造成的严重后果。从图2可以直观地看出，由于和对应的特征模式反复交换，导致相位解折叠算法的步骤2在3.5GHz附近对同一个跳变点重复计数，算法无法正确实现相位解折叠。

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| **（a）** | **（b）** |

**图2 相位解折叠算法在不满足条件（3）的情形下的表现——以三导体传输线为例**

**（a）相位解折叠前的。蓝圈和红圈分别代表和，可见两者多次发生位置交换，所以不满足条件3。**

**（b）执行相位解折叠算法后得到的。可见在3.5GHz附近，由于的跳变点被多计数了两次，导致解折叠后的不满足关于的性质2——是单调递增的连续函数。**

根据上述分析，要保证相位解折叠算法的可靠性，关键在于维持各特征模式的复传播常数在对角阵中位置的相对固定，即所谓**模式追踪**。为了实现这一点，本文受文献[10]启发，建立了基于Hermitian内积的模式追踪方法。

### 基于Hermitian内积的模式追踪方法

首先叙述一个事实。对于任意的复向量，成立复向量形式的Cauchy-Schwarz不等式

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （） |

其中复向量的Hermitian内积定义为[[4]](#footnote-4)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （） |

向量2-范数定义为

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （） |

Cauchy-Schwarz不等式（20）等号成立的充分必要条件是为一个复数。

利用上述事实，下面来导出关于式（16）中复传播常数的特征向量矩阵的一个重要性质[[5]](#footnote-5)。式（16）中对角阵的对角元素是的特征值，也就是第个特征模式的复传播常数。矩阵的列是的特征向量，其中的第列是相应于第个特征值的特征向量，记为。由矩阵理论可知，因为可被相似对角化，所以线性无关。如果在式（13）的特征值分解中对得到的特征向量作归一化，使得每个特征向量的2-范数皆为1，则根据Cauchy-Schwarz不等式（20），在频率点处，的列成立

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （） |

其中。由式（23）可以得到关于的一个重要性质：在任意频率点处，矩阵的主对角线元素都是1，而非主对角元素的模[[6]](#footnote-6)都小于1。

下面来考察相邻频率点和处的性质。根据上述关于的重要性质，如果满足：

（1）的2-范数已归一化为1；

（2）与充分接近；

（3）和的同一列对应物理上的同一个特征模式[[7]](#footnote-7)。

那么矩阵就可以近似等于，因为的元素对于频率应是连续的，充分小的频率变化只会引起矩阵元素的很小的变化。从而，的主对角线元素应接近1，而非对角元素的模也都小于1。

上述分析启发我们，在做式（13）的对的特征值分解时，如果把各特征向量归一化，并且原始S参数的频率点分布不太稀疏，则通过检查的主对角线元素就可以判断：在频率点处，各特征模式对应的在中的排列顺序是否与在频率点处的一致。具体地说，就是在频率点上完成式（13）（14）的计算后，要调整的列的排列顺序，并相应调整的主对角线元素的排列顺序，使得矩阵的对角线元素的模之和最大。

现将上述过程总结成如下算法：

步骤1 在起始频率点处，计算式（13）（14），得到和，其中的各列的向量2-范数要归一化为1。然后令。

步骤2 在频率点处，计算式（13）（14），得到和，其中的各列的向量2-范数要归一化为1。

步骤3 遍历的列的所有排列，共有种。对于每种排列，计算矩阵的主对角线元素的模之和。选择使得的主对角线元素的模之和最大的那种排列作为的最终排列，并相应调整的主对角线元素的排列顺序。

步骤4 如果已是最后一个频率点，则算法结束；否则，把赋值为，回到步骤2。

称上述算法为**基于Hermitian内积的模式追踪方法**。设计该算法的目的是：修正式（13）对ABCD参数的项作特征值分解所带来的不确定性，使得本文第2.3.3节所述的基于不连续点计数的相位解折叠算法可靠性条件3得到满足，从而能有效克服相位折叠现象。

然而，该模式追踪方法尚存在明显的不足。其步骤2需要遍历矩阵的列的所有排列。对于导体传输线，其是一个阶方阵，就需要穷举种排列，而阶乘函数的增长速率是相当惊人的。以8对差分对即导体传输线为例：在每个频率点处，步骤2需要计算次16阶方阵的乘法。很明显，这样的时间复杂度即使对于现代计算机而言都是难以接受的。因此必须寻找一种时间代价更低，且能保持算法准确度的改进方案。为此，我们再从理论上考察特征向量矩阵的各列在相邻频率点和之间的性质。

记是全体中与的Hermitian内积的模最大的那个向量的下标，即满足：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （） |

则只要充分小，就能使得成为的一种排列。原因是：由Cauchy-Schwarz不等式（20）以及线性无关，就有

又因为对是连续的，所以只要充分小，就能保证唯一，且。

在上述结论成立的条件下，容易验证，只要把放置于的第列，就能使得矩阵的主对角线元素的模之和达到最大。这样，无需穷举所有种排列，而只需要求出每个的，就能得到的列的正确顺序。由此，我们得到了如下**改进的基于Hermitian内积的模式追踪方法**：

步骤1 在起始频率点处，计算式（13）（14），得到和，其中的各列的向量2-范数要归一化为1。然后令。

步骤2 在频率点处，计算式（13）（14），得到和，其中的各列的向量2-范数要归一化为1。

步骤3 ~~遍历的列的所有排列，共有种。对于每种排列，计算矩阵的主对角线元素的模之和。选择使得的主对角线元素的模之和最大的那种排列作为的最终排列，并相应调整的主对角线元素的排列顺序。~~

步骤4 如果已是最后一个频率点，则算法结束；否则，把赋值为，回到步骤2。

# 数值验证与可靠性分析

先用全波验证，再用全波数据，以引出可靠性问题。

## 正向验证：S，RLGC，S’

## 反向验证：RLGC，S，RLGC’

## 参照性频域可靠性分析：S，RLGC，S’；S，PowerSI，S’’；/delta S’ ~ /delta S’’

## 可选：参照性时域可靠性分析：S -> RLGC；S -> PowerSI；S -> 直接时域方波（或冲激响应）；三者比较

## 算法时间复杂度：大规模MTL的S参数。无需考虑MTL方程约束，因仅比较时间性能。

## 频率依赖关系的物理解释，可参考[10]

# 改进方法比较

## 特殊频率参数提取：直流，无穷

## 可选：patent[7]的剩余部分，包括传播常数的符号、相位解折叠算法可靠性的先验判别法、

## 谐振问题的处理

### 定经验谐振区间判别法，除谐振区间，再用非谐振区间的首次参数作简单插值

### 取低频RLGC，再spice经验公式外推

### 取低频RLGC，再因果性外推

### 取全频RLGC，MATLAB-smoothdata（PowerSI似乎也是这样）

### 可选：修正S参数（无源／因果／互易，可用ADS），再提取RLGC

参考文献

[1] ZHANG J, KOLEDINTSEVA M Y, DREWNIAK J L等. Extracting R, L, G, C parameters of dispersive planar transmission lines from measured S-parameters using a genetic algorithm[C]//IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility. . DOI:10.1109/isemc.2004.1349861.

[2] POZAR D M. Microwave Engineering, 4th Edition[M]//John Wiley &Sons, Inc. .

[3] PAUL C R. Analysis of multiconductor transmission lines[M/OL]. 2nd ed 版. John Wiley & Sons, Inc., 2007[2020–02–11]. https://www.wiley.com/en-cn/Analysis+of+Multiconductor+Transmission+Lines%2C+2nd+Edition-p-9780470131541.

[4] EISENSTADT W R, EO Y. S-Parameter-Based IC Interconnect Transmission Line Characterization[J]. IEEE Transactions on Components, Hybrids, and Manufacturing Technology, 1992, 15(4): 483–490. DOI:10.1109/33.159877.

[5] SAMPATH M K. On addressing the practical issues in the extraction of RLGC parameters for lossy multiconductor transmission lines using S-parameter models[C]//Electrical Performance of Electronic Packaging, EPEP. . DOI:10.1109/EPEP.2008.4675929.

[6] KIM J H, OH D, KIM W. Accurate characterization of broadband multiconductor transmission lines for high-speed digital systems[J]. IEEE Transactions on Advanced Packaging, 2010, 33(4): 857–867. DOI:10.1109/TADVP.2010.2050204.

[7] SUBRAMANIAN N L, MICHAEL J T. Transmission-line simulators and methods: US8892414B1[P]. 2010–02–26.

[8] REVEYRAND T. Multiport conversions between S, Z, Y, h, ABCD, and T parameters[C]//International Workshop on Integrated Nonlinear Microwave and Millimetre-Wave Circuits, INMMIC 2018 - Proceedings. Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2018. DOI:10.1109/INMMIC.2018.8430023.

[9] 佚名. sinh, cosh, tanh, asinh, acosh, atanh[EB/OL]([日期不详])[2020–04–30]. https://franz.com/support/documentation/ansicl.94/dictentr/sinhcosh.htm.

[10] BRAUNISCH H, GRABINSKI H. Time-domain simulation of large lossy interconnect systems on conducting substrates[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, 1998, 45(9): 909–918. DOI:10.1109/81.721257.

[11] KIM W, SWAMINATHAN M. Validity of non-physical RLGC models for simulating lossy transmission lines[C]//IEEE Antennas and Propagation Society, AP-S International Symposium (Digest). . DOI:10.1109/aps.2002.1018327.

[12] CHU Y, YU J Z, QIAN Z. Robust and efficient RLGC extraction for transmission line structures with periodic three-dimensional geometries[C]//2015 IEEE Symposium on Electromagnetic Compatibility and Signal Integrity, EMCSI 2015. Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2015: 203–208. DOI:10.1109/EMCSI.2015.7107686.

1. 自然，Y参数，Z参数，S参数等其他网络参数也相同。 [↑](#footnote-ref-1)
2. 也可以是Y参数，Z参数，ABCD参数等其他网络参数，因为这些参数之间可以相互转换。 [↑](#footnote-ref-2)
3. 在各类微波器件中广泛使用的差分传输线就是一种三导体传输线结构。 [↑](#footnote-ref-3)
4. 式中上标H表示取向量或矩阵的复共轭转置，表示取复数的共轭。 [↑](#footnote-ref-4)
5. 也就是式（13）中的特征向量矩阵。 [↑](#footnote-ref-5)
6. 复数的模定义为。 [↑](#footnote-ref-6)
7. 此时，各特征模式的复传播常数在对角阵中的排列方式在和这两个频率点处一致，即2.3.3节所述的条件3成立。 [↑](#footnote-ref-7)