

## SFERE E CIRCONFERENZE.

**ESERCIZIO 1** Tra le seguenti equazioni, dire quali rappresentano una sfera e, in caso affermativo, calcolarne centro e raggio.

1.  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y - 6z + 10 = 0$ ;
2.  $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz - 6zx + 10 = 0$ ;
3.  $x^2 + y^2 + z^2 - 2z + 10 = 0$ ;
4.  $x^2 + y^2 = 1$ .

### ESERCIZIO 2

1. Scrivere l'equazione di una sfera che abbia centro in  $C(2, 0, -1)$  e raggio  $R = 3$ . Determinare poi l'equazione del piano tangente ad essa nel punto  $(1, 2, 1)$ .
2. Scrivere l'equazione di una sfera con centro  $(0, -1, 0)$  e passante per  $A(1, 2, 3)$ .

**ESERCIZIO 3** Scrivere le equazioni della sfera di raggio  $R = 2$ , tangente al piano  $x + y - z = 0$  nel punto  $(1, 1, 2)$ .

**ESERCIZIO 4** T.E. Siano dati in  $S_3$  il piano  $\pi : x + y - z - 1 = 0$  e la sfera  $S : x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z = 0$ .

1. Calcolare il centro e il raggio di  $S$ .
2. Calcolare il centro e il raggio della circonferenza  $S \cap \pi$ .
3. Calcolare la sfera di raggio minimo che contiene la circonferenza (quante sono?)
4. Posto  $\pi_h : x + y - z + h = 0$ , trovare i valori di  $h \in \mathbb{R}$  per i quali  $\pi_h$  risulta tangente a  $S$ .

**ESERCIZIO 5** Siano date le sfere di equazione

$$S : x^2 + y^2 + z^2 = 9 \quad S' : (x - 1)^2 + y^2 + z^2 = h$$

Determinare, al variare di  $h$  in  $\mathbb{R}$ , la posizione reciproca delle due sfere.

**ESERCIZIO 6** Sia data in  $S_3$  la circonferenza  $\gamma$  di equazioni:

$$\begin{cases} x - y + 2z &= 2 \\ (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + z^2 &= 1 \end{cases}$$

1. Determinare la retta tangente alla circonferenza nel punto  $(1, 1, 1)$ .
2. Determinare le sfere passanti per  $(0, 0, 0)$  che contengono  $\gamma$ . (*Utilizzare il fascio di sfere*).
3. Determinare le sfere di raggio 3 che contengono  $\gamma$ . (*Quante sono?*)
4. Determinare le sfere di raggio minimo che contengono  $\gamma$ . (*Quante sono?*)

### **ESERCIZIO 7 QUIZ**

Q1. Nello spazio sia data la sfera  $\mathcal{S}$  di equazione:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y + 2z = 0.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

1. Il centro di  $\mathcal{S}$  è  $(2, 1, 1)$ .
2. Il centro di  $\mathcal{S}$  ha distanza 1 dal punto  $(0, 0, -2)$ .
3.  $\mathcal{S}$  è tangente al piano  $z = 0$ .
4.  $(0, 0, -2) \in \mathcal{S}$ .