

# Interpolacja wielomianowa - projekt

Natalia Wojtania i Grzegorz Chojnacki

17 listopada 2020

## 1 Zadanie

### 1.1 Tytuł

Tytuł zadania to "Dwutlenek węgla".

### 1.2 Treść

Program, który oszacuje tempo przyrostu dwutlenku węgla w atmosferze Ziemi. Węzły mają przedstawiać ilość wyemitowanego do atmosfery  $CO_2$  w ciągu roku lub w innym przedziale czasowym.

### 1.3 Metoda

W programie należy wykorzystać metodę Newtona.

#### 1.3.1 Opis metody

Mając zadany układ punktów  $\{(x_j, y_j), j = 0, 1, 2, 3, \dots, n\}$ , gdzie  $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$  są węzłami interpolacyjnymi, a  $y_0, y_1, \dots, y_n$  wartościami, poszukujemy wielomianu interpolacyjnego  $P \in \Pi_n$  spełniającego warunki  $P(x_i) = y_i, i = 0, 1, 2, \dots, n$  w postaci :

$$P(x) = b_0 + b_1(x - x_0) + b_2(x - x_0)(x - x_1) + \dots + b_n(x - x_0) \cdot \dots \cdot (x - x_{n-1}).$$

Z wyżej wymienionych warunków otrzymamy układ z niewiadomymi  $b_0, b_1, \dots, b_n$ . Z pierwszego równania  $P(x_0) = y_0 = b_0$ , następnie  $P(x_1) = y_1 = b_0 + b_1(x - x_0)$ , stąd  $b_1 = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$  itd.

### 1.3.2 Przykład

$x_i$	0	2	3
$y_i$	1	11	19

$$P(x) = b_0 + b_1(x - 0) + b_2(x - 0)(x - 2)$$

Z warunku  $P(0) = 1$  mamy  $b_0 = 1$ , z  $P(2) = 11$  mamy  $b_1 = 5$ , z  $P(3) = 19$  mamy  $b_2 = 1$ .

Stąd  $P(x) = 1 + 5(x - 0) + 1(x - 0)(x - 2) = x^2 + 3x + 1$ .

## 2 Opis implementacji algorytmu

Implementacja realizująca metodę Newtona.

### 2.1 Dane wejściowe

Na wejściu program pobiera od użytkownika wartości punktów  $P_j(x, y)$ ,  $j = 0, 1, 2, \dots, n$ , gdzie 'Rok pomiarów' to  $x$ , a 'Przyrost  $CO_2$  [t]' to  $y$ . Realizacja wprowadzenia danych możliwa jest na dwa sposoby. Poprzez bezpośrednie wpisanie wartości lub zaimportowanie danych z pliku JSON.

### 2.2 Struktury danych

Każdy wielomian to lista współczynników, gdzie poszczególne indeksy odpowiadają potęgą  $x$  przy danym współczynniku. Zerowy element obrazuje  $x^0$  ( $x$  do potęgi zerowej), pierwszy element odpowiada  $x^1$  itd.

**PRZYKŁAD :**  $[2, -1, 2, -2]$  oznacza  $-2x^3 + 2x^2 - x + 2$ .

Program korzysta ze struktury klasy Polynomial, która wspiera operacje:

- Dodawanie: Przewidziane dla wyrazów wolnych jak i wielomianów. Odpowiednie elementy list obu wielomianów są dodawane.

**PRZYKŁAD :**  $[0, 0, 3] + [1, 2, 0, 4] = [1, 2, 3, 4]$   
oznacza  $3x^2 + 4x^3 + 2x + 1 = 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$

- Mnożenie: Podczas mnożenia razy  $x^n$  ( $x$  do potęgi  $n$ -tej) każdy wykładnik jest podnoszony o potęgę  $n$ , a lista przesuwa się o  $n$  miejsc. W przypadku mnożenia wielomianu razy wielomian, drugi wielomian mnożymy przez każdy składnik pierwszego i sumujemy.

**PRZYKŁAD :**  $[3, 3] \cdot [-3, 3] = [-9, 0, 9]$   
oznacza  $(3x + 3)(3x - 3) = 9x^2 - 9$

- Wyliczanie wartości w punkcie: Za pomocą metody Hornera.

## 2.3 Funkcje pomocnicze

W programie wykorzystywane są takie funkcje jak:

1. map: transformacja każdego elementu danej listy
2. reduce: sprowadzenie listy do pojedynczej wartości, przy pomocy funkcji działającej na kolejnych elementach danej listy
3. filter: filtrowanie danych w liście, spełniających określony warunek

## 2.4 Przebieg działania

Program wyświetla komunikat: 'Wprowadź listę punktów poniżej'. Jeśli zostały wprowadzone prawidłowe dane, to na bieżąco wyświetlany jest odpowiedni wielomian. Próba ręcznego wprowadzenia nieprawidłowych danych, które weryfikowane są w programie poprzez funkcję `getPoints()` skutkuje brakiem wyświetlenia wielomianu. Podobnie dzieje się w sytuacji pozostawienia pustego pola. NADPISYWANIE X?????

Dane dostarczone z pliku JSON program sprawdza poprzez funkcję `parsePoints()` oraz wyświetla komunikat "Błąd wczytywania pliku" w przypadku niepowodzenia.

Następnie funkcja `recalculate()` zajmuje się przekazaniem punktów, w celu dalszego rachunku, a także wyświetleniem wyniku.

Funkcja `getPolynomial()` klasy `NewtonEvaluator` zwraca wielomian, licząc wcześniej niewiadome  $b_0, b_1, \dots$ ; mając tylko jeden punkt zwracana jest od razu wartość  $y$ . W przeciwnym wypadku zwracany jest wyliczony wielomian. Tworzona jest tablica z niewiadomymi  $b_0, b_1, \dots, b_n$ . Później liczona jest grupa

W najbardziej kluczowych przypadkach wykorzystywane jest programowanie dynamiczne.

Wynikiem działania programu jest wielomian interpolacyjny obrazujący oszacowanie tempa przyrostu dwutlenku węgla.