Algorytmy heurystyczne
Dokumentacja końcowa

Ireneusz Wróbel, Grzegorz Nowacki

1. **Temat**
   Traveling santa problem

2. **Treść zadania**
   Mikołaj potrzebuje pomocy w wyborze trasy po której dostarcza prezenty. Każdego roku musi odwiedzić każde dziecko z listy. Nasze zadanie nie jest dokładnie takie samo jak znany problem komiwojażera. Każdego roku ścieżka musi być inna.
   Uszczegóławiając nasze zadanie polega konkretnie na znalezieniu dwóch krawędziami rozłącznych ścieżek, które są możliwie najkrótsze. Jeśli jedna ze ścieżek zawiera krawędź od A do B to druga nie może zawierać ani krawędzi od A do B ani od B do A. Za wynik naszego zadania przyjmujemy długość dłuższej ze ścieżek.

3. **Przyjęte założenia**
   - ograniczenie liczby punktów, które bierzemy pod uwagę w celu skrócenia czasu obliczeń do 10% całości - punkty zostaną wylosowane ze zbioru wszystkich punktów
   - punkt początkowy oraz punkt końcowy ścieżki może być losowy
   - punkt końcowy nie musi być taki sam jak punkt początkowy
   - znalezione ścieżki zostaną przedstawione jak w przykładowym pliku umieszczonym na stronie kaggle - plik CSV zawierający 2 kolumny odpowiadające dwóm ścieżkom a kolejne wiersze zawierają ID kolejnych odwiedzonych punktów w ścieżce

4. Dane wejściowe

santa_cities.csv - zawiera zbiór 150000 punktów. Każdy wiersz oznacza 1 punkt. W pierwszej kolumnie znajduje się identyfikator punktu, w dwóch kolejnych kolumnach są współrzędne x i y.

id	x	y
0	4360	6178
1	10906	14956
2	5071	8963
3	13853	4105
4	18885	3168
...	...	...
149999	9141	13286

5. Zastosowane algorytmy

5.1. Algorytm najbliższego sąsiada z tabu

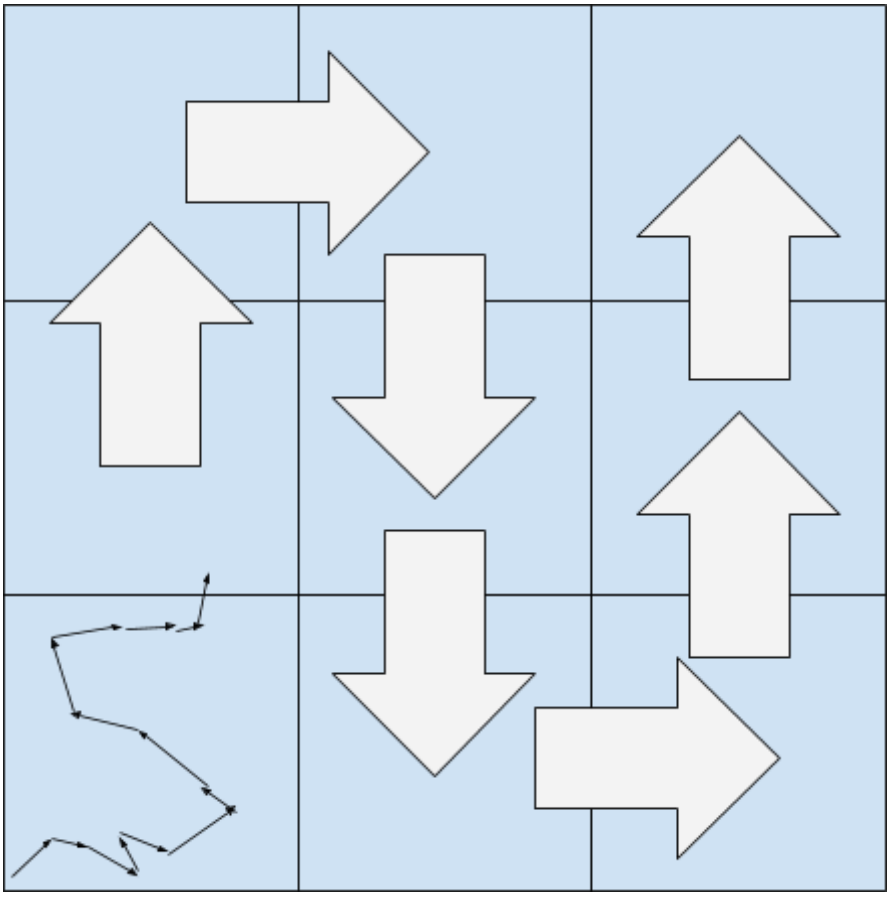
- Wylosowanie punktu początkowego pierwszej ścieżki. Oznaczenie go jako roboczego.
- W pętli dopóki pierwsza ścieżka nie składa się ze wszystkich punktów:
    - Wybranie sąsiada punktu roboczego, który znajduje się najbliżej. Dodanie go do ścieżki pierwszej i oznaczenie jako roboczy. Dodanie do listy tabu krawędzi od poprzedniego punktu roboczego do aktualnego.
- Wylosowanie punktu początkowego drugiej ścieżki. Oznaczenie go jako roboczy.
- W pętli dopóki druga ścieżka nie składa się ze wszystkich punktów:

- Wybranie sąsiada punktu roboczego, który znajduje się najbliżej oraz droga z aktualnego punktu roboczego do niego nie znajduje się w liście tabu. Dodanie tego punktu do ścieżki drugiej oraz oznaczenie jako roboczy.

5.2. Lokalne poprawki ścieżek wygenerowanych przez algorytm najbliższego sąsiada

5.2.1. Podział zbioru punktów na płaszczyźnie na mniejsze fragmenty

Cały zbiór punktów na płaszczyźnie umieszczamy w kwadracie, który następnie dzielimy na mniejsze kwadraty. W każdym z nich wyznaczamy ścieżkę przy użyciu algorytmu opisanego powyżej. Jako punkty początku i końca ścieżek w każdym podkwadracie wybieramy punkty znajdujące się blisko wierzchołków. Następnie łączymy wyznaczone ścieżki poprzez te skrajne punkty.



5.2.2 Lokalne sprawdzanie wszystkich permutacji na określonym zbiorze punktów

Dla obu ścieżek stworzonych przez algorytm najbliższego sąsiada dzielimy wykonujemy iterację po fragmentach ścieżki zawierających *n* punktów. Wyszukujemy takich elementów przestrzeni przeszukiwań, które mają najmniejszą wartość funkcji celu.
Z powodu dużej liczby możliwych permutacji wybierane fragmenty ścieżki będą maksymalnie długości około 10 punktów. Punkt początkowy oraz końcowy fragmentu ścieżki nie będzie podlegał permutacji.

Przestrzeń przeszukiwań

Wszystkie możliwe permutacje n punktów z fragmentu ścieżki z wyłączeniem takich permutacji, które będą miały na sąsiadujących pozycjach punkty, które są elementami jakiejkolwiek krawędzi z drugiej ścieżki.

Funkcja celu

Funkcją celu jest długość ścieżki, która składa się z krawędzi pomiędzy kolejnymi sąsiadującymi punktami w permutacji czyli elemencie przestrzeni przeszukiwań.

$$f(z)=f(p_0,p_1,\ldots,p_n)=\sum_{i=0}^{n-1} d(p_i,p_{i+1})=\sum_{i=0}^{n-1}\sqrt{(x_i-x_{i+1})^2+(y_i-y_{i+1})^2}$$

gdzie:

z - punkt w przestrzeni przeszukiwań
p_0, p_1, ... , p_n - punkty z permutacji
n - liczba punktów w permutacji
x, y - współrzędne punktu

6. Pomiary i analiza wyników

Ze względu na czasochłonność obliczeń dla całego zbioru 150000 punktów postanowiliśmy przeprowadzić testy na ograniczonej liczbie punktów. Pomiary zostały przeprowadzone na 5%, 10% i 20% całego zbioru (tj. 7500, 15000 i 30000 punktów).
W algorytmie wykorzystującym permutacje, również z powodu czasochłonności obliczeń, ograniczyliśmy długość permutowanego fragmentu do 10.

7500 punktów

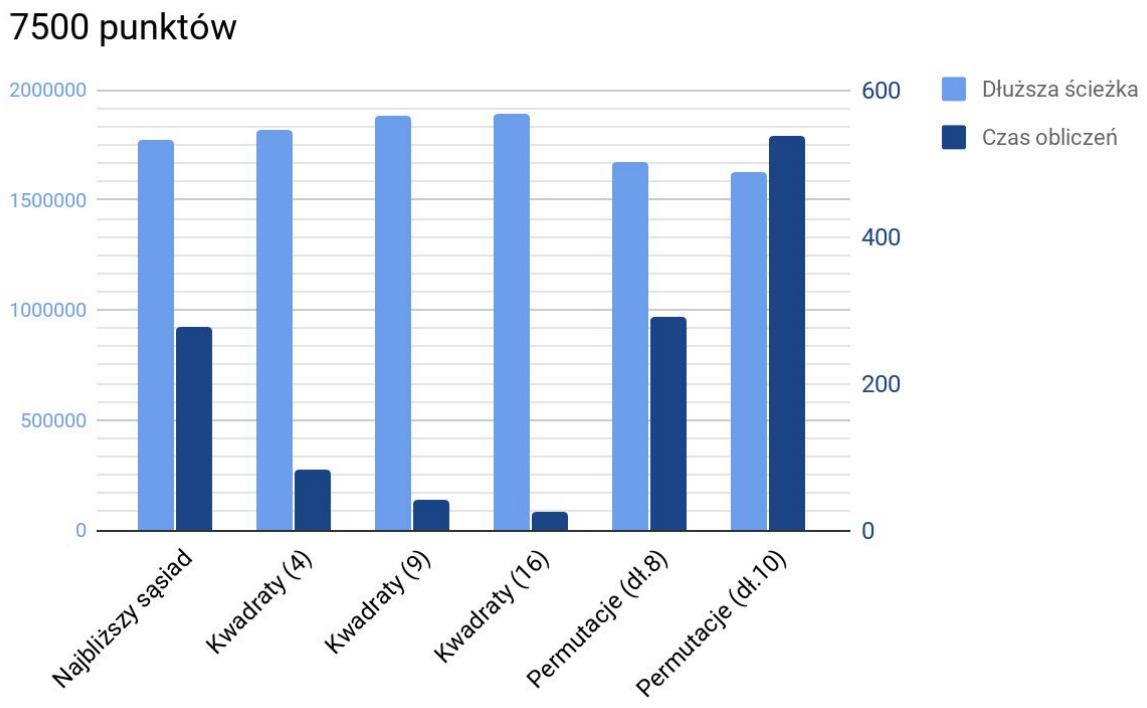
Algorytm	Długość ścieżki 1.	Długość ścieżki 2.	Czas obliczeń [s]
Najbliższego sąsiada	1,291,337	1,775,806	276
Podział na kwadraty (4)	1,343,511	1,822,160	83
Podział na kwadraty (9)	1,382,976	1,885,921	41
Podział na kwadraty (16)	1,393,946	1,891,164	25
Permutacje (dł. 8)	1,283,794	1,668,771	291
Permutacje (dł. 10)	1,276,545	1,624,090	537

15000 punktów

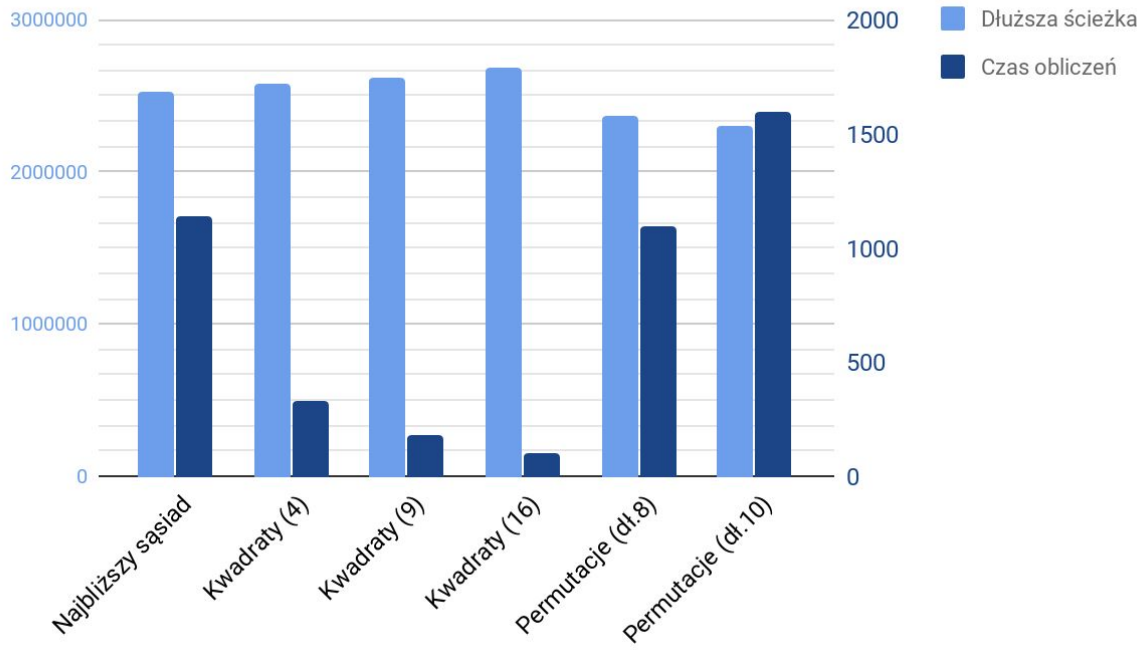
Algorytm	Długość ścieżki 1.	Długość ścieżki 2.	Czas obliczeń [s]
Najbliższego sąsiada	1,837,303	2,524,555	1135
Podział na kwadraty (4)	1,901,695	2,578,740	328
Podział na kwadraty (9)	1,925,609	2,621,011	179
Podział na kwadraty (16)	1,955,350	2,684,890	102
Permutacje (dł. 8)	1,836,577	2,371,962	1095
Permutacje (dł. 10)	1,835,243	2,302,222	1594

30000 punktów

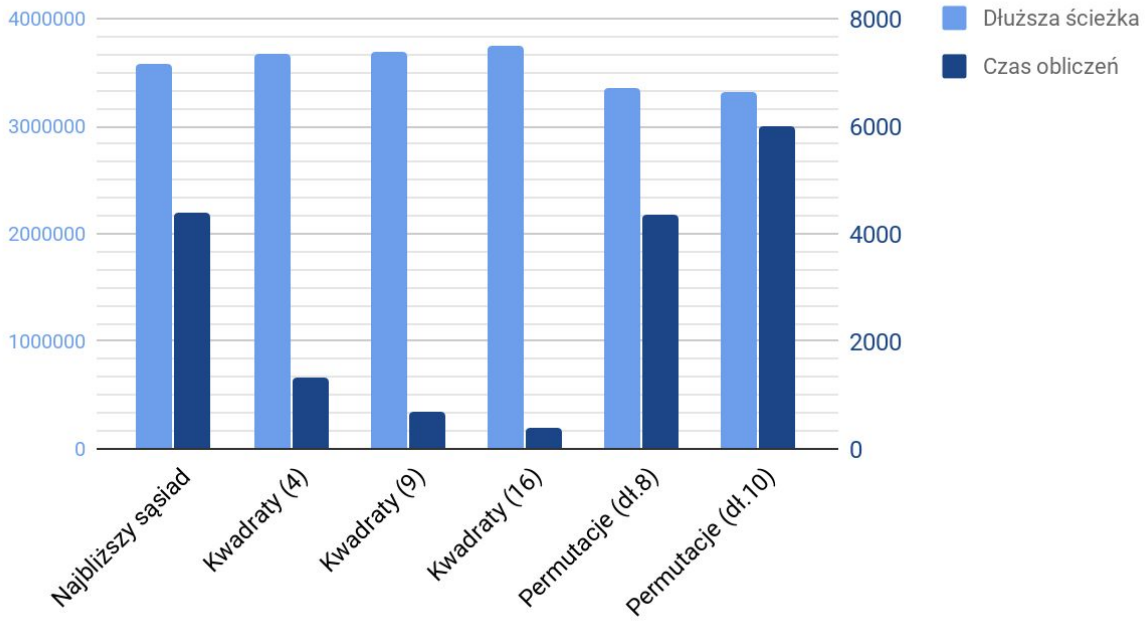
Algorytm	Długość ścieżki 1.	Długość ścieżki 2.	Czas obliczeń [s]
Najbliższego sąsiada	2,683,231	3,574,681	4391
Podział na kwadraty (4)	2,741,080	3,674,075	1318
Podział na kwadraty (9)	2,757,650	3,691,133	694
Podział na kwadraty (16)	2,801,247	3,751,652	406
Permutacje (dł. 8)	2,628,787	3,350,077	4367
Permutacje (dł. 10)	2,622,313	3,328,352	6015



15000 punktów



30000 punktów



Najlepsze wyniki zostały osiągnięte przy wykorzystaniu algorytmu najbliższego sąsiada z późniejszym, lokalnym poprawianiem ścieżek poprzez permutacje. Przy czym im dłuższe były fragmenty ścieżek brane w okno permutacji, tym wynikowa długość całej ścieżki była mniejsza. Wynika to z faktu, że pierwszy i ostatni punkt w danym fragmencie nie

ulega permutacji, a więc gdy jest stosunkowo mało fragmentów, które permutujemy to jest jest mniej punktów, które nie są brane pod uwagę w procesie permutacji. To zjawisko mogłoby być rozwiązane poprzez nakładanie się kolejnych, sąsiadujących fragmentów ścieżki branych pod uwagę w permutacjach.

Wraz z permutowanie dłuższych fragmentów zwiększa się diametralnie czas obliczeń. Jest to spowodowane dużą przestrzenią przeszukiwań.

Jeżeli chcemy osiągnąć jak najkrótsze ścieżki wynikowe i nie ogranicza nas czas obliczeń to spośród przedstawionych algorytmów najlepszym wyborem jest algorytm najbliższego sąsiada z późniejszym, lokalnym poprawianiem ścieżek poprzez permutacje.

Jeżeli chcemy ograniczyć czas obliczenia wynikowych ścieżek to lepszym wyborem jest podstawowy algorytm najbliższego sąsiada lub wersja tego algorytmu z podziałem na podzadania (mniejsze obszary).

Podział punktów na mniejsze obszary pozwala na skrócenie czasu potrzebnego do wyszukiwania najbliższego sąsiada, ponieważ algorytm operuje wtedy na mniejszy zbiorach danych. Wiąże się to niestety z nieco gorszymi długościami wynikowych ścieżek, ponieważ połączenie pomiędzy ostatnim punktem ścieżki z jednego obszaru, a pierwszym punktem ścieżki z kolejnego obszaru, mogą tworzyć dodatkowy narzut w długości ostatecznej drogi. Narzut ten zwiększa się wraz ze wzrostem ilości podobszarów na które dzielimy cały wejściowy obszar punktów.

Podstawowy algorytm najbliższego sąsiada nie ma natomiast tego narzutu, ale w związku z operowaniem na zbiorze wszystkich punktów, czas wykonania jest dłuższy.

7. Implementacja

Projekt został podzielony na 6 modułów.

- **algorithms** - zawierający implementację głównych algorytmów wykorzystywanych w obliczeniach
    - **nearest_neigbour_alg_for_first_path**
    - **nearest_neigbour_alg_for_second_path**
    - **permutations_fix_for_first_path**
    - **permutations_fix_for_second_path**
    - **square_fix_for_first_path**
    - **square_fix_for_second_path**
- **algorithms_utils** - zawierający pomocnicze funkcje wykorzystywane przez główne algorytmy
- **utils** - zawierający pomocnicze funkcje, które nie są powiązane z algorytmami takie jak wczytywanie danych itp
- Moduły odpowiedzialne za wywołanie algorytmów, stworzenie wyjściowych zbiorów, przedstawienie wyników i pomiary czasów
    - **main_nearest_neighbour**
    - **main_permutations**
    - **main_squares**
- **config** - moduł zawierający zmienne konfiguracyjne