

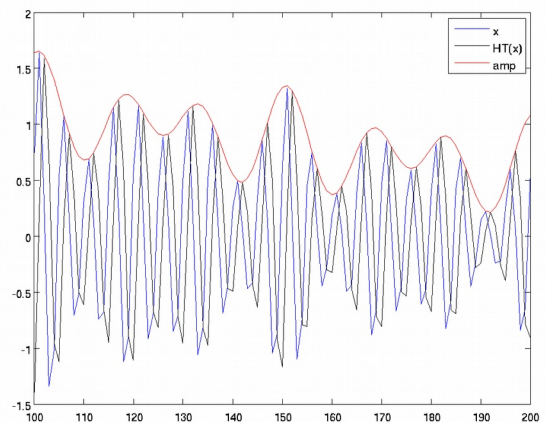
1. Filtr Hilberta, demodulacja AM (1+0.25 pkt)

Zarejestrowano sygnał sinusoidalny x , zmodulowany amplitudowo, o następujących parametrach: czas trwania $t=1$ s, częstotliwość próbkowania $f_s=1000$ Hz, częstotliwość nośna $f_c=200$ Hz. Sygnałem modulującym amplitudę była suma trzech sygnałów sinusoidalnych i stałej wyrażona zależnością:

$$m(t) = 1 + A_1 \cos(2\pi f_1 t) + A_2 \cos(2\pi f_2 t) + A_3 \cos(2\pi f_3 t)$$

Wyznacz parametry $A_1, A_2, A_3, f_1, f_2, f_3$. Sygnał x do analizy znajduje się w pliku `lab08_am.mat`. Wybierz numer realizacji sygnału, odpowiadającej przedostatniej cyfrze Twojej legitymacji studenckiej.

Wskazówki: Na rysunku przedstawiono sygnał x oraz jego transformację Hilberta $HT(x)$ (wyjście z filtru Hilberta, będącego przesuwnikiem fazowym o $-\pi/2$ radianów). Wykorzystując oba sygnały wyznaczono obwiednię sygnału x (czerwona linia), która jest właśnie sygnałem modulującym $m(t)$, czyli dokonano demodulacji AM. Obwiednia to pierwiastek z sumy kwadratów sygnałów x i jego transformacji Hilberta $HT(x)$. Sygnał x i $HT(x)$ muszą być odpowiednio zsynchronizowane, patrz str. 353 w [TZ]. Dokonując analizy częstotliwościowej sygnału obwiedni można w łatwy sposób wyznaczyć parametry tego sygnału.



Transformację Hilberta wykonaj za pomocą filtru FIR. Użycie funkcji `hilbert(...)`¹ lub podobnej oznacza utratę 0.5 pkt. W tym celu musisz wyznaczyć odpowiedź impulsową tego filtru. Rozważ użycie „okna” do poprawy charakterystyki filtru. Patrz rys. 12.18 na str. 343 w [TZ].

Opcjonalnie (+0.25 pkt) Na końcu, znając parametry sygnału $m(t)$ oraz parametry modulacji, odtwórz próbki sygnału x i porównaj je z wczytanymi z pliku.

2. Filtr Hilberta, modulacja AM (2+0.5 pkt)

Poniżej przedstawiono 3 zależności opisujące różne typy modulacji AM (DSB - Double Side Band, SSB - Single Side Band, C - Carrier oraz SC - Suppressed Carrier).

$$y_{DSB-C}(t) = (1 + x(t)) \cos(2\pi f_c t) \quad (\text{DSB-C})$$

$$y_{DSB-SC}(t) = x(t) \cos(2\pi f_c t) \quad (\text{DSB-SC})$$

$$y_{SSB-SC}(t) = 0.5 x(t) \cos(2\pi f_c t) \pm 0.5 x_H(t) \sin(2\pi f_c t) \quad (\text{SSB-SC})$$

gdzie $y(t)$ to sygnał radiowy o częstotliwości nośnej f_c , $x(t)$ to sygnał modulujący, a $x_H(t)$ jest wynikiem transformacji Hilberta sygnału $x(t)$. Wykorzystaj zaprojektowany filtr Hilberta, nie używaj funkcji `hilbert(...)` lub podobnej z Matlab. Modulacja SSB-SC jest w dwóch wariantach: ze wstęgą boczną po lewej oraz prawej stronie częstotliwości nośnej, odpowiednio dla znaku „+” oraz „-” we wzorze. W wersji cyfrowej, częstotliwość próbkowania sygnału radiowego $y_{\text{xxx}}(t)$ wynosi f_s .

Wygeneruj 3 sygnały radiowe, w każdym po dwie stacje, modulowane AM, dla każdego sygnału radiowego użyj innej modulacji. Parametry sygnału:

- częstotliwość próbkowania sygnału radiowego $f_s = 400$ kHz,
- częstotliwość nośna pierwszej stacji $f_{c1} = 100$ kHz (sygnał $x_1(n)$ to `mowa8000.wav`),
- częstotliwość nośna drugiej stacji $f_{c2} = 110$ kHz (sygnał $x_2(n)$ to nagranie `mowa8000.wav` puszczone od tyłu),

1 funkcja `hilbert(...)` zwraca sygnał analityczny tj. zespolony, w którym część rzeczywista to analizowany sygnał, a część urojona to sygnał przefiltrowany filtrem Hilberta (przesunięty w fazie)

- głębokość modulacji dla obu stacji $dA = 0.25$.

Stacje dla modulacji SSB-SC powinny być w różnych wersjach (jedna z widmem po prawej stronie nośnej, druga po lewej stronie nośnej).

Uwaga: w celu uzyskania poprawnej modulacji AM za pomocą powyższych zależności, sygnał modulujący $x(t)$ musi zostać odpowiednio nadpróbkowany: jeżeli częstotliwość próbkowania tego sygnału wynosi f_{sx} a częstotliwość próbkowania sygnału wyjściowego $y_{xxx}(t)$ jest równa f_s , to sygnał modulujący należy nadpróbkować f_s/f_{sx} razy.

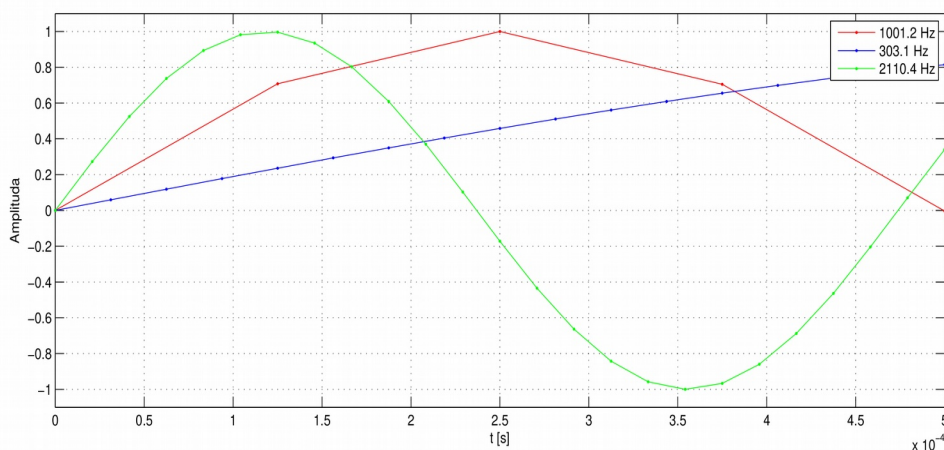
Opcjonalnie (+0.25 pkt): wykonaj demodulację wszystkich 3 transmisji (każda zawiera dwie stacje więc otrzymasz 6 sygnałów audio). Sprawdź jakość transmisji. Nie zapomnij odwrócić próbek dźwiękowych z częstotliwości f_{c2} . Demodulację wykonaj podobnie jak w ćwiczeniu 1a, tzn. z wykorzystaniem filtru Hilberta.

Opcjonalnie (+0.25 pkt): sprawdź czy da się umieścić dwie stacje na jednej częstotliwości nośnej za pomocą modulacji SSB-SC (wykonaj modulację i demodulację).

3. Filtr interpolatora i decymatora cyfrowego, mikser audio (2+0.5 pkt)

Na poniższym rysunku przedstawiono fragmenty trzech sygnałów sinusoidalnych x_1 , x_2 oraz x_3 o następujących parametrach:

- x_1 : $f_1=1001.2$ Hz, $f_{s1}= 8000$ Hz, $t=1$ s
- x_2 : $f_2= 303.1$ Hz, $f_{s2}=32000$ Hz, $t=1$ s
- x_3 : $f_3=2110.4$ Hz, $f_{s3}=48000$ Hz, $t=1$ s



Częstotliwości próbkowania wszystkich sygnałów są typowe dla nagrań audio. Zakładając, że wszystkie 3 nagrania muszą być równocześnie odtworzone przez kartę dźwiękową, to należy je „połączyć”, tak aby uzyskać jeden sygnał będący sumą trzech składowych: $x_4 = x_1 + x_2 + x_3$. W tym celu wymagana jest zmiana częstotliwości próbkowania wszystkich sygnałów do jednej f_{s3} . Otrzymany sygnał porównaj z analitycznie wygenerowanym (oczekiwanym) sygnałem $\bar{x}_4(n)$:

$$\bar{x}_4(n) = \sin(2\pi f_1 t) + \sin(2\pi f_2 t) + \sin(2\pi f_3 t) \quad , \text{ gdzie } t=0, d_{t4}, 2d_{t4}, \dots, 1-d_{t4} \text{ oraz } d_{t4}=1/f_{s3}$$

Jednym ze sposobów sumowania sygnałów cyfrowych o różnych częstotliwościach próbkowania jest ich nadpróbkowanie w celu uzyskania wspólnej częstotliwości próbkowania, a następnie wykonanie decymacja do docelowej częstotliwości jeżeli jest to potrzebne.

W związku z tym wykonaj:

- nadpróbkowanie sygnałów (wstawienie m zer pomiędzy każde dwie próbki sygnału oryginalnego, ang. *upsampling*),
- interpolację za pomocą filtru interpolującego, mającego na celu wygładzenie sygnału,
- zastosowanie filtru decymującego², który można traktować jak filtr antyaliasingowy wymagany przed repróbkowaniem sygnału,
- decymację (wybranie co n -tej próbki)

2 filtr antyaliasingowy jest niezbędny gdy repróbowanie spowoduje obniżenie częstotliwości próbkowania oryginalnego sygnału. W omawianym przypadku nie nastąpi taka sytuacja.

- Wybierz optymalny sposób łączenia tych sygnałów wymagający wykonania najmniejszej liczby próbek.

Odsłuchaj (na słuchawkach) wygenerowany sygnał x_4 . Jeżeli próbkowanie zostało błędnie wykonane, będą słyszalne zniekształcenia (stuknięcia, kliknięcia, etc...).

Następnie zmiksuj cyfrowo dwa sygnały rzeczywiste: użyj plików `x1.wav` i `x2.wav`, wykonaj próbkowanie do częstotliwości 48000 Hz.

Opcjonalnie: (+0.25 pkt) wykonaj miksowanie sygnałów z plików `x1.wav` i `x2.wav` do częstotliwości CD-Audio.

Dodatkowo wykonaj miksowanie $x_4 = x_1 + x_2 + x_3$ sygnałów syntetycznych do częstotliwości $f_{s4}=48000$ Hz następującymi metodami:

- interpolacją liniową (lab04, TOWNiT),
- rekonstrukcją sygnału metodą splotu z $\sin(x)/x$ (lab01 CPS).

Opcjonalnie: (+0.25 pkt) sprawdź, jakich metod próbkowania używa się w rzeczywistych, softwarowych mikserach dźwięku. Zaimplementuj jedną z nich (nieoczywistą) i porównaj jej jakość z metodami użytymi poprzednio przez Ciebie. Przykłady znajdziesz między innymi w dokumentacji do PulseAudio (Linux).

4. Filtr różniczkujący, dekodowanie FM (opcjonalnie +1 pkt)

W pliku `lab08_fm.mat` znajdują się próbki sygnału radia FM, w którym zakodowano plik dźwiękowy `mowa8000.wav`. W celu przyspieszenia obliczeń, częstotliwość nośną ustawiono na $f_c=200$ kHz, natomiast sygnał radiowy spróbkowano częstotliwością $f_s=2$ MHz.

Sygnał modulowany częstotliwościowo ma następującą postać (patrz plik „Radio FM równania” ze strony przedmiotu CPS lub program 22.7 ze strony 886-889 z [PWN-2014]):

$$x_{FM_UP}(t) = \cos\left(2\pi f_c t + 2\pi K \int_0^t x(t) dt\right) = \cos(2\pi f_c t + \phi(t)) \quad (1)$$

Demodulację takiego sygnału można wykonać na kilka sposobów.

Pierwszy sposób, którym się obecnie nie zajmujemy, został zastosowany w lab 06 i 07: obliczenie składowych $I(n)$ oraz $Q(n)$ sygnału (1):

$$I(n) = A/D \left[\text{LowPass}\left(x_{FM_UP}(t) \cos(2\pi f_c t)\right) \right] \quad (2)$$

$$Q(n) = A/D \left[\text{LowPass}\left(-x_{FM_UP}(t) \sin(2\pi f_c t)\right) \right] \quad (3)$$

oraz zastosowanie wzorów:

$$y(n) = I(n) + j * Q(n) \quad (4)$$

$$x(n) = 1/2\pi * \arctg(y(n) * \text{conj}(y(n-1))) \quad (5)$$

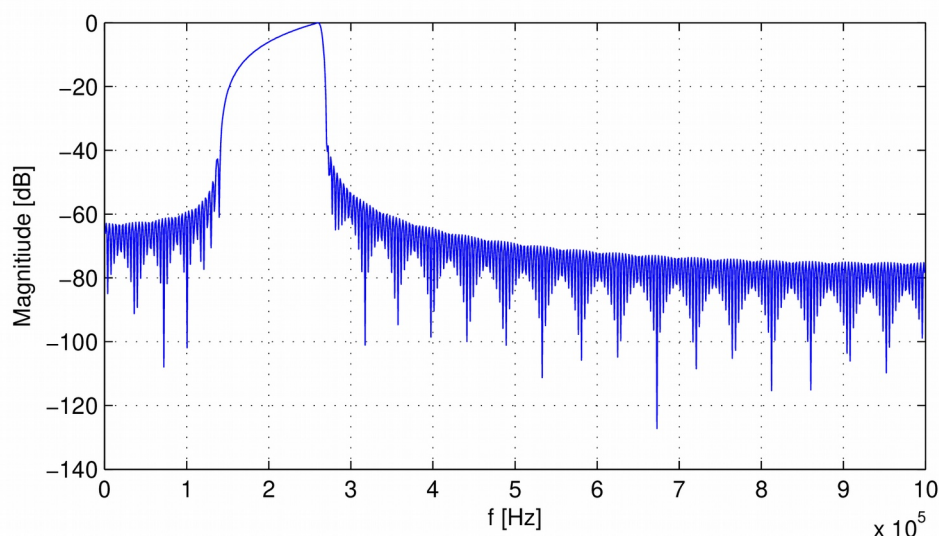
Drugi sposób. Po zróżniczkowaniu (1) otrzymujemy:

$$\frac{dx_{FM_UP}(t)}{dt} = -(2\pi f_c + 2\pi K x(t)) \sin\left(2\pi f_c t + 2\pi K \int_0^t x(t) dt\right) \quad (6)$$

W zależności (2) można zauważyć, że sygnał który chcemy odtworzyć $x(t)$ jest reprezentowany przez obwiednię sygnału modulowanego częstotliwościowo. Dlatego też, rekonstrukcja tego sygnału polega na:

- Zróżniczkowaniu sygnału odebranego czyli uzyskaniu (6) z (1) za pomocą **filtru różniczkującego**, który dodatkowo ma charakterystykę pasmowo-przepustową.
- Odzyskaniu obwiedni sygnału, np. poprzez podniesienie sygnału do kwadratu (kwadraturowanie), filtrację LP, pierwiastkowanie i ostatecznie, w tym przypadku, decymację (pozostawienie co którejś próbki) – otrzymujemy w ten sposób sygnał audio.

Różniczkowanie powinno być wykonane tylko w paśmie, w którym znajduje się sygnał danej stacji radiowej. Różniczkowanie całego sygnału, razem z sąsiednimi stacjami radiowym FM spowoduje silne zakłócenia. Dlatego też, filtr różniczkujący powinien mieć dodatkowo charakterystykę pasmowo-przepustową zaprezentowaną na poniższym obrazku.



Filtr różniczkujący o wskazanej charakterystyce można uzyskać „składając” dwa filtry: różniczkujący w całym paśmie i pasmowo-przepustowy (jego odpowiedź impulsowa jest wówczas równa wynikowi splotu odp. impulsowych obu filtrów). Zaprojektuj oba filtry (DIFF i BP) jako cyfrowe filtry FIR. Tłumienie filtra pasmowo-przepustowego powinno wynosić 80 dB. Oblicz wypadkową odp. impulsową kaskady dwóch filtrów. Dokonaj filtracji z jej użyciem.

(1pkt) Opcjonalnie zaprojektuj filtr różniczkujący pasmowo-przepustowy (bez składania z dwóch filtrów) za pomocą funkcji `firls(...)`.

Trzeci sposób to modyfikacja drugiej metody, w której pasmowo-przepustowy filtr różniczkujący zastąpiono kaskadą dwóch oddzielanych filtrów: pasmowo-przepustowego i różniczkującego w całym paśmie częstotliwości.

Wykonaj dekodowanie wszystkimi trzema sposobami. Porównaj wyniki. W ostatniej metodzie porównaj filtr FIR oraz krótki IIR (rzęd 4) w roli filtra BP oraz trywialny filtr różniczkujący złożony ze współczynników: `b=[-1,1]`, `a=1;`.