

## 1. Różniczkowanie sygnału (1,5 pkt)

Plik `pozycje.txt` zawiera zapis położenia zarejestrowany za pomocą urządzenia GPS. Dane ułożone są w pięciu kolumnach:

1. czas w milisekundach<sup>1</sup>, w którym dokonywany był zapis pozycji,
2. szerokość geograficzna, podana w stopniach,
3. długość geograficzna, podana w stopniach,
4. wysokość nad poziomem morza,
5. dokładność pomiaru, podana w metrach.

1) Na podstawie zapisu pozycji oraz czasu wyznacz wartość chwilową wektora prędkości poruszania się urządzenia GPS w punktach, w których określona została pozycja. Prędkość chwilowa  $V_t$  jest pochodną położenia  $x$  po czasie  $t$  i dana jest wzorem:

$$V_t = \frac{dx}{dt}$$

Przyjmij, że urządzenie GPS podaje bezbłędną pozycję.

2) Na podstawie zapisu pozycji oraz czasu wyznacz chwilową wartość wektora przyspieszenia  $a_t$  korzystając z równania:

$$a_t = \frac{d^2x}{dt^2}$$

3) Oblicz całkowity przebyty dystans od pierwszego do ostatniego punktu. Załóż, że pozycja przekazywana przez urządzenie GPS jest dokładna (tzn. nie jest obciążona błędem) i że urządzenie GPS poruszało się po krzywej łamanej łączącej wskazane punkty.

Odległość  $d$  pomiędzy dwoma punktami o szerokości  $\phi_1$  i długości  $\lambda$  geograficznej można wyznaczyć ze wzoru:

$$d = Rc$$

gdzie  $R = 6371 \text{ km}$  oznacza promień Ziemi, z kolei  $c$  dane jest równaniem:

$$c = 2a \tan 2(\sqrt{(a)}, \sqrt{(1-a)})$$

gdzie

$$a = \sin^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) + \cos(\phi_1)\cos(\phi_2)\sin^2\left(\frac{\Delta\lambda}{2}\right)$$

Dla pracowitych (+1 pkt) – sam wygeneruj sobie plik z pozycjami (z wykorzystaniem telefonu). Nagraj ciekawą trasę.

## 2. Filtr różniczkujący FIR (opcjonalne 1 pkt)

Punkty 1) oraz 2) z zadania 1 wykonaj z wykorzystaniem filtru różniczkującego. Możesz wykorzystać któryś z filtrów różniczkujących przedstawionych na stronie 10. wykładu.

## 3. Różniczkowanie zaszumionego sygnału (1 + 2 pkt opcjonalne)

1) Wykonaj różniczkowanie dyskretniej funkcji sinus w przedziale  $\langle 0, 2\pi \rangle$

metodami ilorazów różnicowych centralnych i wstecz i filtrem różniczkującym FIR z zadania 2 (opcjonalne). Przyjmij częstotliwość próbkowania funkcji sinus 100 próbek na okres.

```
x = 0:(2*pi)/100:2*pi;
y1 = sin(x); y2 = cos(x);
```

<sup>1</sup>Jest to czas POSIX podany w milisekundach (rozszerzony o 3 dodatkowe cyfry)

Porównaj wyniki otrzymane za pośrednictwem wspomnianych metod z rzeczywistymi wartościami pochodnej funkcji sinus ( $\sin'(x) = \cos(x)$ ).

2) Następnie do wartości próbek funkcji sinus dodaj szum biały wykorzystując funkcję `awgn()`. Przetestuj działania układów różniczkujących z następującymi wartościami SNR (*Signal to Noise Ratio* – stosunek mocy sygnału do mocy szumu): 20, 35 oraz 50 [dB]. Jakie wnioski można wyciągnąć z osiągniętych wyników?

3) (opcjonalne) Dokonaj teraz filtracji sygnału sinusoidalnego cyfrowym filtrem różniczkującym o odpowiedzi impulsowej  $h(m)$ :

$$h(m) = \cos\left(\frac{\pi m}{M}\right), \text{ gdzie } m = -M, \dots, 0, \dots, M, \quad M=10$$

```
M=10; m=-M:1:M; h = cos(pi*m)/m; h(M+1)=0; % odp. impulsowa filtru różnicz.
```

```
% w = blackman(2*M+1)'; h = h .* w; % opcjonalne wygładzenie brzegów
```

```
y2e = conv(y1, h); % operacja splotu (filtracji)
```

Odrzuć  $2M$  pierwszych i  $2M$  ostatnich próbek sygnału  $y_{2e}(n)$ . Odrzuć  $M$  pierwszych i  $M$  ostatnich próbek sygnału  $y_2(n)$ . Sprawdź dokładność różniczkowania: po modyfikacji porównaj sygnały  $y_2(n)$  i  $y_{2e}(n)$  na pierwszym rysunku, natomiast na drugim narysuj sygnał błędu. Powtórz eksperyment usuwając znak komentarza w drugiej linii powyższego kodu. Powtórz eksperyment dla  $M=50$  i  $100$ . Powtórz eksperyment w przypadku występowania szumu.

#### 4. Całkowanie numeryczne (1,5 pkt)

Na podstawie logów z czujnika przyspieszenia smartphona (akcelerometru) napisz samodzielnie (bez używania funkcji matlaba, w szczególności `trapz()`) dwie funkcje, które:

1. zwracają wartość prędkości chwilowej telefonu
2. zwraca przebyty dystans w czasie od  $t_0$  do  $t_1$ . Zależność drogi  $s$  od prędkości chwilowej  $v(t)$  dana jest wzorem:

Funkcje Możesz samodzielnie wygenerować logi z akcelerometru lub też wykorzystać załączony plik (`accel_logs.csv`). Wykorzystaj napisaną funkcję do obliczenia całkowitego przebytego dystansu od pierwszego do ostatniego punktu