

### 1. Metoda Geara (3 pkt)

Rozwiąż układ równań różniczkowych opisujących obwód elektryczny w stanie nieustalonym za pomocą metody Geara. Jako przykład użyj separator z transformatorem<sup>1</sup> zilustrowany na rys 1.

Układ jest zasilany ze źródła napięcia sinusoidalnego  $e(t)=\sin(\omega t)$ , wartości parametrów to:  $R_1=0.02 \Omega$ ,  $R_2=0.5 \Omega$ ,  $C=0.01 F$ ,  $L_1=1 H$ ,  $L_2=1.5 H$ ,  $M=1 H$ . Opisując układ prawami Kirchhoffa otrzymujemy następujące zależności:

$$e = u_c + R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} ,$$

$$0 = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} ,$$

$$i_1 = C \frac{du_c}{dt} ,$$

które po przekształceniach (trywialnych) przybierają postać równań różniczkowych pierwszego rzędu:

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{ML_2}{L_1 L_2 - M^2} \left( -\frac{R_1}{M} i_1 + \frac{R_2}{L_2} i_2 - \frac{1}{M} u_c + \frac{1}{M} e \right)$$

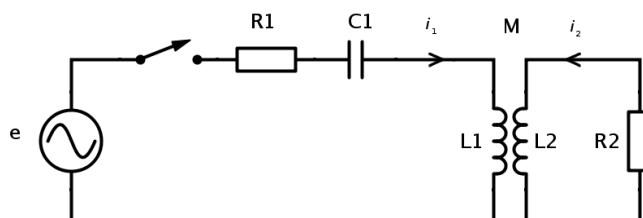
$$\frac{di_2}{dt} = -\frac{ML_1}{L_1 L_2 - M^2} \left( -\frac{R_1}{L_1} i_1 + \frac{R_2}{M} i_2 - \frac{1}{L_1} u_c + \frac{1}{L_1} e \right)$$

$$\frac{du_c}{dt} = \frac{1}{C} i_1 .$$

Dla wektora stanu  $\mathbf{x} = [i_1, i_2, u_c]^T$  oraz podstawienia  $D = M / (L_1 L_2 - M^2)$  otrzymujemy:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} -\frac{R_1 L_2 D}{M} & \frac{R_2 L_2 D}{L_2} & -\frac{L_2 D}{M} \\ R_1 D & -\frac{R_2 L_1 D}{M} & D \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \frac{L_2 D}{M} \\ -D \\ 0 \end{bmatrix} e$$

czyli liniowe równanie stanu trzeciego rzędu opisujące prądy i napięcie (patrz wektor stanu  $\mathbf{x}$ ).



**Rysunek 1.** Schemat obwodu elektrycznego separatora z transformatorem.

<sup>1</sup> Stanisław Osowski, Andrzej Cichocki, Krzysztof Siwek, MATLAB w zastosowaniu do obliczeń obwodowych i przetwarzania sygnałów.

Napisz funkcję definiującą równanie zmiennych stanu według prototypu:

```
function xprim = rlc(t,x)
% ...
xprim=A*x+B*e;
```

gdzie  $t$  to czas a  $x$  wektor stanu.

Następnie rozwiąż ten układ – obliczając chwilowe wartości zmiennych stanu dla  $t=0\ldots 24$  i  $dt=0.001$ . Użyj metody **Geara** rzędu czwartego:

$$x_{k+1} = \frac{1}{25} (48x_k - 36x_{k-1} + 16x_{k-2} - 3x_{k-3} + 12dt f_{k+1})$$

Na jednym obrazku narysuj wykres obu prądów. Na drugim wykresie wyświetl chwilowe wartości napięcia  $u_C$ .

## 2. Metoda Rungego Kutty (2 pkt)

Dla problemu rozpatrywanego w pkt. 1 wykonaj obliczenia za pomocą funkcji Matlab `ode45(...)`. Porównaj oba rozwiązania, wyświetl wykres błędu (pomiędzy obiema metodami).

Czy błąd jest akceptowalny? Czy potrafisz go zmniejszyć? Załóż, że algorytm `ode45(...)` generuje poprawne wyniki.

Modyfikując funkcję `rlc(...)`, wygeneruj odpowiedź układu na deltę Diraca i skok jednostkowy.

Zmień źródło napięcia sinusoidalnego na takie, które generuje dodatkowo 3 i 5 harmoniczną (o amplitudach jednostkowych). Na jednym wykresie narysuj wykres napięcia generatora oraz spadek napięcia na  $R_2$ . Narysuj przebieg dla  $t > 50$ .