

## Pakiety matematyczne MAT1349 - 2021

### Lista 1: Elementarne wyrażenia i struktury matematyczne

Lista jest tak zaprojektowana, aby **nie wymagała informacji z wykładu**. Wszystkie zadania powinno dać się wykonać w wierszu poleceń Julii.

- ▶ **Wbudowana pomoc.** Opisy poleceń można uzyskać wpisując znak `?`, który przełącza wiersz poleceń w tryb help, tryb ten zamykamy przyciskiem backspace. Bez wchodzenia w tryb help informacje te można też uzyskać komendą `@doc`, np. `@doc sin`.
  - ▶ **Znaki specjalne.** Można je uzyskać wpisując ukośnik, nazwę znaku, po czym klawisz tab. Np. `\pi<tab>` zwróci grecką literę  $\pi$ .
  - ▶ **Definiowanie funkcji.** Funkcje definiujemy składnią `f(x) = ...`, np. `f(x) = sin(x^2)`, `g(x,y) = x-2y`.
  - ▶ **Typy.** Zmienne w Julii zawsze mają typ. Możemy go sprawdzić komendą `typeof`. Dla liczb domyślna jest reprezentacja 64bitowa, np. `2.0` ma typ `Float64`, a `10` ma typ `Int64`. Jeżeli potrzeba więcej miejsca można użyć składni `big"..."`, np. `big"42"`. Zwracaj uwagę na typy, użycie błędnego może zepsuć wynik obliczeń!
1. **Elementarne wyrażenia oraz operatory.** Upewnij się, że rozumiesz znaczenie
- ▶ operatorów arytmetycznych `+` `-` `*` `^` `/` `//`,
  - ▶ operatorów logicznych `!` `&&` `||` `==` `>` `<` `>=` `<=`,
  - ▶ funkcji elementarnych `abs` `sqrt` `\sqrt<tab>` `sin` `cos` `tan` `exp` `log` `log2` `factorial` `binomial` `cosh` `sinh` `tanh` `asin` `acos` `atan` `floor` `ceil`,
  - ▶ stałych matematycznych `im` `pi` `\pi<tab>` `\euler<tab>` `Inf`,
  - ▶ specjalnej zmiennej `ans`.

Następnie oblicz numerycznie:

$$3 < \pi < 3.2, \quad 3x + 2 = 53 \wedge x^2 < 300 \text{ dla } x = 17,$$

$$\lfloor \ln(29) \rfloor, \quad e^{i\frac{5}{3}\pi}, \quad \arcsin(\sin(15/4 \cdot \pi)), \quad \sqrt{\sqrt{2} - 2}, \quad \binom{20}{15}, \quad 40!,$$

wielomian  $w(x) = x^3 + 4x^2 + 7x + 2$  w punktach  $x \in \{0, 1/2, 1.1, \tan(0.3), 2-i\}$ .

### 2. Sumy oraz iloczyny. Wyrażenia typu

$$\sum_{i=1}^n f(i)$$

obliczamy za pomocą `sum(f(n) for i in 1:n)`. Podobnie `prod` za pomocą `prod`. Komendy `cumsum`, `cumprod` zwracają sumy oraz iloczyny cząstkowe. Oszacuj numerycznie

$$\zeta(2), \zeta(3), \zeta(5.5), \quad \prod_{i=0}^{\infty} \left(1 + \left(\frac{1}{2}\right)^{2^i}\right), \quad \sum_{j=1}^{100} \sum_{k=j}^{100} k, \quad \int_0^{\pi} \sin(x) dx,$$

gdzie  $\zeta$  to funkcja zeta Riemanna.

3. **Algebra liniowa.** Zdefiniuj wektory oraz macierze  $A = [A_{i,j}]_{i,j}$ ,  $B = [B_{i,j}]_{i,j}$  itd. zadane komendami

```
A = [1 2; 3 4]
B = [im 1+2im; 2-im 0]
v = [1 1]
w = [1//2; 3//4]
z = [2.0, 0.0]
c = -1
```

Zwróć uwagę na ich typ, w którym zawarta jest informacja o ich kształcie i rodzaju elementów. Wypróbuj na nich działanie operatorów arytmetycznych `+`, `*`, `inv`. Zobacz, co zmieni dopisanie do operatorów kropki do operatorów z lewej, a do funkcji z prawej, np. `.*`, `log.`, `exp.` (to tzw. *broadcast*). Następnie oblicz

$$A^{-1}B, \quad v \circ w, \quad vA^T w, \quad [\cosh(A_{i,j})]_{i,j}, \quad [A_{i,j}^2 + c]_{i,j}, \quad [v_i + z_j]_{i,j}.$$

4. **Układy równań liniowych.** Rozwiąż numerycznie układ równań

$$\begin{cases} x + 2y - z &= 1; \\ x + y + z &= 2; \\ 2x - y + 2z &= 1. \end{cases}$$

Czy potrafisz sprawić, aby Julia podała dokładny, pozbawiony błędów numerycznych, wynik?

5. **Ciągi arytmetyczne i liczby z przedziału.** Komenda `start:step:stop` powołuje tzw. *zakres* (jest to skrót na komendę `range(start,step,stop)` podobną do tej w Pythonie), np `-2:3:11` odpowiada liczbom  $-2, 1, 4, 7, 10$ . Czasami wygodniejsza w użyciu jest komenda `LinRange(a,b,n)` która generuje  $n$  liczb równomiernie rozmieszczonych na odcinku  $[a, b]$ . Zakresy zachowują się jak wektory zawierające zadane liczby.

- Wygeneruj elementy ciągu  $a_k = 2^k$  dla  $k \in \{-20, -19, \dots, 10\}$ .
- Oszacuj sumę

$$\sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{k!}.$$

- Znajdź komendę wskazującą najmniejszy element wektora po czym oszacuj numerycznie minimum funkcji  $x \ln(x)$ .

- d) Rozważając wybrane punkty z kwadratu  $[-1, 1] \times [-1, 1]$  i sprawdzając warunek  $x^2 + y^2 \leq 1$  oszacuj pole koła jednostkowego. W numeryce `true == 1`.
6. **D&D** Zapoznaj się z poleceniem `rand(zbiór,n)` i przeprowadź symulację 1000 ataków pierwszopoziomowym magicznym pociskiem (składają się na niego 3 ataki z obrażeniami `1k4+1`)
- a) Oszacuj prawdopodobieństwo zabicia atakiem pierwszopoziomowego goblina mającego 7 HP.
  - b) Magiczne pociski można rozdzielać na wiele celów. Oszacuj prawdopodobieństwo zabicia atakiem 2 pierwszopoziomowych koboldów mających po 5 HP.
  - c) Oszacuj prawdopodobieństwa wygrania pojedynku jeden na jeden między szkieletem mającym 13 HP a magiem, któremu pozostało 12 HP. Szkielet atakuje pierwszy, używa miecza `1k6+2`.

*Oznaczenie:* W RPG skrót HP to punkty życia (*hit points*). `MkN` oznacza rzut `M` kośćmi `N` ściennymi (po angielsku `MdN`).