Pakiety matematyczne MAT1349 - 2021

Lista 5: Wykresy

Ze względu na temat listy w poniższych zadaniach proszę zwracać szczególną uwagę na czytelność grafiki, dobre ich opisanie, itp.

1. **Krzywa motylkowa.** (*butterfly curve*) Krzywa jest powszechnie znana z uwagi na swój piękny wygląd. Jest zadana wzorem we współrzędnych biegunowych

   $$r(\theta) = \mathrm{e}^{\sin(\theta)} - 2\cos(4\theta) + \left(\sin\left(\frac{2\theta - \pi}{24}\right)\right)^5; \quad 0 < \theta < 12\pi$$

   Stwórz efektowną animację opartą o tę krzywę, np. jej rysowania, ruchu, itp. Kryteria są czysto estetyczne.

2. **Słoneczniki.** Układ ziaren w kwiecie słonecznika okazuje się spełniać prostą matematyczną regułę - są one ułożone wzdłuż tzw. złotej spirali. Niech ϕ będzie złotą proporcją, tj. $\phi = (\sqrt{5} + 1)/2$. Wtedy ziarna są ustawione wzłuż biegunowej krzywej parametrycznej

   $$r = t^\phi, \quad \theta = 2\pi\phi t.$$

   Na tej podstawie stwórz możliwie ładny wykres przedstawiający tarczę słonecznika.

   Opcjonalne: Odpowiednio łącząc punkty wykresu narysuj tarczę z ziarnami przedstawionymi jako czworościany.

3. **Budyń.** Krzywa budyniowa (*blancmange curve*) jest zdefiniowana jako

   $$T_w(x) = \sum_{k=0}^{\infty} w^k s\big(2^k x\big), \quad s(x) = \min_{n\in\mathbb{Z}} |x - n|, \quad 0 < w < 1$$

   funkcja $s(x)$ nazywana falą trójkątną (*triangle wave*) jest odległością między x a najbliższą do niej liczbą całkowitą. Najbardziej znany przypadek krzywej budyniowej to $w = 1/2$. Krzywa ta jest (kolejnym) przykładem samopowtarzalnego fraktala - jej fragmenty są przeskalowaną kopią całości. Zilustruj to zachowanie, sprawdź też różne w.

4. **Zespolony logarytm.** Stwórz konturowe i powierzchniowe wykresy części rzeczywistej i urojonej zespolonego logarytmu $f(z) = \ln(z) = \ln(x + \mathrm{i}y)$. Na tej podstawie omów, jak zachowuje się część radialna i kątowa tej funkcji. Czy odpowiada to znanym własnościom logarytmu zespolonego?

5. **Irysy.** *Iris data set* jest klasycznym zbiorem danych opisującym kwiaty 3 gatunków irysów, których używa się do testowania metod grupowania danych. W Julii są dostępne razem z innymi znanymi bazami danych w pakiecie `RDatasets`; komenda `dataset("datasets", "iris")`. Dane te zostają załadowane w postaci tabeli `DataFrame`, a do jej elementów możemy się odwoływać tak samo jak w przypadku tablic, można też ją zrzutować na tablicę standardowym konstruktorem `Array/Matrix`.

Zilustruj te dane wykresami, na osiach x oraz y ustawiając różne kolumny danych i rozróżniając je względem gatunku. Na podstawie analizy wzrokowej zaproponuj podział danych na grupy, np. na leżące poniżej i powyżej wskazanej prostej. Sprawdź czy i jak podział ten sprawdza się na wszystkich wykresach.

Opcjonalne: W dokumnetacji pakietu `Clustering` znajduje się zastosowanie funkcji `kmeans` na zbiorze danych iris set. Rozszerz pokazaną tam analizę - różne ilości grup, różne podzbiory danych, itp. i oceń wyniki.

6. **Poglądy a interakcje społeczne.** Rozważmy pewną sieć społeczną, tzn m osobników, z których każdy ma wśród pozostałych "znajomych" (relacja ta jest wzajemna). Sieć taką możemy zwizualizować ustawiając osobniki w równych odstępach na okręgu i łącząc odcinkami osobniki będące znajmymi.

   Żyjemy w czasach szalejącej polaryzacji, więc osobniki popierają bez wyjątku jedną z 2 partii:

   - KZH: Konfederację Zwolenników Herbaty ("Kawa GMO wywołuje raka!")
   - TK10: Tylko Kawa 1410 ("STOP ideologii herbaty!")

   Zacznij od stworzenia losowej sieci społecznej, wylosuj każdemu znajomych i poglądy (sposób losowania możesz określić samemu). Następnie przeanalizuj i zwizualizuj, jak:

   a) Jak relacje społeczne wpływają na poglądy. Załóżmy, że w jednostce szasu mamy szansę zmienić swój pogląd, ale prawdopodobieństwo to będzie zależało od tego, ile osób w naszej grupie społecznej go wyznaje. Co będzie się działo?

   b) Jak poglądy wpływają na relacje społeczne. Niech z kolei poglądy będą względnie stałe, ale w jednostce czasu jest szansa zmiany każdej relacji, zależna od tego, czy się nie zgadzamy, czy też zgadzamy. Co będzie się działo?

7. **Ekstrema lokalne.** Na stronie https://en.wikipedia.org/wiki/Test_functions_for_optimization znajduje się kolekcja funkcji (razem ze wzorami) używanych do testowania algorytmów szukających minimów i maksimów. Zwizualizuj wybrane funkcje z tego zbioru, po czym postaraj się znaleźć i zaznaczyć na wykresie numeryczne oszacowanie ich lokalnych minimów oraz maksimów.

   Skorzystaj z definicji - punkt jest lokalnymi minimum/maksimum, kiedy w jego małym otoczeniu jest punktem najwyższym/najniszym. Numerycznie możemy mówić o punkcie najniższym/najwyższym w wybranym kwadracie wokół.