

Raport II

Symulacje komputerowe, MST

Wytyczne

Temat Proces Ryzyka i ruch Browna.

Termin 26.06.2022, godz. 23:59:59

W przypadku, gdy raport zostanie przysłany po terminie, maksymalna liczba punktów do uzyskania jest pomniejszona o liczbę $2^{\lceil \frac{n}{24} \rceil + 1}$, gdzie n to liczba godzin opóźnienia.

Treść Zadanie 1 Dopasuj model klasycznego procesu Ryzyka do danych otrzymanych od prowadzącego. Plik z danymi zawiera 50 trajektorii pewnego procesu Ryzyka, który został wysymulowany na odcinku $[0, 100]$, z krokiem czasowym $h = 10^{-2}$. Kapitał początkowy to 50. Aby dopasować model Ryzyka, musisz znaleźć rozkład zmiennej losowej X_i , która oznacza wielkość i -tej szkody, oraz wyestymować pozostałe parametry procesu: θ , λ , gdzie θ jest parametrem odpowiedzialnym za wysokość premii, a λ jest intensywnością jednorodnego procesu Poissona. Raport powinien zawierać szczegółowe uzasadnienie dopasowanego rozkładu zmiennej losowej X_i oraz dokładny opis procedury estymacji parametrów procesu. Po dopasowaniu modelu wysymuluj 100 trajektorii procesu Ryzyka i porównaj na wykresie wysymulowaną wiązkę trajektorii ze średnią procesu. Innym kolorem zaznacz też jedną trajektorię z pliku z danymi. W raporcie powinien pojawić się dokładny opis procesu Ryzyka oraz opis algorytmu wykorzystanego do symulacji jednorodnego procesu Poissona.

Użyj metody Monte Carlo, aby oszacować prawdopodobieństwo ruiny otrzymanego procesu Ryzyka dla skończonego horyzontu czasowego: $T = 100$ i $T = 200$. Następnie, wykorzystaj algorytm na podstawie wzoru Pollaczka–Chinczyna, aby oszacować prawdopodobieństwo ruiny Twojego procesu Ryzyka w nieskończonym czasie. Dla przypadku gdy znany jest analityczny wzór na prawdopodobieństwo ruiny, porównaj wynik otrzymany podczas symulacji z wartością teoretyczną. W raporcie powinien znaleźć się dokładny opis czym jest moment ruiny i prawdopodobieństwo ruiny oraz opis wzoru Pollaczka–Chinczyna wraz z algorytmem.

Zadanie 2 Niech proces $(B_t^x)_{t \geq 0}$ będzie ruchem Browna startującym z $x \in \mathbb{R}$ (czyli $B_t^x = B_t^0 + x$ dla B_t^0 klasycznego ruchu Browna/procesu Wienera startującego z 0).

Celem tego zadania jest oszacowanie średniego czasu wyjścia z przedziału $[a, b]$ w zależności od $x \in (a, b)$, tzn.

$$\mathbb{E}\tau^x, \quad \text{gdzie} \\ \tau^x := \inf\{t \geq 0 : B_t^x \notin [a, b]\}.$$

w zależności od x . Wynikiem jest więc funkcja $x \mapsto \mathbb{E}\tau^x$.

Ponadto oszacuj prawdopodobieństwo, że to wyjście nastąpiło przez b , tzn.

$$\mathbb{P}(B_{\tau^x}^x = b). \tag{1}$$

W symulacjach rozważ odpowiednio dobrane a oraz b , oraz zmodyfikuj równanie (1) by brało pod uwagę dyskretyzację.

W obu przypadkach dopasuj do uzyskanych wyników (zależnych od x) funkcje. Wyniki oraz to dopasowanie zaprezentuj na rysunkach.

Skomentuj uzyskane wyniki, wybór parametrów a, b oraz dopasowanie. W części opisowej przedstaw opis teoretyczny ruchu Browna, algorytm jego symulacji oraz metody użyte do szacowania wartości w zadaniu. Opisz też metodę użytą do dopasowania funkcji do $x \mapsto \mathbb{E}\tau^x$ oraz $x \mapsto \mathbb{P}(B_{\tau^x}^x = b)$.

Ocena Liczba punktów za raport (maks. 20) zostanie przydzielona na podstawie poniższych składowych:

- (*Styl*, 6 pkt.) Podział na sekcje lub ogólnie, układ raportu; Poprawne użycie składni \LaTeX dla wyrażeń matematycznych; Jasność przekształceń i opisów; Poprawna i czytelna prezentacja wyników na wykresach; Ogólne wrażenia wizualne.
- (*Treść merytoryczna*, 14 pkt.) m.in.: Poprawne przeprowadzenie procedury dopasowania modelu i estymacji parametrów procesu Ryzyka; Szczegółowe uzasadnienie wszystkich kroków; Dokładny opis metod użytych do oszacowania średniego czasu wyjścia i prawdopodobieństwa wyjścia dla ruchu Browna; Opis teoretyczny modeli; Prezentacja wyników; Poprawne opisy otrzymanych wyników; Poprawność matematyczna (statystyczna); **Wnioski** z otrzymanych wyników.

Dane Jedna osoba z grupy projektowej przesyła wiadomość email do prowadzącego laboratorium z prośbą o udostępnienie pliku z danymi. Każda zestaw danych opisuje inny model Ryzyka.

Informacje techniczne: Wszystkie rysunki pojawiające się w raporcie powinny mieć rozszerzenie *pdf* lub *eps*. Raport można przygotowywać w grupie dwu- lub trzyosobowej. Rekomendowane są grupy dwuosobowe. Osoby z grupy mogą być z różnych grup laboratoryjnych u tego samego prowadzącego. Raport musi być przygotowany w systemie \LaTeX i przed upływem terminu, jedna osoba z grupy wgrywa gotowy raport w formacie *pdf* w wyznaczone miejsce na ePortalu. Nazwa pliku powinna mieć format: `nazwisko1_nazwisko2_SK_raport2.pdf`

Uwaga! W przypadku wykrycia plagiatu (np. niewłaściwe zapożyczenie) wszyscy studenci przygotowujący *wadliwy* raport otrzymują 0 punktów.