



RAPORT
NR 2

15-06
2022

*Testowanie hipotez
statystycznych*

Julia Grzegorzewska 262314, Wiktoria Fimińska 262283

STATYSTYKA STOSOWANA

dr Aleksandra Grzesiek

wtorek 7:30

Spis treści

1. Zadanie 1	3
1.1. Wstęp	3
1.2. Teoria i wyniki	3
1.3. Wizualizacja	4
1.4. Wnioski	6
2. Zadanie 2	7
2.1. Wstęp	7
2.2. Teoria i wyniki	7
2.3. Wizualizacja	8
2.4. Wnioski	9
3. Zadanie 3	10
3.1. Wstęp	10
3.2. Obliczenia i wyniki dla zadania 1	10
3.2.1. Błąd I rodzaju	10
3.2.2. Błąd II rodzaju	11
3.2.3. Moc testu	12
3.3. Obliczenia i wyniki dla zadania 2	12
3.3.1. Błąd I rodzaju	12
3.3.2. Błąd II rodzaju	13
3.3.3. Moc testu	14
3.4. Wnioski	14

1. Zadanie 1

1.1. Wstęp

Celem zadania jest przetestowanie hipotezy zerowej $H_0 : \mu = 1.5$ na poziomie istotności $\alpha = 0.05$ przeciwko trzem hipotezom alternatywnym:

1. $\mu \neq 1.5$,
2. $\mu > 1.5$,
3. $\mu < 1.5$.

Badane dane pochodzą z populacji generalnej o rozkładzie normalnym $\mathcal{N}(\mu, \sigma = 0.2)$. Aby otrzymać pożądane wyniki wyznacza się wartość statystyki testowej Z , określa i rysuje obszary krytyczne oraz wyznacza p-wartości.

1.2. Teoria i wyniki

Pierwszym etapem jest wyznaczenie wartości **statystyki testowej** Z , czyli zmiennej losowej, której rozkład jest znany pod warunkiem zachodzenia hipotezy zerowej. W tym przypadku jest to rozkład normalny $\mathcal{N}(0, 1)$. To od jej wartości zależy, czy hipotezę zerową przyjmuje się, czy odrzuca na korzyść hipotezy alternatywnej H_1 .

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}, \quad (1)$$

gdzie:

- \bar{X} - średnia próbkowa,
- μ - wartość hipotezy zerowej,
- σ - odchylenie standardowe badanej próby,
- n - długość badanej próby.

Korzystając z języka R obliczono, że wartość statystyki Z wynosi $Z \approx -7.041$.

Kolejnym etapem jest wyznaczenie **obszarów krytycznych** C dla trzech hipotez alternatywnych, czyli zbiorów wartości statystyki testowej prowadzących do odrzucenia hipotezy zerowej na korzyść hipotezy alternatywnej. Obszary te wylicza się z różnych wzorów w zależności od hipotezy alternatywnej.

1. Dla $H_1 : \mu \neq 1.5$

$$C = (-\infty, -z_{1-\alpha/2}) \cup (z_{1-\alpha/2}, \infty), \quad (2)$$

gdzie $z_{1-\alpha/2}$ to kwantyl rzędu $1 - \frac{\alpha}{2}$ rozkładu normalnego standardowego $\mathcal{N}(0, 1)$. Dla badanych danych obszar krytyczny wynosi w tym przypadku

$$C = (-\infty, -1.960) \cup (1.960, \infty).$$

2. Dla $H_1 : \mu > 1.5$

$$C = (z_{1-\alpha}, \infty), \quad (3)$$

gdzie $z_{1-\alpha}$ to kwantyl rzędu $1 - \alpha$ rozkładu normalnego standardowego $\mathcal{N}(0, 1)$. Dla badanych danych obszar krytyczny wynosi w tym przypadku

$$C = (1.645, \infty).$$

3. Dla $H_1 : \mu < 1.5$

$$C = (-\infty, -z_{1-\alpha}), \quad (4)$$

gdzie $z_{1-\alpha}$ to kwantyl rzędu $1 - \alpha$ rozkładu normalnego standardowego $\mathcal{N}(0, 1)$. Dla badanych danych obszar krytyczny wynosi w tym przypadku

$$C = (-\infty, -1.645).$$

Następnie wyznaczono **p-wartości** testu dla każdej z trzech hipotez alternatywnych, czyli najmniejsze poziomy istotności, przy których zaobserwowane wartości statystyk testowych prowadzą do odrzucenia hipotezy zerowej. Je, tak jak obszary krytyczne, również wylicza się z różnych wzorów w zależności od hipotezy alternatywnej.

1. Dla $H_1 : \mu \neq 1.5$

$$\text{p-wartość} = 2P_{H_0}(Z > |z|) = 2(1 - P_{H_0}(Z \leq |z|)) = 2 - 2F_Z(|z|),$$

gdzie $F_Z(|z|)$ to dystrybuenta rozkładu $\mathcal{N}(0, 1)$ w punkcie $|z|$. Dla badanych danych wartość ta wynosi w tym przypadku

$$\text{p-wartość} \approx 1.902 \cdot 10^{-12}.$$

2. Dla $H_1 : \mu > 1.5$

$$\text{p-wartość} = P_{H_0}(Z > z) = 1 - P_{H_0}(Z \leq z) = 1 - F_Z(z).$$

Dla badanych danych wartość ta wynosi w tym przypadku

$$\text{p-wartość} \approx 1.$$

3. Dla $H_1 : \mu < 1.5$

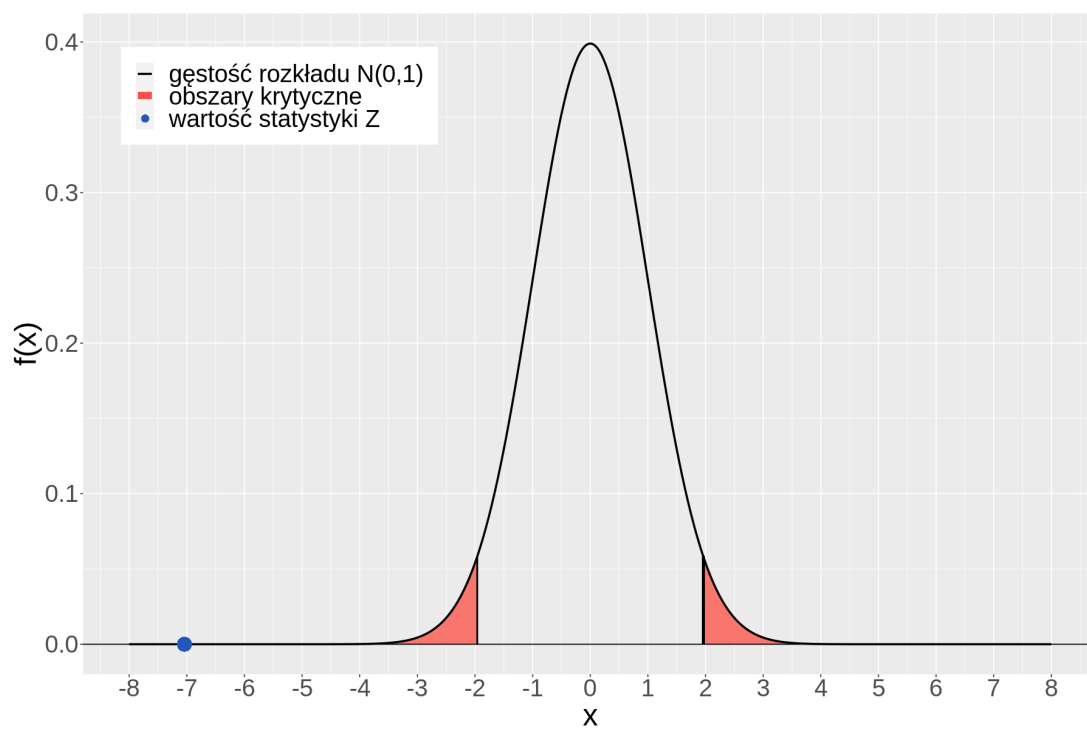
$$\text{p-wartość} = P_{H_0}(Z \leq z) = F_Z(z).$$

Dla badanych danych wartość ta wynosi w tym przypadku

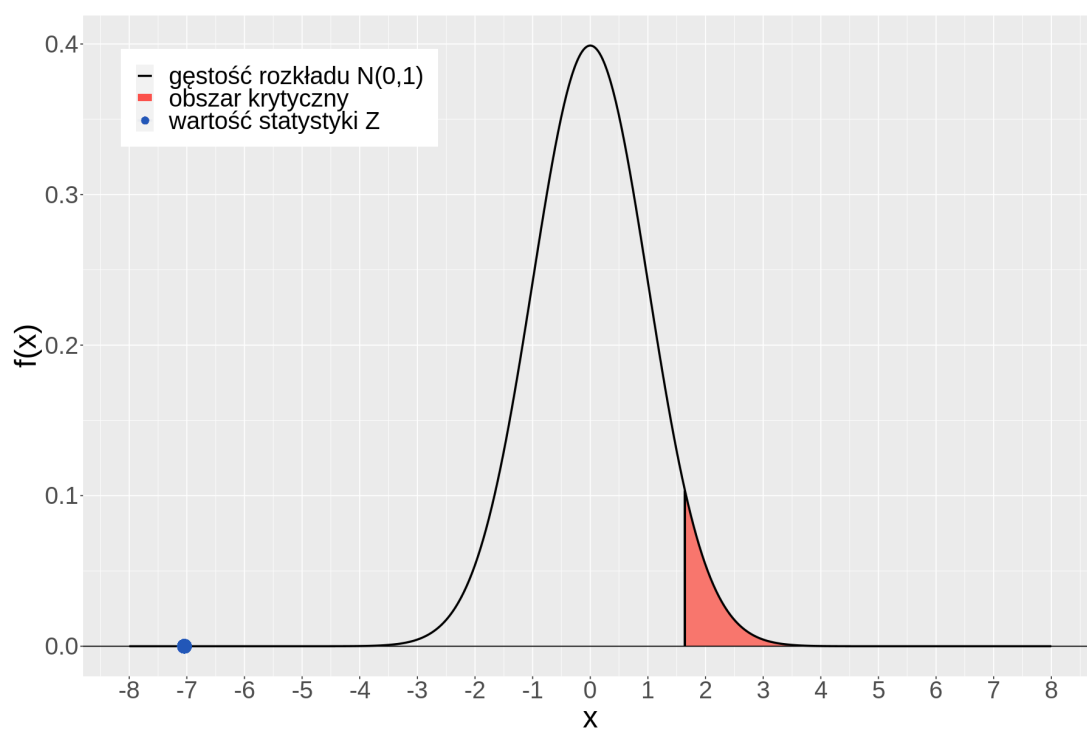
$$\text{p-wartość} \approx 9.512 \cdot 10^{-13}.$$

1.3. Wizualizacja

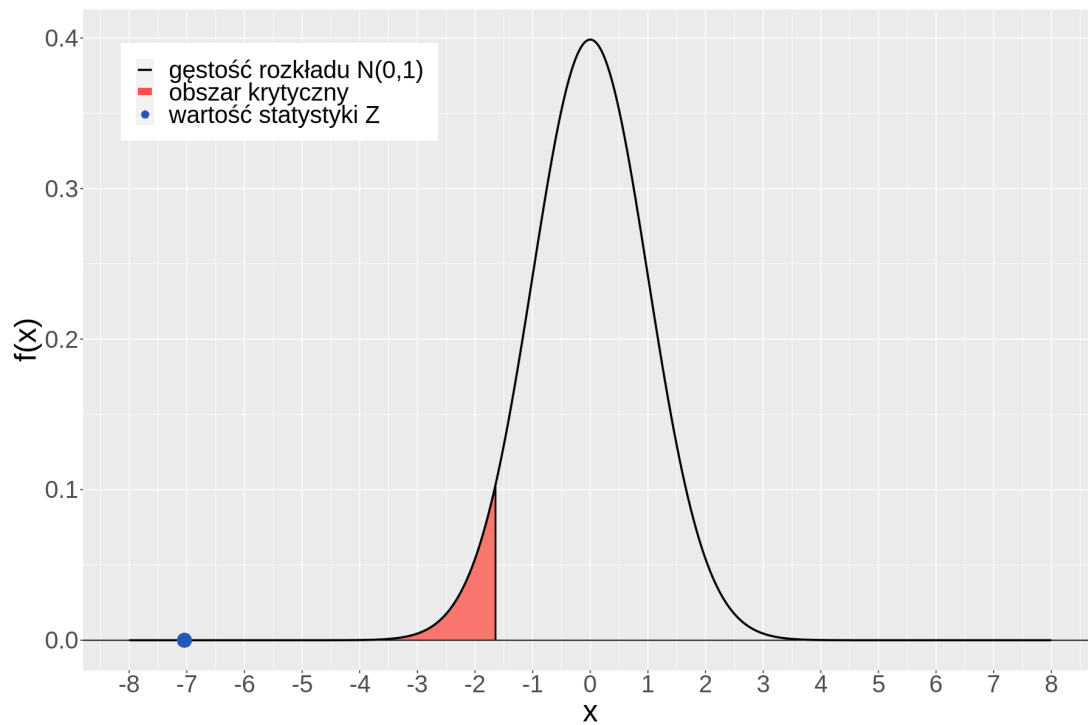
Dla każdej z trzech hipotez alternatywnych wykonano wykresy gęstości standardowego rozkładu normalnego $\mathcal{N}(0, 1)$ wraz z zaznaczonymi obszarami krytycznymi oraz wartością statystyki testowej Z .



Rysunek 1: Wykres dla $H_1 : \mu \neq 1.5$



Rysunek 2: Wykres dla $H_1 : \mu > 1.5$



Rysunek 3: Wykres dla $H_1 : \mu < 1.5$

1.4. Wnioski

Na podstawie otrzymanych wyników, można stwierdzić, że hipotezę zerową $H_0 : \mu = 1.5$ odrzucamy na korzyść hipotez alternatywnych $H_1 : \mu \neq 1.5$ oraz $H_1 : \mu < 1.5$, dla których to statystyka testowa Z znajdowała się w obszarach krytycznych. W przypadku drugiej hipotezy alternatywnej $H_1 : \mu > 1.5$, statystyka testowa jest poza tym obszarem, co oznacza, że nie ma podstawy, aby odrzucić hipotezę zerową H_0 . Wynika z tego, że badana próba pochodzi z rozkładu normalnego o parametrze średniej mniejszej od 1.5.

W przypadku zwiększenia poziomu istotności, przedziały ufności zmniejszają się, co zwiększa prawdopodobieństwo przyjęcia fałszywej hipotezy zerowej, ale zmniejsza prawdopodobieństwo odrzucenia prawdziwej hipotezy zerowej. Jeśli natomiast poziom istotności zostanie zmniejszony, to przedziały ufności zwiększą się, co zmniejszy prawdopodobieństwo przyjęcia fałszywej hipotezy zerowej, lecz zwiększy prawdopodobieństwo, że odrzuci się prawdziwą hipotezę zerową. Pociąga to za sobą zmniejszenie mocy przeprowadzanego testu.

2. Zadanie 2

2.1. Wstęp

Celem zadania jest przetestowanie hipotezy zerowej $H_0 : \sigma^2 = 1.5$ na poziomie istotności $\alpha = 0.05$ przeciwko trzem hipotezom alternatywnym:

1. $\sigma^2 \neq 1.5$,
2. $\sigma^2 > 1.5$,
3. $\sigma^2 < 1.5$.

Badane dane pochodzą z populacji generalnej o rozkładzie χ^2 z $n - 1$ stopniami swobody. Aby otrzymać pożądane wyniki wyznacza się wartość statystyki testowej χ , określa i rysuje obszary krytyczne oraz wyznacza p-wartości.

2.2. Teoria i wyniki

Pierwszym etapem jest wyznaczenie wartości **statystyki testowej** χ , czyli zmiennej losowej, której rozkład pod warunkiem zachodzenia hipotezy zerowej to rozkład χ^2 z $n - 1$ stopniami swobody.

$$\chi = \frac{(n - 1) \cdot \text{Var}(X)}{\sigma^2}, \quad (5)$$

gdzie:

- X - średnia próbkowa,
- $\text{Var}(X)$ - wariancja z próby,
- σ^2 - wartość hipotezy zerowej,
- n - długość badanej próby.

Korzystając z języka R obliczono, że wartość statystyki χ wynosi $\chi \approx 1110.97$.

Kolejnym etapem jest wyznaczenie **obszarów krytycznych** C dla trzech hipotez alternatywnych. Obszary te wylicza się z różnych wzorów w zależności od hipotezy alternatywnej.

1. Dla $H_1 : \sigma^2 \neq 1.5$

$$C = (-\infty, \chi_{\frac{\alpha}{2}}^2) \cup (\chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2, \infty), \quad (6)$$

gdzie $\chi_{\alpha/2}^2$ to kwantyl rzędu $\frac{\alpha}{2}$ rozkładu χ^2 z $n - 1$ stopniami swobody. Dla badanych danych obszar krytyczny wynosi w tym przypadku

$$C = (-\infty, 913.3) \cup (1088.5, \infty).$$

2. Dla $H_1 : \sigma^2 > 1.5$

$$C = (\chi_{1-\alpha}^2, \infty), \quad (7)$$

gdzie $\chi_{1-\alpha}^2$ to kwantyl rzędu $1 - \alpha$ rozkładu χ^2 z $n - 1$ stopniami swobody. Dla badanych danych obszar krytyczny wynosi w tym przypadku

$$C = (1073.6, \infty).$$

3. Dla $H_1 : \sigma^2 < 1.5$

$$C = (-\infty, \chi_{\alpha}^2), \quad (8)$$

gdzie χ_{α}^2 to kwantyl rzędu α rozkładu χ^2 z $n - 1$ stopniami swobody. Dla badanych danych obszar krytyczny wynosi w tym przypadku

$$C = (-\infty, 926.6).$$

Następnie wyznaczono **p-wartości** testu dla każdej z trzech hipotez alternatywnych.

1. Dla $H_1 : \sigma^2 \neq 1.5$

$$\text{p-wartość} = 2P_{H_0}(\chi^2 > |\chi|) = 2(1 - P_{H_0}(\chi^2 \leq |\chi|)) = 2 - 2F_{\chi^2}(|\chi|),$$

gdzie $F_{\chi^2}(|\chi|)$ to dystrybuanta rozkładu χ^2 z $n - 1$ stopniami swobody w punkcie $|\chi|$. Dla badanych danych wartość ta wynosi w tym przypadku

$$\text{p-wartość} \approx 0.015.$$

2. Dla $H_1 : \sigma^2 > 1.5$

$$\text{p-wartość} = P_{H_0}(\chi^2 > \chi) = 1 - P_{H_0}(\chi^2 \leq \chi) = 1 - F_{\chi^2}(\chi).$$

Dla badanych danych wartość ta wynosi w tym przypadku

$$\text{p-wartość} \approx 0.008.$$

3. Dla $H_1 : \sigma^2 < 1.5$

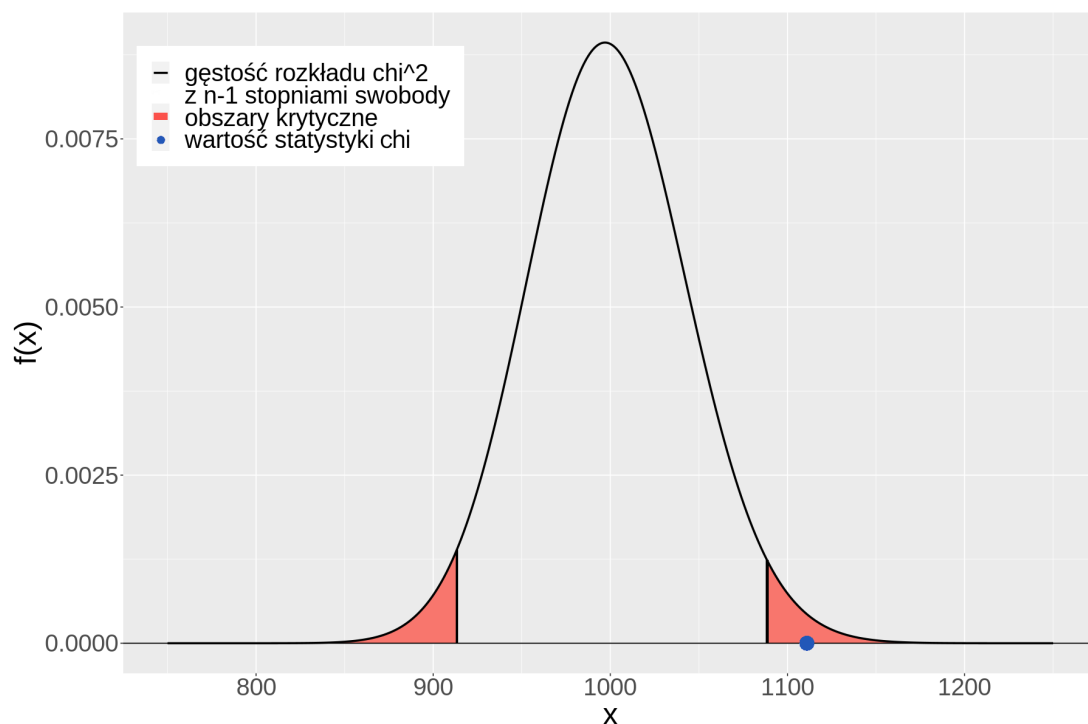
$$\text{p-wartość} = P_{H_0}(\chi^2 \leq \chi) = F_{\chi^2}(\chi).$$

Dla badanych danych wartość ta wynosi w tym przypadku

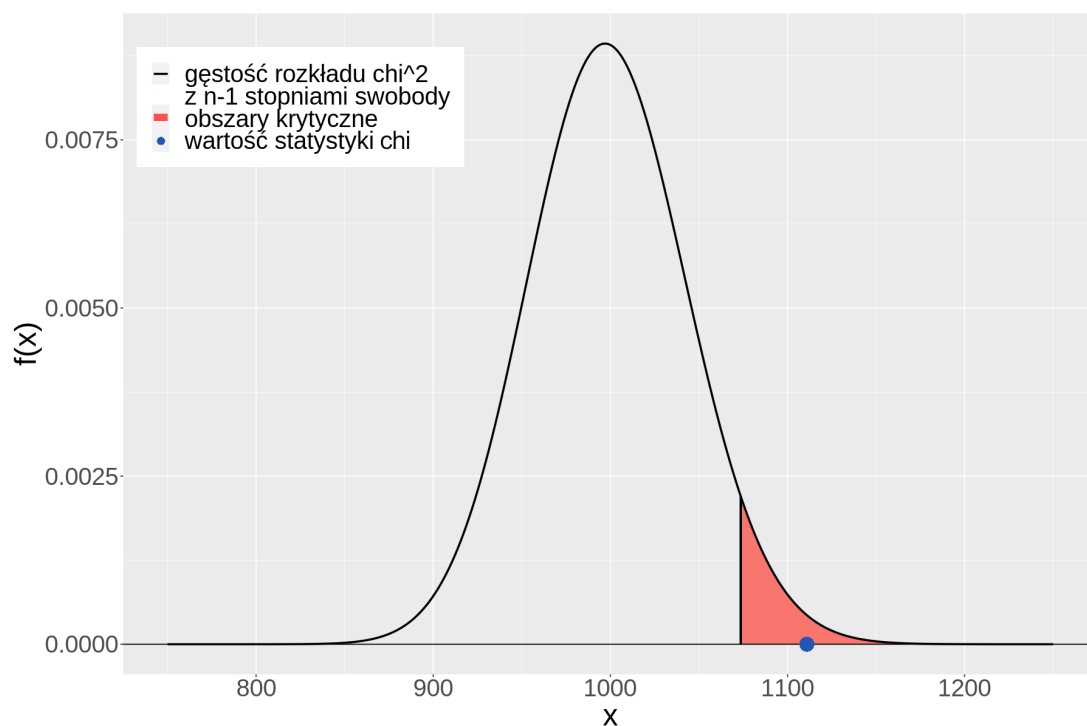
$$\text{p-wartość} \approx 0.993.$$

2.3. Wizualizacja

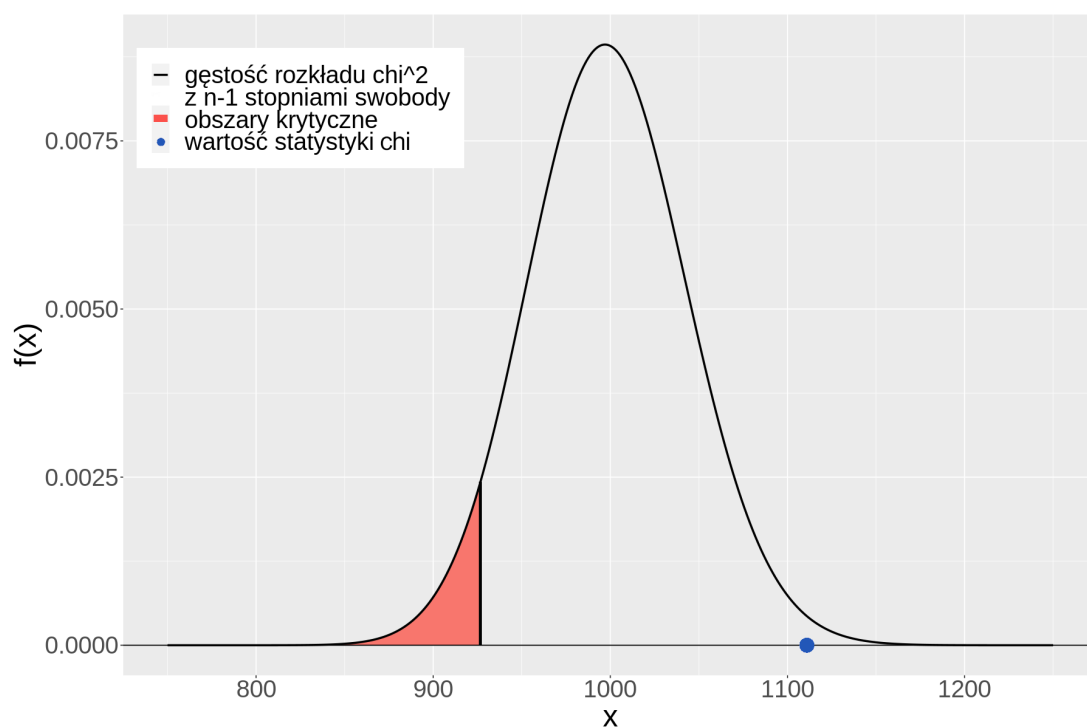
Dla każdej z trzech hipotez alternatywnych wykonano wykresy gęstości rozkładu χ^2 z $n - 1$ stopniami swobody wraz z zaznaczonymi obszarami krytycznymi oraz wartością statystyki testowej χ .



Rysunek 4: Wykres dla $H_1 : \sigma^2 \neq 1.5$



Rysunek 5: Wykres dla $H_1 : \sigma^2 > 1.5$



Rysunek 6: Wykres dla $H_1 : \sigma^2 < 1.5$

2.4. Wnioski

Na podstawie otrzymanych wyników, można stwierdzić, że hipotezę zerową $H_0 : \sigma^2 = 1.5$ odrzucamy na korzyść hipotez alternatywnych $H_1 : \sigma^2 \neq 1.5$ oraz $H_1 : \sigma^2 > 1.5$, dla których to statystyka testowa χ znajdowała się w obszarach krytycznych. W przypadku trzeciej hipotezy alternatywnej $H_1 : \sigma^2 < 1.5$, statystyka testowa jest poza tym obszarem, co oznacza, że nie

ma podstawy, aby odrzucić hipotezę zerową H_0 . Wynika z tego, że badana próba pochodzi z rozkładu o parametrze wariancji większym od 1.5.

W przypadku zwiększenia poziomu istotności, przedziały ufności zmniejszają się, co zwiększa prawdopodobieństwo przyjęcia fałszywej hipotezy zerowej, ale zmniejsza prawdopodobieństwo odrzucenia prawdziwej hipotezy zerowej. Jeśli natomiast poziom istotności zostanie zmniejszony, to przedziały ufności zwiększą się, co zmniejszy prawdopodobieństwo przyjęcia fałszywej hipotezy zerowej, lecz zwiększy prawdopodobieństwo, że odrzuci się prawdziwą hipotezę zerową. Pociąga to za sobą zmniejszenie mocy przeprowadzanego testu.

3. Zadanie 3

3.1. Wstęp

Celem zadania jest symulacyjne wyznaczenie prawdopodobieństwa popełnienia błędów I i II rodzaju dla hipotez z zadania 1 i 2 oraz sprawdzenie mocy tych testów.

Błąd I rodzaju to odrzucenie hipotezy zerowej H_0 , gdy jest ona prawdziwa. Prawdopodobieństwo jego popełnienia jest równe poziomowi istotności testu α .

Błąd II rodzaju to prawdopodobieństwo przyjęcia fałszywej hipotezy zerowej i odrzucenia prawdziwej hipotezy alternatywnej. Jego wartość zależy m.in. od tego jak daleko jest się od hipotezy zerowej.

Moc testu to prawdopodobieństwo odrzucenia fałszywej hipotezy zerowej i przyjęcia prawdziwej hipotezy alternatywnej. Jest równa $1 - \text{błąd II rodzaju}$. Można ją zwiększyć zwiększając poziom istotności.

3.2. Obliczenia i wyniki dla zadania 1

3.2.1. Błąd I rodzaju

Aby wyznaczyć symulacyjnie błąd I rodzaju należy wygenerować prostą próbę losową z rozkładu normalnego o parametrach zgodnych z H_0 i sprawdzić ile razy hipoteza zerowa jest odrzucana. W tym celu korzysta się z poniższego algorytmu:

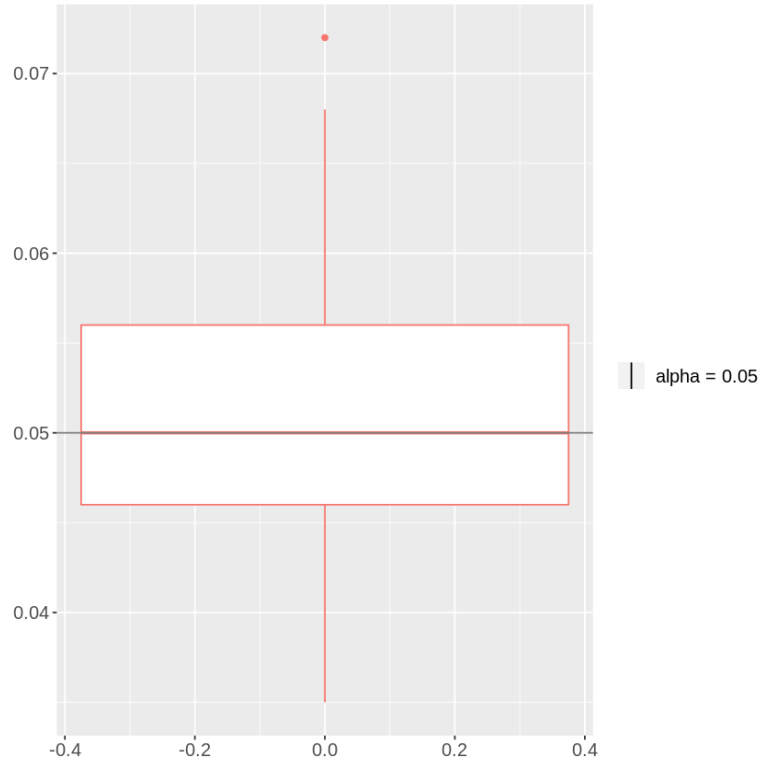
1. Ustal poziom istotności α oraz $n = 1000$.
2. Generuj prostą próbę losową $X_1, \dots, X_n \sim \mathcal{N}(\mu = 1.5, \sigma = 0.2)$.
3. Wyznacz wartość statystyki testowej Z korzystając ze wzoru (1).
4. Wyznacz obszar krytyczny dla każdej hipotezy alternatywnej - wzory (2), (3), (4).
5. Sprawdź, czy statystyka Z znajduje się w obszarze krytycznym.
6. Powtórz kroki 2. – 5. $N = 1000$ razy i zlicz ile razy statystyka Z jest w obszarze krytycznym. Wynik oznacz jako x .
7. Błąd I rodzaju to w przybliżeniu wartość $\frac{x}{N}$.

Symulacje zostały przeprowadzone dla kilku poziomów istotności $\alpha_1 = 0.01, \alpha_2 = 0.02, \alpha_3 = 0.05, \alpha_4 = 0.1$. Wyniki prezentują się następująco:

	$H_1 : \mu \neq 1.5$	$H_1 : \mu > 1.5$	$H_1 : \mu < 1.5$
$\alpha_1 = 0.01$	0.013	0.007	0.010
$\alpha_2 = 0.02$	0.022	0.021	0.020
$\alpha_3 = 0.05$	0.053	0.049	0.043
$\alpha_4 = 0.1$	0.099	0.105	0.097

Tabela 1: Wartości błędu I rodzaju dla zadania 1 i różnych poziomów istotności

Dla poziomu istotności $\alpha_3 = 0.05$ symulację powtórzono 100 razy i otrzymane wartości błędów przedstawiono na wykresie pudełkowym.



Rysunek 7: Wykres pudełkowy - błąd I rodzaju dla $\alpha = 0.05$ dla zadania 1

3.2.2. Błąd II rodzaju

Aby wyznaczyć symulacyjnie błąd II rodzaju należy wygenerować prostą próbę losową z rozkładu normalnego o parametrach zgodnych z hipotezą alternatywną, ale bliskich H_0 i sprawdzić ile razy hipoteza zerowa jest przyjmowana. W tym celu korzysta się z poniższego algorytmu:

1. Ustal poziom istotności α , μ zgodne z rozważaną hipotezą alternatywną, ale bliskie hipotezie zerowej, $\sigma = 0.2$ oraz $n = 1000$.
2. Generuj prostą próbę losową $X_1, \dots, X_n \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma = 0.2)$.
3. Wyznacz wartość statystyki testowej Z korzystając ze wzoru (1).
4. Wyznacz obszar krytyczny dla każdej hipotezy alternatywnej - wzory (2), (3), (4).
5. Sprawdź, czy statystyka Z znajduje się poza obszarem krytycznym.
6. Powtórz kroki 2. – 5. $M = 1000$ razy i zlicz ile razy statystyka Z jest poza obszarem krytycznym. Wynik oznacz jako y .
7. Błąd II rodzaju to w przybliżeniu wartość $\frac{y}{M}$.

Symulacje zostały przeprowadzone dla poziomu istotności $\alpha = 0.05$ i różnych μ zgodnych z rozważanymi hipotezami alternatywnymi. Wyniki prezentują się następująco:

	$\mu = 1.47$	$\mu = 1.48$	$\mu = 1.49$	$\mu = 1.51$	$\mu = 1.52$	$\mu = 1.53$
$H_1 : \mu \neq 1.5$	0.003	0.110	0.610	0.614	0.104	0.003
$H_1 : \mu > 1.5$	-	-	-	0.496	0.061	0.000
$H_1 : \mu < 1.5$	0.001	0.063	0.522	-	-	-

Tabela 2: Wartości błędu II rodzaju dla zadania 1, dla $\alpha = 0.05$ i różnych wartości μ

3.2.3. Moc testu

Aby wyznaczyć moc testu wystarczy zastosować wzór, że moc testu = 1 – błąd II rodzaju. Wyniki prezentują się następująco:

	$\mu = 1.47$	$\mu = 1.48$	$\mu = 1.49$	$\mu = 1.51$	$\mu = 1.52$	$\mu = 1.53$
$H_1 : \mu \neq 1.5$	0.997	0.890	0.390	0.386	0.896	0.997
$H_1 : \mu > 1.5$	-	-	-	0.504	0.939	1.000
$H_1 : \mu < 1.5$	0.999	0.937	0.478	-	-	-

Tabela 3: Moc testu dla zadania 1, dla $\alpha = 0.05$ i różnych wartości μ

3.3. Obliczenia i wyniki dla zadania 2

3.3.1. Błąd I rodzaju

Aby wyznaczyć symulacyjnie błąd I rodzaju należy wygenerować prostą próbę losową z rozkładu normalnego o parametrach zgodnych z H_0 i sprawdzić ile razy hipoteza zerowa jest odrzucana. W tym celu korzysta się z poniższego algorytmu:

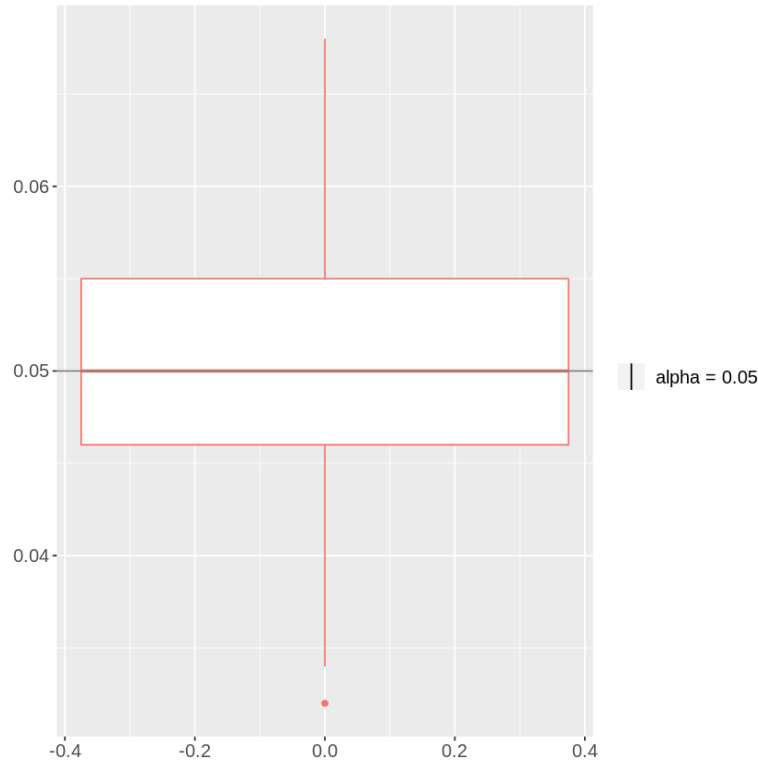
1. Ustal poziom istotności α oraz $n = 1000$.
2. Generuj prostą próbę losową $X_1, \dots, X_n \sim \mathcal{N}(\mu = 0.2, \sigma = \sqrt{1.5})$, $X_i - iid$.
3. Wyznacz wartość statystyki testowej χ korzystając ze wzoru (5).
4. Wyznacz obszar krytyczny dla każdej hipotezy alternatywnej - wzory (6), (7), (8).
5. Sprawdź, czy statystyka χ znajduje się w obszarze krytycznym.
6. Powtórz kroki 2. – 5. $N = 1000$ razy i zlicz ile razy statystyka χ jest w obszarze krytycznym. Wynik oznacz jako x .
7. Błąd I rodzaju to w przybliżeniu wartość $\frac{x}{N}$.

Symulacje zostały przeprowadzone dla kilku poziomów istotności $\alpha_1 = 0.01, \alpha_2 = 0.02, \alpha_3 = 0.05, \alpha_4 = 0.1$. Wyniki prezentują się następująco:

	$H_1 : \sigma^2 \neq 1.5$	$H_1 : \sigma^2 > 1.5$	$H_1 : \sigma^2 < 1.5$
$\alpha_1 = 0.01$	0.010	0.009	0.007
$\alpha_2 = 0.02$	0.025	0.023	0.024
$\alpha_3 = 0.05$	0.051	0.043	0.049
$\alpha_4 = 0.1$	0.104	0.108	0.098

Tabela 4: Wartości błędu I rodzaju dla zadania 2 i różnych poziomów istotności

Dla poziomu istotności $\alpha_3 = 0.05$ symulację powtórzono 100 razy i otrzymane wartości błędów przedstawiono na wykresie pudełkowym.



Rysunek 8: Wykres pudełkowy - błąd I rodzaju dla $\alpha = 0.05$ dla zadania 2

3.3.2. Błąd II rodzaju

Aby wyznaczyć symulacyjnie błąd II rodzaju należy wygenerować prostą próbę losową z rozkładu normalnego o parametrach zgodnych z hipotezą alternatywną, ale bliskich H_0 i sprawdzić ile razy hipoteza zerowa jest przyjmowana. W tym celu korzysta się z poniższego algorytmu:

1. Ustal poziom istotności $\alpha = 0.05$, $\mu = 0.2$, $n = 1000$ oraz σ^2 zgodne z rozważaną hipotezą alternatywną, ale bliskie hipotezie zerowej.
2. Generuj prostą próbę losową $X_1, \dots, X_n \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma)$, $X_i - iid$.
3. Wyznacz wartość statystyki testowej χ korzystając ze wzoru (5).
4. Wyznacz obszar krytyczny dla każdej hipotezy alternatywnej - wzory (6), (7), (8).
5. Sprawdź, czy statystyka χ znajduje się poza obszarem krytycznym.
6. Powtórz kroki 2. – 5. $M = 10^5$ razy i zlicz ile razy statystyka χ jest poza obszarem krytycznym. Wynik oznacz jako y .
7. Błąd II rodzaju to w przybliżeniu wartość $\frac{y}{M}$.

Symulacje zostały przeprowadzone dla poziomu istotności $\alpha = 0.05$, $\mu = 0.2$ i różnych σ^2 zgodnych z rozważanymi hipotezami alternatywnymi. Wyniki prezentują się następująco:

	$\sigma^2 = 1.47$	$\sigma^2 = 1.48$	$\sigma^2 = 1.49$	$\sigma^2 = 1.51$	$\sigma^2 = 1.52$	$\sigma^2 = 1.53$
$H_1 : \sigma^2 \neq 1.5$	0.847	0.901	0.937	0.933	0.899	0.840
$H_1 : \sigma^2 > 1.5$	-	-	-	0.941	0.896	0.893
$H_1 : \sigma^2 < 1.5$	0.886	0.905	0.936	-	-	-

Tabela 5: Wartości błędu II rodzaju dla zadania 2, dla $\alpha = 0.05$, $\mu = 0.2$ i różnych wartości σ^2

3.3.3. Moc testu

Aby wyznaczyć moc testu wystarczy zastosować wzór, że moc testu = 1 – błąd II rodzaju. Wyniki prezentują się następująco:

	$\sigma^2 = 1.47$	$\sigma^2 = 1.48$	$\sigma^2 = 1.49$	$\sigma^2 = 1.51$	$\sigma^2 = 1.52$	$\sigma^2 = 1.53$
$H_1 : \sigma^2 \neq 1.5$	0.153	0.099	0.063	0.067	0.101	0.160
$H_1 : \sigma^2 > 1.5$	-	-	-	0.059	0.104	0.107
$H_1 : \sigma^2 < 1.5$	0.114	0.095	0.064	-	-	-

Tabela 6: Moc testu dla zadania 2, dla $\alpha = 0.05$, $\mu = 0.2$ i różnych wartości σ^2

3.4. Wnioski

Na podstawie otrzymanych wyników w obu zadaniach można stwierdzić, że symulacyjne wyznaczenie błędu I rodzaju przeprowadzone zostało poprawnie. Wartości te są bardzo zbliżone do rozważanej wartości poziomu istotności α .

Aby symulacyjnie estymować błąd II rodzaju wartości μ i σ^2 zostały dobrane tak, aby różnica między estymacją błędów II rodzaju oraz mocą testu była dobrze widoczna. Im dalej jesteśmy od hipotezy zerowej, tym mniejszy jest błąd II rodzaju, czyli prawdopodobieństwo przyjęcia fałszywej hipotezy zerowej i odrzucenia prawdziwej hipotezy alternatywnej, co jest zgodne z intuicją.