

Metody Planowania Eksperymentu

Grzegorz Wojdyga

19 grudnia 2013

1 Istota jakościowego i ilościowego planowania eksperymentu.

Jakościowe planowanie eksperymentu - polega na wyborze konfiguracji wejście - wyjście tak, aby zapewnić (jeśli to w ogóle możliwe) globalną identyfikację wszystkich parametrów systemu.

Ilościowe planowanie eksperymentu - polega na optymalizacji odpowiedniego kryterium (odnoszącego się do obranej zmiennej eksperymentu, np. do postaci pobudzenia lub schematu próbkowania tj. liczby i lokalizacji próbek odpowiedzi). Optymalizacja ilościowa prowadzi do określenia takich warunków eksperymentu, które zapewniają uzyskanie maksimum informacji, jaka jest zawarta w zaszumionych danych pomiarowych.

1.1 Przydatne definicje:

Globalna identyfikacja parametrów - jest to taka sytuacja, w której parametry modelu mają tylko jedno rozwiązanie. Jeśli wszystkie parametry są tak zidentyfikowane, wówczas układ ma tylko jedno, jednoznaczne rozwiązanie.

Lokalna identyfikacja parametrów - jest to taka sytuacja, w której parametry modelu mają więcej niż jedno rozwiązanie.

2 Jaki warunek musi być spełniony, aby parametry modelu mogły być jednoznacznie wyznaczone na podstawie noise-free input-output data?

Model musi być identyfikowalny tzn. istnieje tylko jeden wektor parametrów, który w danym modelu wystawia dane wyjście dla podanego wejścia. Powodami, dla których model może nie być globalnie identyfikowalny, mogą być:

- niedostatek informacji
- niedostępność do pomiarów niektórych sygnałów
- brak składowej dynamicznej

3 Omów rezultat ...

W takim wypadku należy wybrać właściwe rozwiązanie, spośród kilku otrzymanych, kierując się wiedzą medyczną. Niekiedy możliwe jest wykluczenie pewnych rozwiązań, np. ujemnych. Czasem jednak nie mamy podstaw do takiego rozumowania, a wówczas należy zmodyfikować strukturę modelu do postaci globalnie identyfikowalnej.

4 Jakość modelu - analiza czułościowa

Generalnie powinno się dążyć do jak największej czułości modelu - dzięki temu będą występowały mniejsze błędy. Do analizy czułościowej używa się funkcji celu względem danych

parametrów. W ramach analizy czułościowej powinniśmy zadbać, aby wynik identyfikacji modelu - czyli wektor estymat parametrów modelu miał jak najmniejsze odchylenia standardowe. Aby osiągnąć większą zdolność odwzorowania danych pomiarowych można zwiększyć stopień złożoności modelu (ale tu trzeba uważać mocno).

Wynikiem identyfikacji modelu jest zbiór jego parametrów, mówimy- wektor estymat parametrów modelu wraz z ich odchyleniami standardowymi. Odchylenia standardowe powinny być jak najmniejsze. Wówczas estymaty parametrów będą znane z dobrą dokładnością, będą wiarygodne i mogą być wykorzystane do wspomagania diagnostyki, planowania terapii oraz śledzenia jej skuteczności.

5 Jakość modelu - matematyczne kryteria jakości

Obowiązuje zasada, że spośród wszystkich modeli dających dobre odwzorowanie funkcjonowania systemu najlepszy jest ten, który opisany jest najmniejszą liczbą parametrów. Wyróżniono dwa istotne kryteria matematyczne:

- Kryterium informacyjnym Akaike - $AIC = FC(p_{opt}) + 2n_p$
- Kryterium Schwarza - $SW = FC(p_{opt}) + n_p \ln N$

Pierwszy człon - FC - związany jest z dokładnością dopasowania odpowiedzi modelu do danych pomiarowych – jest to wartość funkcji celu w rozwiązaniu optymalnym, czyli jej minimalna wartość. Drugi człon to funkcja kary za zbyt dużą liczbę parametrów modelu np. Kryterium Schwarza nakłada dodatkowe kary na te modele, które do uzyskania dobrego dopasowania wymagają większej liczby pomiarów N. Jest to kara za nieprzestrzeganie zasady oszczędności.

6 Metoda Lapace’a

slajd 48-52

7 Pojęcie zmiennych eksperymentu

Istnieje grupa zmiennych eksperymentu, które możemy kształtować dla uzyskania eksperymentu optymalnego. Tworzą one tzw. dziedzinę zmiennych eksperymentu, do której należą:

- pobudzenie, jego czas trwania, jego dawka i energia
- schemat próbkowania odpowiedzi SP,
- czas obserwacji Tob,
- liczba próbek N i sposób ich rozmieszczenia na przedziale obserwacji.

8 Cramer Rao

Twierdzenie Cramera-Rao głosi, że macierz kowariancji estymat parametrów jest ograniczona od dołu przez odwrotność macierzy informacyjnej Fishera. Celem jest uzyskanie estymat o minimalnej kowariancji. Zgodnie z tw. Cramera-Rao, wymaga to zapewnienie $\max(M)$, lub $\min(1/M)$. Gdy znajdziemy taki zestaw wartości zmiennych eksperymentu, który zapewni spełnienie tego warunku, to tak zaplanowany eksperyment uznamy za optymalny z punktu widzenia osiągalnej dokładności parametrów.

Macierz informacyjną rozpatruje się jako funkcję zmiennych eksperymentu tj. jako funkcję kształtu pobudzenia, jego czasu trwania, dawki i energii, jako funkcję czasu obserwacji odpowiedzi, liczby pobranych próbek i schematu próbkowania.

9 Cramer Rao

Jw.

10 D-optimalizacja

Kryteria optymalności I to skalary, które są funkcjami macierzy informacyjnej Fishera M . D-optimalizacja polega na minimalizacji odwrotności wyznacznika macierzy informacyjnej Fishera, lub co jest równoważne, na maksymalizacji wyznacznika tej macierzy. Kryterium D-optimalności jest efektywne i stosunkowo łatwe w implementacji. Dzięki tym zaletom jest chętnie stosowane, zwłaszcza do wyznaczania optymalnych schematów próbkowania. D-optimalizacja jest najlepsza.

11 Filtry

Rolę filtru pełnią obwody selektywne względem określonych częstotliwości. Filtracja analogowa polega na tłumieniu częstotliwości na zewnątrz pasma użytecznego. Pierwszymi filtrami analogowymi były proste układy RLC. Z czasem układy te uległy rozbudowie - powstawały filtry drabinkowe, filtry Butterwortha, filtry Czebyszewa oraz filtry eliptyczne.

Wśród filtrów analogowych wyróżnia się cztery podstawowe ich typy: dolno przepustowy, górno przepustowy, środkowo zaporowy i środkowo przepustowy.

W zależności od zastosowanych elementów wyróżnia się następujące typy filtrów: - filtry pasywne - zbudowane z elementów pasywnych R , L i C , filtry aktywne - zbudowane z elementów pasywnych R , L i C oraz z elementów aktywnych tj. tranzystorów i wzmacniaczy operacyjnych.

Mimo tego, że techniki projektowania i budowy filtrów analogowych są obecnie bardzo dobrze rozwinięte, filtry te mają kilka wad, które powodują, że są one wypierane przez filtry cyfrowe. Do wad filtrów analogowych zalicza się zmienność w czasie ich parametrów, zależność tych parametrów od warunków zewnętrznych (np. temperatura, wilgotność) oraz trudności ze zmianą raz ustalonych parametrów.

Podobnie jak w filtracji analogowej, wśród filtrów cyfrowych, wyróżnia się: dolno przepustowe, górno przepustowe, środkowo przepustowe, środkowo zaporowe. Filtracja cyfrowa to

proces obliczeniowy dokonywany na sygnale cyfrowym. Rolę filtru pełnią algorytmy obliczeniowe. Na wejściu filtru cyfrowego znajduje się przetwornik a/c, który przekształca sygnał analogowy do postaci cyfrowej. Częstotliwość próbkowania układu a/c musi być co najmniej dwukrotnie większa od maksymalnej częstotliwości w widmie sygnału wejściowego. Jeżeli ten warunek jest spełniony to, zgodnie z twierdzeniem Nyquista, na podstawie sygnału próbkowanego, można jednoznacznie odtworzyć sygnał analogowy. Na wyjściu filtru cyfrowego znajduje się przetwornik c/a przekształcający sygnał cyfrowy do postaci analogowej - zrobi to jednoznacznie, jeśli częstotliwość próbkowania na wejściu spełniała warunek twierdzenia Nyquista. Zaletą filtrów cyfrowych jest to, że wartości parametrów można realizować z dużą dokładnością i utrzymywać na stałym poziomie w czasie pracy. Inną zaletą filtrów cyfrowych jest możliwość łatwej zmiany parametrów filtru; są to jedynie zmiany w programie komputerowym, a nie zmiany elementów elektronicznych.

Z punktu widzenia wejścia i wyjścia filtr cyfrowy i analogowy zachowują się tak samo, inny jest sposób przetwarzania sygnału. Jednak przy obecnych prędkościach procesorów mamy lepsze możliwości modelowania filtrów cyfrowych.

12 Filtracja stochastyczna

Pojęcie sygnałów stochastycznych (losowych) jest związane z procesami stochastycznymi a konkretna obserwowana funkcja-sygnał jest traktowana, jako jedna z wielu możliwych realizacji procesu stochastycznego. Sygnał użyteczny i szum charakteryzuje się właściwościami statystycznymi tzn. wartością średnią, wariancją, kowariancją i rozkładem prawdopodobieństwa. Mierzone sygnały przedstawia się w postaci sumy szumu i sygnału użytecznego a filtracja polega na możliwie skutecznym wyeliminowaniu szumu za pomocą odpowiedniej obróbki wyników pomiaru w filtrze.

Teoria filtracji Kalmana, sformułowana w dziedzinie czasu, dotyczy sygnałów niestacjonarnych (tzn. takich, których parametry statystyczne mogą zmieniać się w czasie). Model systemu musi być sformułowany w kategoriach zmiennych stanu.

Do rozwiązania zadania filtracji jest potrzebna znajomość parametrów statystycznych sygnału i szumu, a także znajomość parametrów modelu systemu, który generuje sygnał. Teoria Kalmana wymaga znajomości modelu systemu. Modele systemów biomedycznych są tworzone dla ciągłej zmiennej (czas) i opisywane układami równań różniczkowych. Jednak realizacja filtru Kalmana w postaci programu komputerowego wymaga analizy sygnałów i systemów dyskretnych. Systemy dyskretne opisywane są za pomocą równań różnicowych. Rozważmy sytuację: System pobudzono sygnałem u , zmierzono odpowiedź z – to sygnał zakłócony. Zadanie filtracji Kalmana polega na znalezieniu informacji o stanie systemu x_k w chwili k -tej, $k=1,2,\dots,N$, na podstawie pomiarów sygnału zakłóconego z_k dokonanych do chwili k . Do rozwiązania zadania konieczna jest: macierz układu A i macierz wejścia B . Parametrami filtracji są: macierz błędu pomiaru R i macierz błędu modelu Q . Przy odpowiednim doborze R i Q sygnał po filtracji ma zmniejszone zakłócenia, przy niezminionej postaci. Dane dla filtru Kalmana muszą mieć postać ciągu wielu, co najmniej 100 próbek pobieranych równomiernie. Zatem sygnał biomedyczny musi być wstępnie przygotowany do filtracji.

W tym celu opracowana została procedura, oparta na symulacji, która przystosowuje sygnały biologiczne do filtracji stochastycznej. Polega na uzupełnieniu (z równym krokiem) zbioru punktów pomiarowych o wartości reprezentujące odpowiedzi modelu, wraz z błędem, z jakim dokonano pomiarów.

13 Optymalność pobudzenia o stałej dawce

slajd 101 - 106

Dla systemów liniowych z jednym wejściem i z jednym wyjściem, z gaussowskim szumem pomiarowymi (o wartości średniej zero i o stałej wariancji) pobudzenie impulsowe, spośród pobudzeń nieujemnych o tej samej dawce, zapewnia minimum dolnego ograniczenia Cramera-Rao macierzy kowariancji estymat parametrów.

Z twierdzenia tego wynika, że pobudzenia optymalne o stałej dawce, mają postać impulsu. Realizacją fizyczną takiego pobudzenia jest iniekcja lub bardzo szybka infuzja.