

1. Wyznaczyć postać jawną ciągu metodą funkcji tworzącej:
 - a) $(3, 1, 3, 1, \dots)$
 - b) $(2, 4, 2, 4, \dots)$
2. Wyznaczyć funkcję tworzącą dla ciągu i zapisać w najprostszej postaci:
 - a) $(1, 0, 1, 2, 0, 2, 3, 0, 3, \dots)$
 - b) $(2, 2, 0, 3, 3, 0, 4, 4, \dots)$

1. Znaleźć wzór na funkcję tworzącą dla ciągu:
 - a) (2, 4, 2, 4, 2, 4 ...)
 - b) (3, 1, 3, 1, 3, 1 ...)
2. Obliczyć funkcję tworzącą dla ciągu: (2, 2, 0, 3, 3, 0, 4, 4, 0 ...)

Ad. 1a

$$(2, 4, 2, 4, \dots) = (2, 2, 2, 2, \dots) + (0, 2, 0, 2, \dots) = (1, 1, 1, 1, \dots) + (1, 1, 1, 1, \dots) + (0, 1, 0, 1, \dots) + (0, 1, 0, 1, \dots)$$

$$f(x) = \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1-x} + x \left(\frac{1}{1-x^2} + \frac{1}{1-x^2} \right)$$

$$f(x) = \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1-x} + \frac{x}{(1-x)(1+x)} + \frac{x}{(1-x)(1+x)}$$

$$f(x) = \frac{(1+x) + (1+x) + 2x}{(1-x)(1+x)}$$

$$f(x) = \frac{4x+2}{(1-x)(1+x)}$$

$$\frac{A}{1-x} + \frac{B}{1+x} = \frac{4x+2}{(1-x)(1+x)} \quad /: (1-x)(1+x)$$

$$A(1+x) + B(1-x) = 4x+2$$

$$A + Ax + B - Bx = 4x + 2$$

układ równań

$$A + B = 2 \quad A = 2 - B \quad \Leftrightarrow \quad A = 3$$

$$A - B = 4 \quad 2 - B - B = 4 \quad \Leftrightarrow \quad B = -1$$

$$f(x) = \frac{3}{1-x} - \frac{1}{1+x}$$

$$f(x) = 3 * \frac{1}{1-x} - \frac{1}{1+x}$$

ostatecznie

$$a_n = 3 - (-1)^n$$

Ad. 1b

$$(3, 1, 3, 1, \dots) = (3, 0, 3, 0, \dots) + (0, 1, 0, 1, \dots)$$

$$f(x) = 3 * \frac{1}{1-x^2} + x \left(\frac{1}{1-x^2} \right)$$

$$f(x) = \frac{3}{1-x^2} + \frac{x}{1-x^2}$$

$$f(x) = \frac{3+x}{(1-x)(1+x)}$$

$$\frac{A}{1-x} + \frac{B}{1+x} = \frac{3+x}{(1-x)(1+x)} \quad /: (1-x)(1+x)$$

$$A(1+x) + B(1-x) = 3+x$$

$$A + Ax + B - Bx = 3+x$$

układ równań

$$A+B=3 \Leftrightarrow A=3-B \Leftrightarrow A=2$$

$$A-B=1 \quad 3-B-B=1 \quad B=1$$

$$f(x) = \frac{2}{1-x} + \frac{1}{1+x}$$

$$f(x) = -2 + (-1)^n$$

ostatecznie

$$a_n = 2 + (-1)^n$$